

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 22

2021

№ 8

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Хорошавин В. С., Грудинин В. С. Синтез программного движения на основе особого оптимального управления395

Данг Х. Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А., Низовцев С. И. Синтез адаптивных наблюдателей по выходу для линейных нестационарных систем с полиномиальными параметрами404

Мелехин В. Б., Хачумов М. В. Элементы понятийного мышления в планировании поведения автономных интеллектуальных агентов411

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Kolpashchikov D. Yu., Gergert O. M. Comparison of Inverse Kinematics Algorithms for Multi-Section Continuum Robots420

Грязин Д. Г., Падерина Т. В. Мехатронные устройства управления современным судовым магнитным компасом425

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА,
ПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Кабанов С. А., Кабанов Д. С. Управление разведением спиц крупногабаритного трансформируемого рефлектора с использованием алгоритма последовательной оптимизации433

Солдаткин В. М., Солдаткин В. В., Ефремова Е. С., Мифтахов Б. И. Модели формирования и обработки сигналов панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости442

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 22

2021

No. 8

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Khoroshavin V. S., Grudinin V. S.** Synthesis of Programmed Motion Based on Special Optimal Control 395
- Dang K. B., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Vedykov A. A., Nizovtsev S. I.** Output Adaptive Observers Design for Linear Non-Stationary Systems with Polynomial Parameters 404
- Melekhin V. B., Khachumov M. V.** Elements of Conceptual Thinking in Planning the Behavior of Autonomous Intelligent Agents 411

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Kolpashchikov D. Yu., Gerget O. M.** Comparison of Inverse Kinematics Algorithms for Multi-Section Continuum Robots 420
- Gryazin D. G., Paderina T. V.** Mechatronic Control Devices for a Modern Ship's Magnetic Compass 425

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Kabanov S. A., Kabanov D. S.** Deployment the Spoke of a Large-Sized Transformable Reflector Using a Sequential Optimization Algorithm 433
- Soldatkin V. M., Soldatkin V. V., Efremova E. S., Miftachov B. I.** Models for Generating and Processing of Signals of the Panoramic Sensor of Aerodynamic Angle and True Airspeed ... 442

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

В. С. Хорошавин, д-р техн. наук, проф., khoroshavin@vyatsu.ru,
В. С. Грудинин, канд. техн. наук, доц., grudinin@vyatsu.ru,
Вятский государственный университет, г. Киров

Синтез программного движения на основе особого оптимального управления

Предложен способ синтеза замкнутой системы с управлениями, обеспечивающими движение объекта с минимальными отклонениями от заданной траектории выходной координаты и от ее высших производных и переход в это множество. Для решения задачи используется принцип максимума Понтрягина, дополненный для исследования особых ситуаций без анализа вспомогательных переменных аппаратом условий общности положения для нелинейных систем в расширенном пространстве координат, учитывающим объект, нелинейный по отклонениям выходной координаты функционал и явное вхождение времени. Совместное использование указанных методов позволяет найти особые траектории координат, которые являются высшими производными от выходной координаты, а после исключения времени найти особую фазовую траекторию, являющуюся линией переключения для достижения конечного состояния, заданное программное движение по которой в замкнутой системе осуществляется особым управлением. Выход на особую фазовую траекторию из начального состояния осуществляется для линейных объектов релейным управлением, а для нелинейных объектов при определенных граничных условиях релейное управление дополняется особым управлением задачи быстрогодействия.

Приведены примеры управления программным движением с колебательным и апериодическим заданной длительности процессами для линейного и нелинейного объектов. С учетом характера состояний равновесия, определяемых методами качественной теории дифференциальных уравнений, и ограничений на управление и координаты получены топологии траекторий для реализации непрерывного особого управления или скользящего режима. Получены новые алгоритмы и структуры систем управления. Результаты сопровождаются моделированием, иллюстрирующим эффективность алгоритмов и структур систем управления по предложенному способу синтеза и подтверждающим аналитические материалы. Результаты работы могут быть использованы для управления линейными и нелинейными объектами в мехатронике, робототехнике, управления тепловыми процессами и в других отраслях.

Ключевые слова: программное движение, принцип максимума, особое (сингулярное) управление, условия общности положения для нелинейных объектов, скользящий режим

Введение

Для управления техническими процессами и установками рабочие колебательные или апериодические режимы работы оборудования [1–4] или программы температурных режимов в процессах теплопереноса и терморегулирования могут быть заданы программным путем, т. е. в функции времени [5, 6].

В работе [7] указывается на три основные группы методов задания и решения задачи синтеза программного движения:

- частотные методы формирования переходного процесса с инженерным заданием показателей качества и синтеза системы на основе амплитудных и фазовых частотных характеристик и построения структуры системы с использованием генератора программного движения и следящей системы для отработки задания;
- интегральные методы решения оптимальной задачи с подынтегральной функцией,

учитывающей ресурсы системы по координатам и управлению (методы классического вариационного исчисления Эйлера—Лагранжа, принципа максимума Л. С. Понтрягина, динамического программирования Р. Беллмана, аналитического конструирования регуляторов А. А. Фельдбаума, А. М. Летова, Р. Калмана; функционала обобщенной работы А. А. Красовского, упреждающего функционала А. А. Колесникова), которые применимы в основном для линейных объектов, причем требуют многократного применения для получения конечного результата;

- аналитические методы, когда при известных в функции времени траекториях, известной структуре и звеньях объекта путем обратного решения с выхода на вход находятся координаты и управление в функции времени, а после исключения времени формируется управление в функции координат. Относящийся к этой группе метод структурного

синтеза Л. М. Бойчука [2] из-за возникающих при моделировании системы трудностей в реализации дополняется "аппаратурным синтезом". Причина трудностей обусловлена тем, что, определяя высшие производные для требуемой выходной координаты и соответствующее управление для движения в этом множестве требуемых координат, зависящие от внутренних связей или структурно-функциональных особенностей объекта, аналитический метод не определяет управление, обеспечивающее выход на это множество требуемых координат.

Методы исследования

В данной работе предлагается в задаче синтеза программного движения использовать принцип максимума [8] и условия общности положения для нелинейных объектов (УОП) [9, 10].

В качестве критерия для n -мерного объекта с выходной координатой x_n вводится интегральный функционал с подынтегральной функцией, учитывающей квадратичные отклонения на заранее заданном интервале времени T текущей выходной координаты x_n от ее требуемого программного значения $x_{n\text{тр}}$:

$$I = \int_0^T (x_{n\text{тр}}(t) - x_n(t))^2 dt. \quad (1)$$

Рассмотрим задачу минимизации критерия (1) для n -мерного нелинейного по координатам объекта с линейным скалярным управлением общего вида:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})U, \quad (2)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbf{R}_n$ — вектор координат объекта; U — скалярное управление, $|U| \leq 1$; элементы вектор-столбцов $\mathbf{A}(\mathbf{x})$, $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ непрерывны и дифференцируемы по $\mathbf{x}$. Если объект нелинеен и по управлению, то он может быть приведен к виду (2) путем линеаризации в большом [10] с введением интегратора на входе объекта.

Для нахождения оптимального управления в нестационарной задаче (1), (2) классиками принципа максимума [8] вводятся две дополнительные координаты: координата x_0 , учитывающая подынтегральное выражение в функционале, и координата x_{n+1} , учитывающая явное вхождение времени, тем самым осуществляется переход к стационарной оптимальной задаче размерности $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}_{n+2}$:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}})U, \quad (3)$$

$$\text{где } \tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_0, \\ \mathbf{x} \\ x_{n+1} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} (x_{n\text{тр}}(t) - x_n(t))^2 \\ \mathbf{A}(\mathbf{x}) \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Согласно принципу максимума оптимальным управлением в задаче (3) ввиду ее линейности по управлению является релейное управление

$$U_{\text{рел}} = \text{sign}(\boldsymbol{\Psi}, \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}})), \quad (4)$$

где $\boldsymbol{\Psi}$ — вектор вспомогательных переменных, вводимых принципом максимума, из уравнения

$$\frac{d(\boldsymbol{\Psi}, \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}}))}{dt} = - \left(\frac{\partial \mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} + \frac{\partial \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}})U}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} \right)^T \boldsymbol{\Psi}.$$

Задача программного движения в вариантах (1), (2) или (3) является нелинейной по координатам. Поэтому даже для линейных объектов при использовании принципа максимума возможно возникновение особых ситуаций, когда принцип максимума не определяет однозначно оптимальное управление, если на некотором интервале времени $t \in [t_1, t_2]$

$$\frac{d^k(\boldsymbol{\Psi}, \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}}))}{dt^k} = 0, k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Для определения существования и вычисления особого управления используем аппарат условий общности положения (УОП) для нелинейных объектов [9, 10], который по сравнению с непосредственным исследованием вспомогательных переменных [11] или аппаратом скобок Пуассона [12] позволяет определить особые траектории и особые управления в явном виде от координат и параметров процесса.

При использовании УОП для задачи (3) вычисляются векторы $\mathbf{B}_j, j = 2, \dots, n+2$, по рекуррентному соотношению

$$\mathbf{B}_1(\tilde{\mathbf{x}}) = \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}}), \quad \mathbf{B}_j = \frac{\partial \mathbf{B}_{j-1}}{\partial U} \frac{dU}{dt} - \left(\frac{\partial \mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} + \frac{\partial \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}})U}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} \right) \mathbf{B}_{j-1} + \frac{\partial \mathbf{B}_{j-1}}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} \frac{d\tilde{\mathbf{x}}}{dt}. \quad (6)$$

После образования матрицы $\mathbf{D}_{n+2}$ размером $(n+2)(n+2)$ из векторов $(\mathbf{B}_1 \dots \mathbf{B}_{n+2})$ и приравнивания нулю определителя $\det \mathbf{D}_{n+2} = 0$ найдутся уравнения особых траекторий и особых управлений. Для расширения алгоритмов осо-

бого управления исследуются функциональные элементы матрицы $\mathbf{D}_{n+2}$, так как они влияют на выполнение УОП. Приравнявая нулю функциональные элементы матрицы $\mathbf{D}_{n+2}$, можно определить особые траектории и особые управления, так как при этом тождественно выполняются условия особого режима (5).

При исследовании функциональных элементов матрицы $\mathbf{D}_{n+2}$ учитываются особые режимы не только задачи программного движения, но и задач быстрогодействия и на минимум ресурсов [9, 10], так как в матрицу $\mathbf{D}_{n+2}$ вложены матрицы

$$\mathbf{D}_n = \begin{pmatrix} b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} \text{ и } \mathbf{D}_{n+1} = \begin{pmatrix} b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix},$$

проверяемые в задачах быстрогодействия и на минимум ресурсов. Это свойство оптимальных быстрогодействий отмечалось и ранее [9, 10, 13]: свойства оптимального по быстродействию управления являются характерными для объекта и сохраняются при других критериях оптимальности, что и имеем в задаче программного движения.

Выявить свойства системы программного движения на основе предлагаемого подхода в задаче общего вида затруднительно, поэтому далее на примерах линейного и нелинейного объектов второго порядка показывается, что УОП позволяют последовательно найти временные уравнения особых траекторий и управлений, а после исключения времени находятся фазовая особая траектория требуемого программного движения и непрерывное особое управление, ее реализующее. Таким образом получается, что аппарат УОП, основанный на дифференцировании уравнений движения при определении векторов $\mathbf{B}_j$ (6), позволяет определить, как и аналитический метод решения задач программного движения, также основанный на определении высших производных, требуемые траектории и управления для обеспечения требуемого движения координат, а релейное управление (4), получаемое из принципа максимума с возможным дополнением особым по быстродействию управлением, обеспечивает выход на требуемые траектории.

Движение по особой или требуемой траектории может быть реализовано или непрерывным особым управлением, или в виде скользящего режима как режима переключений релейного управления $\pm U_{\max}$ в зависимости от знака отклонения от особой фазовой траектории, являющей-

ся линией переключения. При этом должна быть проведена проверка выполнения условий ограничения на координаты и управление для обеспечения выпуклого замыкания линии переключения. Для организации движения в скользящем режиме применен аппарат теории конечных автоматов с использованием комбинационных или последовательных логических устройств, что также необходимо при синтезе замкнутой системы для исключения взаимного влияния друг на друга контуров формирования управления перехода объекта из начального состояния на особую фазовую траекторию и формирования управления движением по особой фазовой траектории.

Для определения топологии траекторий и характера состояний равновесия объекта под особым управлением используются методы качественной теории дифференциальных уравнений [14].

Результаты исследования

Предлагаемый подход к синтезу программного движения иллюстрируется на примерах управления линейным и нелинейным объектами с колебательным и апериодическим заданной длительности характерами требуемого движения.

Пример 1. Рассмотрим линейный объект — электродвигатель постоянного тока с управлением по цепи якоря, у которого выходной сигнал (угол поворота вала двигателя) должен изменяться по гармоническому закону с регулируемой амплитудой и частотой колебаний, что важно во многих практических применениях [2, 15]. Приближенная модель объекта без учета электромагнитной инерции и момента сопротивления в относительных единицах имеет вид

$$\dot{x}_1 = U - x_1, \quad \dot{x}_2 = x_1, \quad (7)$$

где U — напряжение якоря двигателя, $|U| \leq 1$; x_1 — угловая скорость двигателя; x_2 — угол поворота вала двигателя. Требуется определить управление в замкнутой системе, обеспечивающее движение выходной координаты по синусоидальному закону

$$x_{2\text{тр}} = A \sin(\omega t), \quad (8)$$

где A — амплитуда колебаний; ω — угловая частота колебаний. Аналитический подход к решению данной задачи описан в работе [2], при этом автор указывает на трудности с запуском системы и нестабильность ее работы.

По предлагаемому способу исходную задачу (7), (8) представим как оптимальную задачу минимизации функционала

$$I = \int_0^T (A \sin(\omega t) - x_2)^2 dt \quad (9)$$

для объекта (7). Следуя принципу максимума, вводим дополнительные переменные

$$\dot{x}_0 = (A \sin(\omega t) - x_2)^2, \dot{x}_3 = 1,$$

тем самым переходим от нестационарной задачи (7), (9) к стационарной задаче в векторно-матричной форме с $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}_4$:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}})U, \quad (10)$$

где $\tilde{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$; $\mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} (A \sin(\omega x_3) - x_2)^2 \\ -x_1 \\ x_1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\mathbf{B}(\tilde{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Оптимальным управлением в задаче (10), ввиду линейности гамильтониана по управлению, является релейное управление

$$H = -(A \sin(\omega x_3) - x_2)^2 + \psi_1(U - x_1) + \psi_2 x_1 + \psi_3, U_{\text{рел}} = \text{sign} \psi_1.$$

Решить систему для вспомогательных переменных по условию (5) и проверить существование особых режимов ввиду ее нелинейности затруднительно, поэтому для исследования особых режимов в задаче воспользуемся аппаратом УОП и вычислим векторы $\mathbf{B}_j, j = 2, 3, 4$, по соотношению (6). Однако в этих векторах нет функциональных элементов с входением управления U , поэтому для нахождения особого управления можно либо вычислить $\mathbf{B}_5$, в котором U впервые появляется, либо ограничиться $\mathbf{B}_4$, но тогда особое управление отыскивается из уравнений особых траекторий и уравнений движения объекта (7). Используем первый путь и образуем матрицу $\mathbf{D}_5 = (\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2 \ \mathbf{B}_3 \ \mathbf{B}_4 \ \mathbf{B}_5)$, функциональные элементы которой последовательно приравняем нулю, тем самым рассмотрим ситуацию, когда условия существования особого режима (5) тождественно выполняются:

$$\mathbf{D}_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2(A \sin(\omega x_3) - x_2) & b_{14} & b_{15} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$b_{14} = -2(A \sin(\omega x_3) - x_2) + 2x_1 - 2A\omega \cos(\omega x_3);$$

$$b_{15} = -2(A \sin(\omega x_3) - x_2) + 2(U - x_1) - 2A\omega \cos(\omega x_3) + 2A\omega^2 \sin(\omega x_3).$$

В результате получим:

- из $b_{13} = 0$ — уравнение особой траектории $x_{2\text{oc}}(t) = A \sin(\omega t)$, совпадающее с заданным движением;
- из $b_{14} = 0$ — уравнение особой траектории $x_{1\text{oc}}(t) = A\omega \cos(\omega t)$, совместное решение $x_{2\text{oc}}(t)$ и $x_{1\text{oc}}(t)$ после исключения времени дает уравнение особой фазовой траектории $x_{2\text{oc}}(x_{1\text{oc}})$:

$$\frac{x_2^2}{A^2} + \frac{x_1^2}{A^2\omega^2} = 1,$$

являющейся линией переключения с релейного управления на особое $\gamma(x_{1\text{oc}}, x_{2\text{oc}}) = 0$;

- из $b_{15} = 0$ — особое управление в замкнутой системе

$$U_{\text{oc}}(x_{1\text{oc}}, x_{2\text{oc}}) = x_1 - \omega^2 x_2. \quad (11)$$

Определим области координат, в которых $|U_{\text{oc}}| \leq 1$:

$$x_{2\text{oc}} \geq \frac{x_{1\text{oc}} - 1}{\omega^2}, x_{2\text{oc}} \leq \frac{x_{1\text{oc}} + 1}{\omega^2}.$$

Характер состояний равновесия объекта (7) под особым управлением определяется из характеристических корней системы

$$\dot{x}_1 = -\omega^2 x_2, \dot{x}_2 = x_1$$

по методике работы [16]: $\lambda_{1,2} = \pm j\omega$, т. е. состояние равновесия $(0, 0)$ — центр.

Топология траекторий объекта при оптимальном, включая особое, управлении при $A = 1, \omega = 1$ показана на рис. 1.

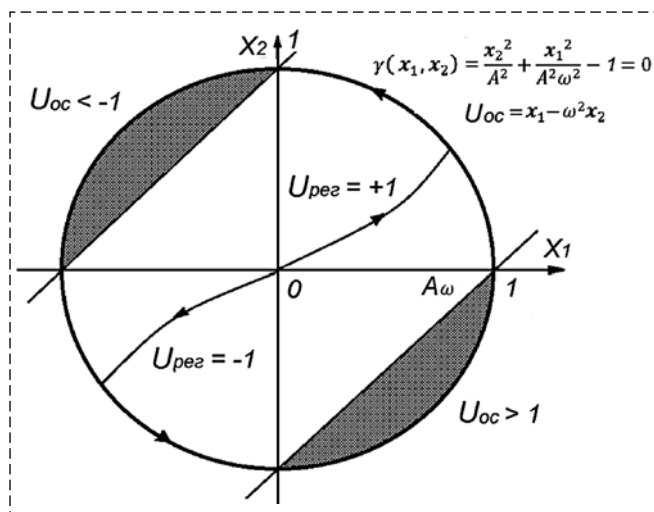


Рис. 1. Топология траекторий колебательного движения
Fig. 1. Topology of trajectories of oscillatory motion

В структуре замкнутой системы программного движения с непрерывным особым управлением (11) можно выделить контуры реализации: особой фазовой траектории (линии переключения) $\gamma(x_{1oc}, x_{2oc}) = 0$; особого управления $U_{oc}(x_{1oc}, x_{2oc})$; релейного управления $U_{рел} = \pm 1$, действующего только на интервале от начальной точки (0,0) до линии переключения и затем отключаемого для исключения влияния на работу системы с $U_{oc}(x_{1oc}, x_{2oc})$. Интервал действия $U_{рел}$ может быть задан последовательным логическим устройством либо в функции перемещения от (0, 0) до $\gamma(x_{1oc}, x_{2oc}) = 0$, либо схемным путем с использованием элементов библиотеки программы *Simulink* пакета *MATLAB* [16]. Структура и траектории движения системы с непрерывным особым управлением показаны на рис. 2.

Программное движение можно реализовать и с использованием скользящего режима

движения по особой траектории $\gamma(x_{1oc}, x_{2oc})$, причем для выпуклого замыкания предельной траектории скользящего режима необходимо изменять знак управления не только относительно отклонения от линии переключения, но и от знака координаты x_1 .

Результаты моделирования системы со скользящим режимом в программе *Simulink* пакета *MATLAB* приведены на рис. 3 (см. вторую сторону обложки), в структуре использован вариант логического устройства на элементах программы *Simulink*. Структура системы со скользящим режимом сложнее структуры с непрерывным особым управлением из-за реализации алгоритма переключения управления.

Пример 2. Рассмотрим управление системой отопления помещения [17–19]. На основании закона сохранения энергии в работе [18] утверждается, что тепловой режим в помещении может быть удовлетворительно описан следующим

дифференциальным уравнением (в обозначениях работы [18]):

$$T \frac{d\theta(\tau)}{d\tau} + \theta(\tau) = k W_0(\tau),$$

где $\theta(\tau)$ — избыточная температура; $\theta(\tau) = t_b(\tau) - t_n(\tau)$; $t_b(\tau), t_n(\tau)$ — соответственно температуры внутреннего и наружного воздуха; T — постоянная времени; $W_0(\tau)$ — мощность системы отопления; τ — время; k — коэффициент передачи.

Для жилых помещений часто предусматривается так называемое прерывистое управление отоплением, когда в рабочее время устанавливается нормальная температура, а в ночное — меньшая температура, причем желательно изменяемое время перехода от одной температуры к другой. Использование оптимального по быстродействию управления [17] ведет к значительному перерегулированию координат и не обеспечивает устойчивость конечного состояния, поэтому требование минимального отклонения от заданного движения становится важнее быстродействия.

Структуру объекта управления поясняет рис. 4. Регулиро-

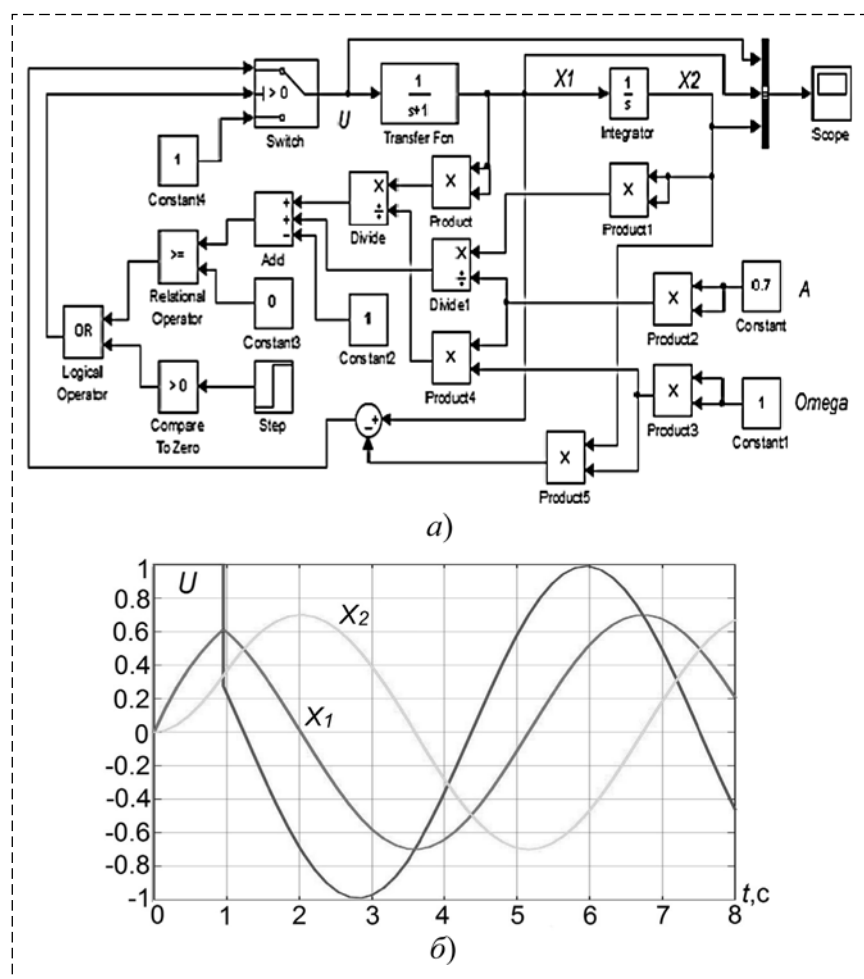


Рис. 2. Моделирование колебательного движения с непрерывным особым управлением:

a — структура; *б* — траектории

Fig. 2. Modeling of oscillatory motion with continuous special control:

a — structure, *б* — trajectories)

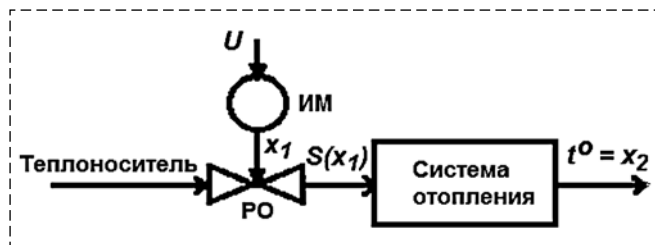


Рис. 4. Структура объекта управления
Fig. 4. Structure of the control object

вание температуры в помещении осуществляется с помощью исполнительного механизма ИМ, преобразующего электрический сигнал управления U в перемещение штока x_1 регулирующего органа (клапана) РО, передаточная функция исполнительного механизма может быть представлена в виде линейных интегрирующего или апериодического первого порядка звеньев [20].

Поступление теплоносителя в систему отопления характеризует расходная характеристика $S(x_1)$ регулирующего органа, отражающая зависимость расхода теплоносителя через клапан от изменения хода штока РО [21]. Расходная характеристика описывается степенной функцией $S(x_1) = x_1^p$, чаще всего применяется линейная при $p = 1$, а также равнопроцентная или параболическая при $p > 1$ характеристики РО.

Задачу программного движения для объекта управления — системы отопления — сформулируем так, что выходная координата x_2 , равная температуре в системе отопления, при переходе из начального состояния $\mathbf{x}_{\text{нач}} = (0, 0)$ в конечное $\mathbf{x}_{\text{кон}} = (x_{1\text{кон}}, x_{2\text{кон}})$, которые принадлежат множеству стационарных состояний объекта $x_2 = S(x_1)$, должна изменяться по апериодическому закону с постоянной времени τ :

$x_{2\text{тр}} = x_{2\text{кон}}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Постоянная времени τ является здесь параметром, характеризующим время перехода для линейного апериодического звена первого порядка, выходной сигнал которого при единичном ступенчатом воздействии за $(3...4)\tau$ достигает $(0,95...0,98)$ конечного значения.

Рассмотрим предлагаемый способ организации программного движения для нелинейного с $p = 2$ объекта

$$\dot{x}_1 = U, \dot{x}_2 = x_1^2 - x_2$$

и критерия $I = \int_0^T (x_{2\text{кон}}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) - x_2)^2 dt$.

Проверка выполнения условий особого режима в задаче программного движения прово-

дится по функциональным элементам матрицы $\mathbf{D}_4 = (\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2 \ \mathbf{B}_3 \ \mathbf{B}_4)$, вычисленным по соотношению (6):

$$\mathbf{D}_4 = (\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2 \ \mathbf{B}_3 \ \mathbf{B}_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} & b_{14} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$b_{32} = -2x_1;$$

$$b_{13} = -4x_1(x_{2\text{кон}}(1 - e^{-\frac{x_3}{\tau}}) - x_2);$$

$$b_{33} = -2x_1 - 2U;$$

$$b_{14} = 2(-2x_1 - 4U)(x_{2\text{кон}}(1 - e^{-\frac{x_3}{\tau}}) - x_2) + 4x_1 \left(x_1^2 - x_2 - \frac{x_{2\text{кон}}}{\tau} e^{-\frac{x_3}{\tau}} \right);$$

$$b_{34} = -2x_1 - 4U - 2\dot{U}.$$

Выделенные полужирным курсивом сомножители в функциональных элементах характеризуют для данного нелинейного объекта особый режим в задаче быстрогодействия: $x_{1\text{ос то}} = 0$, $U_{\text{ос то}} = 0$. Они не влияют на особые траектории координат и, соответственно, на особые фазовые траектории задачи программного движения

$$x_{1\text{ос}}^2(x_{2\text{ос}}) = \frac{x_{2\text{кон}} + x_{2\text{ос}}(\tau - 1)}{\tau};$$

$$x_{2\text{ос}}(x_{1\text{ос}}) = \frac{1}{\tau - 1}(\tau x_{1\text{ос}}^2 - x_{2\text{кон}}),$$

но затевают последние. Для исключения вхождения выделенных элементов в задаче программного движения можно принять нелинейные координаты объекта линеаризованными или использовать аналитический метод.

Тем не менее, выделенные элементы, характеризующие особый режим в задаче быстрогодействия, необходимо учитывать при некоторых граничных условиях при переходе с большей температуры (координата x_2 на меньшую). В этом случае управляющая последовательность для выхода на особую фазовую траекторию задачи программного движения может состоять из интервалов $U_{\text{рел}}$ и $U_{\text{ос то}}$, но этот случай требует дополнительного исследования.

Особое управление в задаче программного движения можно найти путем вычисления вектора $\mathbf{B}_5$ или с использованием особой траектории $x_{1\text{ос}}(t)$; после преобразований получим

$$U_{oc}(x_{1oc}) = \frac{(x_{2кон} - x_{1oc}^2)}{2\tau x_{1oc}};$$

$$U_{oc}(x_{2oc}) = \frac{(\tau - 1)(x_{2кон} - x_{2oc})}{2\tau^{1.5}\sqrt{x_{2кон} + x_{2oc}(\tau - 1)}},$$

т. е. полученные особые фазовые траектории или линии переключения и особые управления нелинейны по координатам.

Проверка характера состояния равновесия ($x_{2кон} = x_{1кон}^2$) под особым управлением показывает, что $U_{oc}(x_{1oc})$ доставляет устойчивость, при $U_{oc}(x_{2oc})$ состояние равновесия имеет характер устойчивого узла при $\tau > 1$, а при $\tau < 1$ имеем седло. Учет ограничений по управлению $|U| \leq 1$ для конкретных значений $x_{2кон}$ и τ не вызывает затруднений. На рис. 5 приведена топология траекторий с релейным управлением и особыми управлениями в задачах быстрого действия и программного движения.

На рис. 6 (см. третью сторону обложки) показаны результаты моделирования системы в программе *Simulink* пакета *MATLAB*. В структуре системы использовано управление $U_{oc}(x_{1oc})$, имеющее меньшие вычислительные затраты и обеспечивающее устойчивость конечного состояния, но его использование ограничено требованием измеримости координаты x_1 .

Особую траекторию можно реализовать и в скользящем режиме в областях с $|U| \leq 1$, при этом структура замкнутой системы (рис. 7, см. третью сторону обложки) будет содержать только один контур для реализации особой фазовой траектории. Отметим, что в скользящем режиме можно получить оптимальное по быстродействию управление, когда при некотором τ_{min} управляющая последовательность будет иметь только одно переключение $\{+1, -1\}$.

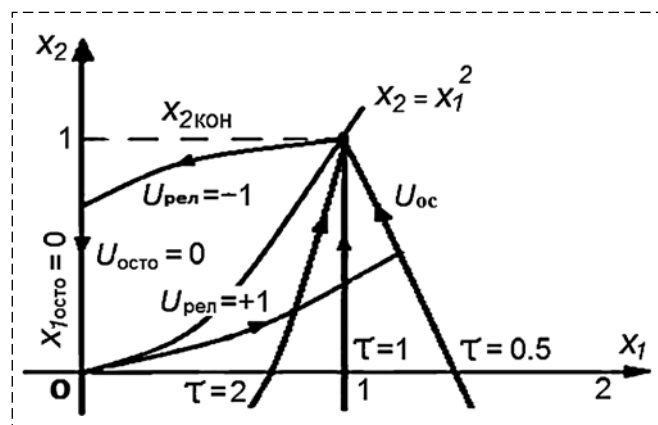


Рис. 5. Топология траекторий нелинейного объекта
Fig. 5. Topology of trajectories of a nonlinear object

Заключение

В целом предлагаемый подход к синтезу программного движения на основе принципа максимума и УОП для нелинейных объектов показал свою работоспособность и конструктивность, заключающиеся в единой методике последовательного выявления требуемой топологии траекторий и управляющих воздействий в подпространствах топологии. Но при таком подходе расширяется множество возможных алгоритмов управления и структур систем, поэтому возникает проблема выбора наилучшего алгоритма и структуры. Более строгого обоснования требуют вопросы связи вычисления особых траекторий с использованием УОП и вычисления высших производных координат при аналитическом методе решения задач программного движения. Основное внимание в работе уделено проблемам точности и отчасти быстродействия, которые требуют определения связи программного движения с задачами на минимум ресурсов и энергосбережения, особенно в электротехнике и электромеханике с квадратичным управлением, а также изменения параметров, возмущений и устойчивости.

