

**В. Е. Мельников**, д-р техн. наук, проф., ve\_melnic@mail.ru,

**В. А. Петрухин**, мл. науч. сотр., riksorge@me.com,

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

## О возможности создания квазиневозмущаемого маятникового построителя вертикали

*Рассмотрены возможности построения квазиневозмущаемого маятникового построителя вертикали места на подвижном объекте. Результат достигается за счет компенсации возмущающего влияния горизонтальных ускорений объекта путем создания корректирующих воздействий на маятник, сформированных по сигналам инерциальных датчиков (акселерометров, датчиков угловых скоростей и угловых ускорений). Проведены теоретические исследования выходных характеристик маятникового построителя вертикали. Представлены результаты моделирования, подтверждающие возможности создания маятника, устойчивого к горизонтальным ускорениям основания. Рассмотрен один из каналов построителя вертикали при разных вариантах сочетаний корректирующих устройств, каждый из которых имеет свою область возможных применений, в том числе на летательных аппаратах различного класса и назначения.*

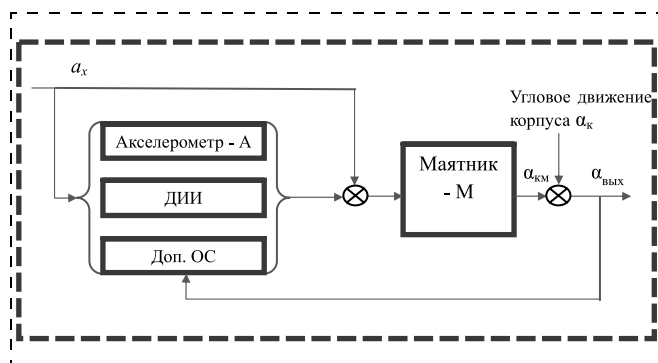
**Ключевые слова:** квазиневозмущаемый маятник, акселерометр, коррекция, двухканальное управление, структура, построитель вертикали места

### Постановка задачи

Маятник является естественным инструментом для моделирования вертикали места и находит ограниченное применение на борту летательных аппаратов (ЛА) в режиме равномерного прямолинейного движения без ускорений в качестве элемента коррекции для устранения ошибок гироскопических устройств [1]. В современных пилотажных и инерциальных навигационных системах (ИНС) построители вертикали (ПВ) реализуются путем физического или математического моделирования, и актуальной является задача совершенствования гировертикалей и авиагоризонтов (АГ), в том числе,

резервных. В этом плане попытка создания ПВ с использованием дополнительных возможностей физических и математических маятников с повышенной устойчивостью к возмущающим горизонтальным ускорениям основания является обоснованной и перспективной.

В работе анализируются возможные источники корректирующих сигналов на маятник от источников информации той же физической природы с использованием принципа двухканального управления маятником [2–4], например, с помощью акселерометра и иных устройств с более высокочастотными характеристиками по отношению к маятнику. На рис. 1 представлена блок-схема маятника с источниками корректирующей маятник информации, основным из которых является акселерометр. На рис. 1 показаны собственно физический маятник или эквивалентный ему математический маятник М, акселерометр А, дополнительные источники информации (ДИИ) и возможные обратные связи (ОС), необходимость которых выявляется в процессе анализа. При реализации такого корректируемого маятника могут быть различные возможности в зависимости от взаимного расположения маятника и акселерометра. Акселерометр может быть расположен либо на самом маятнике, либо на общем с маятником основании. От этого зависят конкретные алгоритмы формирования корректирующих воздействий с возможным привлечением дополнительной информации. В статье рассмотрена схема корректируемого маятника с акселерометром, расположенным на оси подвеса маятника.



**Рис. 1. Блок-схема корректируемого маятника:**

$a_x$  — горизонтальное ускорение основания;  $\alpha_{км}$  — текущее отклонение маятника от местной вертикали;  $\alpha_k$  — угол отклонения корпуса (основания) маятника относительно оси подвеса маятника;  $\alpha_{вых} = \alpha_{км} \pm \alpha_k$  — выходной сигнал — относительный угол между плечом маятника и базовой осью корпуса маятника, совпадающей с плечом маятника в невозмущенном состоянии ( $\alpha_k = 0, a_x = 0$ )

## Маятник с корректирующим акселерометром

На рис. 2 представлена структурная схема корректируемого маятника с акселерометром, расположенным на оси подвеса маятника. При таком расположении ось чувствительности акселерометра "уходит" из плоскости горизонта в соответствии с угловыми движениями маятника. Принято допущение, что угол отклонения маятника не превосходит  $5...10^\circ$  и тогда  $\sin\alpha \approx \alpha$ ,  $\cos\alpha \approx 1$ . Для наглядности ожидаемого эффекта звено суммирования  $1$  перенесено в точку структуры с размерностью ускорения.

На рис. 2 приняты следующие обозначения:

- $W_M(s) = \frac{m_M l_{цм}}{C_M(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)}$  — передаточная

функция нескорректированного математического маятника, где  $C_M = m_M l_{цм} g$  — кинематическая жесткость маятника;  $\xi_M$ ,  $T_M$  — соответственно относительный коэффициент демпфирования и постоянная времени;

- $W_a(s) = \frac{m_a l_{ца}}{C_a(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)}$  — передаточная

функция маятникового акселерометра с эталонной или электрической жесткостью  $C_a$ , относительным коэффициентом демпфирования  $\xi_a$  и постоянной времени  $T_a$ ;  $m_M l_{цм}$  и  $m_a l_{ца}$  — масса и смещение центра масс маятника и чувствительного элемента акселерометра относительно осей подвеса соответственно;

- $\delta$  — безразмерный коэффициент, характеризующий уровень корректирующего сигнала:  $0 < \delta < 1$ ;
- $\alpha_{км}$ ,  $\alpha_к$ ,  $\alpha_{вых}$  — соответственно угол отклонения маятника от вертикали, угол поворота ЛА относительно оси подвеса маятника (крен — тагаж), линейная комбинация этих углов  $\alpha_{вых} = \alpha_{км} \pm \alpha_к$ ;  $a_x$  — горизонтальное ускорение;
- звено с передаточной функцией  $C_a/m_a l_{ца}$  необходимо для того, чтобы для наглядности точку суммирования основного и корректирующих сигналов перенести в зону размерности входного сигнала.

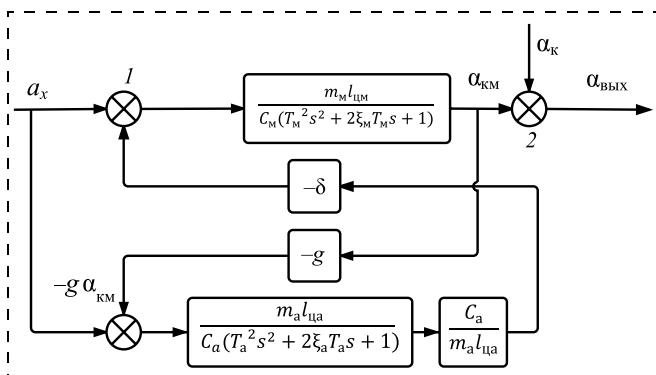


Рис. 2. Одноосный маятник с корректирующим акселерометром на маятнике

В соответствии с рис. 2 угол отклонения скорректированного маятника определяется выражением

$$\alpha_{км}(s) = \frac{a_x(s)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1 - \delta)}{g[(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1) - \delta]} \quad (1)$$

Для выявления физической картины поведения в первом приближении примем акселерометр как безынерционное звено. Это обосновано, если принять, что  $T_M \gg T_a$ . Тогда из выражения (1) получим

$$\alpha_{км}(s) = \frac{a_x(s)(1 - \delta)}{g(T_{эКВ}^2 s^2 + 2\xi_M T_{эКВ} s + 1 - \delta)} \quad (2)$$

где  $T_{эКВ} = T_M/\sqrt{1 - \delta}$  — эквивалентная постоянная времени маятника с коррекцией.