На практике предлагаемый подход к построению систем программного движения позволяет повысить эффективность и качество их проектирования и функционирования с реализацией на промышленных программируемых логических контроллерах. Результаты работы могут быть использованы при исследовании и решении общих и прикладных проблем управления, в том числе и нелинейными объектами, например, в мехатронике и робототехнике, в промышленных тепловых технологических процессах (печи, сушилки, автоклавы и т. п.) или в задачах программного управления при отоплении, особенно нежилых помещений.

Список литературы

1. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблематике синтеза координирующих систем автоматического управления // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 3 (128). С. 172–180.
2. Бойчук Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971. 112 с.
3. Хорошавин В. С., Грудинин В. С. Оптимальное программное движение с изменяемым временем регулирования // Радиопромышленность. 2020. Т. 30, № 3. С. 40–49. DOI: 10.21778/2413-9599-2020-30-3-40-49.
4. Ruderman M., Iwasaki M., Chen W. H. Motion-control techniques of today and tomorrow: a review and discussion of the challenges of controlled motion // IEEE Industrial Electronics Magazine. 2020. Vol. 14, N. 1. P. 41–55.

5. Плевнищева Ю. Э., Дьяконов А. И., Попов А. В. Модельные двумерные задачи оптимального по типовым критериям качества управления температурными режимами индукционного нагрева // Теоретические и прикладные аспекты современной науки. 2015. № 9-2. С. 94–104.
6. Мокрушин С. А., Хорошавин В. С., Охупкин С. И., Зотов А. В., Грудинин В. С. Анализ управляемости и устойчивости приближенной модели теплопереноса в автоклаве // Вестник Мордовского университета. 2018. Т. 28, № 3. С. 416–428. DOI: 10.15507/0236-2910.028.201803.416-428.
7. Колесников А. А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем управления. М.: Энергоатомиздат, 1987. 160 с.
8. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 384 с.
9. Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. Л.: Недра, 1982. 216 с.
10. Хорошавин В. С., Зотов А. В. Особое оптимальное управление нелинейными объектами. Киров: Науч. изд-во ВятГУ, 2019. 219 с.
11. Wonham W. M., Johnson C. D. Optimal bang-bang control with quadratic performance index // Journal of Basic Engineering. 1964. Vol. 86, N. 1. P. 107–115.
12. Clements D. J., Anderson B. D. Singular Optimal Control: The Linear-Quadratic Problem. Springer-Verlag. New York, 1978.
13. Хорошавин В. С. Сравнение алгоритмов управления тепловым процессом по быстрдействию и на минимум расходов // Известия Тульского гос. ун-та. Технические науки. 2020. Вып. 7. С. 211–216.
14. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976. 496 с.
15. Gutierrez Soto M., Adeli H. Recent advances in control algorithms for smart structures and machines // Expert Systems. 2017. Vol. 34, N. 2. P. e12205.
16. Черных И. В. Система численно-математического моделирования MatLab. Система моделирования динамических систем Simulink [Электронный ресурс]. URL: <http://bourabai.kz/cm/simulink.htm> (дата обращения: 25.02.2021).
17. Табунщиков Ю. А., Бродяч М. М. Экспериментальное исследование оптимального управления расходом энергии // АВОВ. 2006. № 1. С. 32–36.
18. Панферов В. И., Анисимова Е. Ю., Нагорная А. Н. Об оптимальном управлении тепловым режимом зданий // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. 2007. № 20 (92). С. 3–9.
19. Biyik E., Kahraman A. A. Predictive control strategy for optimal management of peak load, thermal comfort, energy storage and renewables in multi-zone buildings // Journal of building engineering. 2019. Vol. 25. P. 100826.
20. Исполнительные механизмы: назначение, классификация, особенности конструкции [Электронный ресурс]. URL: <https://webkonspect.com/?room=profile&id=4999&labelid=39160> (дата обращения: 25.02.2021).
21. Технические характеристики регулирующих клапанов [Электронный ресурс]. URL: <http://www.ktto.com.ua/kharakteristiki/krm> (дата обращения: 25.02.2021).

Synthesis of Programmed Motion Based on Special Optimal Control

V. S. Khoroshavin, khoroshavin@vyatsu.ru, V. S. Grudinin, grudinin@vyatsu.ru,
Vyatka State University, Kirov, 610000, Russian Federation

Corresponding author: Khoroshavin Valerii S., D. Sc. (Engineering), Professor, Vyatka State University, Kirov, 610000, Russian Federation, e-mail: khoroshavin@vyatsu.ru

Accepted on May 12, 2021

Abstract

A method is proposed for the synthesis of a closed-loop system with controls that ensure the movement of an object with minimal deviations from a given trajectory of the output coordinate and its higher derivatives and a transition to this set. To solve the problem, the Pontryagin maximum principle is used to study special situations without analysis of auxiliary variables, supplemented by the apparatus of general position conditions for nonlinear systems in an extended coordinate space, taking into account the object, a functional that is nonlinear regarding deviations of the output coordinate and the explicit occurrence of time. The combined use of these methods allows us, firstly, to find special trajectories of coordinates that are higher derivatives of the output coordinate, and after excluding time, a special phase trajectory is found, which is a switching line for reaching the final state, a given programmed motion along which in a closed system is carried out by special control. Secondly, access to a special phase trajectory from the initial state is carried out for linear objects by relay control, and for nonlinear objects, under certain boundary conditions, relay control is supplemented by a special control of the speed problem. Examples of control of programmed motion with oscillatory and aperiodic processes of a given duration for linear and nonlinear objects are given. Taking into account the nature of equilibrium states, determined by the methods of the qualitative theory of differential equations, and restrictions on control and coordinates, topologies of trajectories are obtained for the implementation of a continuous special control or sliding mode. New algorithms and structures of control systems are obtained. The results are accompanied by modeling, illustrating the effectiveness of algorithms and structures of control systems according to the proposed synthesis method and confirming analytical materials. The results of the work can be used to control linear and nonlinear objects in mechatronics, robotics, thermal processes and other industries.

Keywords: programmed motion, maximum principle, special (singular) control, general position conditions for nonlinear objects, sliding mode

For citation:

Khoroshavin V. S., Grudinin V. S. Synthesis of Programmed Motion Based on Special Optimal Control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 8, pp. 395–403.

DOI: 10.17587/mau.22.395-403

References

1. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** About the problem of synthesis of coordinating systems of automatic control, *Izvestiya SFedU. Technical Science*, 2012, no. 3 (128), pp. 172–180 (in Russian).
2. **Boychuk L. M.** Method of structural synthesis of nonlinear automatic control systems, Moscow, Energiya, 1971, 112 p. (in Russian).
3. **Khoroshavin V. S., Grudinin V. S.** Optimal programmed motion with variable control time, *Radio Industry*, 2020, vol. 30, no. 3, pp. 40–49, DOI: 10.21778/2413-9599-2020-30-3-40-49 (in Russian).
4. **Ruderman M., Iwasaki M., Chen W. H.** Motion-control techniques of today and tomorrow: a review and discussion of the challenges of controlled motion, *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2020, vol. 14, no. 1, pp. 41–55.
5. **Pleshivtseva Yu. E., Dyakonov A. I., Popov A. V.** Model two-dimensional problems of optimal control according to typical criteria of quality control of temperature modes of induction heating, *Theoretical and Applied Aspects of Modern Science*, 2015, no. 9–2, pp. 94–104 (in Russian).
6. **Mokrushin S. A., Khoroshavin V. S., Okhapkin S. I., Zotov A. V., Grudinin V. S.** Analysis of controllability and stability of an approximate model of heat transfer in an autoclave, *Bulletin of the Mordovian University*, 2018, vol. 28, no. 3, pp. 416–428, DOI: 10.15507/0236-2910.028.201803.416-428 (in Russian).
7. **Kolesnikov A. A.** Sequential optimization of nonlinear aggregated control systems, Moscow, Energoatomizdat, 1987, 160 p. (in Russian).
8. **Pontryagin L. S., Boltyanskiy V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F.** Mathematical theory of optimal processes, Moscow, Nauka, 1969, 384 p. (in Russian).
9. **Oleinikov V. A.** Optimal control of technological processes in the oil and gas industry, Leningrad, Nedra, 1982, 216 p. (in Russian).
10. **Khoroshavin V. S., Zotov A. V.** Special optimal control of nonlinear objects, Kirov, Scientific Publishing house of VyatSU, 2019, 219 p. (in Russian).
11. **Wonham W. M., Johnson C. D.** Optimal bang-bang control with quadratic performance index, *Journal of Basic Engineering*, 1964, vol. 86, no.1, pp. 107–115.
12. **Clements D. J., Anderson B. D.** Singular Optimal Control: The Linear-Quadratic Problem, Springer-Verlag, New York, 1978.
13. **Khoroshavin V. S.** Comparison of algorithms for controlling the thermal process in terms of speed and minimum resources, *Izvestiya Tula State University. Technical Science*, 2020, no. 7, pp. 211–216 (in Russian).
14. **Bautin N. N., Leontovich E. A.** Methods and methods of qualitative research of dynamical systems on a plane, Moscow, Nauka, 1976, 496 p. (in Russian).
15. **Gutierrez Soto M., Adeli H.** Recent advances in control algorithms for smart structures and machines, *Expert Systems*, 2017, vol. 34, no. 2, p. e12205.
16. **Chernykh I. V.** System of numerical and mathematical modeling MatLab. Simulink dynamic systems modeling system, Electronic Resource, URL: <http://bourabai.kz/cm/simulink.htm> (date of access: 25.02.2021) (in Russian).
17. **Tabunshchikov Yu. A., Brodach M. M.** Experimental study of optimal control of energy consumption, *AVOK*, 2006, no. 1, pp. 32–36 (in Russian).
18. **Panferov V. I., Anisimova E. Yu., Nagornaya A. N.** On optimal control of the thermal regime of buildings, *Bulletin of the South Ural State University. Series: Energy*, 2007, no. 20 (92), pp. 3–9 (in Russian).
19. **Biyik E., Kahraman A. A.** Predictive control strategy for optimal management of peak load, thermal comfort, energy storage and renewables in multi-zone buildings, *Journal of building engineering*, 2019, vol. 25, p. 100826.
20. **Executive mechanisms: purpose, classification, design features**, Electronic Resource, URL: <https://webkonspect.com/?room=profile&id=4999&labelid=39160> (date of access: 25.02.2021) (in Russian).
21. **Technical characteristics of control valves**, Electronic Resource, URL: <http://www.ktto.com.ua/kharakteristiki/krm> (date of access: 25.02.2021) (in Russian).

Х. Б. Данг, аспирант, dangkhacbinh90@gmail.com, **А. А. Пыркин**, д-р техн. наук, проф., a.pyrkin@gmail.com, **А. А. Бобцов**, д-р техн. наук, проф., bobtsov@mail.ru, **А. А. Ведяков**, канд. техн. наук, vedyakov@gmail.com, **С. И. Низовцев**, аспирант, glenmetthews@gmail.com, Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург

Синтез адаптивных наблюдателей по выходу для линейных нестационарных систем с полиномиальными параметрами

Рассматривается задача синтеза наблюдателя переменных состояния для линейного нестационарного объекта управления. Для решения этой задачи вводится ряд реалистичных допущений, предполагающих, что параметры объекта являются полиномиальными функциями времени с неизвестными коэффициентами. Задача синтеза наблюдателя решается в классе идентификационных методов, предусматривающих преобразование исходной линейной динамической математической модели объекта к линейной статической регрессии, в которой вместо неизвестных постоянных параметров присутствуют переменные состояния генераторов, моделирующих нестационарные параметры. Для восстановления неизвестных функций регрессионной модели используется хорошо зарекомендовавший себя в последнее время метод динамического расширения и декомпозиции (смешивания) регрессора, позволяющий получать монотонные оценки, а также обеспечивающий ускорение сходимости оценок к истинным значениям. Несмотря на то, что в статье решается задача синтеза наблюдателя переменных состояния, стоит отметить возможность использования предлагаемого подхода для решения самостоятельной и актуальной задачи оценивания неизвестных нестационарных параметров.

Ключевые слова: нестационарные линейные системы, идентификация полиномиальных параметров, метод динамического расширения и смешивания регрессора, синтез наблюдателей состояния

Введение

Синтез наблюдателей переменных состояния сохраняет свою актуальность, поскольку способ управления по состоянию является самым надежным в смысле обеспечения заданных показателей качества. Методов построения наблюдателей состояния существует огромное число, и наиболее интересны те из них, которые эффективны для параметрически неопределенных объектов. Следует отметить, что существуют косвенные методы решения задачи стабилизации по выходу (т. е. без измерения вектора переменных состояния), не предусматривающие прямого синтеза наблюдателя в контуре обратной связи (см., например, [1]). Однако эти методы, как правило, носят частный характер, т. е. предусматривают решение задачи синтеза регуляторов для частной структуры математической модели объекта управления.

В статьях [2–4] предложена идея сведения модели динамических систем к линейной регрессионной модели, хорошо известной в теории идентификации (см., например, [5]). Аналогичная идея, т. е. представление динамической системы в форме линейной регрессионной модели, будет представлена в рамках данной статьи. Однако важным отличием от работ [2–4] является рассмотрение математических моделей, содержащих неизвестные не-

стационарные параметры. В недавней статье [6] был предложен алгоритм синтеза наблюдателей для линейной нестационарной системы, математическая модель которой содержит неизвестные нестационарные параметры (переменные коэффициенты). Однако в работе [6] относительно неизвестных нестационарных параметров было выдвинуто допущение о том, что параметр представляет собой произведение неизвестного постоянного коэффициента на измеряемую функцию времени.

Близкая задача для линейных нестационарных объектов была опубликована в работах [7–9]. В статьях [7, 8] задача синтеза наблюдателя переменных состояния не рассматривалась, а параметры изменяются во времени по линейному закону с постоянной скоростью на конечных интервалах времени. В работе [9] была решена задача синтеза наблюдателя для нестационарной системы с полиномиальными параметрами произвольной степени, однако для ограниченного класса систем. Также следует отметить, что решение, представленное в работе [9], не применимо для актуальных практических приложений. В этой статье будет представлена более сложная постановка задачи, предполагающая наличие полиномиальных параметров произвольной степени, являющихся коэффициентами как измеряемых сигналов, так и недоступных для измерения переменных состояния.

Постановка задачи

Рассмотрим линейную нестационарную систему вида

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\theta}(t)y(t) + \boldsymbol{\eta}(t)\dot{y}(t) + \mathbf{B}(t)u(t); \\ y(t) &= \mathbf{C}^T\mathbf{x}(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\mathbf{x} \in R^N$ — неизмеряемый вектор переменных состояния; $u \in R^1$ — управляющее воздействие; $y(t)$ — измеряемая выходная переменная; матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{C}$ имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{N \times N}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix};$$

неизвестные параметры $\boldsymbol{\eta}(t) \in R^N$, $\boldsymbol{\theta}(t) \in R^N$ и $\mathbf{B}(t) \in R^N$ представляют собой полиномиальные функции времени

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\theta}(t) &= \boldsymbol{\theta}_0 + \boldsymbol{\theta}_1 t + \boldsymbol{\theta}_2 t^2 + \dots + \boldsymbol{\theta}_l t^l; \\ \boldsymbol{\eta}(t) &= \boldsymbol{\eta}_0 + \boldsymbol{\eta}_1 t + \boldsymbol{\eta}_2 t^2 + \dots + \boldsymbol{\eta}_m t^m; \\ \mathbf{B}(t) &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 t + \mathbf{B}_2 t^2 + \dots + \mathbf{B}_n t^n\end{aligned}\quad (2)$$

с известными степенями l , n и m и неизвестными коэффициентами $\boldsymbol{\theta}_i$, $i = 0, \dots, l$, $\boldsymbol{\eta}_j$, $j = 0, \dots, m$, и $\mathbf{B}_k$, $k = 0, \dots, n$.

Требуется синтезировать алгоритм оценивания неизвестных параметров $\boldsymbol{\eta}(t)$, $\boldsymbol{\theta}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ и переменных состояния $\mathbf{x}(t)$, обеспечивающий выполнение условий

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\theta}(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\eta}(t) - \hat{\boldsymbol{\eta}}(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{B}(t) - \hat{\mathbf{B}}(t) &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) = 0,\end{aligned}\quad (3)$$

где переменные $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$, $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$, $\hat{\mathbf{B}}(t)$ и $\hat{\mathbf{x}}(t)$ обозначают оценки функций $\boldsymbol{\eta}(t)$, $\boldsymbol{\theta}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ и $\mathbf{x}(t)$.

Параметризация модели объекта управления

Параметризация линейных систем с коэффициентами полиномиального вида предполагает использование динамических линейных фильтров, на вход которых поступают измеряемые сигналы. Рассматриваемая задача осложнена наличием неизмеряемой производной выходной переменной $y(t)$.

Для облегчения восприятия основного результата статьи начнем с рассмотрения более простого частного случая при $\boldsymbol{\eta} \equiv 0$. Далее будет представлено расширение на более общий случай системы вида (1).

Утверждение 1 [9]. Рассмотрим нестационарную линейную систему вида (1), в которой $\boldsymbol{\eta}(t) = 0$, $\forall t$, и фильтры

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) &= \mathbf{F}\boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{K}y(t); \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}_0(t) &= \mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_0(t) - \mathbf{I}u(t); \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}_k(t) &= \mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_k(t) - \boldsymbol{\Omega}_{k-1}(t), \quad k = 1, \dots, n; \\ \dot{\mathbf{P}}_0(t) &= \mathbf{F}\mathbf{P}_0(t) - \mathbf{I}y(t); \\ \dot{\mathbf{P}}_i(t) &= \mathbf{F}\mathbf{P}_i(t) - \mathbf{P}_{i-1}(t), \quad i = 1, \dots, m,\end{aligned}\quad (4)$$

с произвольными начальными условиями, где вектор столбец $\mathbf{K} \in R^N$ такой, что матрица $\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}^T$ является гурвицевой; $\mathbf{I}$ — единичная матрица размерности $N \times N$.

Тогда справедлива следующая параметризация:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\zeta}(t) &= \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\Omega}_0(t)\mathbf{B}(t) + \boldsymbol{\Omega}_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \dots + \\ &+ \boldsymbol{\Omega}_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \mathbf{P}_0(t)\boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{P}_1(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \dots + \\ &+ \mathbf{P}_m(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t) + \bar{\mathbf{e}}(t),\end{aligned}\quad (5)$$

где $\bar{\mathbf{e}}(t)$ — вектор экспоненциально затухающих функций времени.

Доказательство Утверждения 1. Рассмотрим вспомогательную переменную

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{e}}(t) &:= \boldsymbol{\zeta}(t) - \mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\Omega}_0(t)\mathbf{B}(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \\ &- \dots - \boldsymbol{\Omega}_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \mathbf{P}_0(t)\boldsymbol{\theta}(t) - \mathbf{P}_1(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \\ &- \dots - \mathbf{P}_m(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t)\end{aligned}$$

и вычислим ее производную

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) &= \dot{\boldsymbol{\zeta}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_0(t)\mathbf{B}(t) - \boldsymbol{\Omega}_0(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \\ &- \dot{\boldsymbol{\Omega}}_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\ddot{\mathbf{B}}(t) - \dots - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \\ &- \boldsymbol{\Omega}_n(t)\underbrace{\mathbf{B}^{(n+1)}(t)}_{=0} - \dot{\mathbf{P}}_0(t)\boldsymbol{\theta}(t) - \mathbf{P}_0(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \\ &- \dot{\mathbf{P}}_1(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \mathbf{P}_1(t)\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \dots - \mathbf{P}_m(t)\underbrace{\boldsymbol{\theta}^{(m+1)}(t)}_{=0} = \\ &= \mathbf{F}\boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{K}y(t) - \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\theta}(t)y(t) - \mathbf{B}(t)u(t) - \\ &- (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_0(t) - \mathbf{I}u(t))\mathbf{B}(t) - \boldsymbol{\Omega}_0(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \\ &- (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_1(t) - \boldsymbol{\Omega}_0(t))\dot{\mathbf{B}}(t) - \boldsymbol{\Omega}_1(t)\ddot{\mathbf{B}}(t) - \dots - \\ &- (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_{n-1}(t) - \boldsymbol{\Omega}_{n-2}(t))\mathbf{B}^{(n-1)}(t) - \boldsymbol{\Omega}_{n-1}(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \\ &- (\mathbf{F}\boldsymbol{\Omega}_n(t) - \boldsymbol{\Omega}_{n-1}(t))\mathbf{B}^{(n)}(t) - (\mathbf{F}\mathbf{P}_0(t) - \mathbf{I}y(t))\boldsymbol{\theta}(t) - \\ &- \mathbf{P}_0(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) - (\mathbf{F}\mathbf{P}_1(t) - \mathbf{P}_0(t))\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \mathbf{P}_1(t)\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) - \\ &- \dots - (\mathbf{F}\mathbf{P}_{m-1}(t) - \mathbf{P}_{m-2}(t))\boldsymbol{\theta}^{(m-1)}(t) - \\ &- \mathbf{P}_{m-1}(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t) - (\mathbf{F}\mathbf{P}_m(t) - \mathbf{P}_{m-1}(t))\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t) = \\ &= \mathbf{F} \left(\begin{aligned} &\boldsymbol{\zeta} - \mathbf{x} - \boldsymbol{\Omega}_0(t)\mathbf{B}(t) - \dots - \\ &\underbrace{- \boldsymbol{\Omega}_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \mathbf{P}_0(t)\boldsymbol{\theta}(t) - \dots - \mathbf{P}_m(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}}_{\bar{\mathbf{e}}(t)} \end{aligned} \right).\end{aligned}$$

В вычислении производной $\bar{\mathbf{e}}(t)$ были выполнены сокращения членов вида $\Omega_{k-1}(t)\mathbf{B}^{(k)}(t)$ для $k = 1, \dots, n$ и $\mathbf{P}_{i-1}(t)\theta^{(i)}(t)$ для $i = 1, \dots, m$. Поскольку матрица $\mathbf{F}$ является гурвицевой, то функция $\bar{\mathbf{e}}(t)$, удовлетворяющая уравнению $\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = \mathbf{F}\bar{\mathbf{e}}(t)$, экспоненциально стремится к нулю при любых начальных условиях $\bar{\mathbf{e}}(0)$, что и требовалось доказать.

Перейдем теперь к более общему случаю, сформулированному в постановке задачи. Рассмотрим вспомогательную лемму.

Лемма. Матрицы $\mathbf{Q}_j(t)$, $j = 0, \dots, l$, рассчитанные по формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_0(t) &= \mathbf{F}\mathbf{P}_0(t) - \mathbf{I}\dot{y}(t), \quad j = 0, \text{ если } l \neq 0; \\ \mathbf{Q}_j(t) &= \mathbf{F}\mathbf{P}_j(t) - \mathbf{P}_{j-1}(t), \\ j &= 1, \dots, \min\{m, l\}, \text{ если } l \leq m; \\ \dot{\mathbf{Q}}_j(t) &= \mathbf{F}\mathbf{Q}_j(t) - \mathbf{Q}_{j-1}(t), \\ j &= (m+1), \dots, l, \text{ если } l > m, \end{aligned} \quad (6)$$

удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_0(t) &= \mathbf{F}\mathbf{Q}_0(t) - \mathbf{I}\dot{y}(t); \\ \dot{\mathbf{Q}}_j(t) &= \mathbf{F}\mathbf{Q}_j(t) - \mathbf{Q}_{j-1}(t), \quad \forall j = 1, \dots, l. \end{aligned} \quad (7)$$

Доказательство Леммы. Вычислим производную матриц $\mathbf{Q}_j(t)$. Для $j = 0$ имеем

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_0 &= \mathbf{F}\dot{\mathbf{P}}_0 - \mathbf{I}\ddot{y} = \mathbf{F}^2\mathbf{P}_0 - \mathbf{F}\dot{y} - \mathbf{I}\ddot{y} = \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{Q}_0 + \mathbf{I}\dot{y}) - \mathbf{F}\dot{y} - \mathbf{I}\ddot{y} = \mathbf{F}\mathbf{Q}_0 - \mathbf{I}\ddot{y}. \end{aligned}$$

Для $j = 1$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_1 &= \mathbf{F}\dot{\mathbf{P}}_1 - \dot{\mathbf{P}}_0 = \mathbf{F}^2\mathbf{P}_1 - \mathbf{F}\mathbf{P}_0 - (\mathbf{F}\mathbf{P}_0 - \mathbf{I}\dot{y}) = \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{P}_0) - \mathbf{F}\mathbf{P}_0 - (\mathbf{Q}_0 + \mathbf{I}\dot{y}) + \mathbf{I}\dot{y} = \mathbf{F}\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_0. \end{aligned}$$

Для $j = 2, \dots, \min\{m, l\}$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Q}}_j &= \mathbf{F}\dot{\mathbf{P}}_j - \dot{\mathbf{P}}_{j-1} = \\ &= \mathbf{F}^2\mathbf{P}_j - \mathbf{F}\mathbf{P}_{j-1} - \mathbf{F}\mathbf{P}_{j-1} - (\mathbf{F}\mathbf{P}_{j-1} - \mathbf{P}_{j-2}) = \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{Q}_j + \mathbf{P}_{j-1}) - \mathbf{F}\mathbf{P}_{j-1} - (\mathbf{Q}_{j-1} + \mathbf{P}_{j-2}) + \mathbf{P}_{j-2} = \\ &= \mathbf{F}\mathbf{Q}_j - \mathbf{Q}_{j-1}. \end{aligned}$$

Для $j = (m+1), \dots, l$ уравнение (7) совпадает с (6). Лемма доказана.

В следующем утверждении представлена параметризация модели (1), аналогичная Утверждению 1.

Утверждение 2. Рассмотрим нестационарную линейную систему вида (1) и фильтры вида (4) с произвольными начальными условиями, где вектор-столбец $\mathbf{K} \in R^n$ такой, что матрица $\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}^T$ является гурвицевой, $\mathbf{I}$ — единичная матрица размерности $N \times N$.

Тогда справедлива следующая параметризация:

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= \mathbf{x}(t) + \Omega_0(t)\mathbf{B}(t) + \Omega_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \dots + \\ &+ \Omega_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \mathbf{P}_0(t)\theta(t) + \mathbf{P}_1(t)\dot{\theta}(t) + \dots + \\ &+ \mathbf{P}_m(t)\theta^{(m)}(t) + \mathbf{Q}_0(t)\eta(t) + \mathbf{Q}_1(t)\dot{\eta}(t) + \dots + \\ &+ \mathbf{Q}_l(t)\eta^{(l)}(t) + \mathbf{e}(t), \end{aligned} \quad (8)$$

где матрицы $\mathbf{Q}_j(t)$, $j = 0, \dots, l$, вычисляются по формулам (6), и $\mathbf{e}(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени.

Доказательство Утверждения 2. Используя выражение (7), вычислим производную вектора

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(t) &= \zeta(t) - \mathbf{x}(t) - \Omega_0(t)\mathbf{B}(t) - \Omega_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \\ &- \dots - \Omega_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \mathbf{P}_0(t)\theta(t) - \mathbf{P}_1(t)\dot{\theta}(t) - \\ &- \dots - \mathbf{P}_m(t)\theta^{(m)}(t) - \mathbf{Q}_0(t)\eta(t) - \mathbf{Q}_1(t)\dot{\eta}(t) - \\ &- \dots - \mathbf{Q}_l(t)\eta^{(l)}(t), \end{aligned}$$

представленного в уравнении параметризации (8):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \dot{\zeta}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\Omega}_0(t)\mathbf{B}(t) - \Omega_0(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \\ &- \dot{\Omega}_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) - \Omega_1(t)\ddot{\mathbf{B}}(t) - \dots - \dot{\Omega}_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) - \\ &- \dot{\mathbf{P}}_0(t)\theta(t) - \mathbf{P}_0(t)\dot{\theta}(t) - \dot{\mathbf{P}}_1(t)\dot{\theta}(t) - \\ &- \mathbf{P}_1(t)\ddot{\theta}(t) - \dots - \dot{\mathbf{P}}_m(t)\theta^{(m)}(t) - \dot{\mathbf{Q}}_0(t)\eta(t) - \\ &- \mathbf{Q}_0(t)\dot{\eta}(t) - \dot{\mathbf{Q}}_1(t)\dot{\eta}(t) - \mathbf{Q}_1(t)\ddot{\eta}(t) - \\ &- \dots - \dot{\mathbf{Q}}_l(t)\eta^{(l)}(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Подстановка выражений для $\dot{\Omega}_k$, $\dot{\mathbf{P}}_i$ и $\dot{\mathbf{Q}}_j$ (см. (4) и (7)) в уравнение (9) приводит к выводу, аналогичному сделанному в Утверждении 1: функция $\mathbf{e}(t)$ удовлетворяет уравнению $\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{e}(t)$, что и требовалось доказать.

Синтез наблюдателей для нестационарных параметров

Получив параметризацию модели объекта (1) в виде линейного регрессионного уравнения (8), запишем линейное регрессионное уравнение, зависящее от нестационарных параметров $\theta(t)$, $\eta(t)$ и $\mathbf{B}(t)$, включая все их производные. Умножим уравнение (8) слева на вектор-строку $\mathbf{C}^T$:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^T\zeta(t) &= \mathbf{C}^T\mathbf{x}(t) + \mathbf{C}^T\Omega_0(t)\mathbf{B}(t) + \\ &+ \mathbf{C}^T\Omega_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \dots + \mathbf{C}^T\Omega_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \\ &+ \mathbf{C}^T\mathbf{P}_0(t)\theta(t) + \mathbf{C}^T\mathbf{P}_1(t)\dot{\theta}(t) + \dots + \\ &+ \mathbf{C}^T\mathbf{P}_m(t)\theta^{(m)}(t) + \mathbf{C}^T\mathbf{Q}_0(t)\eta(t) + \\ &+ \mathbf{C}^T\mathbf{Q}_1(t)\dot{\eta}(t) + \dots + \mathbf{C}^T\mathbf{Q}_l(t)\eta^{(l)}(t) + \mathbf{C}^T\mathbf{e}(t) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} z(t) - y(t) = & \omega_0(t)\mathbf{B}(t) + \omega_1(t)\dot{\mathbf{B}}(t) + \dots + \\ & + \omega_n(t)\mathbf{B}^{(n)}(t) + \pi_0(t)\boldsymbol{\theta}(t) + \pi_1(t)\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \dots + \\ & + \pi_m(t)\boldsymbol{\theta}^{(m)}(t) + \kappa_0(t)\boldsymbol{\eta}(t) + \kappa_1(t)\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \dots + \\ & + \kappa_l(t)\boldsymbol{\eta}^{(l)}(t) + \varepsilon(t) \end{aligned} \quad (10)$$

где $z(t) = \mathbf{C}^T \boldsymbol{\xi}(t)$, $\omega_k(t) = \mathbf{C}^T \boldsymbol{\Omega}_k(t)$, $\pi_i(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{P}_i(t)$, $\kappa_j = \mathbf{C}^T \mathbf{Q}_j$ являются известными функциями времени для $k = 0, \dots, n$, $i = 0, \dots, m$, $j = 0, \dots, l$ и $\varepsilon(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{e}(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени.

Далее можем воспользоваться методом динамического расширения и декомпозиции (смешивания) регрессора [10–13] для получения скалярных уравнений относительно элементов векторов $\mathbf{B}(t)$, $\boldsymbol{\theta}(t)$ и $\boldsymbol{\eta}(t)$, а также всех их производных. Поскольку переменные $z(t)$, $\omega_k(t)$, $\pi_i(t)$, $\kappa_j(t)$ зависят от параметров вектора $\mathbf{K}$, то для удобства опустим аргумент времени и перепишем уравнение (10) в виде

$$\begin{aligned} z(\mathbf{K}) - y = & \omega_0(\mathbf{K})\mathbf{B} + \omega_2(\mathbf{K})\dot{\mathbf{B}} + \dots + \\ & + \omega_n(\mathbf{K})\mathbf{B}^{(n)} + \pi_0(\mathbf{K})\boldsymbol{\theta} + \pi_1(\mathbf{K})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \dots + \\ & + \pi_m(\mathbf{K})\boldsymbol{\theta}^{(m)} + \kappa_0(\mathbf{K})\boldsymbol{\eta} + \kappa_1(\mathbf{K})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \dots + \\ & + \kappa_l(\mathbf{K})\boldsymbol{\eta}^{(l)} + \varepsilon(\mathbf{K}). \end{aligned}$$

Выберем $r = (n + m + l + 3)N$ различных значений вектора $\mathbf{K}$ и запишем систему из полученных уравнений в матричном виде:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} z(1) - y \\ \vdots \\ z(r) - y \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\omega(1)] & [\pi(1)] & [\kappa(1)] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [\omega(r)] & [\pi(r)] & [\kappa(r)] \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Phi}} \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{B}] \\ [\boldsymbol{\theta}] \\ [\boldsymbol{\eta}] \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Theta}}, \quad (11)$$

где для компактности записи были использованы обозначения

$$\begin{aligned} [\omega] = [\omega_1 \dots \omega_n], [\pi] = [\pi_1 \dots \pi_m], [\kappa] = [\kappa_1 \dots \kappa_l], \\ [\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{B}^{(n)} \end{bmatrix}, [\boldsymbol{\theta}] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}^{(m)} \end{bmatrix}, [\boldsymbol{\eta}] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}^{(l)} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Матричное уравнение (11) может быть декомпозировано на скалярные с помощью операций вычисления определителя $\det(*)$ и союзной матрицы $\text{adj}(*)$. Мы пренебрегли экспоненциально затухающими членами, которые тем быстрее сходятся к нулю, чем меньше значение параметра $\max \text{Re} \lambda \{\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}^T\}$.

Имеем

$$\begin{bmatrix} [\rho] \\ [\sigma] \\ [\tau] \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Theta} \Delta(t); \quad \begin{bmatrix} [\rho] \\ [\sigma] \\ [\tau] \end{bmatrix} = \text{adj}(\boldsymbol{\Phi}(t)) \mathbf{Y}(t);$$

$$\Delta(t) = \det(\boldsymbol{\Phi}(t)),$$

где $[\rho] = [\mathbf{B}] \Delta$, $[\sigma] = [\boldsymbol{\theta}] \Delta$ и $[\tau] = [\boldsymbol{\eta}] \Delta$ соответственно.

Замечание 1. В целях упрощения вычислений значений $\rho_k(t)$, $\sigma_i(t)$ и $\tau_j(t)$ следует воспользоваться правилом Крамера [14]: l -й элемент вектора $\text{adj}(\boldsymbol{\Phi}(t)) \mathbf{Y}(t)$ равен определителю матрицы $\boldsymbol{\Phi}(t)$, в которой l -й столбец заменен вектором $\mathbf{Y}(t)$.

В следующем утверждении сформулирован основной результат статьи, представляющий собой процедуру синтеза наблюдателей нестационарных параметров и переменных состояния $\mathbf{x}(t)$ модели (1).

Утверждение 3. Для оценивания переменных состояния $\mathbf{x}(t)$ нестационарной системы (1) и параметров $\boldsymbol{\theta}(t)$, $\boldsymbol{\eta}(t)$ и $\mathbf{B}(t)$, удовлетворяющих уравнениям (2), наблюдатель вида

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} = & \zeta(t) - \boldsymbol{\Omega}_0(t)\hat{\zeta}_0(t) - \dots - \boldsymbol{\Omega}_n(t)\hat{\zeta}_n(t) - \\ & - \mathbf{P}_0(t)\hat{\xi}_0(t) - \dots - \mathbf{P}_m(t)\hat{\xi}_m(t) - \mathbf{Q}_0(t)\hat{\nu}_0(t) - \\ & - \dots - \mathbf{Q}_l(t)\hat{\nu}_l(t); \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = & \hat{\xi}_0(t), \hat{\mathbf{B}}(t) = \hat{\zeta}_0(t), \hat{\boldsymbol{\eta}}(t) = \hat{\nu}_0(t); \\ \dot{\hat{\xi}}_i = & \hat{\xi}_{i+1} + \gamma \Delta(\rho_i - \hat{\xi}_i \Delta), \quad i = 0, \dots, n-1; \\ \dot{\hat{\xi}}_n = & \gamma \Delta(\rho_n - \hat{\xi}_n \Delta); \\ \dot{\hat{\zeta}}_k = & \hat{\zeta}_{k+1} + \gamma \Delta(\sigma_k - \hat{\zeta}_k \Delta), \quad k = 0, \dots, m-1; \\ \dot{\hat{\zeta}}_m = & \gamma \Delta(\sigma_m - \hat{\zeta}_m \Delta); \\ \dot{\hat{\nu}}_j = & \hat{\nu}_{j+1} + \gamma \Delta(\tau_j - \hat{\nu}_j \Delta), \quad j = 0, \dots, l-1; \\ \dot{\hat{\nu}}_l = & \gamma \Delta(\tau_l - \hat{\nu}_l \Delta) \end{aligned}$$

обеспечивает выполнение цели (3) при $\gamma > 0$ и удовлетворении условия неисчезающего возбуждения функции $\Delta(t)$.

Доказательство Утверждения 3. Рассмотрим переменные ошибок $\tilde{\xi}_i = \boldsymbol{\theta}^{(i)} - \hat{\xi}_i$, $i = 0, \dots, n$; $\tilde{\zeta}_k = \mathbf{B}^{(k)} - \hat{\zeta}_k$, $k = 0, \dots, m$; $\tilde{\nu}_j = \boldsymbol{\eta}^{(j)} - \hat{\nu}_j$, $j = 0, \dots, l$, производные которых удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\xi}}_i = & \tilde{\xi}_{i+1} - \gamma \Delta^2 \tilde{\xi}_i, \quad i = 0, \dots, n-1; \\ \dot{\tilde{\xi}}_n = & -\gamma \Delta^2 \tilde{\xi}_n; \\ \dot{\tilde{\zeta}}_k = & \tilde{\zeta}_{k+1} - \gamma \Delta^2 \tilde{\zeta}_k, \quad k = 0, \dots, m-1; \\ \dot{\tilde{\zeta}}_m = & -\gamma \Delta^2 \tilde{\zeta}_m; \\ \dot{\tilde{\nu}}_j = & \tilde{\nu}_{j+1} - \gamma \Delta^2 \tilde{\nu}_j, \quad j = 0, \dots, l-1; \\ \dot{\tilde{\nu}}_l = & -\gamma \Delta^2 \tilde{\nu}_l. \end{aligned} \quad (12)$$

Последовательное интегрирование моделей ошибок от n к 0, от m к 0 и от l к 0 позволяют делать утверждение об асимптотической сходимости к нулю всех переменных состояния модели (12). Следовательно, с учетом уравнения (8) делаем аналогичный вывод относительно ошибки $\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, что соответствует выполнению цели (3).

Идентификация нестационарных параметров модели Номото

Для иллюстрации работоспособности предлагаемого алгоритма идентификации рассмотрим прикладной пример численного моделирования задачи наблюдения нестационарных параметров и переменных состояния линеаризованной модели Номото [15], описывающей динамику движения надводного водоизмещающего судна по курсу:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = a(t)x_2 + b(t)u, \quad y = x_1,$$

где u — измеряемый курсовой угол; x_2 — угловая скорость; u — положение руля; a — инерционный параметр; b — эффективность руля. Базовой задачей для любой системы управления движением судна является оценивание угловой скорости (rate of turn), которая решается на основе модели с известными параметрами. Оценка параметров, в свою очередь, требует знания угловой скорости. Известно, что параметры a и b не являются константами и зависят от осадки судна, линейной скорости и прочих параметров.

Обычно идентифицируют усредненные номинальные значения на средних ходах, а в процессе функционирования уточняют значения. В рамках этой статьи будем допускать полиномиальный характер изменения этих параметров и продемонстрируем работу алгоритма одновременного оценивания неизвестных параметров и угловой скорости судна.

На рис. 1—3 представлены результаты моделирования системы с параметрами $a(t) = -1 - 0,3t$, $b(t) = 1,5 - 0,5t + 0,1t^2$ при $u = 10$.

Векторы параметров $\boldsymbol{\eta}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ a(t) \end{bmatrix}$ и $\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ b(t) \end{bmatrix}$ имеют размерности $N = 2$, но при этом пер-

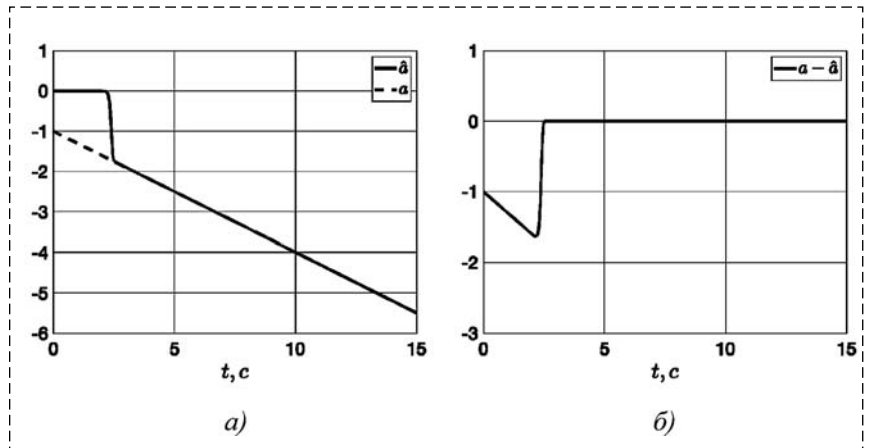


Рис. 1. Графики переходных процессов для $a(t)$ и $\hat{a}(t)$ (а) и ошибки оценивания $a(t) - \hat{a}(t)$ (б)
Fig. 1. Transients for $a(t)$ and $\hat{a}(t)$ (a) and estimation error $a(t) - \hat{a}(t)$ (b)

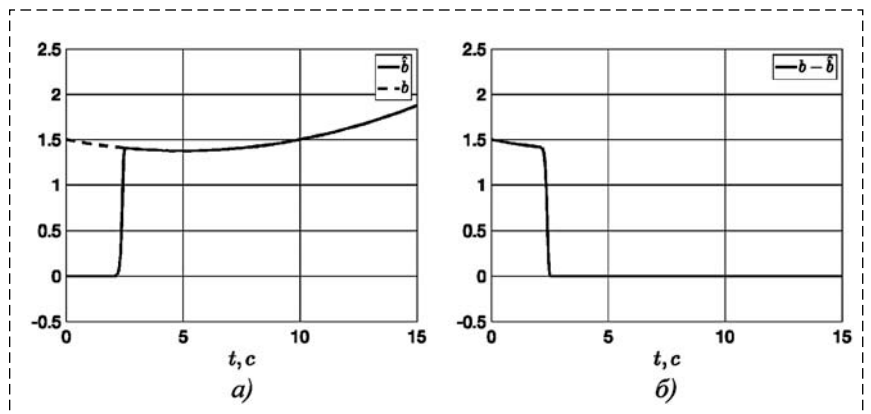


Рис. 2. Графики переходных процессов для $b(t)$ и $\hat{b}(t)$ (а) и ошибки оценивания $b(t) - \hat{b}(t)$ (б)
Fig. 2. Transients for $b(t)$ and $\hat{b}(t)$ (a) and estimation error $b(t) - \hat{b}(t)$ (b)

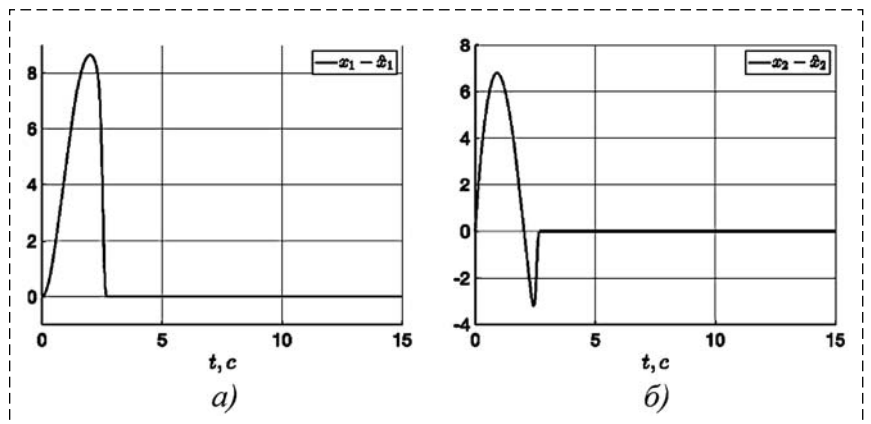


Рис. 3. Графики ошибок оценивания для $x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ (а) и для $x_2(t) - \hat{x}_2(t)$ (б)
Fig. 3. Transients of estimation errors for $x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ (a) and for $x_2(t) - \hat{x}_2(t)$ (b)

вые нулевые элементы этих векторов известны, и их оценивание не требуется. Размерности генераторов, описывающих динамику параметров $a(t)$ и $b(t)$, равны $l = 2$ и $n = 3$ соответственно. Вектор неизвестных параметров θ в рассматриваемом примере равен 0.

Фильтры для параметризации имеют вид:

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}(t) &= F\zeta(t) + Ky(t); F = A - KC^T; \\ \dot{\Omega}_0(t) &= F\Omega_0(t) - Iu(t); \quad \dot{\Omega}_1(t) = F\Omega_1(t) - \Omega_0(t); \\ \dot{\Omega}_2(t) &= F\Omega_2(t) - \Omega_1(t); \quad \dot{P}_0(t) = FP_0(t) - Iy(t); \\ Q_0(t) &= FP_0(t) - Iy(t); \quad \dot{Q}_1 = FQ_1 - Q_0,\end{aligned}$$

где вектор $K = \begin{bmatrix} -2\mu_i\lambda_i \\ -\lambda_i^2 \end{bmatrix}$ зависит от настроечных параметров λ_i и μ_i . В моделировании были выбраны следующие параметры: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 3$, $\lambda_4 = 4$, $\lambda_5 = 5$, $\mu_1 = 0,02$, $\mu_2 = 0,04$, $\mu_3 = 0,06$, $\mu_4 = 0,08$, $\mu_5 = 0,1$, $\gamma = 1000$.

Заключение

В работе представлен новый алгоритм оценивания нестационарных параметров и переменных состояния для некоторого класса линейных нестационарных систем. Решение задачи основано на преобразовании динамической модели объекта управления к линейной регрессионной модели. Регрессионная модель включает в себя переменные состояния генераторов, выходы которых описывают искомые параметры. Задача восстановления всех переменных состояния решена с привлечением метода динамического расширения и декомпозиции регрессора (или смешивания регрессора).

Список литературы

1. Pyrkina A. A., Bobtsov A. A., Kolyubin S. A., Faronov M. V., Shavetov S. V., Kapitanyuk Y. A., Kapitonov A. A. Output control approach "consecutive compensator" providing exponential and L_2 -stability for nonlinear systems with delay and disturbance // Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications. 2011. P. 1499—1504. Paper no. 6044373.
2. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkina A., Aronovskiy S. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // Systems & Control Letters. 2015. Vol. 85. P. 84—94.

3. Pyrkina A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aronovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. 2019. Vol. 133. Paper no. 104519.
4. Ortega R., Bobtsov A., Dochain D., Nikolaev N. State observers for reaction systems with improved convergence rates // Journal of Process Control. 2019. Vol. 83. P. 53—62.
5. Льюнг Л. Идентификация систем: Теория для пользователя. Наука. 1991.
6. Во К. Д., Бобцов А. А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно // Автоматика и телемеханика. 2020. № 12. С. 100—110.
7. Ле В. Т., Коротина М. М., Бобцов А. А., Ароновский С. В., Во К. Д. Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 5. С. 259—265.
8. Ван Ц., Ле В. Т., Пыркин А. А., Колюбин С. А., Бобцов А. А. Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 71—82.
9. Данг Х. Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведыков А. А. Синтез адаптивного наблюдателя для нестационарных нелинейных систем с неизвестными полиномиальными параметрами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. № 3 (в печати).
10. Aronovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2016. Vol. 62, N. 7. P. 3546—3550.
11. Ortega R., Aronovskiy S., Pyrkina A., Astolfi A., Bobtsov A. New Results on Parameter Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing: Continuous and Discrete-Time Cases // IEEE Transactions on Automatic Control. 2021. Vol. 66, N. 5. P. 2265—2272.
12. Aronovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Improved Transients in Multiple Frequencies Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IFAC-PapersOnLine. 2016. Vol. 49. N. 13. P. 99—104.
13. Pyrkina A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aronovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. 2019. Vol. 133. Paper no. 104519.
14. Cramer G. Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques par Gabriel Cramer. Chez les freres Cramer & Cl. Philibert, 1750.
15. Fossen T. I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control. John Wiley & Sons, 2011.

Output Adaptive Observers Design for Linear Non-Stationary Systems with Polynomial Parameters

K. B. Dang, dangkhacbinh90@gmail.com, A. A. Pyrkin, a.pyrkin@gmail.com, A. A. Bobtsov, bobtsov@mail.ru, A. A. Vedyakov, vedyakov@gmail.com, S. I. Nizovtsev, glenmetthews@gmail.com, ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: Pyrkin Anton A., Dr. Sc., Professor, ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: a.pyrkin@gmail.com

Accepted on 12 May, 2021

Abstract

The article deals with the problem of state observer design for a linear time-varying plant. To solve this problem, a number of realistic assumptions are considered, assuming that the model parameters are polynomial functions of time with unknown coefficients. The problem of observer design is solved in the class of identification approaches, which provide transformation of the original mathematical model of the plant to a static linear regression equation, in which, instead of unknown constant parameters, there are state variables of generators that model non-stationary parameters. To recover the unknown functions of the regression model, we use the recently well-established method of dynamic regressor extension and mixing (DREM), which allows to obtain monotone estimates, as well as to accelerate the convergence of estimates to the true values. Despite the fact that the article deals with the problem of state observer design, it is worth noting the possibility of using the proposed approach to solve an independent and actual estimation problem of unknown time-varying parameters.

Keywords: LTV systems, identification of polynomial parameters, dynamic regressor extension and mixing (DREM), state observer design

For citation:

Dang K. B., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Vedyakov A. A., Nizovtsev S. I. Output Adaptive Observers Design for Linear Non-Stationary Systems with Polynomial Parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 8, pp. 404–410.

DOI: 10.17587/mau.22.404-410

References

1. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Kolyubin S. A., Faronov M. V., Shavetov S. V., Kapitanyuk Y. A., Kapitonov A. A. Output control approach "consecutive compensator" providing exponential and L_∞ -stability for nonlinear systems with delay and disturbance, *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*, 201, pp. 1499–1504, paper no. 6044373.
2. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems, *Systems & Control Letters*, 2015, vol. 85, pp. 84–94.
3. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing, *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, paper no. 104519.
4. Ortega R., Bobtsov A., Dochain D., Nikolaev N. State observers for reaction systems with improved convergence rates, *Journal of Process Control*, 2019, vol. 83, pp. 53–62.
5. Ljung L. System identification toolbox: User's guide, Natick, MA. MathWorks Incorporated, 1995.
6. Quoc D. V., Bobtsov A. A. An Adaptive State Observer for Linear Time-Varying Systems with Inaccurate Parameters, *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, no. 12, pp. 2220–2229.
7. Le V. T., Korotina M. M., Bobtsov A. A., Aranovskiy S. V., Vo Q. D. Identification of Linear Time-Varying Parameters of Nonstationary Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 5, pp. 269–265 (In Russ.).
8. Wang J., Le V. T., Pyrkin A. A., Kolyubin S. A., Bobtsov A. A. Identification of piecewise linear parameters of regression models of non-stationary deterministic systems, *Automation and Remote Control*, 2018., vol. 79, no. 12, pp. 2159–2168.
9. Dang K. B., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Vedyakov A. A. Adaptive observer design for time-varying nonlinear systems with unknown polynomial parameters, *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, no. 3 (In press).
10. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2016. Vol. 62. № 7. P. 3546–3550.
11. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A., Astolfi A., Bobtsov A. New Results on Parameter Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing: Continuous and Discrete-Time Cases, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, vol. 66, no. 5, pp. 2265–2272.
12. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved Transients in Multiple Frequencies Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing, *IFAC-PapersOnLine*, 2016, vol. 49, no. 13, pp. 99–104.
13. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing, *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, paper no. 104519.
14. Cramer G. Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques par Gabriel Cramer, chez les freres Cramer & Cl. Philibert, 1750.
15. Fossen T. I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control, John Wiley & Sons, 2011.

В. Б. Мелехин, д-р техн. наук, проф., pashka1602@rambler.ru,
Дагестанский государственный технический университет, г. Махачкала,
М. В. Хачумов, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., khmike@ribox.ru,
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской Академии наук,
Российский университет дружбы народов, Москва

Элементы понятийного мышления в планировании поведения автономных интеллектуальных агентов*

Обоснована целесообразность использования инструментальных средств наглядно-действенного, наглядно-образного и понятийного мышления для планирования целенаправленной деятельности автономных интеллектуальных агентов в различных по степени априорной неопределенности проблемных средах. Раскрыто содержание и показана роль каждой формы мышления в процессе автоматического планирования целенаправленного поведения автономных интеллектуальных агентов в меняющихся условиях функционирования. Обозначена особая роль понятийного мышления в выполнении автономными агентами сложных заданий и связанного с ним планирования полифазного поведения. С учетом сложности проблем, связанных с формализацией мыслительных актов понятийного мышления, показаны возможные пути постепенного его развития от начального уровня до перехода на более высокие уровни развития, и на этой основе расширен класс решаемых автономными интеллектуальными агентами задач. Разработана модель представления знаний и инструментальные средства вывода решений начального уровня понятийного мышления, позволяющие интеллектуальным агентам разбивать полученные ими задания на подцели поведения, а затем планировать на этой основе полифазную деятельность путем поиска решений связанных с ней подзадач, которые обеспечивают определение минимальных по длине маршрутов перемещения в проблемной среде с препятствиями и целенаправленное манипулирование находящимися в ней объектами. Синтезированы инструментальные средства, позволяющие устанавливать порядок отработки сложных действий, входящих в структуру сформулированного автономному интеллектуальному агенту задания. Показано, что дальнейшее развитие предложенных методических основ построения интеллектуальных решателей задач связано с формализацией более высокого уровня мыслительных актов понятийного мышления, позволяющих обеспечить возможность решения различных по сложности практических задач, сформулированных как в процедурной, так и в декларативной форме представления в виде различных целевых ситуаций проблемной среды, имеющих большую размерность.

Ключевые слова: автономный интеллектуальный агент, виды мышления, планирование полифазного поведения, разбиение задач на подзадачи, маршрут движения

Введение

В общем случае для обеспечения эффективного целенаправленного функционирования по аналогии с человеком [1, 2] в сложных проблемных средах (ПС) автономных интеллектуальных агентов (АИА) различного назначения целесообразно наделить возможностями следующих взаимосвязанных и дополняющих друг друга видов мышления: наглядно-действенного, наглядно-образного и понятийного мышления. Включение определенной формы мышления и переход от одной формы к другой его форме осуществляется интеллектуальным решателем задач в процессе вывода решений в соответствии с их функциональным назначением, а также сложностью сформулированного АИА задания и условий функционирования.

Инструментальные средства наглядно-действенного мышления АИА служат для изучения закономерностей целенаправленного пре-

образования различных ситуаций ПС в априори неопределенных условиях функционирования и построения на этой основе условных программ целесообразной деятельности, позволяющих переносить накопленный опыт поведения в новые условия, аналогичные ранее изученным условиям ПС [3]. Следует отметить, что процесс самообучения на основе инструментальных средств наглядно-действенного мышления осуществляется АИА на участке ПС, расположенном в пределах разрешающей способности его технического зрения или в рамках воспринимаемой им текущей ситуации ПС.

Для вывода решений в процессе планирования поведения, связанного с целенаправленным преобразованием текущих ситуаций ПС путем манипулирования находящимися в ней объектами на основе заданной модели представления знаний и процедур вывода решений, АИА использует инструментальные средства наглядно-образного мышления [4–6]. В этом случае целенаправленная деятельность АИА осуществляется также в рамках текущей ситу-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 21-71-10056).

ации ПС, соответствующей воспринимаемому участку среды.

Понятийное мышление включается для построения стратегии целенаправленного поведения, обеспечивающей выполнение полученного задания (основной цели поведения), когда АИА располагается в одной ситуации ПС, а цель достигается в другой ее ситуации. На основе инструментальных средств понятийного мышления строится цепочка взаимосвязанных подцелей, на которые разделяется основная цель поведения. Каждая из таких подцелей поведения достигается путем решения соответствующей ей подзадачи по мере перехода АИА из одних условий в другие условия функционирования.

Сформированный в процессе понятийного мышления общий план полифазной деятельности в зависимости от уровня априорной неопределенности текущих условий функционирования либо обеспечивает достижение текущей подцели с использованием инструментальных средств наглядно-действенного мышления в условиях с высоким уровнем неопределенности, либо строится на основе инструментальных средств наглядно-образного мышления в случае, когда АИА априори известны закономерности преобразования текущих условий среды, связанные с достижением текущей подцели поведения.

В общем же случае понятийное мышление согласно функциональным возможностям и назначению АИА целесообразно разделить на различные уровни развития, от начального и до высокого уровня развития мыслительной деятельности в форме сложных взаимосвязанных между собой рассуждений.

Понятийное мышление начального уровня развития предназначено для пополнения знаний, которых не хватает АИА для эффективного планирования целенаправленного поведения на основе инструментальных средств наглядно-образного мышления в недоопределенных условиях ПС, а также для решения различных по сложности задач поведения, требующих для достижения заданной цели полной смены текущих условий функционирования.

Следует отметить, что для пополнения недостающих в процессе вывода решений знаний в недоопределенных ПС в качестве инструментальных средств понятийного мышления начального уровня развития могут использоваться различные правила вывода как простых, так и сложных умозаключений в немонотонной

предметной области [7–10]. Что же касается проблем, связанных с планированием целенаправленного поведения АИА в реальных ПС на основе инструментальных средств понятийного мышления различного уровня развития, то они на сегодняшний день практически остаются открытыми.

В связи с этим формализацию мыслительных актов понятийного мышления, в первую очередь, целесообразно выполнить на начальном уровне развития, постепенно выводя его на более высокие уровни, расширяя на этой основе класс решаемых АИА задач. На начальном уровне развития инструментальные средства понятийного мышления должны обеспечивать АИА возможность планирования полифазного поведения, другими словами, наделить его способностью решать сложные задачи, когда для достижения заданной цели требуется переход из одной ситуации ПС в другую ее ситуацию, которая является невидимой из исходного местоположения АИА. Для решения такого вида задач АИА может потребоваться предварительно преобразовать ряд промежуточных ситуаций для достижения в каждой такой ситуации соответствующей ей подцели, связанной с выполнением общего целевого задания. Иначе говоря, понятийное мышление предназначено для планирования целенаправленной деятельности, когда основная цель поведения достигается в ситуации, расположенной за пределами разрешающей способности технического зрения АИА.

Что же касается более высоких уровней развития понятийного мышления АИА, то для их организации необходимо разработать логику рассуждений, оперирующую сложными понятиями, позволяющими определять и использовать в процессе вывода решений типовые конструкции представления знаний, определяющие:

- структурированное представление отдельных типовых закономерностей преобразования различных ситуаций ПС, связанных с достижением стоящей цели или текущей подцели поведения, например, закономерностей, заданных безотносительно конкретной предметной области, следующего вида: если в ПС наблюдается ситуация S_j , то отработка последовательности действий $b_1 \sim b_6 \sim b_3$ позволяет получить в ней результат S_j^* . Связывая между собой на основе мыслительных актов понятийного мышления такие закономерности преобразования текущей ситуации ПС, АИА

может строить сложные программы своей целенаправленной деятельности;

- сценарии, определяющие характер целенаправленного поведения, например, целенаправленный переход из одних условий функционирования в другие условия ПС, в которых достигается одна из подцелей полифазного поведения. Например, если АИА находится в ситуации S_j , то использование процедуры планирования пути перемещения B_z^1 на основе формального представления карты местности позволяет сформировать план поведения, обеспечивающий его перемещение в ситуацию S_{j+k} , в которой после отработки определенных действий достигается заданная подцель или общая цель поведения;
- условия перехода от одного вида мышления к другому в соответствии со сложностью решаемой задачи и уровнем априорной неопределенности условий функционирования.

Таким образом, наглядно-действенное и наглядно-образное мышление предназначены для вывода решений в процессе планирования целенаправленного поведения АИА, соответственно, в условиях с высоким уровнем неопределенности и при заданной модели ПС, когда цель поведения достигается в ситуации, расположенной в пределах разрешающей способности его технического зрения. В отличие от этих видов мышления понятийное мышление обеспечивает возможность планирования целенаправленной деятельности, когда для достижения заданной цели АИА требуется перейти в новые условия функционирования.

В настоящей работе рассматривается одна из попыток, связанная с разработкой модели представления знаний и инструментальных средств начального уровня развития понятийного мышления, позволяющего АИА планировать полифазное поведение в различных условиях ПС.

Постановка задачи

Рассмотрим в качестве АИА:

1) автономный интеллектуальный робот (АИР), способный осуществлять поиск и идентифицировать заданные объекты ПС $o_i \in O$, а также перемещать их в заданную точку местности, расположенную за пределами разрешающей способности его технического зрения;

2) автономный интеллектуальный беспилотный летательный аппарат (ИБЛА), осна-

щенный манипулятором и системой технического зрения. Такой летающий робот помимо целенаправленных полетов в воздушном пространстве должен быть также способен после посадки на землю перемещаться и целенаправленно манипулировать расположенными на ней объектами $O = \{o_i\}$, $i = 1, 2, \dots, n_1$, отработывая для этого различные действия $b_k \in B$, $B = \{b_k\}$, $k = 1, 2, \dots, m$.

Пусть формулируемые АИА цели поведения определяются в процедурной форме представления в виде определенного задания, которое АИА должен выполнить в ПС, например:

— для АИР: "Загрузить на складе заготовки R , перевезти их в заданный цех A предприятия и перегрузить в бункер обрабатывающего центра с ЧПУ F ";

— для ИБЛА: "Загрузить на борт n различных объектов $o_i \in O$, перелететь и разгрузить каждый из них в определенной точке местности A_{j_1} , $j_1 = 1, 2, \dots, n_2$, для доставки различным адресатам заказанных ими товаров".

Для выполнения сформулированного в таком виде задания АИА на первом этапе планирования поведения необходимо разложить его на подцели, связанные с необходимостью перемещения на определенные участки ПС, и подцели, которые достигаются в результате отработки входящих в полученное задание сложных действий на определенных участках местности.

На втором этапе планирования АИА требуется, оперируя в процессе вывода различными понятиями, соответствующими типовым элементам представления знаний, построить общий план полифазного поведения, обеспечивающий выполнение сформулированного ему задания.

Наконец, на третьем этапе АИА формирует и отработывает все локальные подпланы, позволяющие реализовать в каждой фазе целенаправленной деятельности соответствующую им подзадачу общего плана поведения, используя для этого инструментальные средства наглядно-действенного и наглядно-образного мышления.

Таким образом, возникает необходимость в разработке модели представления знаний и элементов понятийного мышления, позволяющих АИА различного назначения эффективным образом реализовать рассмотренные выше этапы планирования полифазного поведения для выполнения в ПС сформулированного им задания.

Модель представления знаний и выделение подцелей поведения в сформулированном АИР задании

Пусть АИР получил следующее задание: "Загрузить на складе M z штук заготовок вида R , затем перевезти их в заданный цех A и разгрузить в бункер обрабатывающего центра с ЧПУ F " при следующих условиях. Автономному интеллектуальному роботу априори задано формальное описание карты территории производственного предприятия в виде взвешенного связанного графа $G = (V, E)$, построенного, например, в правой прямоугольной системе координат. Здесь:

$V = \{v_{j_2}\}, j_2 = 1, 2, \dots, n_3$, — множество вершин, помеченных координатами препятствий ПС, дойдя до которых по проходным участкам, АИР должен сменить направление движения, а также координатами местоположения на территории предприятия различных помещений, в которых ему предстоит выполнить определенные сложные действия $b_k^* \in B$;

$E = \{e_{j_3}\}, j_3 = 1, 2, \dots, n_4$, — множество ребер, определяющих длину проходных между препятствиями участков ПС, а также помеченных углами, указывающими направление движения по соответствующим им участкам среды в заданной системе координат.

Тогда на первом этапе планирования АИР необходимо на основе полученного задания определить все связанные с его выполнением подцели поведения. Для этого, в первую очередь, идентифицируются все входящие в его структуру сложные действия $b_k^* \in B$.

Для идентификации сложных, как правило, взаимосвязанных между собой действий $b_k^* \in B$, входящих в структуру полученного АИР задания, каждое из них в модели представления знаний определяется структурированным образом в следующем формате:

$$\langle P_k(b_k^*), S_k(b_k^*) \rangle,$$

где $P_k(b_k^*)$ — идентификатор или понятие, соответствующее действию b_k^* ; $S_k(b_k^*)$ — условия, которые должны выполняться в ПС для успешной отработки сложного действия b_k^* , заданные безотносительно к конкретной предметной области, например, в виде активной нечеткой семантической сети [11]. В структуру сформулированного АИР задания входят два таких действия: b_1^* — загрузить на свою плат-

форму заготовки R ; b_2^* — разгрузить заготовки R в бункер обрабатывающего центра с ЧПУ F .