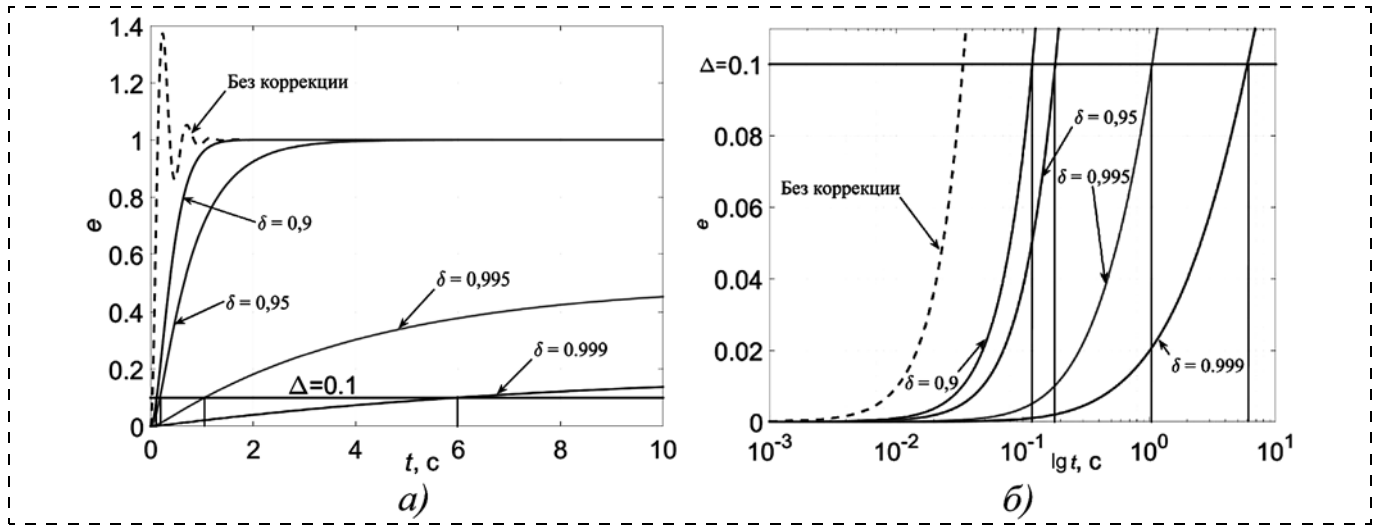
Видно, что скорректированный маятник существенно изменил свои характеристики. Его эквивалентная длина  $l_{эКВ} = l_{цм}/(1 - \delta)$  и постоянная времени  $T_{эКВ}$  увеличились, т. е. маятник стал более инерционным. Но в установившемся режиме он, как и исходный маятник, займет положение кажущейся вертикали:  $\text{tg}\alpha_{км} = a_x/g$ .

Таким образом, если коэффициент обратной связи варьировать в пределах  $\delta = 0,9...0,999$ , то реальный маятник превращается в эквивалентный с координатой центра тяжести, увеличенной до 1000 раз с соответствующим увеличением постоянной времени примерно в 31 раз. Возникает необходимость рассмотреть возможности такого маятника и область практического применения.

На рис. 3 представлены результаты моделирования такого маятника, приведена относительная угловая погрешность  $e$  отклонения маятника от вертикали.

Данный вариант не уменьшает статическое отклонение от вертикали, но значительно увеличивает постоянную времени в зависимости от глубины компенсации и значительно снижает скорость нарастания отклонения, что может быть использовано для ряда технических приложений. Видно, что при допустимой относительной погрешности вертикали  $\Delta < 0,1$  от установившегося значения, равного 1, время, в течение которого отклонение маятника не превысит допустимого уровня, в зависимости от значений  $\delta = 0,9...0,999$  составляет от 0,11 до 6 с. Абсолютная погрешность в зависимости от горизонтального ускорения, например  $10 \text{ м/с}^2$ , составит  $5,7^\circ$  при  $\delta = 0,999$ .

Для такого инерционного маятника, вероятно, можно найти область применения в ряде прикладных задач, в частности, в задачах управления и стабилизации рабочих органов роботов и манипуляторов, задействованных в различных технологических процессах и операциях, ограниченных во времени, работающих в динамичном режиме. В пределах нескольких секунд маятник будет держать заданную ориентацию относительно плоскости го-



**Рис. 3. Поведение одноосного маятника с корректирующим акселерометром на маятнике в зависимости от интенсивности  $\delta$  компенсирующего воздействия:**  
*a* — динамические характеристики исходного маятника и скорректированных маятников при вариации уровня корректирующих воздействий в диапазоне  $\delta = 0,9 \dots 0,999$ ; *б* — начальная область характеристик по рис. 3, *a*, где отмечено время "памяти" для каждого варианта, в течение которого отклонение маятника от вертикали достигнет предельно допустимого по ТЗ значения (для примера, условно обозначенного как десятая часть от установившегося отклонения от вертикали)

ризонта (вертикали) с допустимым отклонением  $\Delta$ . Для расширения области возможного применения рассмотрим структуру с дополнительным каналом коррекции по выходному сигналу  $\alpha_{\text{ВЫХ}} = \alpha_{\text{КМ2}} \pm \alpha_{\text{К}}$ .

### Маятник с корректирующим акселерометром и дополнительной обратной связью по выходному углу

Структурная схема такого маятника представлена на рис. 4.

Здесь  $\alpha_{\text{КМ2}}$  — угол отклонения маятника от вертикали места:

$$\alpha_{\text{КМ2}}(s) \left[ 1 - \delta \frac{1 - (T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] = \frac{a}{g} \left[ 1 - \frac{\delta}{(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] \frac{1}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \frac{\alpha_{\text{К}} \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)}. \quad (3)$$

При тех же допущениях, что были сделаны выше относительно соотношения между  $T_M$  и  $T_a$ , угол отклонения  $\alpha_{\text{КМ2}}(s)$  маятника от вертикали составит

$$\alpha_{\text{КМ2}}(s) = \frac{a}{g} \frac{(1 - \delta)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \frac{\alpha_{\text{К}} \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)}. \quad (4)$$

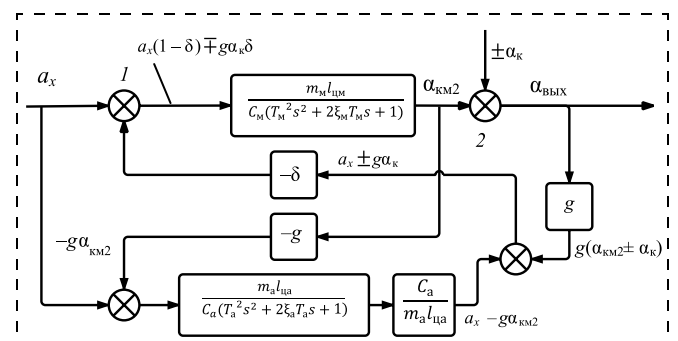
Из выражения (4) можно сделать следующие предварительные выводы.

Если принять, что корректирующий акселерометр является безынерционным звеном, то при движении объекта с постоянным ускорением в го-