На втором этапе планирования поведения выявленные сложные действия рассматриваются как решаемые для достижения общей цели задачи вида "Отработать действие b_k^* ", которые разбиваются на отдельные подзадачи, определяющие подцели поведения АИР. Для достижения таких подцелей в модели представления знаний АИР определяются типовые элементы разбиения процесса отработки сложных действий b_k^* на подзадачи, имеющие в общем случае структуру описания, показанную на рис. 1.

На рис. 1 "корни" $D_{j_4}(b_k^*), j_4 = 1, 2, \dots, z_2$, представляют собой подзадачи, решение которых позволяет обеспечить в ПС условия $S_k(b_k^*)$, необходимые для успешной отработки действия b_k^* , а "ветви" соответствуют подзадачам $B_{j_5}(b_k^*), j_5 = 1, 2, \dots, z_1$, реализация которых непосредственно связана с отработкой действия b_k^* .

Каждая полученная таким образом подзадача, решение которой обеспечивает успешную отработку сложного действия b_k^* , и определяет связанную с ней подцель, для достижения которой АИР необходимо сформировать соответствующий подплан целенаправленного поведения. Следует отметить, что использование типовых элементов разбиения сложных действий b_k^* на подзадачи позволяет одновременно с этим определить и порядок их решения АИР. Так, вначале решаются все корневые подзадачи в порядке роста соответствующих им индексов, т. е. первой решается подзадача $D_1(b_k^*)$ и т. д. Затем в заданном порядке решаются все подзадачи, относящиеся к ветвям элемента разбиения, начиная с подзадачи $B_1(b_k^*)$.

Необходимо также отметить, что сформулированное выше задание для ИБЛА анало-

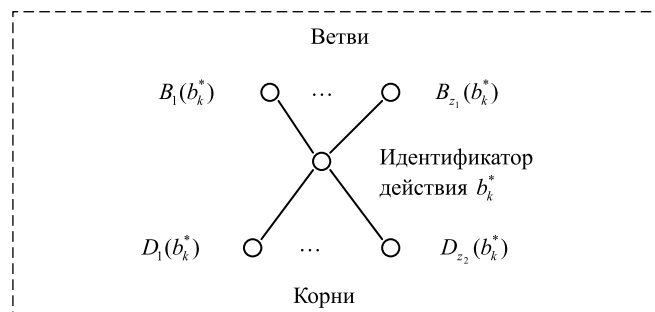


Рис. 1. Структура типового элемента разбиения сложного действия b_k^* на подзадачи, решение которых обеспечивает его выполнение

Fig. 1. The structure of a typical element of dividing a complex action b_k^* into subtasks, the solution of which ensures its implementation

гичным образом разбивается на подзадачи, на основе которых определяются вытекающие из них подцели поведения.

После выделения в полученном задании подцелей поведения осуществляется переход на следующий этап планирования, связанный с построением подпланов деятельности, обеспечивающих достижение этих подцелей, а также определением порядка их реализации.

Планирование полифазной деятельности АИР и процедуры упорядочения отработки сформированных локальных планов поведения

Используя предложенные выше инструментальные средства, служащие для выделения в сформулированном АИР задании подцелей поведения, достижение которых связано с отработкой сложного действия b_1^* , получим:

- подцель поведения, связанную с решением подзадачи $D_1(b_1^*)$, определяющей необходимость перехода робота из исходного местоположения к участку местности, на котором расположено складское помещение M ;
- подцель поведения, вытекающую из подзадачи $D_2(b_1^*)$, для решения которой АИР требуется зайти на территорию складского помещения и найти местоположение заготовок R . Следует отметить, что целесообразность поиска АИР местоположения различных заготовок, а не использование для этого заданной модели их расположения, обусловлена высокой динамикой изменения их местоположения на территории складского помещения. Для решения данной подзадачи поиска местоположения заданных заготовок эффективно могут быть использованы алгоритмы наглядно-действенного мышления или поисковой деятельности АИР, предложенные в работах [3, 12];
- подцель поведения, соответствующую подзадаче $D_3(b_1^*)$ связанной с выходом АИР после загрузки заготовок R за пределы территории складского помещения M ;
- подцель поведения, связанную с необходимостью решения подзадачи $B_1(b_k^*)$ — загрузить заготовки R на платформу. Соответствующая этой подзадаче подцель поведения достигается в результате непосредственной отработки действия b_1^* при выполнении в ПС условий $S_1(b_1^*)$. Для решения такого вида подзадач используется модель пред-

ставления знаний АИР, состоящая из типовых фрейм-микропрограмм поведения, имеющих следующую структуру описания [13]:

<"Идентификатор действия b_k^* "
"вход $S_k^*(b_k^*)$ " "ядро $B_k^*(b_k^*)$ " "слот"
"выход $S_k^*(b_k^*)$ ">,

где "вход $S_k^*(b_k^*)$ " определяет текущие условия ПС $S_k^*(b_k^*)$, в которых отработка сложного действия b_k^* является результативной; "ядро $B_k^*(b_k^*)$ " — упорядоченная последовательность элементарных действий $b_k \in B$, отработка которых приводит к выполнению сложного действия b_k^* ; "слот" определяет необходимое число (в рассматриваемом случае z) повторных отработок элементарных действий $b_k \in B$ для реализации сложного действия b_k^* ; "выход $S_k^*(b_k^*)$ " определяет текущее состояние АИР после отработки действия b_k^* .

Следует отметить, что практически на аналогичные подцели поведения разделяется и отработка сложного действия b_2^* .

Таким образом, для выполнения полученного задания АИР требуется решить ряд подзадач, связанных с планированием целенаправленного перемещения, на основе формального описания карты местности в форме графа $G = (V, E)$. Для этого могут быть использованы различные алгоритмы поиска путей на графах [14—17]. Однако применение известных алгоритмов поиска путей на графах для планирования перемещений АИР в ПС является в ряде случаев нецелесообразным. Это обусловлено тем, что АИР может располагаться на произвольном участке ПС, а известные алгоритмы поиска путей на графе не предусматривают направление, в котором следует осуществлять поиск маршрута перемещения в соответствии с местоположением цели. Например, пусть исходное местоположение АИР определяется вершиной $v_5 \in V$, а цель поведения — вершиной $v_3 \in V$ (рис. 2).

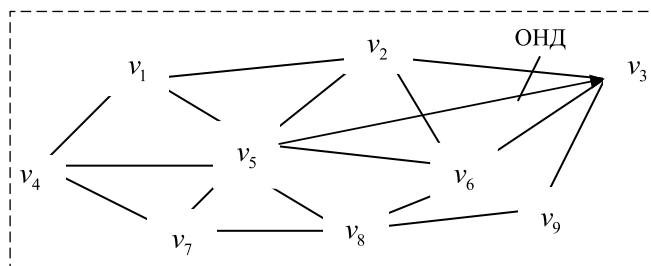


Рис. 2. Формальное представление карты местности в виде взвешенного неориентированного графа $G = (V, E)$

Fig. 2. Formal representation of the terrain map as a weighted undirected graph $G = (V, E)$

В этом случае, если не определить в качестве ориентира поиска основное направление движения (ОНД) (показано стрелкой, соединяющей вершины v_5 и v_3), то в процессе поиска маршрута, связывающего эти вершины, по известным алгоритмам могут быть рассмотрены все вершины графа G .

Организация же поиска требуемого для достижения цели маршрута движения относительно ОНД позволяет на каждом его шаге рассматривать в качестве ориентиров движения только препятствия, определяемые вершинами $v_{j_2} \in V$, которые расположены к нему под острым углом, что можно установить по пометкам инцидентных им ребер.

В структурированном виде алгоритм планирования целенаправленного движения АИР относительно ОНД можно представить следующим образом.

Входные переменные: формальное описание карты местности $G = (V, E)$, координаты местоположения АИР и цели, соответственно определяемые вершинами $v_{j_2}^o$ и $v_{j_2}^*$.

Промежуточные переменные: вершины $v_{j_2} \in V$ графа G , определяющие координаты местоположения АИР, текущей цели поведения, а также препятствий, рассматриваемых в качестве ориентиров направления движения; ребра $e_{j_3} \in E$, соответствующие проходным участкам ПС между находящимися на ее территории препятствиями.

Выходные переменные: оптимальный по принятой стоимости маршрут $L(v_{j_2}^o, v_{j_2}^*)$ перемещения АИР к заданной цели.

Метод. 1. Начало: положить $j_4 = 1$ — индекс текущего шага поиска минимального маршрута движения к цели.

2. Определить в заданной системе координат ОНД и отразить его на заданной в формальном виде карте местности.

3. Раскрыть все вершины $v_{j_2} \in V$ графа G , смежные вершине $v_{j_2}^o$ и инцидентные ребрам $e_{j_3} \in E$, помеченным острым углом относительно ОНД. Присвоить каждой такой вершине v_{j_2} стоимость l_{j_3} , равную длине инцидентного ей и вершине $v_{j_2}^o$ ребра e_{j_3} , обозначить полученные таким образом вершины $v_{j_2}(l_{j_2})$. (Например, для графа G , приведенного на рис. 2, такими являются следующие вершины: $v_2(l_{5,2})$, $v_6(l_{5,6})$ и $v_8(l_{5,8})$.)

4. Проверить условие: "среди раскрытых вершин имеется вершина $v_{j_2}^*$ "; если условие

выполняется, то перейти к п. 20; в противном случае перейти к п. 5.

5. Выбрать среди всех ранее раскрытых вершин графа G вершину $v_{j_2}(l_{j_2})$ с минимальной стоимостью l_{j_2} .

6. Раскрыть все вершины $v_{j_2} \in V$ графа G , смежные с вершиной $v_{j_2}(l_{j_2})$. Присвоить каждой вновь раскрытой вершине стоимость, равную стоимости l_{j_2} вершины $v_{j_2}(l_{j_2})$, добавив к ней стоимость l_{j_3} ребра e_{j_3} , инцидентного раскрытой вершине и вершине $v_{j_2}(l_{j_2})$.

7. Проверить условие: "среди вновь раскрытых вершин имеется вершина $v_{j_2}^*$ "; если условие выполняется, то перейти к п. 10; в противном случае перейти к п. 8.

8. Проверить условие: "среди вновь раскрытых вершин имеются ранее рассмотренные вершины графа G "; если условие выполняется, то перейти к п. 9; в противном случае перейти к п. 5.

9. Удалить из множества строящихся маршрутов движения к цели на текущем шаге поиска различные пути, связывающие вершину $v_{j_2}^o$ с повторяющимися раскрытыми вершинами $v_{j_2}(l_{j_2})$, оставив по одному из них с минимальной стоимостью, перейти к п. 5.

10. Принять решение о том, что выявлен маршрут $L_{j_4}(l_{j_4})$ движения к цели, состоящий из последовательности ребер графа G , образующих путь, связывающий вершины $v_{j_2}^o$ и $v_{j_2}^*$, где l_{j_4} — длина найденного маршрута, которая определяется суммарной длиной ребер, входящих в путь на графе G , связывающий вершину $v_{j_2}^o$ с вершиной $v_{j_2}^*$.

11. Проверить условие " $j_4 > 1$ "; если условие выполняется, то перейти к п. 12; в противном случае перейти к п. 13.

12. Проверить условие " $l_{j_4} < l_{j_4-1}$ "; если условие выполняется, то перейти к п. 13; в противном случае перейти к п. 14.

13. Принять за оптимальный найденный на текущем шаге поиска маршрут $L_{j_4}(l_{j_4})$ движения к цели, перейти к п. 16.

14. Считать оптимальным маршрут $L_{j_4-1}(l_{j_4-1})$, найденный на предыдущем шаге поиска.

15. Проверить условие: "среди раскрытых вершин графа G имеются вершины $v_{j_2}(l_{j_2})$, для которых справедливо отношение $l_{j_2} < l_{j_4}$ "; если условие выполняется, то перейти к п. 16; в противном случае перейти к п. 18.

16. Сформировать подмножество V^* из раскрытых вершин $v_{j_2}(l_{j_2})$, для которых выполняется условие $l_{j_2} < l^*$, остальные ранее раскрытые

вершины исключить из дальнейшего рассмотрения.

17. Выбрать вершину $v_{j_2}^*(l_{j_2}) \in V^*$ с минимальной стоимостью l_{j_2} , $j_4 = j_4 + 1$, перейти к п. 6.

18. Найденный маршрут движения АИА к цели является минимальным по стоимости, перейти к п. 20.

19. Принять решение о том, что маршрут $L_{j_4}(l_{j_4})$, определяющий путь движения АИР к цели, состоит из одного ребра, инцидентного вершинам $v_{j_2}^o$, $v_{j_2}^*$, который имеет стоимость l_{j_4} , равную стоимости этого ребра. Иначе говоря, исходное и целевое местоположения АИР в ПС являются смежными.

20. Конец.

Следует отметить, что приведенный выше алгоритм планирования маршрута передвижения АИР к заданной цели по формальному описанию карты местности в виде графа G обладает верхней граничной оценкой сложности порядка $O[n_3^2]$, где n_3 — число вершин исследуемого графа. Справедливость данной верхней граничной оценки следует из того, что поиск минимального по длине маршрута целенаправленного движения АИР осуществляется на основе сравнения между собой вершин помеченного графа [17]. Однако в случае отсечения ряда вершин графа G на первом шаге поиска на основе ОНД верхняя граничная оценка предложенного алгоритма маршрутизации движения АИР будет иметь порядок $O[(n_3 - m)^2]$, где m — число вершин графа G , не участвующих в процессе поиска минимального по длине маршрута, связывающего исходное положение АИР с местоположением в ПС заданной цели. Это, в свою очередь, при достаточно часто встречающихся благоприятных условиях позволяет существенным образом сократить время планирования целенаправленного перемещения АИР в ПС. Таким образом, предложенный алгоритм планирования маршрута перемещения в ПС с препятствиями обладает трудоемкостью, позволяющей эффективно реализовать его на бортовой ЭВМ, обладающей у АИР, как правило, ограниченными вычислительными ресурсами.

После построения всех необходимых для выполнения задания подпланов поведения АИР требуется установить порядок их реализации. Для этого используются заданные в модели представления знаний традиционные решающие правила, имеющие следующее содержание: "если требуется отработать сложное действие

b_k^{**} , то для этого необходимо вначале выполнить сложное действие b_k^* ". Такие решающие правила хранятся в базе знаний АИР в следующей форме представления: $P_{z_4} : b_k^* \sim b_k^{**}$.

Конкатенация правил вывода $P_{z_4} : b_k^* \sim b_k^{**}$ позволяет определить последовательность отработки различного числа сложных действий, входящих в структуру полученного задания, и на этой основе определить порядок отработки АИР всех построенных локальных планов целенаправленной деятельности в различных условиях ПС. Например, пусть заданы следующие решающие правила: $P_1 : b_k^* \sim b_k^{**}$ и $P_2 : b_k^{**} \sim b_k^{***}$. Тогда в результате их конкатенации получится сложное решающее правило вида $P_{1,2} : b_k^* \sim b_k^{**} \sim b_k^{***}$, показывающее следующий порядок отработки входящих в него сложных действий: вначале отрабатывается сложное действие b_k^* , затем действие b_k^{**} и только после этого выполняется сложное действие b_k^{***} .

Резюмируя вышеизложенное, необходимо отметить, что предложенная модель представления знаний и процедуры вывода позволяют АИА различного назначения автоматически формировать в общем виде план реализации полифазного поведения без привлечения для этого формального описания текущих условий ПС. Планирование полифазного поведения осуществляется только на основе обработки полученного АИА задания и представленной в общем виде модели знаний. Для решения же различных подзадач, входящих в сформированный план поведения, в зависимости от сложившейся в ПС текущей ситуации АИА привлекаются инструментальные средства либо наглядно-действенного, либо наглядно-образного мышления в зависимости от уровня неопределенности условий функционирования. Такая организация планирования целенаправленного поведения АИА обладает характерными признаками понятийного мышления живых систем [18].

Заключение

1. Разработка процедур вывода на основе формализации мыслительных актов наглядно-действенного, наглядно-образного и понятийного мышления человека и их сочетания позволяет создать интеллектуальный решатель задач, который обеспечивает АИА способность

решать практические задачи в ПС с различным уровнем априорной неопределенности.

2. Предложенные в работе инструментальные средства начального уровня развития понятийного мышления позволяют АИА планировать полифазную деятельность в различных условиях проблемной среды, включающую необходимость как перемещения в среде с препятствиями, так и манипулирования заданными объектами.

3. Разработанный алгоритм планирования перемещений в ПС с препятствиями дает возможность автоматически определить оптимальный маршрут движения к цели, обладая при этом трудоемкостью, которая позволяет эффективно реализовать его на бортовой вычислительной системе АИА.

4. Дальнейшее развитие предложенных методических основ построения интеллектуальных решателей задач для АИА связано с формализацией более высокого уровня мыслительных актов понятийного мышления, позволяющих обеспечить возможность решения различных по сложности практических задач, сформулированных как в процедурной, так и в декларативной форме представления в виде различных целевых ситуаций ПС, имеющих большую размерность.

Список литературы

1. Подьяков Н. Н. Мышление дошкольника. М.: Педагогика, 1977. 277 с.
2. Поспелов Д. А. Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. М.: Радио и связь, 1989. 184 с.
3. Берштейн Л. С., Мелехин В. Б. Планирование поведения интеллектуального робота. М.: Энегоатомиздат, 1994. 340 с.

4. Stuart Russell, Peter Norvig. Artificial Intelligence: A Modern Approach. 4 ed. Pearson, 2020. 1216 p.
5. George F. Luger. Artificial Intelligence. Structures and Strategies for Complex Problem Solving. 6 ed. Pearson, 2008. 784 p.
6. Kelly A. Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 808 p.
7. Вагин В. Н., Головина Е. Ю., Загорянская А. А., Фомина М. В. Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах / Под ред. В. Н. Вагина, Д. А. Поспелова. 2-е изд. доп. и испр. М.: Физматлит, 2008. 729 с.
8. Мелехин В. Б. Пополнение знаний автономного интеллектуального робота в недоопределенных средах на основе комбинированных правил вывода логики условно-зависимых рассуждений // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 3. С. 11–20.
9. Морис Коэн, Эрнст Нагель. Введение в логику и научный метод. М.: Социум, 2017. 520 с.
10. Мелехин В. Б., Хачумов В. М. Пополнение знаний автономного беспилотного квадрокоптера — манипулятора в недоопределенной проблемной среде // Искусственный интеллект и принятие решений. 2019. № 1. С. 39–48.
11. Мелехин В. Б., Хачумов М. В. Нечеткие семантические сети как адаптивная модель представления знаний автономных интеллектуальных систем // Искусственный интеллект и принятие решений. 2020. № 3. С. 61–72.
12. Кулинич А. А., Карпов В. Э., Карпова И. П. Социальные сообщества роботов. М.: URSS, ООО "ЛЕНАНД", 2019. 352 с.
13. Мелехин В. Б. Модель представления и получения новых знаний автономным интеллектуальным роботом на основе логики условно-зависимых предикатов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 5. С. 87–107.
14. Поляков И. В., Чеповский А. А., Чеповский А. М. Алгоритмы поиска путей на графах большого размера // Фундаментальная и прикладная математика. 2014. № 1(19). С. 165–172.
15. Esposito F., Paola D., Matta I. On Distributed Virtual Network Embedding with Guarantees // IEEE ACM Trans. Netw. 2014. Vol. 4(1). P. 569–582.
16. Cormen T., Leiserson C., Rivest R. Introduction to Algorithms. Cambridge, 1990. 1091 p.
17. Dehmer M., Emmert-Streib F. ed. Quantitative Graph Theory. Mathematical Foundations and Applications. Taylor & Francis, 2015. 493 p.
18. Беккер Л. М. Психика и роль. М.: Мысль, 1998. 684 с.

Elements of Conceptual Thinking in Planning the Behavior of Autonomous Intelligent Agents

V. B. Melekhin, pashka1602@rambler.ru,

Dagestan State Technical University, Makhachkala, 367015, Russian Federation,

M. V. Khachumov, khmike@ribox.ru, Federal Research Center "Informatics and Control"

Russian Academy of Sciences, Moscow, 117312, Russian Federation,

People's Friendship University of Russia, 117198, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: Melekhin Vladimir B., D. Sc., Professor,
Makhachkala, 367015, Russian Federation, e-mail: pashka1602@rambler.ru

Accepted April 02, 2021

Abstract

The expediency of using the tools of visual-effective, visual-figurative and conceptual thinking for planning the purposeful activity of autonomous intelligent agents in problem environments of various degrees of a priori uncertainty has been substantiated. The content is revealed and the role of each form of thinking is shown in the process of automatic planning of the

purposeful behavior of autonomous intelligent agents in the changing conditions of functioning. The special role of conceptual thinking in the performance of complex tasks by autonomous agents and the planning of polyphasic behavior associated with it is indicated. Taking into account the complexity of the problems associated with the formalization of mental acts of conceptual thinking, possible ways of its gradual development from the initial level to the transition to higher levels of development are shown, expanding on this basis the class of tasks solved by autonomous intelligent agents. A model of knowledge representation and tools for deriving solutions of the initial level of conceptual thinking have been developed, which allow intelligent agents to break down the tasks they receive into sub-goals of behavior. Then, on this basis, plan polyphase activity by searching for solutions to the associated subtasks, which ensure the determination of the minimum length routes of movement in a problematic environment with obstacles and the purposeful manipulation of objects in it. The tools are synthesized allowing to establish the order of elaboration of complex actions included in the structure of the task formulated by autonomous intelligent agents. It is shown that the further development of the proposed methodological foundations for constructing intelligent problem solvers is associated with the formalization of a higher level of mental acts of conceptual thinking, which make it possible to solve practical problems of different complexity, formulated both in procedural and declarative form of presentation in the form of various target situations of the problem environment, having a large dimension.

Keywords: autonomous intelligent agent, types of thinking, planning polyphasic behavior, division of tasks into subtasks, route of movement

Acknowledgements: The work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation (Grant No. 21-71-10056).

For citation:

Melekhin V. B., Khachumov M. V. Elements of Conceptual Thinking in Planning the Behavior of Autonomous Intelligent Agents, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 8, pp. 411–419.

DOI: 10.17587/mau.22.411-419

References

1. **Podd'yakov N. N.** Preschooler thinking, Moscow, Pedagogika, 1977, 277 p. (in Russian).
2. **Pospelov D. A.** Modeling reasoning. Experience in the analysis of mental acts, Moscow, Radio i svyaz', 1989, 184 p. (in Russian).
3. **Bershtejn L. S., Melekhin V. B.** Planning the behavior of an intelligent robot, Moscow, Enegoatomizdat, 1994, 40 p. (in Russian).
4. **Stuart Russell, Peter Norvig.** Artificial Intelligence: A Modern Approach. 4 ed. Pearson, 2020, 1216 p.
5. **George F. Luger.** Artificial Intelligence. Structures and Strategies for Complex Problem Solving. 6 ed. Pearson, 2008, 784 p.
6. **Kelly A.** Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods, Cambridge, Cambridge University Press, 2013. 808 p.
7. **Vagin V. N., Golovina E.YU., Zagoryanskaya A. A., Fomina M. V.** Reliable and plausible conclusion in intelligent systems, Moscow, Fizmatlit, 2008, 729 p. (in Russian).
8. **Melekhin V. B.** Replenishment of knowledge of an autonomous intelligent robot in underdetermined environments based on combined rules for deriving the logic of conditionally dependent reasoning, *Iskusstvennyj Intellekt i Prinyatie Reshenij*, 2016, no 3, pp. 11–20.
9. **Moris Koen, Ernst Nagel'.** An introduction to logic and the scientific method, Moscow, Socium, 2017. 520 p. (in Russian).
10. **Melekhin V. B., Hachumov V. M.** Replenishment of knowledge of an autonomous unmanned quadcopter-manipulator in an underdetermined problematic environment, *Iskusstvennyj Intellekt i Prinyatie Reshenij*, 2019, no 1, pp. 39–48 (in Russian).
11. **Melekhin V. B., Hachumov M. V.** Fuzzy semantic networks as an adaptive model for representing knowledge of autonomous intelligent systems, *Iskusstvennyj Intellekt i Prinyatie Reshenij*, 2020, no 3, pp. 1–7 (in Russian).
12. **Kulinich A. A., Karpov V. E., Karpova I. P.** Social communities of robots, Moscow, URSS, OOO "LENAND", 2019, 352 p. (in Russian).
13. **Melekhin V. B.** Model of representation and acquisition of new knowledge by an autonomous intelligent robot based on the logic of conditionally dependent predicates, *Izvestiya Rossijskoj Akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2019, no. 5, pp. 87–107 (in Russian).
14. **Polyakov I. V., Chepovskij A. A., Chepovskij A. M.** Algorithms for finding paths on large graphs, *Fundamental'naya i Prikladnaya Matematika*, 2014, no. 1(19), pp. 165–17 (in Russian).
15. **Esposito F., Paola D., Matta I.** On Distributed Virtual Network Embedding with Guarantees, *IEEE ACM Trans. Netw.*, 2014, Vol. 4(1), pp. 569–582.
16. **Cormen T., Leiserson S., Rivest R.** Introduction to Algorithms, Cambridge, 1990, 1091 p.
17. **Dehmer M., Emmert-Streib F.** ed. Quantitative Graph Theory. Mathematical Foundations and Applications, Taylor & Francis, 2015, 493 p.
18. **Vekker L. M.** Psyche and role, Moscow, Mysl', 1998, 684 p. (in Russian)

D. Yu. Kolpashchikov, dyk1@tpu.ru, O. M. Gerget, gerget@tpu.ru,
National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, 634000, Russian Federation

Corresponding author: Kolpashchikov D. Yu., Engineer,
National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, 634000, Russian Federation

Accepted on April 22, 2021

Comparison of Inverse Kinematics Algorithms for Multi-Section Continuum Robots

Abstract

Continuum robots are a unique type of robots that move due to the elastic deformation of their own body. Their flexible design allows them to bend at any point along their body, thus making them usable in workspaces with complex geometry and many obstacles. Continuum robots are used in industry for non-destructive testing and in medicine for minimally invasive procedures and examinations. The kinematics of continuum robots consisting of a single bending section are well known, as is the forward kinematics for multi-section continuum robots. There exist efficient algorithms for them. However, the problem of inverse kinematics for multi-section continuum robots is still relevant. The complexity of the inverse kinematics for multi-section continuum robots is quite high due to the nonlinearities of the robots' motion. The article discusses in detail the modification of the FABRIK algorithm proposed by the authors, as well as a Jacobian-based iterative algorithm. A comparison of inverse kinematics algorithms for multi-section continuum robots with constant section length is given and the results of the experiment are described.

Keywords: forward kinematics, inverse kinematics, continuum robot, algorithm FABRIK

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research no. 20-38-90143 and Russian Federation Governmental Program 'Nauka' no. FFSWW-2020-0014.

For citation:

Kolpashchikov D. Yu., Gerget O. M. Comparison of Inverse Kinematics Algorithms for Multi-Section Continuum Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no.8, pp. 420—424.

DOI: 10.17587/mau.22.420-424

УДК 004.896

DOI: 10.17587/mau.22.420-424

Д. Ю. Колпащиков, инженер, dyk1@tpu.ru, О. М. Гергет, д-р техн. наук, проф., gerget@tpu.ru,
Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Сравнение алгоритмов обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов*

Непрерывные роботы — уникальный вид роботов, которые совершают движение за счет упругой деформации собственного тела. Их гибкая конструкция позволяет изгибаться в любой точке тела. Данное преимущество дает возможность использовать таких роботов в рабочих областях со сложной геометрией и множеством препятствий. Кинематика непрерывных роботов, состоящих из одной секции изгиба, достаточно хорошо известна, как и прямая кинематика для многосекционных непрерывных роботов. Однако задача обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов все еще остается актуальной. Сложность задачи обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов является довольно высокой из-за нелинейностей движения робота. В статье подробно рассмотрена модификация алгоритма FABRIK, предложенная авторами, а также итеративный алгоритм, построенный на основе расчета матрицы Якоби. Приведено сравнение алгоритмов обратной кинематики для многосекционных непрерывных роботов постоянной длины и описаны результаты эксперимента.

Ключевые слова: прямая кинематика, обратная кинематика, непрерывные роботы, алгоритм FABRIK

Introduction

Continuum robots are flexible manipulators that move due to the elastic deformation of their body.

They could be presented as hyper-redundant robots with an infinite number of spherical joints and rigid links between them, where the length of links tends to zero [1]. The ability to bend at any point allows continuum robots to: avoid unwanted collisions in a space with complex geometry and many obstacles; change the direction of movement using contacts with obstacles.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90143 "Аспиранты" и государственного задания "Наука" № FFSWW-2020-0014.

les; grab objects with their body. This type of robots is actively used in various fields: industrial robots are used for machining [2], non-destructive testing and repairs inside complex devices [3], [4], in work environments that are difficult to access and dangerous for humans, such as outer space [5] or underwater [6]; medical robots are used as endoscopes and surgical instruments for minimally invasive procedures [7], [8].

Autonomy, real-time motion planning and trajectory optimization of continuum robots are enabled due to inverse kinematics algorithms. Today, a number of approaches are known that solve the inverse kinematics problem of multi-section continuum robots. The geometric approach is simple and effective, e.g., a closed-form solution to the inverse kinematics problem for a multi-section continuum robot by S. Neppalli et al. [9], who determined the length between the beginning and the end of the bending section and thereby determined the bending angle of the section. However, this method offers a solution only for a certain set of configurations. Thus, a complete enumeration of various configurations is carried out while searching for a desired solution.

The inverse kinematics problem can also be solved through an iterative geometric algorithm of Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics (FABRIK). The authors in [10] proposed a modification of the FABRIK algorithm for multi-section continuum robots. The modified FABRIK allows considering a continuum robot as a traditional robot with rigid links connected by spherical joints during the forward reaching stage. Then the shape of the continuum robot is restored by the forward kinematics algorithms during the backward reaching stage. This approach is applicable for both serial [10] and telescopic [11] multi-section continuum robots. This algorithm makes it possible to speed up calculations and increase the percentage of correct solutions of high-order accuracy.

Currently, the Jacobian-based methods are widely used to solve the inverse kinematics problem. This approach is successfully applied to various types of multi-section continuum robots: robots with constant [12] and variable curvature [13], as well as concentric tube robots [14]. Among them, Newton's method is used to find the solution iteratively. Iterative approaches based on Jacobian matrices are accurate and capable of working in real time. However, they suffer from high computational complexity and singularity. It should be noted, that testing the algorithm for continuum robots with a large number of bending sections has been of little interest in literature up until this point.

Forward kinematics

This article investigates the forward kinematics that is based on a constant curvature approach, where the bending shape of a continuum robot is treated as an arc of constant curvature. This approach describes the bending of a continuum robot with sufficient accuracy and was verified experimentally [15]. A multi-section continuum robot is defined as a series of curves smoothly flowing into one another. The forward kinematics of a spatial continuum robot is described through transformation matrices:

$$\mathbf{T}_Q = \mathbf{T}_0 \prod_{i=1}^Q [\mathbf{T}_Z(\varphi_i) \mathbf{T}_B(\theta_i)], \quad (1)$$

where $\mathbf{T}_0$ — robot's base frame, $\mathbf{T}_Z(\varphi)$ — rotation around Z axis by the rotation angle φ , $\mathbf{T}_B(\theta)$ — translation along X and Z axes at the distance depending on the bending angle θ and rotation around the Y axis by the bending angle θ , Q — number of bending sections. The transformation matrix $\mathbf{T}_B(\theta)$ is calculated as:

$$\mathbf{T}_B(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & S(1 - \cos(\theta))/\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & S \sin(\theta)/\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

where S — bending section length.

FABRIK-based inverse kinematics

The FABRIK algorithm was originally developed to solve the inverse kinematics problem for traditional robots with a finite number of rigid links and joints between them. In order to use FABRIK for multi-section continuum robots, the robot's bending sections are represented as virtual rigid links of variable lengths (chords) that connect the start and end points of each bending section. In the course of solving, forward kinematics are used to reconstruct arcs from the virtual links.

The algorithm iteratively finds a set of bending angles θ and rotation angles φ , so that the coordinates of the robot tip P_Q (a positional component of $\mathbf{T}_Q$) are in the adjacency of the target point t at a distance of no more than the linear tolerance TL , and the angle between the orientation vector of the last section $\mathbf{Z}_Q$ (Z axis of $\mathbf{T}_Q$) and the target orientation vector $\mathbf{Z}_t$ of no more than the angular tolerance TA . In addition to the target point t and the target orientation $\mathbf{Z}_t$, the algorithm requires:

- 1) bending section length S ;
- 2) bending angle limit $\theta_{\max}$.

The algorithm searches for a solution in several iterations. Each iteration includes forward and backward reaching stages. An example of how the algorithm works is shown in Fig. 1.