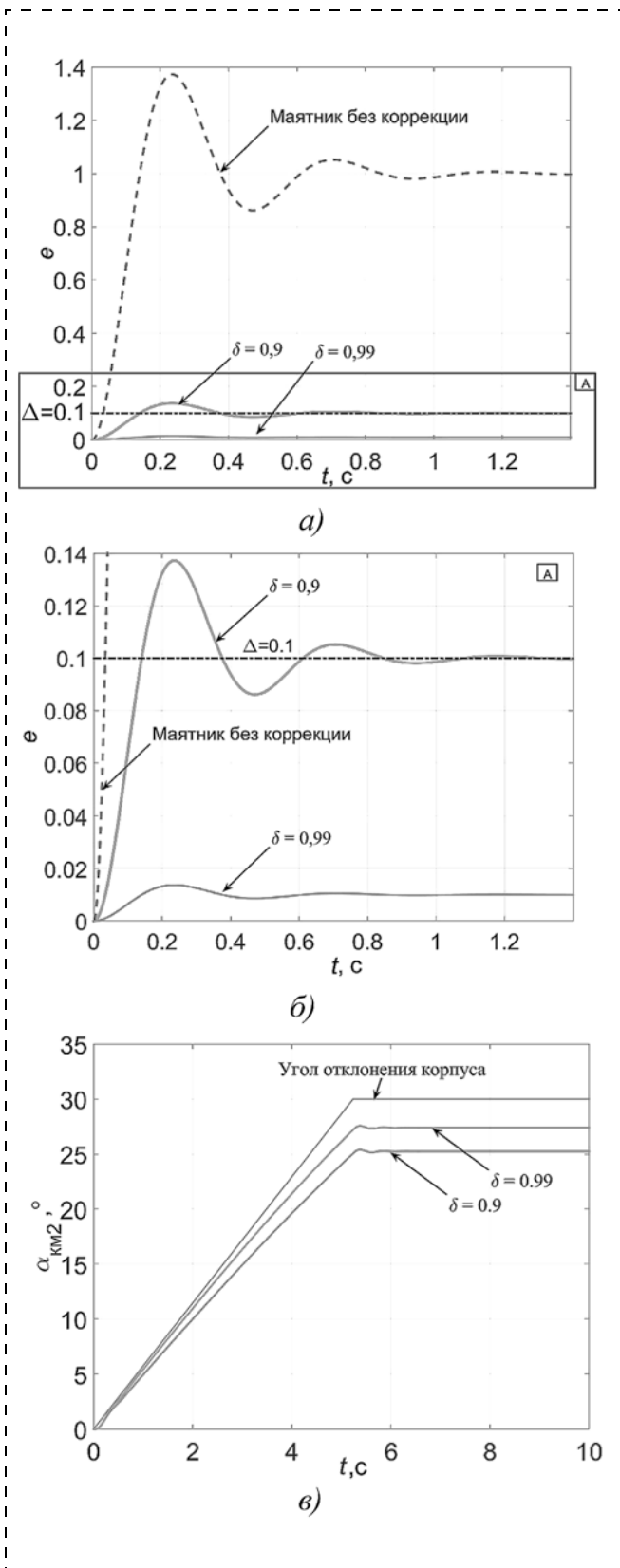
ризонтовой плоскости при отсутствии углов крена или тангажа ( $\alpha_{\text{К}} = 0$ ) маятник становится квази-невозмущаемым. В установившемся состоянии угол отклонения  $\alpha_{\text{КМ2}}$  маятника от вертикали составит  $\alpha_{\text{КМ2}} = a_x(1 - \delta)/g$ .

Но при наличии отклонений ( $\alpha_{\text{К}} \neq 0$ ) основания относительно оси подвеса маятника он будет увлекаться вслед за основанием (корпусом маятника), т. е. такой маятник может иметь лишь ограниченное применение, которое полезно проанализировать. Рис. 5 позволяет проиллюстрировать возможности такого варианта маятника.

Видно, что такой маятник при понятных ограничениях, накладываемых на динамику и режим углового движения ЛА, становится квази-невозмущаемым ускорениями основания. При наличии горизонтального ускорения и при отсутствии углов отклонения корпуса маятника угол отклонения маятника в относительных единицах при ступенчатом ускорении определяется как  $\alpha_{\text{КМ2}} = a_x(1 - \delta)/g$ , где  $\delta$  — глубина обратной связи,  $0 < \delta < 1$ . Абсолютная погрешность в зависимости от горизонтального



**Рис. 4. Одноосный маятник с корректирующим акселерометром на маятнике и дополнительной обратной связью по выходному углу**



**Рис. 5. Маятник с корректирующим акселерометром и дополнительной обратной связью по выходному углу:**  
 а — реакция маятника на единичное ступенчатое воздействие при отсутствии отклонения корпуса  $\alpha_K = 0$ ; б — область графика по рис. 5, а в диапазоне отклонений  $\Delta = 0,1$  при глубине обратной связи  $\delta = 0,9$  и  $0,99$  соответственно; в — процесс "ухода" маятника вслед за корпусом ( $\alpha_K \neq 0$ ) маятника при отсутствии ускорения  $a_x = 0$

ускорения  $10 \text{ м/с}^2$  при  $\delta = 0,9$  составит  $5,7^\circ$ , при  $\delta = 0,99$  составит  $0,57^\circ$ . Но при наличии угла отклонения корпуса  $\alpha_K$  он становится практически не работоспособным из-за "утягивания" маятника корпусом.