In the forward reaching stage, the search for a solution is carried out for a robot with rigid links represented as chords with some constant length under no restrictions on the angle of rotation between the chords. At the first step of the forward reaching, the end point P_Q is set to the target point t and then the chain points are redefined starting from the point P_{Q-1} and ending with the point P_1 in accordance with the formulas [16]:

$$P_i^F = (1 - \lambda_i)P_{i+1}^F + \lambda_i P_i^B;$$

$$\lambda_i = H_{i+1} / (P_{i+1}^F - P_i^B),$$

where $i \in [(Q - 1)...0]$, superscripts F and B denote that the obtained point is a result of forward or backward reaching respectively. The initial points are the backward reaching points.

In the backward reaching stage, the chain points are redefined taking into account the changes introduced by the mutual orientation of the chords. In this stage, the bending (2) and rotation (3) angles of each section are calculated using the inverse kinematics algorithm for a single section:

$$\theta_i = 2\text{sign}(P_{i,X}^F) \arccos \left(\frac{Z_{i-1} \mathbf{H}_i}{|Z_{i-1}| |\mathbf{H}_i|} \right); \quad (2)$$

$$\theta_i = \begin{cases} \theta_{\max}, & \theta_i > \theta_{\max}, \\ \theta_i, & \theta_i \leq \theta_{\max}; \end{cases}$$

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{P}_i^F - \mathbf{P}_{i-1}^B; \quad (3)$$

$$\varphi_i = \arctan 2(P_{i,X}^F, P_{i,Y}^F),$$

where Z_i is the Z axis of the i th section frame (Z_0 is the Z axis of the robot's base frame), $\mathbf{H}$ — chord connecting the start and end points of the section,

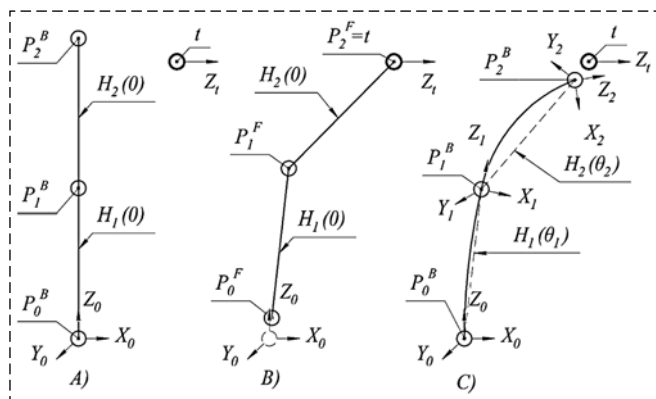


Fig. 1. A complete iteration of the algorithm for a two-section robot ($Q = 2$).

Note: A — the initial position of the robot, target point and target orientation; B — the result of the forward reaching; C — the result of the backward reaching

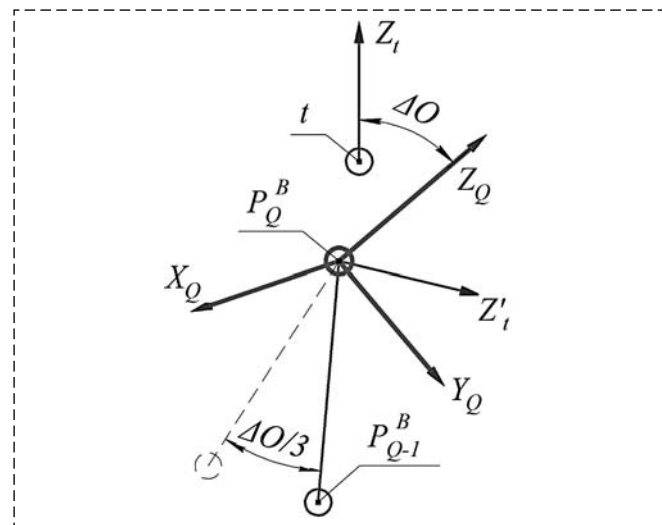


Fig. 2. Tip adjustment scheme

$\theta_{\max}$ — maximum bending angle, $P_{i,x}^F$ — x and y components of the P_i^F point in the $\mathbf{T}_i$ frame.

At the next step, the new position of P_i^B and its orientation Z_i are determined by the formula (1). Thus, all points of the robot from the beginning to the end are redefined. Next, the condition of finding the robot's tip in the adjacency of the target point is checked. If this condition is not met, then the algorithm performs another iteration. Iterations are repeated until the robot's tip reaches the target point.

Upon reaching the target point, the angle between the target vector Z_t and the orientation vector of the robot's tip Z_Q is checked. If the angle is greater than the angular tolerance TA , then the tip adjustment is carried out (fig. 2). To do this the penultimate point of the robot P_{Q-1}^B rotates around the axis $Z'_t = Z_t \times Z_Q$ with the rotation center P_Q^B by one third of the angle ΔO . ΔO is the angle between the target vector Z_t and the orientation vector of the robot Z_Q . The rotation is performed by one third of the angle ΔO because vectors Z_t and Z_Q have different initial points and it is difficult to predict the robot's behavior after rotating by ΔO . The Z_Q vector appears closer to the target orientation vector Z_t in the next iteration.

Besides, rotation around the vector Z'_t is performed once in several iterations for all points of the robot except for the first and last points to prevent the robot from getting stuck in a certain position.

Jacobian-based inverse kinematics

Jacobian-based approach is the most common way to solve the inverse kinematics problem for both continuum and traditional rigid robots. In this work we use Newton's method, where the Jacobian matrix is evaluated at several iterations:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + (\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{J}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{W}_{\text{sign}})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x}_k)^T (\mathbf{G} - \mathbf{F}(\mathbf{x}_k))$$

where $\mathbf{x}_k$ and $\mathbf{x}_{k+1}$ are current and next robot configuration parameters, $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$ is the Jacobian matrix for $\mathbf{T}_Q$ with the parameters $\mathbf{x}_k$, $\mathbf{G}$ is the target position and the difference between the target orientation vector $\mathbf{Z}_t$ and the current orientation vector of the robot $\mathbf{Z}_Q$, $\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)$ is the current position and the difference between the target orientation vector and the current orientation vector of the robot depending on the configuration parameters $\mathbf{x}_k$, $\mathbf{W}_{\text{sign}}$ is a positive definite diagonal matrix used to avoid singular configurations.

$\mathbf{G}$ is a vector consisting of the coordinates of the target point and 0, which means that the orientation vector of the robot must coincide with the target vector:

$$\mathbf{G} = (X_t \ Y_t \ Z_t \ 0)^T.$$

The current position $\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)$ is defined by forward kinematics (1) and the angle between the target and the current vector by the formula:

$$F(x_k) = \begin{pmatrix} P_{Q,x}(\mathbf{x}_k) \\ P_{Q,y}(\mathbf{x}_k) \\ P_{Q,z}(\mathbf{x}_k) \\ \arccos(\mathbf{Z}_t^T \mathbf{Z}_Q(\mathbf{x}_k)) \end{pmatrix}.$$

The Jacobian matrix $\mathbf{J}$ contains the linear velocities of the robot's tip $\mathbf{J}_P$ and the rate of change of the angle $\mathbf{J}_Z$ between the target orientation vector $\mathbf{Z}_t$ and the orientation vector of the robot $\mathbf{Z}_Q$.

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_P \\ \mathbf{J}_O \end{pmatrix}.$$

The movement of each section consists of rotation around the $\mathbf{Z}$ axis and linear plus rotational motions that depend on the same bending angle θ as shown in equation (1). Accordingly, the Jacobian matrix for the linear velocities of a continuum robot from Q sections can be obtained as follows:

$$\mathbf{J}_P = (\mathbf{J}_1 \ \mathbf{J}_2 \ \dots \ \mathbf{J}_Q);$$

$$\mathbf{J}_i = (\mathbf{J}_i^Z \ \mathbf{J}_i^B);$$

$$\mathbf{J}_i^Z = \mathbf{Z}_{i-1}(P_Q - P_{i-1});$$

$$\mathbf{J}_i^B = \mathbf{R}'_{i-1} \frac{dP(\theta_i)}{d\theta_i} + \mathbf{Y}'_{i-1}(P_Q - P_i),$$

where R and P are the rotational and positional portions of the transformation matrix $\mathbf{T}$, the upper stroke denotes the matrix $\mathbf{T}_{i-1}$ after rotation $\mathbf{T}_Z$ (see equation (1)).

The Jacobian matrix for the rate of change of the angle between the target orientation vector and the robot's orientation vector is:

$$\mathbf{J}_O = \begin{pmatrix} \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)_4}{dx_1} & \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)_4}{dx_2} & \dots & \frac{d\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)_4}{dx_{Q \cdot 2}} \end{pmatrix}.$$

The article presents the results of experiments with three-, five- and ten-section continuum robots. To do this 10^6 target points and orientation vectors of the robot's tip were defined using forward kinematics (1) at random values of the bending and rotation angles of the robot's sections. As a result, at least one solution to the inverse kinematics problem was guaranteed for each target point and orientation vector.

Sample generation parameters: length of each section $S = 50$ mm, maximum rotation angle $\varphi_{\max} = 360^\circ$, maximum bending angle $\theta_{\max} = 180^\circ/Q$, where Q — the number of sections in the robot. Rotation of all points around $\mathbf{Z}_t$ occurred once in 25 iterations. $\mathbf{W}_{\text{sign}} = 0.1$ for the Jacobian-based algorithm. The Jacobian matrix was formed using the built-in MATLAB tools and converted into a function in order to reduce the calculation time.

When the target points and the vectors were set as a result of solving the forward kinematics problem, they were used as an input to the inverse kinematics algorithm. The following limitations were set for the inverse kinematics algorithm: linear accuracy $< 1 \mu\text{m}$; angular accuracy $< 10^{-3}$ radians; algorithm running time < 50 ms.

The number of target points and orientations that were reached within the set limits formed the main percentage of solutions. An additional percentage of solutions consisted of solutions with a linear accuracy of 1 mm and an angular accuracy of 1 radian. The additional percentage shows if the results of the algorithms can improve when a lower accuracy is set.

Results

This section presents the results of the experiment. The experiment was carried out using MATLAB 2020b on a computer with an Intel Core i7-4790K 4.00 GHz CPU, 16.0 GB of RAM. The results of the experiment are presented in table.

The function $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$ for a ten-section robot generated in MATLAB took 135 MB of hard disk space. Unfortunately, it was impossible to process a function of this size either for simplicity or for calculations in MATLAB due to the lack of RAM. By comparison, the function $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$ for a five-section robot calculated in the same way and simplified took only 0.5 MB of hard disk space. Since the angular part of the Jacobian matrix $\mathbf{J}_O$ was the longest (about 34 million symbols in the equation), it was decided to reduce the Jacobian matrix to a positional component. After reducing, the function $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$ took up to 32 MB

Experiment results

Algorithm	Mean operating time (ms)	Solution percentage		Mean iterations
		Main	Additional	
Three-section continuum robot				
FABRIK	1.9	94.8	96.9	68.2
Jacobian	5.6	94.3	99.1	100.9
Five-section continuum robot				
FABRIK	4.7	95.1	97.6	162.3
Jacobian	15.2	84.2	98.0	26.9
Ten-section continuum robot				
FABRIK	16.4	90.4	96.8	221.9
Jacobian	—	—	—	—

of hard disk space. MATLAB failed to simplify the reduced function $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$ as it again ran out of RAM. However, MATLAB was capable of calculating the reduced function $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$. One iteration of this function takes around 14 s to run, which exceeds the 50 ms time limit set for the experiment.

Conclusion

The article presented the algorithms that were used for solving the inverse kinematics problem for multi-section continuum robots. It further compared the modified FABRIK algorithm and the Jacobian-based iterative algorithm. The experiments have shown that the FABRIK-based algorithm is able to reach the target point and orientation faster than the Jacobian-based algorithm with similar stability of solutions. At the same time, the efficiency of the Jacobian-based algorithm decreased significantly with an increase in the number of sections: it dropped from 94.3 % of solutions for a three-section robot to 84.2 % of solutions for a five-section robot and failed to solve the problem for a ten-section robot as it required a supercomputer to process information of this volume. An additional percentage of solutions has indicated that an increase in the time limit or less stringent accuracy requirements can equalize both algorithms in stability and even make the Jacobian-based algorithm more efficient for robots with a small number of bending sections. Indicatively, an additional percentage of solutions for a three-section robot was 96.9 % for the FABRIK-based algorithm and 99.1 % for a Jacobian-based algorithm. From the

above, we can conclude that the modified FABRIK algorithm is more efficient than the inverse kinematics algorithm based on the Jacobian matrices for systems with a large number of bending sections and high-performance requirements.

References

1. Walker I. D., H. Choset I. D., Chirikjian G. S. Snake-Like and Continuum Robots, *Springer Handbook of Robotics*, Cham, Springer International Publishing, 2016, pp. 481–498.
2. Axinte D. et al. MiRoR—Miniaturized Robotic Systems for Holistic *In-Situ* Repair and Maintenance Works in Restrained and Hazardous Environments, *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Apr. 2018, vol. 23, no. 2, pp. 978–981, doi: 10.1109/TMECH.2018.2800285.
3. Dong X. et al. Development of a slender continuum robotic system for on-wing inspection/repair of gas turbine engines, *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, Apr. 2017, vol. 44, pp. 218–229, doi: 10.1016/j.rcim.2016.09.004.
4. Buckingham R., Graham A. Nuclear snake-arm robots, *Ind. Rob.*, 2012, vol. 39, no. 1, pp. 6–11, doi: 10.1108/01439911211192448.
5. Nahar D., Yanik P. M., Walker I. D. Robot tendrils: Long, thin continuum robots for inspection in space operations, *2017 IEEE Aerospace Conference*, Mar. 2017, pp. 1–8, doi: 10.1109/AERO.2017.7943940.
6. Liljeback P., Mills R. Eelume: A flexible and subsea resident IMR vehicle, *OCEANS 2017 — Aberdeen*, Jun. 2017, vol. 2017-Octob, pp. 1–4, doi: 10.1109/OCEANSE.2017.8084826.
7. Burgner-Kahrs J., Rucker D. C., Choset H. Continuum Robots for Medical Applications: A Survey, *IEEE Trans. Robot.*, Dec. 2015, vol. 31, no. 6, pp. 1261–1280, doi: 10.1109/TRO.2015.2489500.
8. Zhang Y., Lu M. A review of recent advancements in soft and flexible robots for medical applications, *Int. J. Med. Robot. Comput. Assist. Surg.*, Jun. 2020, vol. 16, no. 3, p. 10.1002/rcs.2096, doi: 10.1002/rcs.2096.
9. Neppalli S., Csencsits M. A., Jones B. A., Walker I. D. Closed-Form Inverse Kinematics for Continuum Manipulators, *Adv. Robot.*, Jan. 2009, vol. 23, no. 15, pp. 2077–2091, doi: 10.1163/016918609X12529299964101.
10. Kolpashchikov D., Laptev N., Danilov V., Skirnevskiy I., Manakov R., Gerget O. FABRIK-Based Inverse Kinematics For Multi-Section Continuum Robots, 2018.
11. Kolpashchikov D. et al. Inverse Kinematics for Steerable Concentric Continuum Robots, *Smart Innovation, Systems and Technologies*, 2020, vol. 154, no. April, pp. 89–100.
12. Jones B. A., Walker I. D. Kinematics for multisection continuum robots, *IEEE Trans. Robot.*, Feb. 2006, vol. 22, no. 1, pp. 43–55, doi: 10.1109/TRO.2005.861458.
13. Mahl T., Hildebrandt A., Sawodny O. A Variable Curvature Continuum Kinematics for Kinematic Control of the Bionic Handling Assistant, *IEEE Trans. Robot.*, Aug. 2014, vol. 30, no. 4, pp. 935–949, doi: 10.1109/TRO.2014.2314777.
14. Sears P., Dupont P. E. Inverse Kinematics of Concentric Tube Steerable Needles, *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Apr. 2007, no. April, pp. 1887–1892, doi: 10.1109/ROBOT.2007.363597.
15. Webster R. J., Jones B. A. Design and Kinematic Modeling of Constant Curvature Continuum Robots: A Review, *Int. J. Rob. Res.*, Nov. 2010, vol. 29, no. 13, pp. 1661–1683, doi: 10.1177/0278364910368147.
16. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem, *Graph. Models*, Sep. 2011, vol. 73, no. 5, pp. 243–260, doi: 10.1016/j.gmod.2011.05.003.

Д. Г. Грязин, д-р техн. наук, проф., глав. метролог, volnagdg@yandex.ru,
Т. В. Падерина, канд. техн. наук, доц., ст. науч. сотр., paderinata@gmail.com,
Национальный исследовательский университет ИТМО,
АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", г. Санкт-Петербург

Мехатронные устройства управления современным судовым магнитным компасом*

Основным недостатком судовых магнитных компасов (МК) является ограниченность возможности их применения в высоких широтах в связи с малым значением горизонтальной составляющей магнитного поля Земли на этих широтах и наличием погрешности МК от качки, обусловленной влиянием центростремительного и тангенциального ускорений при размещении МК на некотором расстоянии от центра качания судна. Влияние ускорений приводит к наклону картушки и обуславливает воздействие на ее магнитную систему вертикальной составляющей магнитного поля Земли. Возникающая при этом погрешность МК, пропорциональная тангенсу угла магнитного наклона, может привести к недопустимо большим ошибкам курсоуказания судна, особенно в высоких широтах. Тем не менее, данное воздействие может быть скомпенсировано при использовании в измерительной схеме МК гироскопического датчика угловой скорости (ДУС), измеряющего угловую скорость рыскания морского объекта.

В работе представлены результаты исследований и имитационного моделирования двух вариантов построения системы коррекции, которая вводится в измерительную схему МК для уменьшения его погрешности от качки. Каждую из представленных в работе систем коррекции можно рассматривать как мехатронное устройство управления современным МК, одна из них — позиционная, другая — по угловой скорости рыскания судна. В работе показаны преимущества и недостатки каждой из схем. Так, особенностью системы позиционной коррекции является необходимость применения ДУС тактического класса точности (например, волоконно-оптического гироскопа), в погрешности которого присутствует низкочастотная составляющая ухода. В то же время система коррекции по угловой скорости рыскания позволяет использовать в качестве ДУС дешевый микромеханический гироскоп (ММГ). Несмотря на применение ДУС различных классов точности, обе предложенные системы коррекции позволяют добиться близких результатов, следствием чего является очевидный вывод о целесообразности применения в измерительной схеме МК системы коррекции по угловой скорости с ММГ, позволяющим значительно снизить стоимость МК, а также уменьшить его массу и габаритные размеры.

Ключевые слова: магнитный компас, высокие широты, система коррекции погрешности компаса от воздействия качки

Введение

Магнитные компасы (МК) являются одними из наиболее широко распространенных приборов, используемых на судах. Их разработкой и изготовлением заняты десятки промышленных предприятий по всему миру, так как эти приборы в соответствии с требованиями международной конвенции по охране человеческой жизни SOLAS 1974 должны быть установлены на каждом судне. Эти же указания отражены и в требованиях национальных регистров, которые нормируют состав МК и обозначают требования к конструкции МК на основе картушки с магниточувствительным элементом. Такие компасы рассматриваются как основные и должны функционировать даже при использовании резервного электропитания судна.

Традиционный судовой МК состоит из котелка, внутри которого в жидкости размещена картушка с магниточувствительным элементом, подвешенная на игле. Картушка разворачивает-

ся вдоль магнитного меридиана, на ней нанесена круговая шкала, а на стенке котелка имеется риска, определяющая продольную плоскость судна. С помощью этих элементов выполняется визуальный отсчет магнитного курса. В целях реализации дистанционной передачи курса от картушки к выносному индикатору внутри котелка установлен магниторезистивный бесконтактный датчик, измеряющий продольную и поперечную составляющие магнитного поля картушки относительно осей судна. Таким образом, магниточувствительный элемент картушки расположен в плоскости магнитного меридиана, а бесконтактный датчик вырабатывает сигналы о ее отклонении от продольной (диаметральной) плоскости судна. Котелок устанавливается в двухосном кардановом подвесе, что позволяет ему находиться в плоскости горизонта при качке, однако он имеет свойства только короткопериодного маятника и подвержен влиянию ускорений, обусловленных качкой.

Основным недостатком таких МК является ограниченность возможности их работы в высоких широтах в связи с малым значением горизонтальной составляющей магнитного поля на этих

*Статья подготовлена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 20-08-00265.

широтах и наличием погрешности МК от качки, обусловленной изменением влияния магнитных масс судна на чувствительный элемент МК при крене судна (креновая погрешность). Кроме того, установка МК на верхнем мостике судна над ходовой рубкой на некотором расстоянии от центра качания судна приводит к воздействию на него центростремительного и тангенциального ускорений при угловых колебаниях на качке и появлению дополнительной погрешности, пропорциональной тангенсу угла магнитного наклона, что делает ее особенно значительной при работе МК в высоких широтах.

Активизация российского присутствия в арктической зоне привело к необходимости создания МК с системой коррекции, позволяющей скомпенсировать этот его недостаток.

Современные МК с дистанционной передачей курса оборудованы микроконтроллерами, расположенными в блоках управления для решения задач компенсации погрешности МК при воздействии качки и позволяющими автоматически вводить поправку в значение магнитного курса от магнитного склонения в зависимости от координат судна [1–3]. Откорректированная информация передается на цифровой выносной репитер в рулевую рубку для управления судном.

Таким образом, современный МК представляет собой мехатронное устройство с несколькими системами коррекции, обеспечивающими его работоспособность, в том числе позволяющими увеличить точность выработки магнитного курса судна. Система коррекции магнитного курса судна, позволяющая снизить воздействие качки, представляет особый интерес, так как позволяет уменьшить динамические погрешности, характерные для режима функционирования прибора. Важность динамических характеристик МК при эксплуатации кораблей подчеркивал в своих трудах еще академик А. Н. Крылов [4].

Аналитическое исследование погрешности магнитного компаса при воздействии ускорений от качки

Входящий в состав МК магниторезистивный датчик магнитного курса (ДМК) выполняет преобразование двух горизонтальных составляющих вектора магнитной системы магниточувствительного элемента катушки в электрические сигналы постоянного тока, пропорцио-

нальные синусу H_x и косинусу H_y угла поворота корпуса прибора относительно чувствительного элемента, т. е. магнитному курсу судна:

$$\begin{aligned} H_x &= -H_E \cos I \sin K_M; \\ H_y &= H_E \cos I \cos K_M, \end{aligned} \quad (1)$$

где H_y , H_x — продольная и поперечная составляющие магнитного поля катушки относительно осей судна; $H_E \cos I$ — горизонтальная составляющая вектора напряженности магнитного поля Земли; K_M — магнитный курс судна; I — угол магнитного наклона.

Обработка этих сигналов и вычисление курса K_M выполняется по формуле

$$\operatorname{tg} K_M = -\frac{H_x}{H_y}. \quad (2)$$

Во время качки судна под действием центростремительной и тангенциальной составляющих ускорения, обусловленного установкой МК на плече относительно центра качания судна (в дальнейшем будем называть это ускорение переносным [5]), катушка МК развернется на некий угол от плоскости горизонта, при этом сигналы с ДМК будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} H_x &= H_E \cos I (\sin K_M \cos \gamma - \\ &\quad - \cos K_M \sin \gamma \sin \beta) - H_E \sin I \sin \gamma \cos \beta; \\ H_y &= H_E \cos I \cos K_M \cos \beta - H_E \sin I \sin \beta, \end{aligned} \quad (3)$$

где угол β — мгновенное значение наклона катушки в плоскости углов килевой качки; угол γ — мгновенное значение наклона катушки в плоскости углов бортовой качки.

Магнитный курс судна при наклоне катушки $K_M^{\text{пп}}$ вычисляется с использованием выражения (2):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} K_M^{\text{пп}} &= \frac{\sin K_M \cos \gamma - \cos K_M \sin \gamma \sin \beta}{\cos K_M \cos \beta - \operatorname{tg} I \sin \beta} - \\ &\quad - \frac{\operatorname{tg} I \sin \gamma \cos \beta}{-\cos K_M \cos \beta - \operatorname{tg} I \sin \beta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Учитывая, что $K_M^{\text{пп}} = K_M - \Delta K$, где ΔK — погрешность курса, и проводя преобразования выражения (4) с учетом малости углов наклона катушки β , γ : $\sin \beta = \beta$, $\sin \gamma = \gamma$, $\cos \beta = \cos \gamma = 1$, получим:

$$\operatorname{tg}(K_M - \Delta K) = \frac{\sin K_M - \operatorname{tg} I \cdot \gamma}{\cos K_M - \operatorname{tg} I \cdot \beta}. \quad (5)$$

Из формулы (5) легко получить выражение для погрешности ΔK :

$$\operatorname{tg} \Delta K = \operatorname{tg} I (\gamma \cos K_M - \beta \sin K_M). \quad (6)$$

Введя обозначение

$$\alpha = \gamma \cos K_M - \beta \sin K_M, \quad (7)$$

получим выражение для погрешности МК при воздействии переносного ускорения от действия бортовой и килевой качки:

$$\operatorname{tg} \Delta K = \operatorname{tg} I \cdot \alpha. \quad (8)$$

Угол α представляет собой мгновенное значение наклона картушки в вертикальной плоскости горизонтного географического трехгранника, проходящей через линию Запад—Восток [6].

Закон изменения α можно получить из уравнения колебаний картушки с магниточувствительным элементом в этой плоскости, рассматривая ее как обычный короткопериодный физический маятник. Общее решение дифференциального уравнения для физического маятника складывается из решения однородного уравнения и частного решения. Поскольку собственные колебания картушки быстро затухают [7], интерес представляет только частное решение, которое при качке, заданной по гармоническому закону, будет иметь следующий вид:

$$\alpha = \frac{h}{g} [(\rho_\theta \omega_\theta^2 A_\theta \cos \omega_\theta t) \cos K_M - (\rho_\psi \omega_\psi^2 A_\psi \sin \omega_\psi t) \sin K_M], \quad (9)$$

где A_ψ , A_θ , ω_ψ , ω_θ — соответственно амплитуды и частоты килевой и бортовой качки судна; h — высота картушки компаса над осью качаний морского объекта; g — ускорение силы тяжести; ρ_ψ , ρ_θ — коэффициенты динамичности [8], характеризующие отношение амплитуды вынужденных колебаний МК к его показанию в положении статического равновесия. Обычно коэффициенты ρ_ψ , ρ_θ близки к 1, что обеспечивается выбором соответствующих параметров МК в целях уменьшения динамических искажений по амплитуде (в дальнейших выражениях эти коэффициенты не приводятся).

Выражение (8) для погрешности МК при воздействии переносного ускорения, возникающего на качке, с учетом (9) примет следующий вид:

$$\operatorname{tg} \Delta K = \operatorname{tg} I \frac{h}{g} [(\omega_\theta^2 A_\theta \cos \omega_\theta t) \cos K_M - (\omega_\psi^2 A_\psi \sin \omega_\psi t) \sin K_M]. \quad (10)$$

Исследованием этой погрешности для различных объектов ранее занимались Н. Ю. Рыбалтовский [9] и Д. А. Браславский [10] при решении частных задач. Используя соотношение (10), можно получить выражения, предложенные этими авторами. Так, исследуя работу МК судна и при этом рассматривая влияние только углов бортовой качки θ , полагая $\theta = A_\theta \sin \omega_\theta t$ и обозначая $\omega_\theta^2 = \frac{g}{l_0}$, где l_0 — длина маятника с периодом колебания $T = 2\pi\sqrt{l_0/g}$, а также учитывая, что тригонометрические функции $\sin$ и tg для малых углов практически равны, из выражения (9) можно получить выражение для погрешность δ_p показаний МК судна на качке, предложенное в работе [9]:

$$\delta_p = \arcsin[(h/l_0)\theta \operatorname{tg} I \cos K_M]. \quad (11)$$

Исследуя работу МК, установленного на самолете, и при этом учитывая в соотношении (5) только углы наклона картушки γ , а также считая, что эти углы обусловлены влиянием центростремительного ускорения, возникающего на вираже самолета: $\gamma = \omega_c^2 R/g$, где R — радиус виража, можно получить выражение для погрешности ΔK показаний МК для малых значений углов γ [10], которую иногда называют северной поворотной ошибкой:

$$\Delta K = K_M - \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} K_M - \frac{\operatorname{tg} I \cdot \gamma}{\cos K_M} \right). \quad (12)$$

В случае, если качка корабля носит случайный характер, используя выражения для спектральных плотностей углового ускорения бортовой и килевой качки, приведенные в работе [8], можно получить следующее выражение для спектральной плотности погрешности курса МК при воздействии переносного ускорения:

$$\begin{aligned} S[\Delta K(\omega)] = & \operatorname{tg}^2 I \frac{h^2}{g^2} \frac{1}{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\zeta^2 T^2 \omega^2} \times \\ & \times \left[\left(\frac{2A_\theta \mu_\theta}{\pi} \frac{b_\theta^2 \omega^2}{\omega^4 + 2a_\theta \omega^2 + b_\theta^4} \right) \cos^2 K_M \right] + \\ & + \operatorname{tg}^2 I \frac{h^2}{g^2} \frac{1}{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\zeta^2 T^2 \omega^2} \times \\ & \times \left[\left(\frac{2A_\psi \mu_\psi}{\pi} \frac{b_\psi^2 \omega^2}{\omega^4 + 2a_\psi \omega^2 + b_\psi^4} \right) \sin^2 K_M \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где μ_θ , μ_ψ — коэффициенты, характеризующие степень нерегулярности соответственно бортовой и килевой качки; λ_θ , λ_ψ — преобладающие частоты бортовой и килевой качки на нерегу-

лярном волнении (для бортовой и килевой качки $\lambda_\theta, \lambda_\psi$ приближенно равны соответствующим частотам собственных колебаний корабля); ζ — относительный коэффициент затухания колебаний катушки МК; $a_\theta = \mu_\theta^2 - \lambda_\theta^2$, $b_\theta^2 = \mu_\theta^2 + \lambda_\theta^2$, $a_\psi = \mu_\psi^2 - \lambda_\psi^2$, $b_\psi^2 = \mu_\psi^2 + \lambda_\psi^2$, $A_\theta = D[\theta] = b_\theta^2 D[\theta]$, $A_\psi = D[\psi] = b_\psi^2 D[\psi]$, $D[\theta], D[\psi]$ — соответственно дисперсия углов бортовой и килевой качки; $T = \frac{1}{n}$, n — частота собственных колебаний катушки МК.

При работе в высоких широтах направляющий магнитный момент катушки МК, возникающий от горизонтальной составляющей поля Земли, имеет малое значение. В связи с этим возникающее переносное ускорение может привести к недопустимой погрешности МК δ_p , однако ее влияние может быть скомпенсировано в случае измерения углов рыскания гироскопическим датчиком, не подверженным влиянию переносного ускорения.

С учетом конструктивных особенностей МК наиболее удобным является применение для его системы коррекции датчика угловой скорости (ДУС) с вертикально расположенной осью чувствительности, который следует установить на котелке компаса. При применении ДУС возможно формирование систем коррекции двух типов — позиционной коррекции и коррекции по угловой скорости.

Исследования работы позиционной системы коррекции магнитного компаса на качке

На рис. 1 приведена блок-схема системы позиционной коррекции [11], в которой проводится выработка выходных сигналов с ДМК и ДУС.

В схеме используется позиционное управление, заключающееся в следующем [12]:

1. Выработка с помощью ДМК сигнала о мгновенных значениях курса в горизонтальной системе координат, состоящего из магнитного курса K_M , угла рыскания γ_p и погрешности δ_p : $K_M + \gamma_p + \delta_p$.

2. Выработка с помощью ДУС сигнала угловой скорости, состоящего из угловых скоростей изменения курса $\dot{K}_M$, рыскания $\dot{\gamma}_p$, погрешности $\dot{\delta}_{ДУС}$ ДУС, характеризуемой его дрейфом: $\dot{K}_M + \dot{\gamma}_p + \dot{\delta}_{ДУС}$.

3. Интегрирование сигнала ДУС с помощью апериодического звена $\frac{K_1}{T_1 p + 1}$ и формирование на выходе интегратора сигнала $K_M + \gamma_p + \Delta_{ДУС}$. В качестве начального условия при интегрировании используется значение ДМК $K_M(0)$.

4. Вычисление разности между выходными сигналами ДМК и интегратора в целях формирования сигнала $\delta_p - \Delta_{ДУС}$.

5. Фильтрация низкочастотной погрешности $\Delta_{ДУС}$ с помощью фильтра высоких частот (ФВЧ) $\frac{K_2 p}{T_2 p + 1}$.

6. Исключение из значений магнитного курса погрешности δ_p путем вычисления разности между выходным сигналом ДМК и сигналом с выхода ФВЧ, пропорциональным погрешности δ_p .