Такой маятник может найти применение в качестве корректирующего элемента в системах горизонтальной коррекции, например, в гироскопических устройствах, при "плоском" режиме полета летательного аппарата, а также в составе гиросtabilизированной платформы инерциальной навигационной системы.

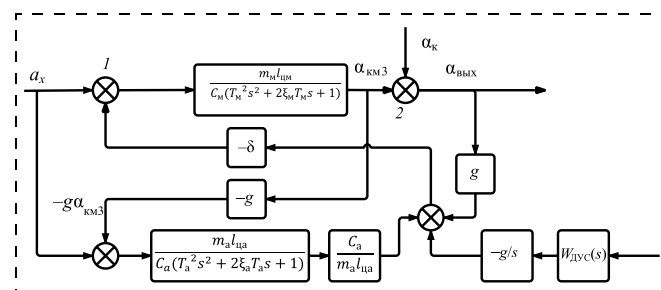
Для компенсации погрешности, вызванной угловым движением корпуса, необходимо дополнительно ввести коррекцию по углу поворота корпуса. Информацию об угловом движении корпуса, в частности, можно получить от датчика угловой скорости (ДУС).

### Маятник с корректирующим акселерометром, обратной связью по выходному углу и ДУС

На рис. 6 приведена кинематическая схема компенсационного слабовозмущаемого физического маятника с компенсацией погрешности, вызванной угловым движением корпуса, с помощью ДУС.

Исходное выражение для определения угла отклонения маятника от вертикали представим в виде

$$\alpha_{KM3}(s) \left[ 1 - \delta \frac{1 - (T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] = \frac{a}{g} \left[ 1 - \frac{\delta}{(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] \frac{1}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \frac{\alpha_K \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \pm \frac{\dot{\alpha}_K \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} W_{ДУС}(s). \quad (5)$$



**Рис. 6. Одноосный маятник с корректирующим акселерометром на маятнике и дополнительной обратной связью по выходному углу и дополнительной коррекцией от ДУС:**  
 $\alpha_{KM3}$  — угол отклонения маятника от вертикали места,  $W_{ДУС}(s)$  — передаточная функция датчика угловых скоростей,  $g/s$  — интегрирующее звено

При тех же допущениях, что были сделаны выше относительно соотношения между  $T_M$  и  $T_a$ , угол отклонения  $\alpha_{KM3}(s)$  маятника от вертикали составит:

$$\alpha_{KM3}(s) = \frac{a}{g} \frac{(1-\delta)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \frac{\alpha_K \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \pm \frac{\dot{\alpha}_K \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} W_{ДУС}(s). \quad (6)$$

В этом случае удается скомпенсировать составляющую погрешности от поворота корпуса, и угол отклонения маятника относительно местной вертикали при принятых допущениях уже не зависит от угла поворота корпуса. На рис. 7 представлена переходная характеристика такого маятника.

Видно, что при таком наборе корректирующих элементов маятник становится квазиинвариантным ускорениями основания. Его установившееся значение, выраженное в относительных единицах, определяется величиной  $(1 - \delta)$ .

Таким образом, при горизонтальном ускорении, равном  $1g$ , угол отклонения составит  $5,71^\circ$  при  $\delta = 0,9$  и  $0,57^\circ$  — при  $\delta = 0,99$ .

Такие выводы обнадеживают, но требуют дальнейших исследований, прежде всего, учета реальных динамических характеристик корректирующих элементов, динамических параметров ЛА, его реальных пространственных угловых отклонений от плоскости горизонта. Для таких ЛА, имеющих неограниченные углы поворота относительно оси подвеса маятника, потребуется двухкомпонентный вариант построителя вертикали и двухкоординатный следящий корпус.

Проводимые исследования в части учета реальных динамических характеристик корректиру-

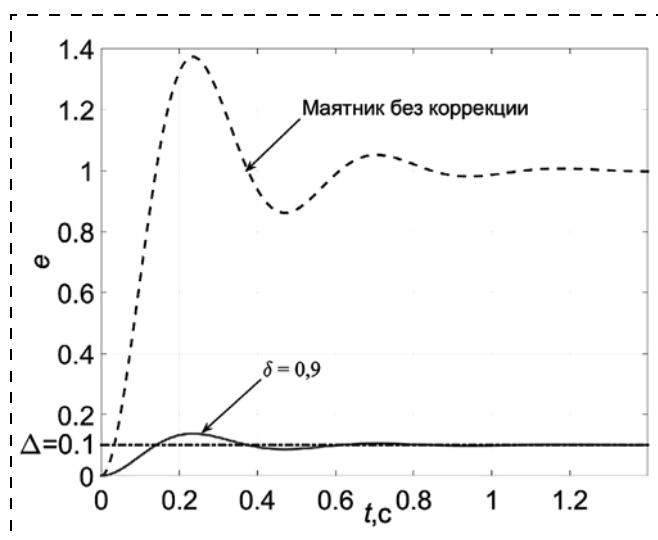


Рис. 7. Маятник с корректирующим акселерометром, дополнительной обратной связью по выходному углу и дополнительной коррекцией от ДУС

щих элементов показывают, что при правильном выборе динамических и частотных характеристик корректирующих устройств результаты практически не отличаются от представленных выше.

Проводятся работы по физическому моделированию квазиинвариантных маятниковых построителей вертикали для различных условий применения, в частности для динамичных малогабаритных объектов, как в качестве основного, так и резервного построителя вертикали или авиагоризонта.

## Заключение

Показано, что физический или эквивалентный ему математический маятник может стать квазиинвариантным с требуемой точностью при использовании корректирующих воздействий на маятник, сформированных по сигналам акселерометров, датчиков угловой скорости (ДУС) или угловых ускорений корпуса ЛА относительно оси подвеса маятника, а также относительного угла отклонения маятника и корпуса маятника.

Такая возможность появляется, если источники корректирующих сигналов имеют более динамичные устройства. Рассмотрены варианты различных комбинаций корректирующих устройств, в частности:

- 1) базовый вариант — маятник и корректирующий акселерометр;
- 2) базовый вариант с дополнительной обратной связью по выходному сигналу;
- 3) вариант 2 с дополнительным корректирующим датчиком — ДУС.

Показано, что базовый вариант 1 не уменьшает статическое отклонение от вертикали, но значительно увеличивает постоянную времени в зависимости от глубины компенсации и значительно снижает скорость нарастания отклонения, что может быть использовано для ряда технических приложений.

Вариант 2 — промежуточный — убеждает, что "инвариантность" маятника может быть реализована в ряде ограниченных задач при отсутствии углов отклонения корпуса маятника. Маятник становится квазиинвариантным, и его угол отклонения в относительных единицах при единичном скачке ускорения определяется как  $a_x(1 - \delta)/g$ , где  $\delta$  — глубина обратной связи  $0 < \delta < 1$ .

В варианте 3 маятник становится квазиинвариантным, и при любом ускорении основания установившееся значение будет  $a_x(1 - \delta)/g$ .

В дальнейших исследованиях целесообразно провести оценку влияния динамических характеристик корректирующих датчиков, которые должны быть более высокочастотными по отношению к исходному маятнику, расширить область возможного применения скорректированного маятника на объектах с неограниченными углами поворота относительно оси подвеса маятника, а также рассмотреть вариант двухкоординатного построителя вертикали.

## Список литературы

1. Мельников В. Е., Мельникова Е. Н., Черноморский А. И., Гончаренко Г. Г. Датчики инерциальных систем. М.: МАИ-Принт, 2011. 354 с.
2. Мельникова Е. Н., Мельников В. Е. Маятниковый индикатор вертикали. // Авиакосмическое приборостроение. 2006. № 1. С. 12—19.

3. Белянин Л. Н., Якимова Е. В. О компенсированном физическом маятнике, не возмущаемом силами инерции // Современные техника и технологии. Тр. V-й областной науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск: Изд-во ТПУ, 1999. С. 89—91.