Особенностью системы позиционной коррекции является использование в качестве ДУС волоконно-оптического гироскопа (ВОГ), имеющего низкочастотный дрейф, который практически полностью может быть устранен с помощью применения ФВЧ.

Выбор численных значений постоянных времени динамических звеньев схемы (рис. 1) определяется следующими соображениями:

- значение постоянной времени $T_1 = 7200$ с апериодического звена, применяемого в качестве интегратора, определяется необходимостью

сокращения времени переходного процесса и значения перерегулирования при интегрировании сигналов ДУС, особенно при маневрировании судна;

- значение постоянной времени T_2 ФВЧ определяется необходимостью передачи без искажений сигнала δ_p , зависящего от периодов качек. Значения периодов бортовой и килевой качек большинства типов судов находятся, соответственно, в диапазонах (6...28) с и (3...14) с [13], поэтому

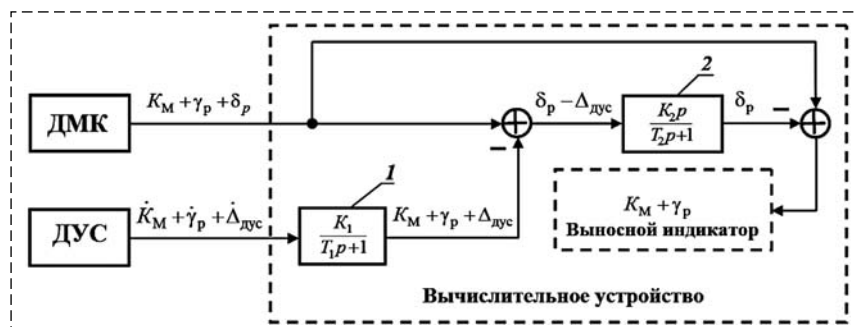


Рис. 1. Блок-схема позиционной системы коррекции МК:

1 — интегратор; 2 — фильтр высоких частот

Fig. 1. Block diagram of the positional correction system MC:

1 — integrator; 2 — high-pass filter

в качестве постоянной времени T_2 принимается значение 40 с — наибольшее из представленных значений периодов.

При моделировании углы качек судна задавали в виде гармонических колебаний:

$$K = K_0 + A_K \sin\left(\frac{2\pi}{T_K}t + \psi_K\right),$$

$$\psi = A_\psi \sin\left(\frac{2\pi}{T_\psi}t + \psi_\psi\right), \theta = A_\theta \sin\left(\frac{2\pi}{T_\theta}t + \psi_\theta\right), \quad (14)$$

где K_0 — постоянное значение угла курса; A_K , A_ψ , A_θ — амплитуды гармонических колебаний углов рысканья, килевой и бортовой качек судна; T_K , T_ψ , T_θ , ψ_K , ψ_ψ , ψ_θ — периоды и фазы соответствующих колебаний (фазы ψ_K , ψ_ψ , $\psi_\theta = 0$). Проведенное моделирование системы позиционной коррекции для различных условий углового движения судна подтвердило ее эффективность при использовании ВОГ с низкочастотной составляющей ухода со среднеквадратическим отклонением $\sigma = 3^\circ/\text{ч}$.

Характеристикой эффективности системы коррекции является коэффициент подавления погрешности от качки K_Π , который рассчитывается как отношение погрешности системы коррекции МК к заданной динамической погрешности компаса от воздействия переносного ускорения. Как показывают результаты моделирования, коэффициент подавления погрешности от качки K_Π зависит от численных значений периодов качки. При исследовании режима работы МК с системой позиционной коррекции получены следующие результаты:

— при задании бортовой качки судна с периодами от 6 до 8 с и движении судна с курсом $K_0 = 0^\circ$ значения коэффициента K_Π лежат в диапазоне 0,12...0,25, а его среднее значение составляет 0,19;

— при задании килевой качки судна с периодами от 3 до 14 с и движении судна с курсом $K_0 = 90^\circ$ значения коэффициента K_Π лежат в диапазоне 0,11...0,21, а его среднее значение составляет 0,17.

Таким образом, приведенные значения коэффициента подавления погрешности K_Π показывают хорошее качество предложенной системы коррекции.

Для примера рассчитаем погрешность МК при условии использования в нем системы коррекции в условиях установки компаса на научно-исследовательском судне "Ванкувер" водоиз-

мещением 5 тыс. т, имеющем среднее значение периода бортовой качки 11 с при отсутствии килевой на волнении 5 баллов, а среднее значение амплитуды качки — 9° [14]. Кроме того, в расчетах будем задавать курс равным 0° , что определяет максимальное значение погрешности. Считаем, что расстояние h от центра качания равно 2,5 м, а тангенс угла магнитного наклона $\text{tg} I = 14$, что соответствует 82° с. ш. В соответствии с выражением (10) получим амплитудное значение погрешности МК от действия переносного ускорения, равное $10,5^\circ$. С учетом значения коэффициента K_Π подавления погрешности, соответствующего выбранному периоду качки, абсолютная погрешность МК с системой коррекции составит $\pm 1,99^\circ$, что более чем в 2,5 раза превосходит допустимое требование по погрешности курсоуказания в условиях качки, приведенное в п. 5.2.1 части V Правил по оборудованию морских судов РМРС [15].

Система коррекции магнитного компаса по угловой скорости рыскания

Использование в системе коррекции МК в качестве ДУС дешевого микромеханического гироскопа (ММГ) позволяет обеспечить повышение конкурентоспособности магнитного компаса за счет снижения его цены, а также уменьшения его массы и габаритных размеров.

Однако применение ММГ в рассмотренной выше системе позиционной коррекции (рис. 1) не представляется возможным из-за присутствия в его выходном сигнале флуктуационных составляющих типа белого шума и случайного блуждания угла, которые при интегрировании показаний гироскопа вызовут появление быстро накапливающейся ошибки, что, в свою очередь, приведет к резкому увеличению погрешности МК. Поэтому для применения ММГ в измерительной схеме МК следует использовать систему коррекции по угловой скорости рыскания, блок-схема которой приведена на рис. 2.

В указанной схеме используется управление по угловой скорости рыскания, заключающееся в следующем:

1. Выработка с помощью ДМК сигнала $K_M + \gamma_p + \delta_p$.
2. Выработка с помощью ММГ с вертикальной осью чувствительности, установленного в горизонтальной системе координат на котелке компаса, сигнала $\dot{K}_M + \dot{\gamma}_p + \dot{\Delta}_{\text{ДУС}}$.

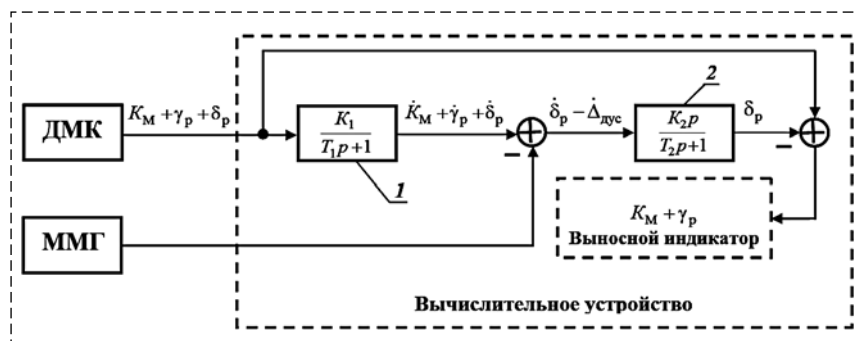


Рис. 2. Блок-схема системы коррекции МК по угловой скорости рыскания:

1 — дифференцирующее звено; 2 — фильтр низких частот

Fig. 2. Block diagram of the MC correction system for yaw rate:

1 — differentiating link; 2 — low-pass filter

3. Дифференцирование показаний ДМК и формирование на выходе дифференцирующего звена $\frac{K_1 p}{T_1 p + 1}$ сигнала, состоящего из угловых скоростей $\dot{K}_M$, рыскания $\dot{\gamma}_p$ и погрешности $\dot{\delta}_p$: $\dot{K}_M + \dot{\gamma}_p + \dot{\delta}_p$.

4. Вычисление разности между выходными сигналами дифференцирующего звена и ММГ: $\delta_p - \dot{\Delta}_{дус}$.

5. Фильтрация сигнала $\delta_p - \dot{\Delta}_{дус}$ с помощью фильтра низких частот (ФНЧ) $\frac{K_2}{T_2 p + 1}$.

6. Исключение из значений магнитного курса погрешности δ_p путем вычисления разности между выходным сигналом ДМК и сигналом с выхода ФНЧ, пропорциональным погрешности δ_p .

При выборе постоянной времени T_1 дифференцирующего звена следует учитывать, что она связана с постоянной времени T_2 ФНЧ. Обе указанные постоянные времени фильтров должны позволять выделить ошибку δ_p и сгладить высокочастотную погрешность от шума ММГ. С учетом этого при моделировании режима функционирования системы коррекции в условиях различных значений качки выбраны постоянные времени $T_1 = 1,27$ с, $T_2 = 5$ с, обеспечивающие минимальные значения коэффициента подавления погрешности K_{Π} в диапазоне изменения периодов бортовой качки судна от 10 до 20 с и килевой — от 10 до 14 с.

Имитационное моделирование работы системы коррекции проводили в среде MATLAB (Simulink) с приведенными выше значениями постоянных времени звеньев, заданными условиями качки и уровнем шума ММГ, соответствующим $\sigma = 110^\circ/\text{ч}$ при частоте дискретизации 0,01 с. Указанный уровень шума был выбран исходя из характеристик дешевых микросхем ММГ типа ADXRS 649, ADXRS 645.

При исследовании режима работы МК с системой коррекции по угловой скорости получены следующие результаты:

— при задании бортовой качки судна с периодами от 6 до 28 с и движении судна с курсом $K_0 = 0^\circ$ значения коэффициента подавления погрешности K_{Π} лежат в диапазоне 0,15...0,28, а его среднее значение составляет 0,2;

— при задании килевой качки судна с периодами от 3 до 14 с и движении судна с курсом

$K_0 = 90^\circ$ значения коэффициента K_{Π} также лежат в диапазоне 0,15...0,28, а его среднее значение составляет 0,19.

Следует отметить, что зависимость коэффициента подавления погрешности K_{Π} от периодов бортовой и килевой качки в рассматриваемой системе коррекции несколько иная, чем в системе позиционной коррекции. Так, в диапазоне периодов бортовой качки от 10 до 20 с и килевой качки от 10 до 14 с коэффициент K_{Π} имеет значение, не превышающее 0,2, а при периодах бортовой качки менее 10 с и более 20 с значение коэффициента возрастает до значения 0,28. Для килевой качки изменение коэффициента становится иным. Он возрастает до значения 0,28 лишь при периодах килевой качки менее 10 с.

Если повторить расчет абсолютной погрешности МК с системой коррекции по угловой скорости в условия, заданных при исследовании позиционной системы коррекции для судна "Ванкувер", то получим также значение погрешности МК, равное $\pm 1,99^\circ$, что подтверждает близость характеристик двух систем коррекции.

Анализ полученных в обеих системах коррекции значений коэффициента подавления K_{Π} показывает, что эффективность работы системы коррекции по угловой скорости, использующей дешевый ММГ, соответствует системе позиционной коррекции с использованием дорогого ВОГ.

Следует отметить, что обе предложенные системы коррекции позволяют скомпенсировать не только погрешность, обусловленную непосредственно влиянием переносного ускорения, но и погрешность от перераспределения магнитных масс при качке судна [16, 17].

Заключение

Развитие современных судовых основных МК привело к появлению МК с дистанционной передачей курса, имеющих ряд преимуществ по сравнению с традиционными МК. Эти приборы позволяют в автоматическом режиме с помощью приемников GPS, ГЛОНАСС корректировать магнитный курс судна и выводить на цифровой репитер информацию об истинном курсе. Они могут быть размещены не только на верхнем мостике судна над его рулевой рубкой, но и в другом месте открытой палубы. Введение системы коррекции в такие приборы позволяет скомпенсировать погрешность, вызванную качкой судна. По существу, такие МК являются мехатронными системами с несколькими системами коррекции, позволяющими повысить точность выработки курса, имеющими в своем составе механические и электронные преобразователи различного назначения, а также вычислительные средства обработки информации и управления на основе микропроцессоров.

Предложенные варианты систем коррекции позволяют придать МК свойства гиромагнитного компаса, в котором за счет применения гироскопического датчика угловой скорости и мехатронной системы коррекции в значительной степени компенсируются погрешности магнитного компаса от качки судна. Отметим, что предложенные системы позиционной коррекции и коррекции по угловой скорости позволяют добиться близких результатов при подавлении указанной погрешности. Учитывая тот факт, что система позиционной коррекции работает с использованием ВОГ, а вторая — с использованием ММГ, целесообразно применять для решения поставленной задачи бюджетный микромеханический гироскоп, значительно снижающий стоимость МК. Специально подобранные настройки динамических звеньев этой системы коррекции обеспечивают "сглаживание" погрешностей микромеханического гироскопа и не позволяют ей накапливаться.

Список литературы

1. Basterretxea-Iribal Imanol, Sotes Iranzu, Uriarte Jose Ignacio. Towards an Improvement of Magnetic Compass Accuracy and Adjustment // The Journal of Navigation. 2016. Vol. 69, N. 6. P. 1325—1340.

2. Lushnikov E. Magnetic Compass in Modern Maritime Navigation // The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. 2015. Vol. 9, N. 4. P. 539—543.

3. Arribalzaga J., Martinez A. T. Vila J. A. Analysis and calculation of the magnetic moment of a magnet compensation for type A magnetic needle // The Journal of Maritime Research. 2013. Vol. 10, N. 2. P. 80—81.

4. Крылов А. Н. О возмущениях показаний компасов, происходящих на качке корабля на волнении. Избранные труды академика А. Н. Крылова. М.: Изд. АН СССР, 1958. С. 115—170.

5. Ривкин С. С. Определение линейных скоростей и ускорений качки корабля инерциальным методом. Часть I. Линейные скорости и ускорения качки корабля. Л.: ЦНИИ "Румб", 1980. С. 20—23.

6. Анучин О. Н., Емельянец Г. И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. СПб.: ФГУП ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2003. С. 181—182.

7. Кардашинский-Брауде Л. А. Современные судовые магнитные компасы. СПб.: ФГУП ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 1999. С. 95—98.

8. Ривкин С. С. Расчет динамических погрешностей гироскопических устройств на качающемся основании. Л.: НПО "Азимут", 1991. С. 51—57.

9. Рыбалтовский Н. Ю. Магнитно-компасное дело. Л.: Гос. изд-во водного транспорта, 1954. С. 421—422.

10. Браславский Д. А. Приборы и датчики летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1970. С. 351—353.

11. Грязин Д. Г., Падерина Т. В., Сергачев И. В. О возможности использования судовых магнитных компасов в высоких широтах // Материалы XXXII конф. памяти Н. Н. Острякова. Санкт-Петербург, ГНЦ РФ АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2020. С. 122—125.

12. Зиненко В. М., Грязин Д. Г., Молочников А. А., Сергачев И. В., Матвеев Ю. В., Короленко И. В. Способ измерения магнитного курса судна в высоких широтах и устройство для его реализации, патент RU 2688900, дата регистрации 22.05.2019.

13. Благовещенский С. Н., Холодили А. Н. Справочник по статике и динамике корабля. Т. 2. Динамика (качка) корабля. Л.: Судостроение, 1976. С. 58—59.

14. Бородай И. К. Прикладные задачи динамики судов на волнении. Л.: Судостроение, 1989. С. 125—127.

15. Правила по оборудованию морских судов. Часть V. Навигационное оборудование. Санкт-Петербург, Российский морской регистр судоходства, 2016. 166 с.

16. Androjna A., Belev B., Pavic I., Perkovic M. Determining Residual Deviation and Analysis of the Current Use of the Magnetic Compass // The Journal on Marine Science and Engineering. 2021. Vol. 9, N. 204. P. 2—14.

17. Tan Van Pham, Nguyen Van Suong. The Method to Calculate the Deviation Coefficients for Marine Magnetic Compass // The International Journal of Engineering Research and Technology. 2019. Vol. 12, N. 11. P. 1941—1944.

Mechatronic Control Devices for a Modern Ship's Magnetic Compass

D. G. Gryazin, volnagdg@yandex.ru, **T. V. Paderina**, paderinata@gmail.com,
ITMO University, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation,
Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation

Corresponding author: **Paderina Tatyana VI.**, Ph.D., Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: paderinata@gmail.com

Accepted on April 21, 2021

Abstract

One of the disadvantages of existing main magnetic compasses (MC) is the presence in their readings of an error from pitching due to the influence of centripetal and tangential accelerations when the MC is placed at a certain distance from the center rocking of the ship. This error can be unacceptably large, especially when using the compass in high latitude environments. This effect can be compensated by using a gyroscopic angular rate sensor (ARS), which measures the angular yaw rate of the ship. The work is devoted to the results of research and simulation of two correction system, which is introduced into the measuring circuit of the MC. Each of the correction systems presented in this work can be considered as mechatronic control device for a modern MC, one of them is positional, and the other is according to the angular yaw rate of the ship. The paper shows the advantages and disadvantages each of systems. So, a feature of the positional correction system is the need to use ARS of a tactical accuracy class (for example, a fiber-optic gyroscope). At the same time, the yaw rate correction system makes it possible to use a cheap micromechanical gyroscope (MMG). Despite the use ARS of various accuracy classes, both proposed correction systems allow achieving similar results, which leads to an obvious conclusion about the advisability of using the correction system with MMG, which allows to significantly reduce the cost of the MC, as well as to reduce its weight and dimensions.

Keywords: magnetic compass, high latitude, error from pitching, angular rate sensor, correction systems

Acknowledgements: This article was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research (20-08-00265).

For citation:

Gryazin D. G., Paderina T. V. Mechatronic Control Devices for a Modern Ship's Magnetic Compass, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 8, pp. 425–432.

DOI: 10.17587/mau.22.425-432

References

1. **Basterretxea-Iribal Imanol, Sotes Iranzu, Uriarte Jose Ignacio.** Towards an Improvement of Magnetic Compass Accuracy and Adjustment, *The Journal of Navigation*, 2016, vol. 69, no. 6, pp. 1325–1340.
2. **Lushnikov E.** Magnetic Compass in Modern Maritime Navigation, *The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 2015, vol. 9, no. 4, pp. 539–543.
3. **Arribalzaga J., Martinez A. T. Vila J. A.** Analysis and calculation of the magnetic moment of a magnet compensation for type A magnetic needle, *The Journal of Maritime Research*, 2013, vol. 10, no. 2, pp. 80–81.
4. **Krylov A. N.** About indignations of indications the compasses occurring on rolling of the ship on excitement, Selected works of academician A. N. Krylov, Moscow, Edit. AS USSR, 1958, pp. 115–170 (in Russian).
5. **Rivkin S. S.** Definition of linear speeds and accelerations of rolling of the ship by an inertial method, Part I, Linear speeds and accelerations of rolling of the ship. Leningrad, CSRI "Rumb", 1980, pp. 20–23 (in Russian).
6. **Anuchin O. N. Emeljantsev G. I.** The integrated systems of orientation and navigation for sea mobile objects, State Research Center of the Russian Federation St.-Petersburg, CSRI "Elektropribor", 2003, pp. 181–182 (in Russian).
7. **Kardashinsky-Braude L. A.** The modern ship magnetic compasses, Research Center of the Russian Federation CSRI "Elektropribor", St.-Petersburg, 1999, pp. 95–98 (in Russian).
8. **Rivkin S. S.** Calculation dynamic errors of gyroscopic devices on the shaking basis, Leningrad, NPO "Azimut", 1991, pp. 51–57 (in Russian).
9. **Rybalovsky N. U.** Magnitno-compass business. Leningrad, Gosudarstvennoye izdatelstvo vodnogo transporta, 1954, pp. 421–422 (in Russian).
10. **Braslavsky D. A.** Devices and gauges of flying machines, Moscow, Mashinostroenie, 1970, pp. 351–353 (in Russian).
11. **Gryazin D. G., Paderina T. V., Sergachev I. V.** About possibility of use of ship magnetic compasses in high latitudes, *materials XXXII of conference of memory of the outstanding designer of gyroscopic devices of N. N. Ostrjakova*, Saint Petersburg, State Research Center of the Russian Federation — Concern CSRI Elektropribor, 7–8 October 2020, pp. 122–125 (in Russian).
12. **Zinenko V. M., Gryazin D. G., Molochnikov A. A., Sergachev I. V., Matveev J. V., Korolenko I. V.** The way of measurement of a magnetic heading of a vessel in high latitudes and the device for its realization, patent RU 2688900, date of registration 22.05.2019 (in Russian).
13. **Blagoveshchensky S. N., Holodilin A. N.** Directory on a statics and dynamics of the ship, Vol. 2. Dynamics (rolling) of the ship, Leningrad, Sydstroenie, 1976, pp. 58–59 (in Russian).
14. **Boroday I. K.** Applied problems of dynamics ships on excitement, Leningrad, Sydstroenie, 1989, pp. 125–127 (in Russian).
15. **Rules** on the equipment of sea ships, Part V. The navigating equipment. Saint-Petersburg, The Russian sea register of navigation, 2016, 166 p. (in Russian).
16. **Androjna A., Belev B., Pavic I., Perkovic M.** Determining Residual Deviation and Analysis of the Current Use of the Magnetic Compass, *The Journal on Marine Science and Engineering*, 2021, vol. 9, no. 204, pp. 2–14.
17. **Tan Van Pham, Nguyen Van Suong.** The Method to Calculate the Deviation Coefficients for Marine Magnetic Compass, *The International Journal of Engineering Research and Technology*, 2019, Vol. 12, N. 11, pp. 1941–1944.

С. А. Кабанов, д-р техн. наук, проф., kaba-sa@mail.ru,

Д. С. Кабанов, канд. техн. наук, науч. сотр., kabanovds@mail.ru,

Балтийский государственный технический университет "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, г. Санкт-Петербург

Управление разведением спиц крупногабаритного трансформируемого рефлектора с использованием алгоритма последовательной оптимизации*

Применение крупногабаритных раскрывающихся рефлекторов, компактно сложенных на космических аппаратах, связано с разведением спиц на заданный угол, выдвиганием фрагментов спиц и настройкой формы радиоотражающего сетеполотна. Актуальной является задача оптимизации этих процессов с автоматическим выходом рефлектора в развернутое рабочее состояние. В статье рассматривается процесс оптимизации разведения спиц крупногабаритного трансформируемого рефлектора с учетом изгибных колебаний. Оптимизация затруднена обеспечением сходимости итерационных процедур нахождения управления. Усложняют задачу разведения изгибные колебания спиц, что затрудняет их фиксацию при выходе к упорам. В работе усовершенствована математическая модель разведения спиц, учитывающая изменение изгиба по длине и по времени, наличие устройств упора и фиксатора, исполнительного устройства. Для плавного выхода к упорам предлагается рассмотреть иерархию из двух целевых функционалов, введя в первый критерий терминальное условие на угловую скорость разведения, и разработать алгоритм последовательной оптимизации. Посредством численного моделирования углового движения спицы с учетом изгибных колебаний проведено исследование процесса поворота спицы на заданный угол при малых значениях угловой скорости в конечный момент времени. Установлены численные значения весовых коэффициентов, входящих в целевые функционалы. Исследовано их влияние на переходные процессы. Проверена работоспособность алгоритма при изменении интервала оптимизации. Проведено сравнение результатов численного моделирования с различными вариантами управления: с помощью ПИД регулятора, с применением алгоритма с прогнозирующей моделью и алгоритма с оптимальной коррекцией структуры управления, выявленной посредством принципа максимума. Результаты численного моделирования разведения спиц с помощью алгоритма последовательной оптимизации демонстрируют достижение требуемой точности при допустимых остаточных колебаниях. Разработанный алгоритм последовательной оптимизации формирует управление в темпе движения, и его рекомендуется использовать в более сложных решениях при учете действия случайных возмущений с использованием обработки измерений и оптимизации интервалов наблюдений.

Ключевые слова: математическая модель, вращательное движение, моделирование, крупногабаритный трансформируемый рефлектор, алгоритм последовательной оптимизации, спица

Светлой памяти академика РАН
А. А. Красовского посвящается

Введение

Современный этап развития радиотехнических систем различного назначения связан с разработкой и применением крупногабаритных раскрывающихся антенн-рефлекторов, устанавливаемых на космических аппаратах [1, 2]. При этом возникают новые задачи управления, целью которых является приве-

дение предварительно компактно сложенного рефлектора в развернутое рабочее состояние [3, 4], когда выполняются разведение спиц на заданный угол, выдвигание фрагментов спиц и настройка формы радиоотражающего сетеполотна. Математические модели этих видов движения представлены в работах [5, 6]. В статье усовершенствована математическая модель динамики в части учета разделения параметров, зависящих от длины и от времени. Оптимизация разведения спиц затруднена обеспечением сходимости итерационных процедур нахожде-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-08-00646 а).

ния управления. Решение этих задач численными методами даже при отсутствии сходимости позволяет установить структуру управления с соответствующими моментами переключения. "Коль скоро структура оптимального управления тем или иным способом угадана, не так трудно установить, как правило, что она действительно такова" [7]. Например, можно использовать эквивалентность основной задачи оптимизации и вспомогательной, в которой рассматривается структура управления с оптимизацией моментов переключения управления [8–11]. В приложении к раскрытию трансформируемого рефлектора такой алгоритм успешно управляет раскрытием в реальном времени [12, 13]. Применение этого алгоритма показало, что разведение спицы связано с колебательным процессом, что затрудняет фиксацию спицы при выходе к упорам. Кроме того, при действии возмущений его эффективность уменьшается из-за отсутствия возможности изменить управление после последней коррекции параметров структуры, за исключением возможности изменения конечного времени оптимизации.

В статье для описания процесса разведения спиц предлагается рассмотреть иерархию из двух целевых функционалов и применение алгоритма последовательной оптимизации [8], поскольку введение в первый критерий терминального условия на угловую скорость разведения спицы приводит к плавному выходу к опорам.

Математическая модель разведения спиц и постановка задачи

При разворачивании крупногабаритного трансформируемого рефлектора имеют место поступательное и вращательное движения. Вращательное движение встречается при раскрытии штанг и спиц. Математические модели динамики, описываемые системой дифференциальных уравнений, на всех этих этапах процесса раскрытия аналогичны друг другу, а конструкции отличаются только массогабаритными параметрами [5].

Рассмотрим разведение спицы. Примем, что один двигатель разворачивает только одну спицу в одной плоскости Oxy из начального положения на угол φ под действием силы M (рис. 1). Спица одним концом жестко закреплена за силовой каркас рефлектора на космическом аппарате (КА).

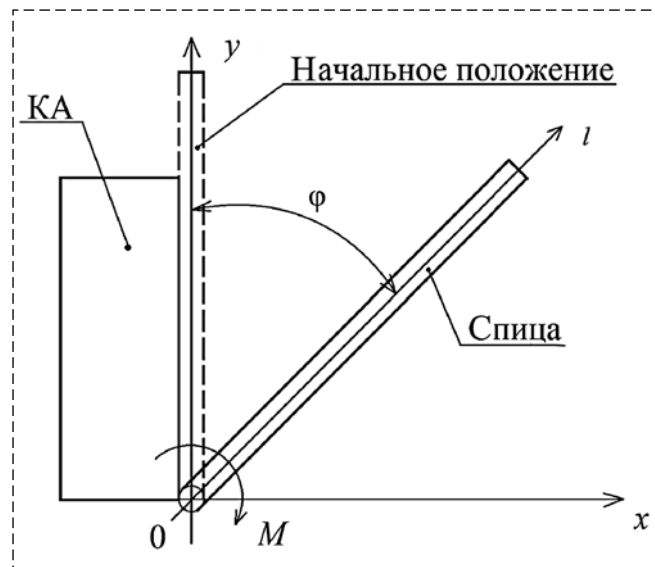


Рис. 1. Разведение спицы рефлектора
Fig. 1. Separating of the spokes of the reflector

Уравнение поперечных колебаний спицы получаются из уравнения Лагранжа с учетом диссипативных сил и имеют вид [5]

$$\ddot{h} = -\frac{EI_{\text{изг}}}{\rho S} \left[\frac{\partial^4 h}{\partial l^4} + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 h}{\partial l^4} \right) \right] + \frac{2}{\rho S} \frac{\partial M}{\partial l}, \quad (1)$$

где h — изгиб спицы; $\ddot{h} = \partial^2 h / \partial t^2$; t — время; E — модуль упругости; $I_{\text{изг}}$ — изгибной момент инерции; ρ — плотность материала спицы; S — площадь спицы в поперечном сечении; l — координата длины спицы; γ — коэффициент затухания; M — общий момент, действующий на спицу:

$$M(U, \varphi, \omega) = M_{\text{п}}(U) - M_{\text{тр}} - M_{\text{упор}}(\varphi, \omega) - M_{\text{ф}}(\varphi, \omega);$$

$M_{\text{п}}$ — полезный момент, создаваемый бесколлекторной машиной; U — напряжение питания бесколлекторной машины; $M_{\text{тр}}$ — момент трения; $M_{\text{упор}}$ — момент, создаваемый упором; $M_{\text{ф}}$ — момент, создаваемый фиксатором.

Изгиб $h(t, l)$ является функцией координаты l и времени t . Приведем уравнение (1) к виду системы дифференциальных уравнений первого порядка по времени. Следуя способу Фурье, ищем решение уравнения (1) в виде [14]

$$h(t, l) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) b_i(l), \quad (2)$$

где $a_i(t)$ — функции только времени t ; $b_i(l)$ — функции только координаты l ; i — номер формы колебаний. При этом каждый член ряда должен удовлетворять граничным условиям задачи, а вся сумма — начальным условиям.

Подставим выражение (2) в (1) при условии удовлетворения уравнения для любого i :

$$\ddot{a}_i(t)b_i(l) = -\frac{EI_{изг}}{\rho S} b_i^{(4)}(l)[a_i(t) + \gamma \dot{a}_i(t)] + \frac{2}{\rho S} \frac{\partial M}{\partial l},$$

откуда получаем

$$\ddot{a}_i(t) = -\frac{EI_{изг}}{\rho S} \frac{b_i^{(4)}(l)}{b_i(l)} [a_i(t) + \gamma \dot{a}_i(t)] + \frac{2}{\rho S b_i(l)} \frac{\partial M}{\partial l}. \quad (3)$$

Здесь $b_i^{(4)}(l) = d^4 b_i(l)/dl^4$, $\ddot{a}_i(t) = d^2 a_i(t)/dt^2$, $\dot{a}_i(t) = da_i(t)/dt$.

Для определения $\partial M/\partial l$ примем, что полный момент силы M создается на радиусе вала двигателя R_d , приводящего систему в движение. $\partial M/\partial l|_{l=R_d} = M/R_d$, $R_d = 0,5$ м. Моменты $M_{тр}$, $M_{упор}$, $M_{ф}$ определены в работе [5]. С использованием параметров спицы, представленных в разделе "Результаты расчетов" данной статьи, были проведены расчеты первых четырех собственных частот ($\omega_{c_1} = 14,465$ Гц, $\omega_{c_2} = 171,235$ Гц, $\omega_{c_3} = 475,902$ Гц, $\omega_{c_4} = 932,768$ Гц). Квадрат амплитуды изгиба при ω_{c_1} много больше квадрата амплитуды изгиба при второй и следующих собственных частотах. При отсутствии внешних возмущений с частотами, близкими к собственным частотам, для задачи разведения спицы достаточно рассмотреть только первую форму колебаний. Тогда из уравнения (3), разделив переменные, можно получить:

$$\frac{\ddot{a}_1(t) - \frac{2M}{\rho S R_d}}{a_1(t) + \gamma \dot{a}_1(t)} = -\frac{EI_{изг}}{\rho S} \frac{b_1^{(4)}(l)}{b_1(l)}. \quad (4)$$

Левая часть этого уравнения зависит только от t , а правая только от l . Для выполнения равенства необходимо, чтобы обе части уравнения равнялись одной и той же постоянной, обозначим ее $(-\lambda_1^2)$. Тогда из уравнения (4) следуют два уравнения:

$$\begin{aligned} b_1^{(4)}(l) - \lambda_1^2 \frac{\rho S}{EI_{изг}} b_1(l) &= 0, \\ \ddot{a}_1(t) + \lambda_1^2 \gamma \dot{a}_1(t) + \lambda_1^2 a_1(t) - \frac{2M}{\rho S R_d} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Первое уравнение в системе (5) не зависит от коэффициента γ и, в частности, остается таким же в случае идеально упругой системы, когда $\gamma = 0$. Примем $q_1^4 = \lambda_1^2 \frac{\rho S}{EI_{изг}}$. Тогда

первое уравнение в системе (5) примет вид $b_1^{(4)}(l) - q_1^4 b_1(l) = 0$. Его решение запишем с использованием функций Крылова в виде

$$b_1(l) = A_1 K_1(q_1 l) + B_1 K_2(q_1 l) + C_1 K_3(q_1 l) + D_1 K_4(q_1 l), \quad (6)$$

где $Z_1 = q_1 l$, $K_1 = \frac{1}{2}(\text{ch } Z_1 + \cos Z_1)$, $K_2 = \frac{1}{2}(\text{sh } Z_1 + \sin Z_1)$, $K_3 = \frac{1}{2}(\text{ch } Z_1 - \cos Z_1)$, $K_4 = \frac{1}{2}(\text{sh } Z_1 - \sin Z_1)$. Основное свойство функций Крылова состоит в том, что производная от любой из них дает предыдущую: $K_1(Z) = K_2^{(1)}(Z) = K_3^{(2)}(Z) = K_4^{(3)}(Z) = K_1^{(4)}(Z)$, $K_1^{(1)}(Z) = K_4(Z)$. Кроме того, выполнены следующие начальные условия: при $l = 0$ первая функция K_1 равна 1, а все остальные равны 0: $K_1(0) = 1$, $K_2(0) = 0$, $K_3(0) = 0$, $K_4(0) = 0$.

Соотношения для A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , λ_1 определяются граничными условиями (по два на каждом из концов). Рассмотрим заделанный левый конец и свободный правый конец. На левом конце спицы выполняются условия $b_1 = \frac{\partial b_1}{\partial l} = 0$, $l = 0$. На правом конце спицы выполняются условия $\frac{\partial^2 b_1}{\partial l^2} = \frac{\partial^3 b_1}{\partial l^3} = 0$, $l = L$.

Для левого конца имеем $b_1(0) = A_1 = 0$, $b_1'(0) = B_1 = 0$.

Для правого конца получим

$$\frac{\partial^2 b_1}{\partial l^2} = \frac{\partial^2}{\partial l^2} [C_1 K_3(Z_1) + D_1 K_4(Z_1)] = 0$$

или

$$q_1^2 [C_1 K_3^{(2)}(Z_1) + D_1 K_4^{(2)}(Z_1)] = 0,$$

откуда следует $C_1 K_1(Z_1) + D_1 K_2(Z_1) = 0$.

Аналогично находим

$$\frac{\partial^3 b_1}{\partial l^3} = q_1^3 [C_1 K_3(Z_1) + D_1 K_4(Z_1)] = 0$$

или

$$C_1 K_3^{(3)}(Z_1) + D_1 K_4^{(3)}(Z_1) = 0,$$

откуда получаем $C_1 K_4(Z_1) + D_1 K_1(Z_1) = 0$.

Система

$$\begin{aligned} C_1 K_1(Z_1) + D_1 K_2(Z_1) &= 0, \\ C_1 K_4(Z_1) + D_1 K_1(Z_1) &= 0 \end{aligned}$$

однородна и имеет вид $GX = 0$, где $G = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_4 & K_1 \end{bmatrix}$, $X = (C_1 \ D_1)^T$. Для того чтобы иметь не тривиальное решение, требуется равенство нулю ее определителя. Отсюда получаем $K_1^2 - K_4 K_2 = 0$ или $\cos Z_1 = -\frac{1}{\text{ch } Z_1}$. Корнем этого уравне-

ния является $Z_1 = 1,875$. Тогда $K_1(Z_1) = 1,474$, $K_2(Z_1) = 2,027$, $K_3(Z_1) = 1,771$, $K_4(Z_1) = 1,074$ и $C_1 = -1,372$ D_1 или $D_1 = 0,728$ C_1 .

На правом конце $q_1 = \frac{Z_1}{L}$. Вычислим значение фундаментальной функции согласно соотношению (6):

$$\begin{aligned} b_1(L) &= C_1 K_3(Z_1) + D_1 K_4(Z_1) = \\ &= C_1 [K_3(Z_1) - 0,73 K_4(Z_1)], \end{aligned}$$

откуда получаем $b_1(L) = 0,986 C_1$. Коэффициент C_1 определяется в зависимости от нагрузки при условии сохранения уравнения (3).

Система дифференциальных уравнений для определения положения спицы имеет вид $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, u, t)$, где $\mathbf{X} = (\varphi \ \omega \ a_1 \ V_{1a})^T$ — вектор состояния процесса разведения; u — вектор управления; t — время; ω — угловая скорость поворота спицы; a_1 и V_{1a} — зависящие от времени изгиб и скорость изгиба спицы соответственно. В поэлементном виде система представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \omega; \\ \dot{\omega} &= \frac{M(U, \varphi, \omega)}{I}; \\ \dot{a}_1(t) &= V_{1a}(t); \\ \dot{V}_{1a}(t) &= -\frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 [a_1(t) + \gamma V_{1a}(t)] + \\ &+ \frac{2}{\rho S b_1(L)} \frac{M(U, \varphi, \omega)}{R_d}, \end{aligned} \quad (7)$$

где I — момент инерции спицы.

Конструктивно спица имеет вид цилиндрической трубы с внешним радиусом R , изготовлена из материала с плотностью ρ и модулем упругости E . Напряжение питания U , $|U| \leq U_{\max}$ ($U_{\max} = 12,5$ В), выберем в качестве управления и будем изменять его значения для достижения конечного угла раскрытия. Полезный момент связан с управлением [5]

$$M_{\Pi} = m_{\Phi} p E_0 U \sin \vartheta / (\omega_1 X_c),$$

где m_{Φ} — число фаз ротора; p — число пар полюсов магнитного поля; E_0 — действующее значение электродвижущей силы (ЭДС) на обмотке статора; ϑ — угол рассогласования (между U_1 и E_0 , для двигателя находится в пределах $[0, \pi/2]$); ω_1 — угловая скорость вращения ротора двигателя; X_c — синхронное сопротивление.

Примем, что спица является тонкостенным кольцом в плоскости изгиба. При этом в сло-

женном состоянии звенья жестко закреплены, и никаких дополнительных перемещений звеньев относительно друг друга не происходит.

Требуется перевести систему (7) из начального состояния $\mathbf{X}(0)$ в заданное конечное $\mathbf{X}(t_f)$ при минимизации прогиба спицы h и при ограничении на напряжение питания U за конечное время t_f при отсутствии действия возмущений.

Разработка алгоритма управления

Построение устойчивых алгоритмов поиска оптимальной траектории в реальном масштабе времени затруднено, а нередко невозможно ввиду трудностей обеспечения сходимости решения, возникающих из принципа максимума [9] двухточечных краевых задач. Алгоритм оптимизации с коррекцией параметров структуры управления позволяет получить решение без затруднений в сходимости. Однако наличие изгибных колебаний увеличивает время выхода рефлектора в рабочее состояние [12, 13].

Поэтому требуется разработать методику и алгоритмы, которые позволят получать надежное решение задачи оптимизации траектории в реальном времени движения.

Если для системы из n уравнений оптимизация по одному целевому функционалу приводит к двухточечной краевой задаче для системы порядка $2n$, то для иерархии из двух критериев это число удваивается [8]. Объем вычислений возможно уменьшить путем использования на двух уровнях функционалов обобщенной работы А. А. Красовского [8, 9]. В работе [8] показана целесообразность применения упрощенного варианта алгоритма, когда при рассмотрении второго уровня управление первого уровня считается реализованным. Иными словами, происходит последовательная оптимизация управлений по уровням. Проведенные исследования для различных систем показали, что характер траекторий управляемого движения по упрощенному алгоритму не изменяется в сравнении с полным решением [8]. Алгоритм успешно применялся для управления летательным аппаратом, в том числе и с применением спирального прогноза [8], а также для управления автомобилем и ядерным реактором [15]. Здесь остаются известные преимущества применения критерия Красовского, когда вместо двухточечной краевой задачи нужно решать

две одноточечные задачи Коши (в прямом и обратном времени соответственно) [9].

Расширим систему (7), добавив к ней уравнение $\dot{U} = u$. Положим $Y = U$, $\mathbf{x} = (\mathbf{X}^T Y)^T = (\varphi \ \omega \ a_1 \ V_{1a} \ U)^T$, $\mathbf{f} = (F^T u)^T$. Рассмотрим иерархию целевых функционалов вида

$$\begin{aligned} J_1 &= \mathbf{V}_{f1}(\mathbf{X}, t_f); \\ J_2 &= \mathbf{V}_{f2}(\mathbf{X}, t_f) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} [f_0(\mathbf{X}, t) + 0,5(u^2 + u_0^2)k^{-2}]dt; \end{aligned} \quad (8)$$

где $\mathbf{V}_{f1} = 0,5\beta_2[\omega(t_f) - \omega_f]^2$; $\mathbf{V}_{f2} = 0,5\Delta\mathbf{X}_f^T \alpha \Delta\mathbf{X}_f$; $f_0 = 0,5\beta_1[\varphi(t) - \varphi_f]^2 + 0,5\beta_3 h^2$; $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, k$ — заданные коэффициенты; $\Delta\mathbf{X}_f = \mathbf{X}(t_f) - \mathbf{X}_f$, $\mathbf{X}_f = (\varphi_f \ \omega_f \ a_f \ V_{1af})^T$ — заданные конечные значения соответствующих переменных. Так как $h(t, L) = a_1(t)b_1(L)$, $V_{1a}(t, L) = V_{1a}(t)b_1(L)$, то $a_1(t) = h(t, L)/b_1(L)$ и $a_1(t_f) = h(t_f, L)/b_1(L)$.

Поскольку в терминальную часть функционалов входят требования не только к конечным значениям угла φ и прогиба h , но и к их производным, то механизмы упора и фиксатора при оптимальном управлении будут нести в себе только функции собственно фиксации спиц при достижении упора и не будут приводить к колебаниям в этих механизмах.

Для управления системой развертывания спицы с обеспечением конечных условий для угла φ при малых конечных значениях его производной ω целесообразно использовать упрощенный вариант алгоритма.

Управление вычисляется в виде $u = u_1 + u_2$, где u_1 и u_2 минимизируют критерии качества J_1 и J_2 соответственно. На первом уровне проводится подстройка прогнозирующей модели, например таким образом, чтобы можно было принять $u_1 = 0$, $U_m(t) = U(t) + \Delta U$.

С учетом сделанных допущений гамильтониан системы (7) примет вид $H = \mathbf{p}^T \mathbf{f}(\mathbf{X}) + f_0$, где $\mathbf{p} = [p_\varphi \ p_\omega \ p_h \ p_{V_a} \ p_U]^T$ — вектор сопряженных переменных, или

$$\begin{aligned} H &= p_\varphi \omega + p_\omega \frac{M}{I} + p_a V_{1a} + \\ &+ p_{V_a} \left[-\frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 [a_1(t) + \gamma V_{1a}(t)] + \right. \\ &+ \left. \frac{2}{\rho S b_1(l)} \frac{\partial M}{\partial l} \right] + p_U u + \frac{1}{2} \beta_1 (\varphi - \varphi_f)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \beta_3 h^2 + \frac{1}{2} \frac{u^2 + u_0^2}{k^2}. \end{aligned}$$

Уравнения прогнозирующей модели при нулевом управлении [8, 9] имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \omega; \\ \dot{\omega} &= \frac{M_\Pi(U) - M_{тр}}{I}; \\ \dot{a}_1 &= V_{1a}; \\ \dot{V}_{1a} &= -\frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 [a_1(t) + \gamma V_{1a}(t)] + \\ &+ \frac{2}{\rho S b_1(l)} \frac{M_\Pi(U) - M_{тр}}{R_d}; \\ \dot{U} &= 0. \end{aligned}$$

Для сопряженных переменных получаем

$$\begin{aligned} \dot{p}_\varphi &= -\beta_1(\varphi - \varphi_f); \quad \dot{p}_\omega = -p_\varphi; \\ \dot{p}_a &= p_{V_a} \frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 - \beta_3 a_1 b_1^2; \\ \dot{p}_{V_a} &= -p_a + p_{V_a} \frac{EI_{изг}}{\rho S} q_1^4 \gamma; \\ \dot{p}_U &= -\left(p_\omega \frac{1}{I} + p_{V_a} \frac{2}{\rho S b_1(l) R_d} \right) \frac{\partial M_\Pi(U)}{\partial U}; \\ p_\varphi(t_f) &= \alpha_1 [\varphi(t_f) - \varphi_f]; \\ p_\omega(t_f) &= \alpha_2 [\omega(t_f) - \omega_f]; \\ p_a(t_f) &= \alpha_3 [a_1(t_f) - a_f]; \\ p_{V_a}(t_f) &= \alpha_4 [V_{1a}(t_f) - V_{1af}]; \quad p_U(t_f) = 0. \end{aligned}$$

Здесь $\frac{\partial M_\Pi(U)}{\partial U} = A \sin \vartheta$, где $A = \frac{m_\varphi p E_0}{\omega_1 X_c}$.

Величина ΔU выбирается путем итераций из условия $V_{f1} = 0$ с точностью до малой $\sigma > 0$ интегрированием уравнений модели первого уровня на интервале $[t, t_f]$. В данном случае с учетом выражения для полезного момента $M_\Pi = A \sin \vartheta U$, пренебрегая на прогнозирующей модели моментом трения, можно определить необходимое для минимизации первого критерия значение управления в модели U_{md} из второго уравнения системы (7) в виде $U_{md} = [\omega_f - \omega(t)]/(t_f - t)/A_d$ (здесь $A_d = A \sin \vartheta / I$, определяется параметрами двигателя), т. е. величину u_1 задать в виде $u_1 = \delta(t) \Delta U$, где $\Delta U = U_{md} - U(t)$, $\delta(t)$ — дельта-функция (приближенно можно принять $\delta(t) = 1/\Delta t$, где Δt — шаг численного интегрирования системы (7)).

Для определения управления $u_2 = -k^2 p_U$ требуется найти p_U лишь из системы уравнений подстроенной модели и системы уравнений для p .

Результаты расчетов

Спица разворачивается из начального транспортировочного положения при значении угла поворота $\varphi_0 = 0$ и фиксируется при достижении заданного угла $\varphi_f = \pi/2$. Спица в начальном положении находится в состоянии покоя, имеет угловую скорость $\omega_0 = 0$, прогиб $h_0 = 0$ и скорость изгиба $V_{1a_0} = 0$. Конечные значения угловой скорости $\varphi_f = 0$, прогиба $h_f = 0$ и скорости изгиба $V_{1a_f} = 0$. Примем время раскрытия $t_f = 90$ с, максимальную допустимую амплитуду прогиба $h_{\max} = 10$ мм. Значение коэффициента затухания примем равным $\gamma = 0,04$ с. Первая собственная частота колебаний для случая заделанного левого и свободного правого концов $\omega_{\text{сизгл}} = 14,465$ Гц. Число фаз ротора $m_s = 2$, число пар полюсов магнитного поля $p = 2$, действующее значение ЭДС на обмотке статора $E_0 = 2,5$ В, синхронное сопротивление $X_c = 22 \cdot 10^{-3}$ Ом, угол рассогласования между полем ротора и статора $\vartheta = \pi/10$ при любой нагрузке, $\omega_1 = 247$ рад/с.

Были выбраны следующие параметры спицы при моделировании: материал АБС пластик QHF — 0140: плотность материала $\rho = 1600$ кг/м³, модуль упругости (Юнга) $E = 1,2 \cdot 10^{11}$ Па; длина спицы $a = 9,75$ м; масса спицы (всех вложенных звеньев) $m = 32$ кг. Рассматривается спица с сечением в виде кольца с внешним радиусом $R = 0,26$ м и внутренним радиусом $r = 0,25$ м. Момент инерции I будет равняться $I = mR^2/2 + ma^2/3 = 1015,4$ кг·м². Изгибной момент инерции $I_{\text{изг}} = \pi R^3 \delta = 5,52 \cdot 10^{-4}$ м⁴, где δ — толщина стенки трубы (спицы).

Численное моделирование перевода системы из начального состояния $\mathbf{X}(0) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ в конечное $\mathbf{X}(t_f) = (\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ с отсутствием перерегулирования по углу разворота φ за время $t_f = 90$ с проводили методом Эйлера с шагом $\Delta t = 0,01$ с. Расчеты показали, что при значениях параметров критерия J_2 : $\alpha_1 = 3000$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$, $\beta_1 = 0$, $\beta_3 = 0$, $k^2 = 0,1$ алгоритм успешно решает поставленную задачу. На рис. 2 представлены графики зависимостей $\varphi(t)$ и $\omega(t)$.

Конечное значение $\varphi(t_f) = 1,568$ рад отличалось от заданного на $0,0027$ рад. Угловые скорости при раскрытии спицы не превышают $0,03$ рад/с, а в конечный момент $\omega(t_f) = -6,175 \cdot 10^{-7}$ рад/с (практически равно заданному значению), что является характерным для исследуемого алгоритма. На рис. 3, а показан график $h(t)$ на начальном участке, а на рис. 3, б — график $U(t)$. Максимальное значение прогиба h возникало в начале процесса, когда существенно возрастало управление, и составило $h_{\max} = -7,07 \cdot 10^{-3}$ м, а в конечный момент $h(t_f) = -10^{-5}$ м. При $\beta_1 = 3$ кривая $\varphi(t)$ приближается к заданному значению $\varphi_f = \pi/2$ с погрешностью в $0,001$ рад: $\varphi(t_f) = 1,5717$ рад. Особенностью траекторий $\varphi(t)$ являлось достижение заданного конечного значения с малыми по абсолютной величине производными. Величина $U(t)$ имела максимальное значение $10,7$ В, в конечный момент $0,15$ В, что существенно ниже соответствующего значения при использовании алгоритма с коррекцией параметров структуры управления [12]. При $\beta_3 = 1$ значение конечного изгиба составило $h(t_f) = 1,1 \cdot 10^{-6}$ м. Как видно, для разворота от-

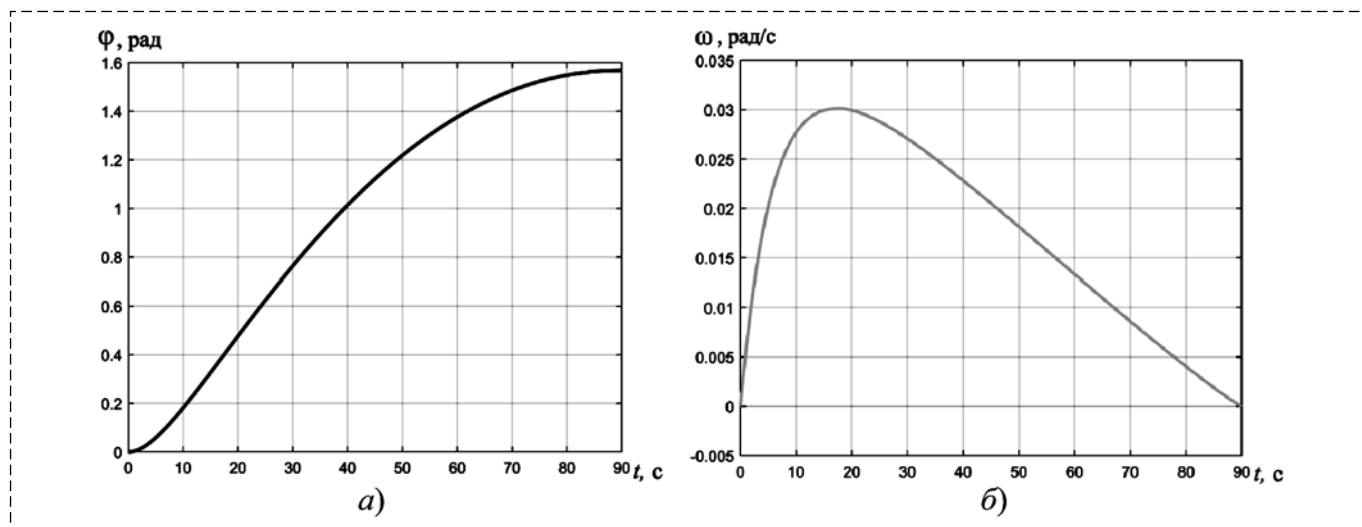


Рис. 2. Динамика угла (а) и угловой скорости (б) спицы
Fig. 2. Dynamics of angle (a) and angular velocity (b) the spoke

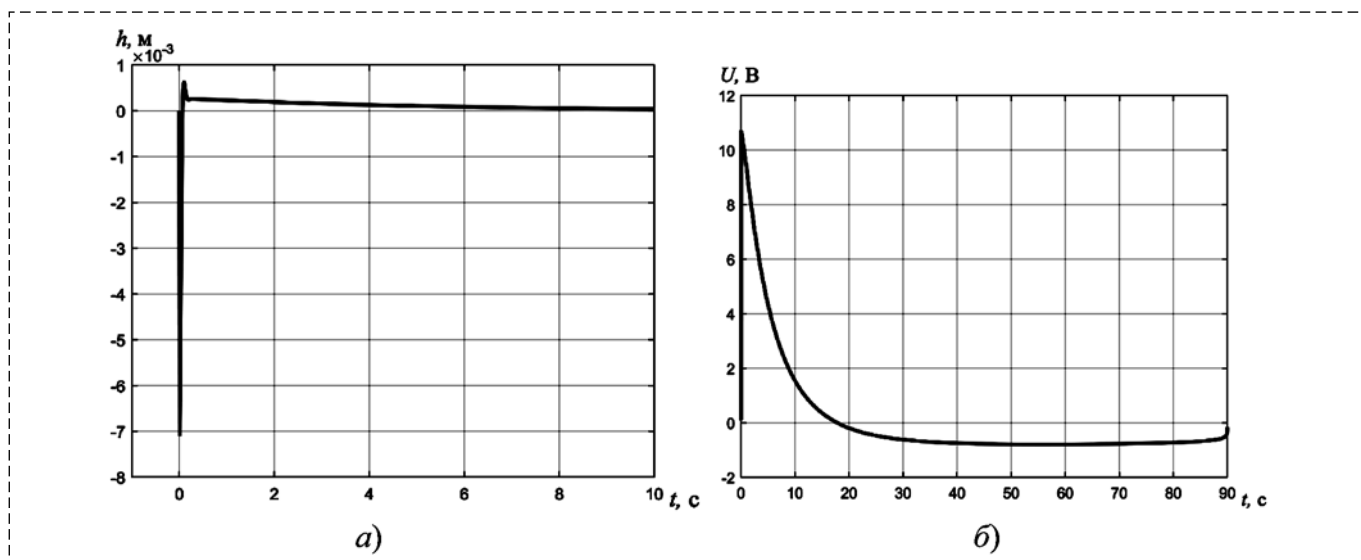


Рис. 3. Динамика изгиба (а) и управления (б)
Fig. 3. Dynamics of deflection (a) and control (б)

дельного звена длиной 9,75 м алгоритм стремится уменьшить и без того небольшую величину $h(t_f)$, что не представляется важным. Актуальность уменьшения $h(t_f)$ появится при рассмотрении разворота полностью выдвинутых трех звеньев составной спицы с общей длиной 29 м. Исследования показали, что в этом случае значение $h(t_f)$ достигает порядка 0,15 м при использовании алгоритма с коррекцией параметров структуры управления [12]. Представленный в данной статье алгоритм успешно проводит разворот спицы и за более короткое время. Правда, при этом надо увеличить коэффициент α_1 : для $t_f = 80$ с — $\alpha_1 = 2 \cdot 10^3$, для $t_f = 70$ с — $\alpha_1 = 5 \cdot 10^3$. Действительно, более короткому интервалу оптимизации отвечает более крутая траектория $\varphi(t)$. При этом формируется управление, приводящее к $U(t) > U_{\max}$, в результате чего появляется участок со значением $U(\tau) = U_{\max}$: при $t_f = 80$ с — $\tau \in (0; 0,4]$, при $t_f = 70$ с — $\tau \in (0; 1,35]$.

Преимущество алгоритма последовательной оптимизации состоит в возможности получения позиционного решения, позволяющего строить управление в реальном времени динамики процесса вплоть до конечного момента t_f при таких условиях достижения конечного положения, которые позволяют "мягко" использовать упоры и фиксаторы, исключая длительные колебания антенны, удлиняющие выход ее в рабочее состояние.

Если рассматривать оптимизацию только по второму критерию (8), то приходим к алгоритму с прогнозирующей моделью [8, 9].

В этом случае реализация алгоритма при $\alpha_1 = 10$ рад⁻¹, $\alpha_2 = 1$ с/рад, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$, $\beta_1 = 0$, $\beta_3 = 0$, $k^2 = 0,1$ привела к результатам: $\varphi(t_f) = 1,570$, $\omega(t_f) = 0,035$ рад/с, $h(t_f) = 1,710 \cdot 10^{-5}$ м.

Заключение

В данной статье представлен алгоритм последовательной оптимизации для разведения спиц трансформируемого рефлектора. Предложенный алгоритм позволяет в реальном времени обеспечить разведение спиц с плавным выходом к упорам с амплитудой колебаний, не превышающей $8 \cdot 10^{-3}$ м, что меньше в несколько раз по сравнению с ПИД регулятором и алгоритмом коррекции параметров структуры управления. Главным преимуществом алгоритма с иерархией целевых критериев является отсутствие длительных затухающих колебаний после достижения спицей заданного угла разворота. С помощью данного алгоритма удалось добиться необходимой точности и качества регулирования системы.

Учет действующих на исследуемую систему возмущений и шумов предполагаемых датчиков приводит к сложным задачам обработки результатов измерений и их планирования [16]. Исследованный в статье алгоритм последовательной оптимизации целесообразно применять в более сложных решениях с использованием обработки измерений и оптимизации интервалов наблюдений.

Список литературы

1. Siriguleng B., Zhang W., Liu T., Liu Y. Z. Vibration modal experiments and modal interactions of a large space deployable antenna with carbon fiber material and ring-truss structure // Engineering Structures. 2020. Vol. 207. P. 148–153.
2. Полянский И. С., Архипов Н. С., Мисюрин С. Ю. О решении проблемы оптимального управления адаптивной многолучевой зеркальной антенной // Автомат. и телемех. 2019. № 1. С. 83–100.
3. Yangmin X., Hang S., Alleyne A. G., Yang B. Feedback Shape Control for Deployable Mesh Reflectors Using Gain Scheduling Method // Acta Astronautica. 2016. Vol. 121. P. 241–255.
4. Rahmat-Samii Y., Manohar V., Kovitz J. M. et al. Development of Highly Constrained 1 m Ka-Band Mesh Deployable Offset Reflector Antenna for Next Generation CubeSat Radars // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 2019. Vol. 67, N. 10. P. 6254–6266.
5. Кабанов С. А., Зимин Б. А., Митин Ф. В. Разработка и анализ математических моделей раскрытия подвижных частей трансформируемых космических конструкций. Часть I // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 1. С. 51–64.
6. Кабанов С. А., Зимин Б. А., Митин Ф. В. Разработка и анализ математических моделей раскрытия подвижных частей трансформируемых космических конструкций. Часть II // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 2. С. 117–128.
7. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. М.: Наука, 360 с.
8. Кабанов С. А. Управление системами на прогнозирующих моделях. СПб: Изд-во СПбГУ, 1997. 200 с.
9. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
10. Малышев В. В., Кабанов Д. С. Алгоритм коррекции структуры управления автоматическим подводным аппаратом для построения области достижимости // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 7. С. 21–27.
11. Кабанов С. А. Оптимизация динамики систем с коррекцией параметров структуры управления // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2014. Вып. 2. С. 254–260.
12. Кабанов С. А., Митин Ф. В. Оптимизация процессов раскрытия и создания формы трансформируемого рефлектора космического базирования // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2021. № 2. С. 106–125.
13. Kabanov S. A., Mitin F. V. Optimization of the stages of unfolding a large-sized space-based reflector // Acta Astronautica. 2020. N. 176. P. 717–724.
14. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях. М.: Физматгиз, 1960. 193 с.
15. Кабанов С. А. Оптимизация динамики систем при действии возмущений. М.: Физматлит, 2008. 200 с.
16. Малышев В. В., Красильщиков М. Н., Карлов В. И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1989. 312 с.

Deployment the Spoke of a Large-Sized Transformable Reflector Using a Sequential Optimization Algorithm

S. A. Kabanov, kaba-sa@mail.ru, D. S. Kabanov, kabanovds@mail,
BSTU "VOENMEH" named after D. F. Ustinov, Saint-Petersburg, 190005, Russian Federation

Corresponding author: Kabanov Sergey A., Ph.D., Dr. Sci., Professor,
Baltic state technical university "VOENMEH" named after D. F. Ustinov,
Saint-Petersburg, 190005, Russian Federation, e-mail: kaba-sa@mail.ru

Accepted on March 15, 2021

Abstract

The use of large-sized opening reflectors close-packed in spacecraft is associated with spreading the spokes at a given angle, extending the fragments of the spokes and adjusting the shape of the radio-reflecting mesh. The problem of optimizing these processes with automatic output of the reflector to the deployed working state is urgent. The optimal control problem of spreading spokes of a large-sized space-based reflector with respect to bending vibrations is investigated in the article. The optimization process is complicated by ensuring convergence of iterative procedure for control finding. The bending vibrations of the spokes complicate the task of spreading. That makes it difficult to fix spokes when reaching the stops. In this paper the mathematical model of spoke dynamics is improved with respect to spoke's bend change in length and in time, the model takes into account the presence of stop and retainer devices and an actuator. It is proposed to consider a hierarchy of two target composed functions and develop an algorithm for sequential optimization for a smooth exit to the stops. It is suggested to include the terminal condition for the angular spreading rate in the first criterion. A study was carried out using mathematical simulation for the process of turning the spoke by a given angle at small values of the angular velocity at the final moment of time taking into account bending vibrations. The exact values of the weight coefficients included in the target composed functions are found. Weight coefficients influence on transient processes is investigated. The performance of the algorithm was checked when the value of the optimization interval was changed. The comparison of the results of simulation modeling with control options using the PID controller, application of an algorithm with a predictive model and an algorithm with optimal correction of the control structure, revealed by means of the maximum principle, was carried out. The results of simulation modeling for spokes spreading process using the sequential optimization algorithm demonstrate the achievement of the required accuracy with permissible tolerance residual vibrations. The developed algorithm of sequential optimization forms control in a real time and it is recommended to use it in more complex solutions under random disturbances using measurement process and optimization of observation intervals.

Keywords: mathematical model, spin motion, simulation modeling, large-size space-based transformable reflector, sequential optimization algorithm, spoke

References

1. Siriguleng B., Zhang W., Liu T., Liu Y. Z. Vibration modal experiments and modal interactions of a large space deployable antenna with carbon fiber material and ring-truss structure, *Engineering Structures*, 2020, vol. 207, pp. 148–153.
2. Polyanskii I. S., Arkhipov N. S., Misyurin S. Y. On solving the optimal control problem, *Automation and Remote Control*, 2019, vol. 80, no. 1, pp. 66–80.
3. Yangmin X., Hang S., Alleyne A. G., Yang B. Feedback Shape Control for Deployable Mesh Reflectors Using Gain Scheduling Method, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 121, pp. 241–255.
4. Rahmat-Samii Y., Manohar V., Kovitz J. M. et al. Development of Highly Constrained 1 m Ka-Band Mesh Deployable Offset Reflector Antenna for Next Generation CubeSat Radars, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2019, vol. 67, no. 10, pp. 6254–266.
5. Kabanov S. A., Zimin B. A., Mitin F. V. Development and Research of Mathematical Models of Deployment of Mobile Parts of Transformable Space Construction. Part I, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 1, pp. 51–64 (in Russian).
6. Kabanov S. A., Zimin B. A., Mitin F. V. Development and Research of Mathematical Models of Deployment of Mobile Parts of Transformable Space Construction. Part II, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 2, pp. 117–128 (in Russian).
7. Bellman R. Adaptive control processes, Moscow, Nauka, 360 p. (in Russian).
8. Kabanov S. A. Controlling systems based on predictive models, St. Petersburg, St. Petersburg State University Publishing House, 1997, 200 p. (in Russian).
9. Krasovskij A. A. ed. Handbook on the theory of automatic control, Moscow, Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).
10. Malushev V. V., Kabanov D. S. Algorithm for correcting the control structure of an automatic underwater vehicle for constructing the reachable region, *Journal of Instrument Engineering*, 2012, vol. 55, no. 7, pp. 21–27 (in Russian).
11. Kabanov S. A. Optimization of system dynamics with correction of control structure parameters, *Vestn. S. — Peterburg. un. Ser. 1*, 2014, iss. 2, pp. 254–260.
12. Kabanov S. A., Mitin F. V. Optimization of the processes of deployment and creating the shape of a transformable space-based reflector, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2021, no. 2, pp. 106–125.
13. Kabanov S. A., Mitin F. V. Optimization of the stages of unfolding a large-sized space-based reflector, *Acta Astronautica*, 2020, no. 176, pp. 717–724.
14. Panovko Y. G. Internal friction during vibrations, Moscow, FIZMATLIT, 1960, 193 p. (in Russian).
15. Kabanov S. A. Optimization of the dynamics of systems under the influence of perturbations, Moscow, FIZMATLIT, 2008, 200 p. (in Russian).
16. Malushev V. V., Krasilshikov M. N., Karlov V. I. Optimization of surveillance and control of aircraft, Moscow, Mashinostroenie, 1989, 312 p. (in Russian).