4. Yoshida T., Ohata K., Ueba M. Highly accurate inclinometer robust to ultralow-frequency acceleration disturbances and applications to autotracking antenna systems for vessels // IEEE Trans. Instrum. Meas. 2001. Vol. 58, N. 8. P. 2525—2534.

## Feasibility of Development of a Quasi-Imperturbable Pendulum Vertical Sensor

V. E. Melnikov, ve\_melnik@mail.ru, V. A. Petrukhin, riksorte@me.com✉, Moscow Aviation Institute (National Research University)

Corresponding author: Petrukhin Vladimir A., Junior Researcher, riksorte@me.com, Moscow Aviation Institute (National Research University), Russian Federation, e-mail: solovjevdenis@mail.ru

Received on February 25, 2016

Accepted on March 28, 2016

The authors consider feasibility of development of a quasi-imperturbable pendulum vertical sensor. The result is achieved due to compensation for the error caused by the acceleration of an object by means of the corrective actions on the pendulum formed by the signals of the inertial sensors. They also consider a possibility of reduction of the displacement of the pendulum from the vertical position under the influence of the horizontal acceleration of an object by formation of a reaction, which compensates for the inertial forces by the sensors of the same physical nature — an accelerometer and additional sources of information — rate gyro and additional feedback from the output signal. The article discusses versions of various combinations of the corrective devices, namely: 1) basic option — pendulum corrected by an accelerometer 2) basic option and additional feedback from the output signal 3) version of paragraph 2, with additional correction sensor — rate gyro. It was demonstrated that the basic option does not reduce the pendulum static displacement from the vertical, but significantly increases the time constant depending on the feedback factor, and significantly reduces the rate of the displacement increase from the vertical. It may be used in a number of technical applications. Version of paragraph 2 has the following features: in the presence of a horizontal acceleration and in the absence of the deviation angles of the housing of the pendulum it becomes quasi-imperturbable, and the steady-state value of the displacement angle in relative units at a single step unit of acceleration is defined as  $\alpha_x(1 - \delta)/g$ , where  $\delta$  — feedback factor  $0 < \delta \leq 1$ , but, if the deviation angle of the housing of the pendulum is present, it becomes practically unworkable because the pendulum follows its housing. Therefore, there is a need to compensate for this effect using the information from the rate gyro. In this case the pendulum becomes quasi-imperturbable and any acceleration of an object will result in the steady-state value of displacement angle  $\alpha_x(1 - \delta)/g$ . The carried out physical experiments of modeling and simulation confirm the findings and possibility of development of a number of technical applications on this basis.

**Keywords:** quasi-imperturbable pendulum, accelerometer, rate gyro, correction, pendulum vertical sensor, feedback

For citation:

Melnikov V. E., Petrukhin V. A. Feasibility of Development of a Quasi-Imperturbable Pendulum Vertical Sensor, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 554—559.

DOI: 10.17587/mau.17.554-559

### References

1. Melnikov V. E., Melnikova E. N., Chernomorskii A. I., Goncharenko G. G. *Datchiki inercial'nykh system* (Inertial systems sensors), Moscow, MAI-Print, 2011. 354 p. (in Russian).

2. Melnikova E. N., Melnikov V. E. *Majatnikovyy indikator vertikali* (Pendulum vertical indicator), *Aviakosmicheskoe Priborostroenie*, 2006, no. 1, pp. 12—19 (in Russian).

3. Beljanin L. N., Jakimova E. V. *O kompensirovannom fizicheskom majatnike, ne vozmushhaemom silami inercii* (Compensated physical pendulum imperturbable by inertia forces), *Sovremennye Tehnika i Tehnologii: Trudy V-oy Oblastnoj Nauchno-Prakticheskoy Konferencii Studentov, Aspirantov i Molodyh Uchenykh*, Tomsk, 1999, pp. 89—91 (in Russian).

4. Yoshida T., Ohata K., Ueba M. Highly accurate inclinometer robust to ultralow-frequency acceleration disturbances and applications to autotracking antenna systems for vessels, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2001, vol. 58, no. 8, pp. 2525—2534.