В. М. Солдаткин, д-р техн. наук, проф., w-soldatkin@mail.ru, **В. В. Солдаткин**, д-р техн. наук, проф.,
Е. С. Ефремова, канд. техн. наук, ст. преподаватель, **Б. И. Мифтахов**, аспирант,
Казанский национальный исследовательский технический университет им А. Н. Туполева-КАИ

Модели формирования и обработки сигналов панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости

Отмечается важность информации об истинной воздушной скорости и аэродинамических углах летательных аппаратов (ЛА), а также необходимость пополнения арсенала средств их измерения с чисто электронно конструктивной схемой, малой массой и стоимостью, обеспечивающих панорамное измерение угла скольжения.

Показано, что традиционные средства измерения воздушной скорости ЛА, реализующие аэродинамический и флюгерный методы измерения параметров набегающего воздушного потока с помощью распределенных по фюзеляжу приемников и датчиков, имеют сложную конструкцию, значительную массу и стоимость, ограниченные диапазоны измерения аэродинамических углов, что снижает возможность их применения на малоразмерных ЛА.

Рассматривается интегрированный датчик аэродинамического угла и истинной воздушной скорости, реализующий вихревой метод измерения параметров набегающего воздушного потока. Один неподвижный приемник потока упрощает конструкцию, частотно-временные первичные информативные сигналы позволяют уменьшить погрешности измерительных каналов. Ограниченный диапазон измерения угла скольжения снижает возможность применения датчика на малоразмерных ЛА.

Рассматривается интегрированный датчик аэродинамического угла и истинной воздушной скорости, реализующий ионно-меточный метод измерения параметров набегающего воздушного потока. Датчик обеспечивает панорамное измерение аэродинамического угла с помощью приемников, распределенных в плоскости измерений. Но многоканальная измерительная схема значительно усложняет конструкцию, увеличивает массу и стоимость датчика, что ограничивает его использование на ЛА.

Раскрывается функциональная схема оригинального панорамного чисто электронного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с одним неподвижным приемником набегающего воздушного потока и ультразвуковыми измерительными каналами. Получены аналитические модели формирования, обработки и определения аэродинамического угла и истинной воздушной скорости при использовании частотных, время-импульсных и фазовых информативных сигналов. Проведенный анализ вариантов используемых информативных сигналов определяет перспективность применения на малоразмерных ЛА панорамного датчика с частотными информативными сигналами, в котором отсутствуют методические погрешности, вызванные влиянием температуры окружающей среды при изменении высоты полета.

Ключевые слова: летательный аппарат, истинная воздушная скорость, аэродинамический угол, датчик, ультразвуковые каналы, построение, сигналы, модели, формирование, обработка

Введение

Полеты самолета, вертолета и других типов летательных аппаратов (ЛА) осуществляются в пределах атмосферы. Основными параметрами, влияющими на безопасность пилотирования ЛА в атмосфере, являются параметры вектора воздушной скорости — истинная воздушная скорость и аэродинамические углы атаки и скольжения, определяющие аэродинамику движения ЛА относительно окружающей воздушной среды [1, 2]. Непрерывное расширение парка ЛА, области применения и круга решаемых ими задач обуславливает необходимость пополнения арсенала средств измерения параметров вектора воздушной скорости с улучшенными техническими и эксплуатационными характеристиками. Широкое применение малоразмерных пилотируемых и беспилотных ЛА различного класса определяет актуальность создания интегрированного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости, обладающего

чисто электронной конструктивной схемой, малой массой и стоимостью, обеспечивающего панорамное измерение аэродинамического угла скольжения во всей азимутальной плоскости [3].

Анализ средств измерения аэродинамического угла и истинной воздушной скорости

Широко используемые на самолетах и других ЛА средства измерения аэродинамических углов, истинной воздушной скорости и однозначно связанных с ней приборной скорости и числа Маха реализуют аэродинамический и флюгерные методы измерения параметров набегающего воздушного потока с помощью автономных приемников воздушных давлений (ПВД), приемников температуры торможения (ПТТ), флюгерных датчиков аэродинамических углов (ДАУ), распределенных по фюзеляжу ЛА и вынесенных в набегающий воздушный поток [4—6]. Это усложняет конструкцию и увеличи-

валяет массу традиционных средств измерения параметров вектора воздушной скорости, является причиной возможного засорения и обледенения автономных приемников и датчиков, снижающих надежность их работы в условиях реальной эксплуатации. Рабочие диапазоны по аэродинамическому ПВД, ПТТ и ДАУ ограничены значениями $\pm(15...30)^\circ$. Все это ограничивает применение традиционных средств на малоразмерных пилотируемых и беспилотных ЛА.

Проводится разработка интегрированного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с одним неподвижным приемником параметров набегающего воздушного потока, построенного на основе вихревого метода измерения параметров набегающего воздушного потока [7–11]. Использование одного неподвижного приемника и частотно-временных первичных информативных сигналов, обрабатываемых во встроенном вычислителе, упрощает конструкцию и снижает погрешности измерительных каналов вихревого датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости [10, 11]. Однако диапазон измерения по аэродинамическому углу вихревого датчика ограничен значениями $-15...+35^\circ$ [10], что не позволяет измерить угол скольжения.

Также проводится разработка интегрированного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с одним неподвижным приемником, построенного с использованием ионно-меточного метода измерения параметров набегающего воздушного потока [12–14]. Ионно-меточный датчик обеспечивает панорамное измерение параметров вектора воздушной скорости с помощью приемных электродов, расположенных в плоскости изменения измеряемого аэродинамического угла [13, 14]. Однако многоканальная измерительная схема обуславливает жесткие требования к идентичности и стабильности характеристик измерительных каналов, усложняет конструкцию, повышает массу и стоимость, ограничивает применение панорамного ионно-меточного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости на малоразмерных пилотируемых и беспилотных ЛА.

Построение панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с ультразвуковыми измерительными каналами

Опыт применения ультразвукового метода измерения параметров потоков газа и жидкости в расходомерии и в других областях [15–18]

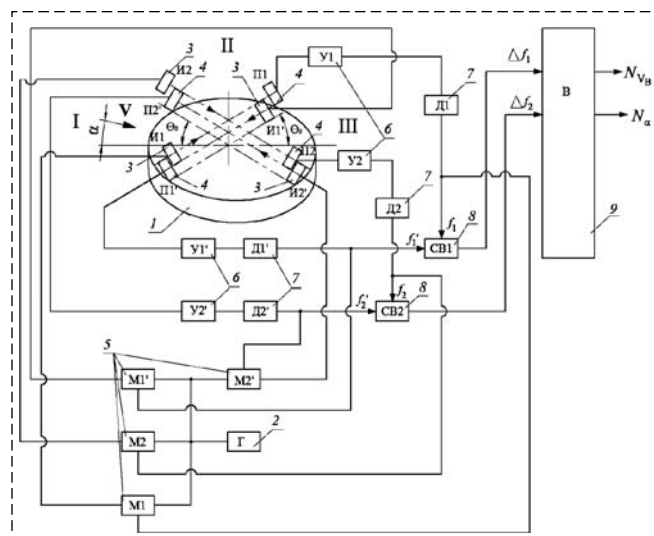
определяет перспективность разработки интегрированного панорамного датчика аэродинамического угла и воздушной скорости с одним неподвижным приемником и ультразвуковыми измерительными каналами.

На рисунке приведена функциональная схема интегрированного панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с ультразвуковыми измерительными каналами [18].

В набегающем воздушном потоке, характеризующем вектор скорости $\mathbf{V}$ и контролируемый аэродинамический угол α , установлена приемная плата 1 панорамного ультразвукового датчика. На обтекаемой поверхности платы 1 расположены две пары совмещенных пьезоэлектрических излучателей 3 и приемников 4 ультразвуковых колебаний, установленных ортогонально друг к другу под углом $\Theta_0 = 45^\circ$ к оси приемной платы 1, относительно которой отсчитывается значение измеряемого угла α .

Излучатели И1 и И2 формируют ультразвуковые колебания по направлению набегающего воздушного потока, которые воспринимаются приемниками П1 и П2, а излучатели И1' и И2' формируют ультразвуковые колебания против направления потока, которые воспринимаются приемниками П1' и П2' соответственно.

Излучатели И1, И2 и И1', И2' через модуляторы М1, М2 и М1', М2', работающие в триггерном режиме, подключены к генератору 2 синусоидальных колебаний высокой частоты. Приемники П1 и П1' через усилители У1 и У1', детекторы Д1 и Д1' подключены к схеме вы-



Функциональная схема панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с ультразвуковыми измерительными каналами

Functional scheme of the panoramic sensor of aerodynamic angle and true airspeed with ultrasonic instrumentation channels

читания СВ1, на выходе которой формируется разность информативных сигналов, например, в виде разности $\Delta f_1 = f_1 - f_1'$ частот f_1 и f_1' ультразвуковых колебаний, воспринимаемых приемниками П1 и П1' по направлению набегающего воздушного потока. Аналогично приемники П2 и П2' через усилители У2 и У2', детекторы Д2 и Д2' подключены к схеме вычитания СВ2, на выходе которой формируется разность информативных сигналов, например, в виде разности $\Delta f_2 = f_2 - f_2'$ частот f_2 и f_2' ультразвуковых колебаний, воспринимаемых приемниками П2 и П2' против направления набегающего воздушного потока. Выходы схем вычитания СВ1 и СВ2 подключены ко входу вычислителя, осуществляющего обработку информативных сигналов, например Δf_1 и Δf_2 , и определение параметров вектора воздушной скорости.

Модели формирования и обработки информативных сигналов измерительных каналов ультразвукового датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости

Принцип действия ультразвуковых измерительных каналов панорамного датчика параметров вектора воздушной скорости основан на различии времени прохождения ультразвуковых колебаний от излучателей до приемников по направлению набегающего воздушного потока и против направления потока.

Например, при нахождении измеряемого аэродинамического угла α в пределах $\pm 45^\circ$ (сектор I на рисунке) интервалы времени t_1 , t_1' и t_2 , t_2' прохождения ультразвуковых колебаний от излучателей до приемников по направлению потока и против него будут определяться выражениями вида

$$t_1 = \frac{L}{a + V \cos(\Theta_0 + \alpha)}; t_1' = \frac{L}{a - V \cos(\Theta_0 + \alpha)};$$

$$t_2 = \frac{L}{a + V \cos(\Theta_0 - \alpha)}; t_2' = \frac{L}{a - V \cos(\Theta_0 - \alpha)},$$

где L — расстояние между соответствующими излучателями и приемниками ультразвуковых колебаний; a — скорость распространения звука в воздухе.

Как только первые ультразвуковые колебания, создаваемые на выходах приемников, пройдя через усилители и детекторы, поступают на модуляторы, работающие в триггерном режиме, модуляторы закрывают проход колебаний

от генератора к пьезоэлектрическим элементам излучателей, и посылка пакетов ультразвуковых колебаний от излучателей прекращается. Модуляторы вновь открываются после того, как последние ультразвуковые колебания первых пакетов достигнут пьезоэлектрических приемников.

В результате на входы схем вычитания СВ1 и СВ2 будут поступать сигналы с частотами f_1 , f_1' и f_2 , f_2' , определяемые соотношениями

$$f_1 = \frac{1}{L} [a + V \cos(\Theta_0 + \alpha)];$$

$$f_1' = \frac{1}{L} [a - V \cos(\Theta_0 + \alpha)];$$

$$f_2 = \frac{1}{L} [a + V \cos(\Theta_0 - \alpha)];$$

$$f_2' = \frac{1}{L} [a - V \cos(\Theta_0 - \alpha)].$$

На выходах схем вычитания СВ1 и СВ2 формируются информативные сигналы ультразвуковых измерительных каналов в виде разностей $\Delta f_1 = f_1 - f_1'$ и $\Delta f_2 = f_2 - f_2'$, определяемые соотношениями вида

$$\Delta f_1 = \frac{2V}{L} \cos(\Theta_0 + \alpha); \Delta f_2 = \frac{2V}{L} \cos(\Theta_0 - \alpha). \quad (1)$$

Представляя в соотношениях (1) косинусы суммы и разности в виде

$$\cos(\Theta_0 + \alpha) = \cos \Theta_0 \cos \alpha + \sin \Theta_0 \sin \alpha;$$

$$\cos(\Theta_0 - \alpha) = \cos \Theta_0 \cos \alpha - \sin \Theta_0 \sin \alpha, \quad (2)$$

принимая $\Theta_0 = 45^\circ$, $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, получим

$$\Delta f_1 = \frac{\sqrt{2}}{L} V (\cos \alpha + \sin \alpha);$$

$$\Delta f_2 = \frac{\sqrt{2}}{L} V (\cos \alpha - \sin \alpha).$$

Сумма ($\Delta f_1 + \Delta f_2$) и разность ($\Delta f_1 - \Delta f_2$) будут определяться как

$$\Delta f_1 + \Delta f_2 = \frac{2\sqrt{2}}{2} V \cos \alpha;$$

$$\Delta f_1 - \Delta f_2 = \frac{2\sqrt{2}}{2} V \sin \alpha. \quad (3)$$

Тогда аналитическое выражение для определения аэродинамического угла α в ультразвуковых измерительных каналах панорамного датчика параметров вектора воздушной скорости будет иметь вид [18]

$$\alpha = \arctg \frac{\Delta f_1 - \Delta f_2}{\Delta f_1 + \Delta f_2}. \quad (4)$$

Сумма квадратов $\Delta f_1^2 + \Delta f_2^2$ будет определяться соотношением

$$\begin{aligned} \Delta f_1^2 + \Delta f_2^2 = & \frac{2}{L^2} V^2 [(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 + \\ & + (\cos \alpha - \sin \alpha)^2] = \frac{2}{L^2} V^2 (\cos^2 \alpha + \\ & + 2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \\ & - 2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{4}{L^2} V^2. \end{aligned}$$

Аналитическое выражение для определения истинной воздушной скорости $V_B = V$ в ультразвуковых измерительных каналах панорамного датчика параметров вектора воздушной скорости принимает вид [18]

$$V_B = \frac{L}{2} \sqrt{\Delta f_1^2 + \Delta f_2^2}. \quad (5)$$

Соотношения (4) и (5) определяют аналитические модели обработки информативных сигналов Δf_1 и Δf_2 , формируемых на выходах схем вычитания и подаваемых на вход вычислителя. На выходе вычислителя формируются выходные цифровые (кодовые) выходные сигналы N_{V_B} и N_α панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости, которые подаются на средства отображения информации и другим потребителям.

При превышении измеряемым аэродинамическим углом значения $\alpha = +45^\circ$ работа ультразвуковых измерительных каналов происходит аналогично в секторе II. В этом случае значение аэродинамического угла α , вычисляемое по соотношению (4), алгоритмически увеличивается на $\pi/2$. При превышении аэродинамическим углом значения $\alpha = +90^\circ$ в секторе III вычисленное значение угла увеличивается на π . При отрицательных значениях измеряемого аэродинамического угла и выходе за границы $\alpha = -45^\circ$ и $\alpha = -90^\circ$ вычисленные значения аэродинамического угла уменьшаются на $-\pi/2$ и на $-\pi$ соответственно.

Такое панорамное измерение аэродинамического угла во всей азимутальной плоскости в диапазоне $\pm 180^\circ$ алгоритмически обеспечивается с использованием аналитической модели вида

$$\alpha = K_i \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{\Delta f_1 - \Delta f_2}{\Delta f_1 + \Delta f_2}, \quad (6)$$

где K_i — коэффициент, принимающий следующие значения: для сектора I $K_1 = 0$; для сектора II $K_2 = \pm 1$; для сектора III $K_3 = \pm 2$.

Как видно из соотношений (4) и (5), вычисленное значение аэродинамического угла определяется только текущими значениями

разности частот Δf_1 и Δf_2 , регистрируемых соответствующими совмещенными парами излучатель—приемник ультразвуковых колебаний по и против направления контролируемого воздушного потока. В выражение (5) для вычисления истинной воздушной скорости входит расстояние L между излучателями и приемниками, технологический разброс которого является причиной инструментальной погрешности измерения скорости.

Как показывает анализ, реализацию ультразвукового метода измерения параметров контролируемого воздушного потока можно обеспечить, контролируя не только изменение частот f_1, f_1' и f_2, f_2' , регистрируемых ультразвуковыми измерительными каналами, но и разность времени прохождения базового расстояния по и против набегающего потока коротких импульсов с заданной частотой.

В этом случае в качестве информативных сигналов используется разность интервалов времени, $\Delta t_1 = t_1 - t_1'$ и $\Delta t_2 = t_2 - t_2'$, регистрируемых соответствующими парами излучатель—приемник, установленными под углом $2\Theta_0 = 90^\circ$.

Разности Δt_1 и Δt_2 будут определяться выражениями

$$\begin{aligned} \Delta t_1 = t_1 - t_1' &= \frac{2LV}{a^2} \cos(\Theta_0 + \alpha); \\ \Delta t_2 = t_2 - t_2' &= \frac{2LV}{a^2} \cos(\Theta_0 - \alpha). \end{aligned}$$

Используя соотношения (2), получим

$$\begin{aligned} \Delta t_1 - \Delta t_2 &= \frac{2\sqrt{2}LV}{a^2} V \sin \alpha; \\ \Delta t_1 + \Delta t_2 &= \frac{2\sqrt{2}LV}{a^2} V \cos \alpha; \\ \Delta t_1 + \Delta t_2 &= \frac{2\sqrt{2}LV}{a^2} V. \end{aligned}$$

Аналитические модели для вычисления аэродинамического угла α и истинной воздушной скорости V_B ультразвукового панорамного датчика параметров вектора воздушной скорости при использовании время-импульсных информативных сигналов в секторе I принимают вид

$$\begin{aligned} \alpha &= \arctg \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}; \\ V_B &= \frac{a^2}{2\sqrt{2}L} (\Delta f_1^2 + \Delta f_2^2). \end{aligned} \quad (7)$$

Полученные аналитические зависимости (7) для вычисления аэродинамического угла по форме одинаковы с зависимостями (4) и (5), полученными при использовании частотных ин-

формативных сигналов. Как видно из соотношения (7), значение истинной воздушной скорости зависит не только от измеряемых интервалов времени Δt_1 и Δt_2 , но и от скорости a распространения звука в воздухе, зависящей от температуры окружающей среды, а следовательно, и от высоты полета, а также от расстояния L между приемниками и излучателями. Изменение скорости звука a и расстояния L является причиной методической и инструментальной погрешности измерения истинной воздушной скорости.

При реализации ультразвуковых измерительных каналов панорамного датчика параметров вектора воздушной скорости можно использовать фазовые информативные сигналы для регистрации параметров контролируемого воздушного потока [17].

Из-за различия времени Δt , необходимого для прохождения ультразвуковыми колебаниями одного и того же расстояния L по потоку и против него, на пьезоэлементах приемников возникает разность фаз между воспринимаемыми ими ультразвуковыми колебаниями.

Для ультразвуковых измерительных каналов, расположенных под углом Θ к направлению контролируемого потока, разность фаз $\Delta\varphi$ будет определяться выражением

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi f L \cos \Theta}{a^2} V,$$

где f — частота ультразвуковых колебаний.

Применительно к задаче измерения аэродинамического угла и истинной воздушной скорости для пары излучатель—приемник, расположенных под углом $2\Theta_0 = 90^\circ$, получим

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_1 &= \frac{4\pi f L V}{a^2} \cos(\Theta_0 + \alpha); \\ \Delta\varphi_2 &= \frac{4\pi f L V}{a^2} \sin(\Theta_0 - \alpha); \\ \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 &= \frac{8\pi f L V}{a^2} \sin \alpha; \\ \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 &= \frac{8\pi f L V}{a^2} \cos \alpha; \\ \alpha &= \arctg \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}.\end{aligned}\quad (8)$$

Используя соотношения (6), получим

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_1^2 + \Delta\varphi_2^2 &= \left(\frac{8\pi f L V}{a^2} \right)^2; \\ V_B &= \frac{a}{2\pi f L} (\Delta\varphi_1^2 + \Delta\varphi_2^2).\end{aligned}\quad (9)$$

Следовательно, при использовании фазовых информативных сигналов, как и для время-им-

пульсных информативных сигналов, вычисляемая по соотношениям (9) истинная воздушная скорость зависит от расстояния L между приемниками и излучателями, от скорости a звука, а также от частоты f посылки ультразвуковых колебаний, изменение которых является причиной инструментальных и методических погрешностей измерения, что также определяет преимущества панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с частотными информативными сигналами.

Заключение

Полученные результаты показывают, что в сравнении с панорамным ионно-меточным и вихревым интегрированными датчиками предлагаемый панорамный датчик аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с ультразвуковыми измерительными каналами обладает следующими конкурентными преимуществами:

- для регистрации параметров набегающего воздушного потока используются только два ультразвуковых измерительных канала, построенных на основе совмещенных пар излучателей-приемников ультразвуковых колебаний;
- использование частотных информативных сигналов упрощает их выделение, преобразование и обработку в измерительной схеме датчика, что упрощает практическую реализацию и формирование цифровых выходных сигналов по аэродинамическому углу и истинной воздушной скорости;
- отсутствие методических погрешностей ультразвуковых измерительных каналов с частотными информативными сигналами повышает точность измерения.

Разработанные принципы построения, модели формирования информативных сигналов, их обработки и вычисления выходных сигналов являются теоретической основой для разработки, анализа погрешностей и обеспечения точности измерительных каналов панорамного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости с ультразвуковыми измерительными каналами.

Указанные конкурентные преимущества упрощают конструкцию, снижают массу и стоимость, что расширяет область применения панорамного ультразвукового датчика на малоразмерных летательных аппаратах различного класса и назначения и позволяет повысить уровень безопасности полета, улучшить качество пилотирования и обеспечить решение тактико-технических задач полета.

Список литературы

1. **Практическая** аэродинамика маневренных самолетов / Под ред. Н. М. Лысенко. М.: Воениздат, 1977. 439 с.
2. **Солдаткин В. М.** Методы и средства построения бортовых информационно-управляющих систем обеспечения безопасности полета. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2004. 350 с.
3. **Моисеев В. С., Гушина Д. С., Моисеев Г. В.** Основы теории создания и применения информационных беспилотных авиационных комплексов. Казань: Изд-во Минобрнауки РТ, 2010. 196 с.
4. **Клюев Г. И., Макаров Н. Н., Солдаткин В. М., Ефимов И. П.** Измерители аэродинамических параметров летательных аппаратов: Учебное пособие. Ульяновск: Изд-во Ульяновск. гос. техн. ун-та, 2005. 590 с.
5. **Кравцов В. Г., Алексеев Н. В.** Аэрометрия высотно-скоростных параметров летательных аппаратов // Приборы и системы: Управление, контроль, диагностика. 2000. № 8. С. 47–50.
6. **Kaletka J.** Evaluation of the Helicopter Low Airspeed System Lasse // Journal of American Helicopter Society. 1983. N. 4. P. 35–43.
7. **Yamasaki H., Rubin M.** The Vortex Flowmeter // Flow Measurement and Control in Science and Industry. USA, 1974. P. 975–983.
8. **Киясбейли А. Ш., Перельштейн М. Е.** Вихревые измерительные приборы. М.: Машиностроение, 1972. 152 с.
9. **Pankanin G. L.** The Vortex Flowmeter: Various Methods of Investigating Phenomena // Measurement science and technology, 2005. N. 16. P. 1–16.
10. **Soldatkin V. M., Soldatkina E. S.** Vortex sensor of aerodynamic angle and airspeed // Russian Aeronautics. 2012. Vol. 55, N. 4. P. 402–407.
11. **Солдаткин В. М., Ефремова Е. С.** Особенности построения и анализ статической точности вихревой системы воздушных сигналов дозвукового летательного аппарата // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 7. С. 443–448.
12. **Barriol R., Hannoyer G., Rousseau C.** A new approach for ionic air flow sensors transit time // SAE Techn. Pap. Ser. 1984. № 840138. P. 29–39.
13. **Ганеев Ф. А., Солдаткин В. М.** Ионно-меточный датчик аэродинамического угла и воздушной скорости с логотрическими информативными сигналами и интерполяционной схемой обработки // Известия вузов. Авиационная техника. 2010. № 3. С. 46–50.
14. **Солдаткин В. М., Солдаткин В. В., Крылов Д. Л.** Теоретические основы построения системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником потока // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 7. С. 495–502.
15. **Кремлевский П. П.** Расходомеры и счетчики количества. Изд. 3-е, пераб. и доп. Л.: Машиностроение, 1975. 776 с.
16. **Электрические** измерения неэлектрических величин / Под ред. П. В. Новицкого. Л.: Энергия. 1975. 576 с.
17. **Ghahramani A., Zhu M., Przybyla R. J., Andersen M. P., Galicia P. J., Pfeffer T. E., Zhang H., Arens E.** Measuring Air Speed With a Low-Power MEMS Ultrasonic Anemometer via Adaptive Phase Tracking // Sensors Journal IEEE, 2019. Vol. 19, N. 18. P. 8136–8145.
18. **Патент РФ** на изобретение № 2737518 С1, МПК G01P 5/18, G01H 11/18. Кинематический датчик аэродинамического угла и истинной воздушной скорости / В. М. Солдаткин, В. В. Солдаткин, А. В. Никитин, Е. С. Ефремова, Е. О. Арикин. Заявл. 2019115017 от 15.05.2019 Огубл. 01.12.2020. Бюл. № 34.

Models for Generating and Processing of Signals of the Panoramic Sensor of Aerodynamic Angle and True Airspeed

V. M. Soldatkin, w-soldatkin@mail.ru, **V. V. Soldatkin**, w-soldatkin@mail.ru,

E. S. Efremova, soldatkina1991@bk.ru, **B. I. Miftachov**, bulatmiftakhov@mail.ru,

Kazan National Research Technical University Named after A. N. Tupolev-KAI, Kazan, 420111, Russian Federation

Corresponding author: Soldatkin V. M., D. Tech. Sc., Professor, Head of Chair, Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev-KAI, Kazan, 420111, Russian Federation, e-mail: w-soldatkin@mail.ru

Accepted on April 12, 2021

Abstract

The importance of information about the true airspeed and aerodynamic angles of aircraft and replenishment of arsenal of their measuring means with only electronic design scheme, low weight and cost, providing a panoramic measurement of the gliding angle is noted. It is shown that traditional measuring means of true airspeed of AP, which implement the aerodynamic and vane measuring methods of parameters of incoming air flow, using receivers and sensors distributed over the fuselage, have a complex design, significant weight and cost, and limited ranges of measuring aerodynamic angles, which limits their use on small-sized aircraft plane. The integrated sensor of aerodynamic angle and true airspeed, which implements a vortex method for measuring the parameters of incoming air flow, is considered. A single fixed flow receiver simplifies the design, and the time-frequency primary informative signals reduce the errors of instrumentation channel. The limited range of measurement of the gliding angle limits the use of the sensor on small AP. The integrated sensor of aerodynamic angle and true airspeed, which implements the ion-mark method for measuring the parameters of incoming air flow, is considered. The sensor provides a panoramic measurement of aerodynamic angle using receivers distributed in the measurement plane. But the multichannel measuring circuit significantly complicates the design, increases the weight and cost of the sensor, which limits its use on small-sized aircraft plane. The functional scheme of the original panoramic purely electronic sensor of the aerodynamic angle and true airspeed with one fixed receiver of the incoming air flow and ultrasonic instrumentation channels is revealed. Analytical models of the formation, processing and determination of the aerodynamic angle and true airspeed using frequency, time-pulse and phase informative signals are obtained. The analysis of the variants of used informative signals determines the prospects of using of the panoramic sensor with frequency informative signals on small-sized aircraft plane, in which there are no methodological errors from the influence of the ambient temperature when changing the flight altitude.

Keywords: aircraft, true airspeed, aerodynamic angle, sensor, ultrasonic channels, construction, signals, models, formation, processing

For citation:

Soldatkin V. M., Soldatkin V. V., Efremova E. S., Miftachov B. I. Models for Generating and Processing of Signals of the Panoramic Sensor of Aerodynamic Angle and True Airspeed, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 8, pp. 442–448.

DOI: 10.17587/mau.22.442-448

References

1. **Lysenko N. M.** ed. Practical aerodynamics of maneuverable aircraft, Moscow, Voenizdat, 1977, 439 p. (in Russian).
2. **Soldatkin V. M.** Methods and tools for constructing on-board information and control systems for ensuring flight safety, Kazan, Publishing house of Kazan. gos. tekhn. un-t, 2004, 350 p. (in Russian).
3. **Moiseev V. S., Gushchina D. S., Moiseev G. V.** Fundamentals of the theory of creation and application of information unmanned aerial systems, Kazan, Publishing house of Mino-brnauki RT, 2010, 196 p. (in Russian).
4. **Kljuev G. I., Makarov N. N., Soldatkin V. M., Efimov I. P.** Meters of aerodynamic parameters of aircraft: Training manual. Ul'janovsk Publishing house of Ul'janovsk. gos. tehn. un-t, 2005, 590 p. (in Russian).
5. **Kravcov V. G., Alekseev N. V.** Aerometry of high-altitude-speed parameters of aircraft, *Pribory i sistemy: Upravlenie, Kontrol', Diagnostika*, 2000, no. 8, pp. 47–50 (in Russian).
6. **Kaletka J.** Evaluation of the Helicopter Low Airspeed System Lassie, *Journal of American Helicopter Society*, 1983, no. 4, pp. 35–43.
7. **Yamasaki H., Rubin M.** The Vortex Flowmeter, *Flow Measurement and Control in Science and Industry*, USA, 1974, pp. 975–983.
8. **Kiyasbejli A. Sh., Perelshtej M. E.** Vortex measuring device, Moscow, Mashinostroenie, 1972, 152 p. (in Russian).
9. **Pankanin G. L.** The Vortex Flowmeter: Various Methods of Investigating Phenomena, *Measurement Science and Technology*, 2005, no. 16, pp. 1–16.
10. **Soldatkin V. M., Soldatkina E. S.** Vortex sensor of aerodynamic angel and airspeed, *Izvestiya vuzov. Aviacionnaya Tekhnika*, 2012, no. 4, pp. 402–407 (in Russian).
11. **Soldatkin V. M., Soldatkina E. S.** Features of the construction and analysis of the static accuracy of the vortex system of air signals of a subsonic aircraft, *Mekhatronika, Avtomatizaciya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no.7, pp. 443–448 (in Russian).
12. **Barriol R., Hannoyer G., Rousseau C.** A new approach for ionic air flow sensors transit tim, *SAE Techn. Pap. Ser.*, 1984. № 840138, pp. 29–39.
13. **Ganeev F. A., Soldatkin V. M.** Ion-marking sensor of aerodynamic angle and airspeed with ratiometric informative signals and interpolation processing scheme, *Izvestija Vuzov. Aviacionnaja Tehnika*, 2010, no. 3, pp. 46–50 (in Russian).
14. **Soldatkin V. M., Soldatkin V. V., Krylov D. L.** Theoretical foundations for constructing a system of air signals of an aircraft with a fixed non-protruding flow receiver, *Mekhatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2017, vol. 1, no. 7, pp. 495–502 (in Russian).
15. **Kremlevskij P. P.** Flow meters and counters of quantity, Leningrad, Mashinostroenie, 1975, 776 p. (in Russian).
16. **Novickii P. V.** ed. Electrical measurements of non-electrical quantities, Leningrad, Energiya, 1975, 576 p. (in Russian).
17. **Ghahramani A., Zhu M., Przybyla R. J., Andersen M. P., Galicia P. J., Peffer T. E., Zhang H., Arens E.** Measuring Air Speed With a Low-Power MEMS Ultrasonic Anemometer via Adaptive Phase Tracking, *Sensors Journal IEEE*, 2019, vol. 19, no. 18, pp. 8136–8145.
18. **Patent** RF na izobretenie № 2737518 S1, MPK G01R5/18, G01N11/18. Kinematic sensor of aerodynamic angle and true airspeed / V. M. Soldatkin, V. V. Soldatkin, A. V. Nikitin, E. S. Efremova, E. O. Ariskin. Zayavl. 2019115017 ot 15.05.2019. Opublic. 01.12.2020. Byul. № 34 (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 31.05.2021. Подписано в печать 12.07.2021. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН821. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru