

А. М. Цыкунов, д-р техн. наук, проф., tsygunov_al@mail.ru,
Астраханский государственный технический университет

Робастное управление объектом с распределенным запаздыванием и неизвестным порядком математической модели

Решается задача робастного управления объектом с распределенным запаздыванием, когда на него действуют ограниченные внешние возмущения, а порядок и параметры математической модели неизвестны. Получен алгоритм управления, позволяющий компенсировать априорную неопределенность параметров и существенно подавить внешние ограниченные возмущения. Приводится числовой пример и результаты моделирования.

Ключевые слова: распределенное запаздывание, робастное управление, целевое условие, функционал, эталонный сигнал, сингулярная система уравнений

Введение

Одной из основных проблем теории автоматического управления динамическими объектами является проектирование алгоритмического обеспечения регулирующих устройств в условиях априорной неопределенности параметров математических моделей объектов и при наличии внешних неизменяемых возмущений. В таких условиях проектируемая система управления должна обеспечивать выполнение основной цели управления, например, слежение за эталонным сигналом с требуемой точностью, что возможно осуществить, если скомпенсировать параметрическую неопределенность и внешние возмущения. Одним из основных подходов к решению этой задачи является использование робастных систем управления. Достаточно подробно эта проблема изложена в работе [1], где приводится классификация задач проектирования робастных систем управления и различных типов возмущений.

Особое место в этой проблеме занимают объекты, динамические процессы в которых описываются дифференциальными уравнениями с последствием. В зависимости от типа последствия математические модели делятся на четыре основных класса: системы с запаздыванием по состоянию, управлению, нейтрального типа и с распределенным запаздыванием различных видов (т. е. оно тоже может быть по состоянию, управлению и нейтрального типа). Каждый из этих типов объектов требует своих методов и подходов для построения систем управления в условиях неопределенности.

В настоящее время имеется много публикаций по применению различных методов для управления объектами с последствием в условиях априорной неопределенности. В работе [2] синтезируется наблюдатель для нелинейного объекта с запаздыванием, а в работе [3] синтезируется алгоритм

адаптивной синхронизации для объекта с нестационарным дискретным и распределенным запаздыванием по состоянию. В статьях [4, 5] задача синхронизации решается с помощью адаптивного подхода, а в работе [6] — как обычная система с обратной связью. В статьях [7–9] решены задачи робастного управления для нелинейного объекта с запаздыванием по состоянию и для нейтрального типа соответственно. В работе [10] использование специальных фильтров позволило решить задачу робастной стабилизации для одного класса нелинейных объектов с запаздыванием. В работах [11, 12] решены задачи робастного управления для объектов с запаздыванием по состоянию и управлению. В данной статье результаты, полученные в статье [11], используются для построения алгоритма управления объектом с распределенным запаздыванием, когда неизвестен порядок математической модели.

1. Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, математическая модель которого включает уравнение состояния и уравнение выхода:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + D \int_0^h y(t+\theta) d\theta + Bu(t) + \Gamma f(t), \\ x(\theta) &= \varphi(\theta), \theta \in [-h, 0], \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния с неизвестной размерностью n ; $u(t)$, $y(t)$ — скалярные управляющее воздействие и регулируемая переменная; $f(t)$ — скалярное внешнее возмущение; $\varphi(\theta)$ — непрерывная начальная функция; h — время запаздывания; A , D , B , Γ , C — числовые матрицы соответствующих размерностей.

Требуется получить алгоритм управления, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$|y(t) - y_M(t)| < \delta, \text{ при } t \geq T_0, \quad (1.2)$$

где величина $\delta > 0$ характеризует точность управления, T_0 — время, по истечении которого с начала функционирования системы должно выполняться целевое неравенство, $y_M(t)$ — задающее воздействие.

Будем решать сформулированную задачу при следующих ограничениях.

Д о п у щ е н и я.

1. Пара (A, B) — управляема, а пара (A, C) — наблюдаема.

2. Уравнение (1.1) является минимально-фазовым, т. е. квазиполином $C \text{Adj} \Lambda(s) B$ является гурвицевым, где s — комплексная переменная в преобразовании Лапласа, $\Lambda(s) = (Is - A - DC\sigma(s))$, I — единичная матрица, $\text{Adj} \Lambda(s)$ — присоединенная матрица (транспонированная матрица алгебраических дополнений матрицы $\Lambda(s)$),

$$\sigma(s) = \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta = \frac{1 - e^{-hs}}{s}.$$

3. У передаточной функции по управлению $W(s) = C\Lambda^{-1}(s)B$ порядки квазиполиномов n и m знаменателя и числителя являются неизвестными величинами.

4. Известны величины: максимально возможные значения n и $\gamma = n - m$, которые обозначим символами \bar{n} , $\bar{\gamma}$, а также диапазоны возможных значений элементов матриц A, D, B, Γ, C . Высокочастотный коэффициент усиления передаточной функции по управлению может менять свой знак в процессе функционирования системы, но не чаще, чем длительность переходного процесса в замкнутой системе.

5. Внешнее возмущение $f(t)$ и задающее воздействие $y_M(t)$ являются гладкими ограниченными функциями.

6. Производные регулируемой переменной и управляющего воздействия не измеряются.

2. Метод решения

Преобразуем уравнение (1.1) в форму вход—выход и применим преобразования Лапласа:

$$(Q_1(s) - Q_2(s)\sigma(s))y(s) = (kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s))u(s) + (S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))f(s) + K(s), \quad (2.1)$$

где $y(s), x(s), u(s), f(s)$ — изображение Лапласа функций $y(t), x(t), u(t), f(t)$ соответственно; $K(s)$ — изображение Лапласа начальных условий;

$$Q_1(s) + Q_2(s)\sigma(s) = \det \Lambda(s),$$

$$kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s) = C \text{Adj} \Lambda(s) B,$$

$$S_1(s) + S_2(s)\sigma(s) = C \text{Adj} \Lambda(s) \Gamma,$$

причем полиномы $Q_1(s), R_1(s)$ являются нормированными, так что k — высокочастотный коэффициент усиления, а порядки полиномов

$$\deg Q_1(s) = n, \deg Q_2(s) \leq n - 1,$$

$$\deg R_1(s) = m, \deg R_2(s) \leq m - 1,$$

$$\deg S_1(s) \leq n - 1, \deg S_2(s) < \deg S_1(s).$$

Таким образом, передаточная функция по управлению имеет вид

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s)}{Q_1(s) + Q_2(s)\sigma(s)}.$$

Преобразуем уравнение (2.1). Воспользуемся следующим очевидным полиномиальным равенством:

$$Q_3(s)M(s) = Q_1(s)S_0(s) + N(s). \quad (2.2)$$

Здесь $\deg Q_3(s) = \bar{\gamma}$, $\deg M(s) = \bar{n} - 1$, $\deg S_0(s) = \bar{n} - m - 1$, $\deg N(s) = \bar{n} + \bar{\gamma} - 1$, полиномы $Q_3(s), M(s)$ — нормированы, $Q_3(s), M(s), S_0(s)$ — гурвицевы. Так как $\deg Q_3(s)M(s) = \deg N(s)$, то всегда существует полином $N(s)$, обеспечивающий равенство (2.2) для любых полиномов $Q_3(s), M(s), Q_1(s), S_0(s)$.

Умножим уравнение (2.2) на $y(s)$ и в первое слагаемое правой части подставим $y(s)$, определенное из уравнения (2.1):

$$y(s) = \frac{1}{Q_1(s)} (-Q_2(s)\sigma(s)y(s) + (kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s))u(s) + (S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))f(s) + K(s)),$$

в результате чего получим

$$\begin{aligned} Q_3(s)M(s)y(s) &= \\ &= S_0(s)(-Q_2(s)\sigma(s)y(s) + (kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s))u(s) + (S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))f(s) + K(s)) + N(s)y(s). \end{aligned}$$

Разделим полученное уравнение на полином $M(s)$ и выделим целые части в неправильных дробях:

$$\frac{S_0(s)kR_1(s)}{M(s)} = k + \frac{N_1(s)}{M(s)};$$

$$\frac{N(s)}{M(s)} = N_2(s) + \frac{N_3(s)}{M(s)};$$

$$\frac{S_0(s)Q_2(s)}{M(s)} = G_1(s) + \frac{G_2(s)}{M(s)}.$$

Здесь $\deg N_1(s) \leq \bar{n} - 2$, $\deg N_2(s) = \bar{\gamma}$, $\deg N_3(s) \leq \bar{n} - 2$, $\deg G_1(s) \leq \bar{\gamma} - 1$.

Разложим многочлен $G_1(s)$ на сумму двух составляющих $G_1(s) = G_4(s) + G_3(s)$, где $\deg G_4(s) = \bar{\gamma} - 1$. Условия для выбора полиномов $Q_3(s)$ и $G_4(s)$ будут приведены в дальнейшем. Используя полученные разложения, получим

$$Q_3(s)y(s) = -G_4(s)\sigma(s)y(s) + ku(s) + \psi_1(s); \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \psi_1(s) &= -\left(G_3(s) + \frac{G_2(s)}{M(s)}\right)\sigma(s)y(s) + \\ &+ \frac{N_1(s) + S_0(s)R_2(s)\sigma(s)}{M(s)}u(s) + \left(N_2(s) + \frac{N_3(s)}{M(s)}\right)y(s) + \\ &+ \frac{S_0(s)(S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))}{M(s)}f(s) + \frac{S_0(s)K(s)}{M(s)}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Таким образом, в результате выполненных преобразований в уравнении (2.3) получили уравнение с известными порядками полиномов и их коэффициентами. Вся неопределенность, связанная с неизвестным порядком уравнения (2.1), его пара-

метрами, а также с начальными условиями и внешними возмущениями содержится в оригинале функции $\psi_1(t)$.

Выполнив обратное преобразование Лапласа, получим уравнение

$$Q_3(P)y(t) + G_4(P) \int_{-h}^0 y(t + \theta) d\theta = ku(t) + \psi_1(t), \quad (2.5)$$

где $P = d/dt$ — оператор дифференцирования, $\psi_1(t)$ — оригинал изображения по Лапласу $\psi_1(s)$. Составим уравнение для ошибки $e(t) = y(t) - y_M(t)$:

$$Q_3(P)e(t) + G_4(P) \int_{-h}^0 e(t + \theta) d\theta = ku(t) + \psi_2(t); \quad (2.6)$$

$$\psi_2(t) = \psi_1(t) - Q_3(P)y_M(t) - G_4(P) \int_{-h}^0 y_M(t + \theta) d\theta. \quad (2.7)$$

Преобразуем уравнение (2.6) в векторно-матричную форму:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= A_1 \varepsilon(t) + D_1 \int_{-h}^0 \varepsilon(t + \theta) d\theta + B_0(ku(t) + \psi_2(t)); \\ \varepsilon(t) &= C_0 \varepsilon(t), \end{aligned} \quad (2.8)$$

где $\varepsilon \in \mathbb{R}^{\bar{\gamma}}$, $C_0 = [1, 0, \dots, 0]$,

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_{\bar{\gamma}} \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} q & I_{\bar{\gamma}-1} \\ & 0_{\bar{\gamma}-1} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} -g_1 \\ \vdots \\ -g_{\bar{\gamma}} \end{bmatrix},$$

$0_{\bar{\gamma}-1}$ — нулевая матрица-строка; $g_1, \dots, g_{\bar{\gamma}}$ — коэффициенты полинома $G_4(s)$; $q_1, \dots, q_{\bar{\gamma}}$ — коэффициенты многочлена $Q_3(s)$; $I_{\bar{\gamma}-1}$ — единичная матрица порядка $(\bar{\gamma} - 1) \times (\bar{\gamma} - 1)$. Эти коэффициенты выбираются так, чтобы решением уравнения

$$HA_1 + A_1^T H + hHD_1 C_0 \Phi_0^{-1} C_0^T D_1^T H = -h\Phi_0 - \Lambda_0 \quad (2.9)$$

была положительно-определенная матрица H , а положительно-определенные матрицы Φ_0 и Λ_0 подбираются в процессе решения так, чтобы получить требуемый результат.

В этом случае уравнение (2.5) будет асимптотически устойчивым, если $\psi_2(t) = 0$.

Справедливость этого утверждения легко обосновать, если вычислить производную от функционала

$$V(t) = \varepsilon^T(t) H \varepsilon(t) + \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \varepsilon^T(\lambda) \Phi_0 \varepsilon(\lambda) d\lambda$$

на траекториях системы (2.6), положив $\psi_2(t) = 0$, $u(t) = 0$.

Сформируем управление в виде

$$u(t) = \alpha \phi(t) \vartheta(t), \quad \alpha > 0, \quad (2.10)$$

где $\vartheta(t)$ — новое управляющее воздействие, сигнал $\phi(t)$ служит для компенсации неопределенности знака коэффициента k .

Функции $\phi(t)$ формируются следующим образом [13]:

$$\phi(t) = \begin{cases} \phi(t - \tau), & \text{если } \text{sign } w(e(t - \tau)) \geq 0; \\ -\phi(t_0 - \tau), & t \in [t_0, t_0 + t_1], \\ \phi(t - \tau), & \text{если } \text{sign } w(e(t - \tau)) < 0, \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\phi(0) = 1,$$

где t_0 — время переключения, $w(e(t - \tau)) = 1 - \rho e^{2(t - \tau)}$, τ — время срабатывания триггера со счетным входом и с блокировкой входа на время t_1 после переключения, $\rho > 0$. Начальное условие $\phi(0) = 1$ соответствует тому, что знак высокочастотного коэффициента усиления k является положительным. Это соответствует отрицательной обратной связи.

Если в момент включения системы выполнено условие $\text{sign } w(e(0)) \geq 0$, то функция $\phi(t)$ не изменится. Если в момент времени $t_0 - \tau$ выполняется условие $\text{sign } w(e(t_0 - \tau)) < 0$, то функция $\phi(t)$ изменяет свой знак на противоположный и сохраняет это значение на отрезке времени $[t_0, t_0 + t_1]$. В момент времени $t > t_0 + t_1$ блокировка снимается, и $\phi(t)$ определяется согласно алгоритму (2.9). Число ρ выбирается из условия $1 - \rho e^{2(t_0)} > 0$.

Если коэффициент k изменяет свой знак в процессе функционирования системы, то для уменьшения скачков ошибок желательно значение ρ уменьшить по истечении некоторого времени τ_1 и выбрать его из условия $1 - \rho e_{\text{доп}}^2 = 0$, где $e_{\text{доп}}$ является допустимой ошибкой при коррекции знака обратной связи. Таким образом, за исключением коротких промежутков времени, равных времени срабатывания корректирующего устройства, что происходит при изменении знака обратной связи, будет справедливо равенство

$$\phi(t) \text{sign } k = 1. \quad (2.12)$$

Поэтому смена знака равносильна действию на вход объекта импульсного возмущения.

В работе [13] предложена схема устройства коррекции обратной связи, которая приведена на рис. 1.

При включении системы в подсистеме, где обратная связь положительная, ошибка растет, и вели-

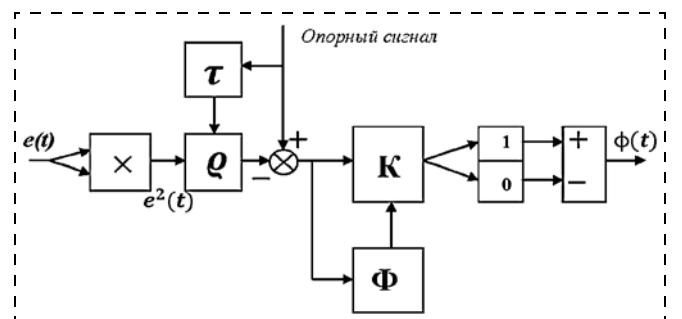


Рис. 1. Устройство коррекции знака обратной связи

чина $1 - \rho e^2(t)$ становится отрицательной. Открывается ключ **K**, и срабатывает триггер, а функция $\phi(e(t))$ меняет знак на противоположный. При этом запускается формирователь импульсов Φ . Через промежуток времени τ_1 сигналом с устройства τ устанавливается новое значение величины ρ . Это устройство срабатывает от опорного сигнала. Формирователь Φ , формирующий импульс длительностью t_1 , задним фронтом выключает ключ **K**, и все устройство устанавливается в режим ожидания, когда величина $1 - \rho e^2(t)$ станет отрицательной.

Для подавления возмущений необходимо выделить сигнал, несущий информацию о функции $\psi(t)$, так как в ней сконцентрирована вся априорная неопределенность параметров математической модели объекта управления и информация о внешних неконтролируемых возмущениях. Для этой цели введем вспомогательный контур, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_b(t) &= A_1 \varepsilon_b(t) + D_1 \int_{-h}^0 e(t + \theta) d\theta + B_0 \beta \vartheta(t), \\ \varepsilon_b(t) &= C_0 \varepsilon_b(t). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Составим уравнение для вектора рассогласования $z(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_b(t)$, подставив (2.10) в (2.8) и вычитая (2.13) из (2.8):

$$\dot{z}(t) = A_1 z(t) + B_0 \psi(t), \quad \zeta(t) = C_0 z(t). \quad (2.14)$$

Здесь $\psi(t) = \psi_2(t) + (k\phi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t)$, $z \in \mathbb{R}^{\bar{\gamma}}$.

Принимая во внимание структуру матриц в уравнении (2.14), получим

$$\psi(t) = \dot{z}_{\bar{\gamma}}(t) + q_{\bar{\gamma}} \zeta(t), \quad (2.15)$$

где $z_{\bar{\gamma}}(t)$ — последняя компонента вектора $z(t)$. Поэтому идеальный закон управления описывается уравнением

$$\vartheta_u(t) = -\frac{1}{\beta} (\dot{z}_{\bar{\gamma}}(t) + q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)). \quad (2.16)$$

Тогда уравнение замкнутой системы будет иметь вид

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_1 \varepsilon(t) + D_1 \int_{-h}^0 e(t + \theta) d\theta, \quad e(t) = C_0 \varepsilon(t). \quad (2.17)$$

Система будет асимптотически устойчивой. Однако в соответствии с шестым условием допущений алгоритм (2.16) не реализуем. Поэтому будем формировать управляющее воздействие в соответствии с формулой

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta} (\dot{\xi}_{\bar{\gamma}+1}(t) + q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)). \quad (2.18)$$

Здесь $\xi_{\bar{\gamma}+1}(t)$ — последняя компонента вектора состояния наблюдателя $\xi(t)$ [14]:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= F_0 \xi(t) + a_m \zeta(t) + B_1 (\zeta(t) - \bar{\zeta}(t)), \\ \bar{\zeta}(t) &= C_0 \xi(t), \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\text{где } \xi \in \mathbb{R}^{\bar{\gamma}+1}, F_0 = \begin{bmatrix} L_{\bar{\gamma}} \\ 0_{(\bar{\gamma}+1) \times 1} \end{bmatrix}, B_1^T = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_{\bar{\gamma}+1} \\ \mu & \mu^2 & \dots & \mu^{\bar{\gamma}+1} \end{bmatrix},$$

$0_{(\bar{\gamma}+1) \times 1}$ — нулевой вектор-столбец.

Числа $b_1, \dots, b_{\bar{\gamma}+1}$ выбираются так, чтобы матрица $F = F_0 + B_2 C$ была гурвицевой, μ — малое положительное число, $a^T = [-q_1, \dots, -q_{\bar{\gamma}}, 0]$, $B_2^T = [b_1, \dots, b_{\bar{\gamma}+1}]$, $\bar{\zeta}(t)$ — оценка сигнала $\zeta(t)$.

Следует отметить, что порядок вектора $\xi(t)$ на единицу больше, чем это необходимо при технической реализации, что сделано для удобства аналитических преобразований. Поэтому введем новую переменную $z_{\bar{\gamma}+1}(t) = \psi(t) - q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)$ и вектор $\bar{z}^T(t) = [z^T(t), z_{\bar{\gamma}+1}(t)]$. Тогда уравнение (2.14) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}}(t) &= F_0 \bar{z}(t) + \bar{a} \zeta(t) + B_0 (\psi(t) - q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)), \\ \zeta(t) &= C_0 \bar{z}(t). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Здесь $\bar{a}^T = [-q_1, \dots, -q_{\bar{\gamma}-1}, 0, 0]$. Вектор $\xi(t)$ является оценкой вектора $\bar{z}(t)$. Введем вектор нормированных отклонений $\eta(t) = \Gamma^{-1}(\bar{z}(t) - \xi(t))$, где $\Gamma = \text{diag}\{\mu^{\bar{\gamma}}, \dots, \mu, 1\}$. Вычитая (2.19) из (2.20), получим уравнение для нормированных отклонений $\eta(t)$:

$$\dot{\eta}(t) = \frac{1}{\mu} F \eta(t) + B_0 (\psi(t) - q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)). \quad (2.21)$$

Утверждение. Пусть выполнены условия допущений, и матрицы A_1 и D_1 выбраны так, что справедливо уравнение (2.9). Тогда существует число $\mu_0 > 0$ такое, что при выполнении неравенства $\mu_0 > \mu$ для системы (1.1), (2.10), (2.11), (2.13), (2.19) выполнено целевое условие (1.2).

Доказательство приведено в приложении.

Для иллюстрации работоспособности полученного алгоритма управления рассмотрим числовой пример.

Пример. Рассмотрим объект управления, математическая модель которого описывается следующим уравнением:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 1 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \int_{-h}^0 y(t + \theta) d\theta + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} f(t), \quad (3.1) \\ y(t) &= [1 \ 0 \ 0 \ 0]x(t); \\ x(\theta) &= 0, \theta \in [-4, 0]. \end{aligned}$$

Класс неопределенности задан неравенствами:

$$\begin{aligned} -3 \leq a_i \leq 3, \quad -2 \leq c_i \leq 2, \quad i = \overline{1, 4}; \\ -4 \leq d_1 < -1, \quad -4 \leq d_2 \leq 2, \\ -4 \leq d_3 \leq 2, \quad -4 \leq d_4 \leq 1, \\ |f(t)| \leq 5, \quad 0 \leq b_1 \leq 2, \\ 0 \leq b_2 \leq 3, \quad 4 \leq b_3 \leq 5. \end{aligned}$$

В данном случае b_1 и b_2 могут быть нулевыми. Поэтому относительная степень передаточной функции $\gamma = n - m$ неизвестна. Известно ее максимальное значение $\bar{\gamma} = 4$.

Вводится новое управляющее воздействие $\vartheta(t)$:

$$u(t) = \alpha \phi(t) \vartheta(t).$$

где функция $\phi(t)$ формируется в соответствии с формулой (2.11), в которой начальное значение $\rho = 100$, а через три секунды оно становится равным 200, $t_1 = 12$ с.

Уравнение вспомогательного контура (2.13) возьмем в виде

$$\dot{\varepsilon}_b(t) \begin{bmatrix} -11 & 1 & 0 & 0 \\ -40 & 0 & 1 & 0 \\ -68 & 0 & 0 & 1 \\ -50 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_b(t) + \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \int_0^t e(t + \theta) d\theta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \beta \vartheta(t);$$

$$e_b(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \varepsilon_b(t),$$

где $e(t) = y(t) - y_m(t)$. Проверим справедливость матричного уравнения (2.9). Возьмем диагональные матрицы $\Phi_0 = \text{diag}\{300 \ 0,1 \dots \ 0,1\}$, $\Lambda_0 = 0,1\Phi_0$. Тогда решением уравнения (2.9) с точностью до третьего знака является следующая матрица:

$$H = \begin{bmatrix} 137,358 & -0,299 & -6,878 & 1,421 \\ -0,299 & 7,598 & -1,592 & -0,83 \\ -6,878 & -1,592 & 1,488 & -0,283 \\ 1,421 & -0,83 & -0,283 & 0,845 \end{bmatrix}.$$

Уравнения наблюдателя (2.19) имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t) - 11\zeta(t) + \frac{5}{\mu}(\zeta(t) - \xi_1(t)); \\ \dot{\xi}_2(t) = \xi_3(t) - 40\zeta(t) + \frac{5}{2}(\zeta(t) - \xi_1(t)); \\ \dot{\xi}_3(t) = \xi_4(t) - 68\zeta(t) + \frac{8}{3}(\zeta(t) - \xi_1(t)); \\ \dot{\xi}_4(t) = -50\zeta(t) + \frac{8}{4}(\zeta(t) - \xi_1(t)) \\ \zeta(t) = e(t) - e_b(t). \end{cases}$$

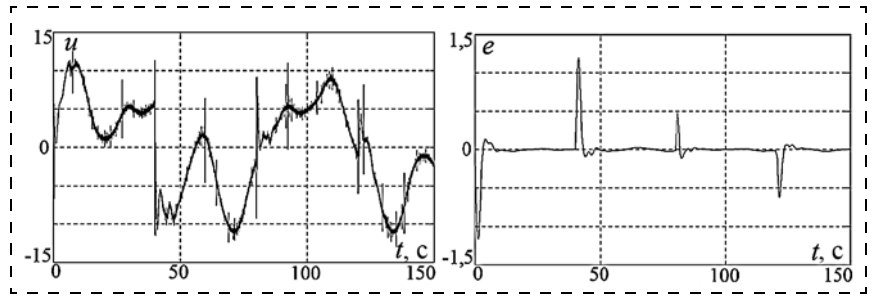


Рис. 2. Переходные процессы по управлению и ошибке: $b_1 = 1, b_2 = 3, b_3 = 5, \gamma = 2$

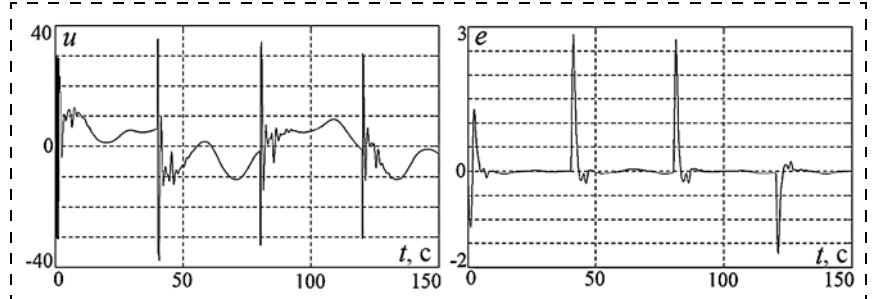


Рис. 3. Переходные процессы по управлению и ошибке: $b_1 = 0, b_2 = 1, b_3 = 5, \gamma = 3$

Управляющее воздействие $\vartheta(t)$ будем формировать в соответствии с формулой

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta} (\lambda(\dot{\xi}_4(t)) + 50\zeta(t)).$$

Здесь $\lambda(\dot{\xi}_4(t))$ — нелинейная функция с насыщением, которая вводится для ограничения управляющего воздействия в момент включения системы в работу. Как отмечает автор, которым был предложен такой наблюдатель [14], в момент включения выходные сигналы наблюдателя могут быть очень большими. Поэтому в работе [14] рекомендуется ввести ограничение на управляющее воздействие. В данном случае используется только один сигнал с наблюдателя, на который и введено ограничение:

$$\lambda(\dot{\xi}_4(t)) = \begin{cases} \dot{\xi}_4(t), & \text{если } |\dot{\xi}_4(t)| < \chi; \\ \chi, & \text{если } \dot{\xi}_4(t) \geq \chi, \chi > 0; \\ -\chi, & \text{если } \dot{\xi}_4(t) \leq -\chi. \end{cases}$$

На рис. 2, 3 представлены результаты моделирования при следующих исходных данных: $a_1 = -2, a_2 = 3, a_3 = a_4 = 2, d_1 = -2, d_2 = d_3 = 2, d_4 = 1, h = 4$ с, $a = 0,2, \beta = 10, f(t) = 2\sin 0,2t + 3\sin 0,7t, y_m(t) = 3\sin 0,2t + 3\sin 0,3t, \chi = 100, \mu = 0,01$. Все начальные условия нулевые.

Начальное значение высокочастотного коэффициента усиления равно -1 , т. е. обратная связь положительная. Через каждые 40 с его знак меняется на противоположный. Для любых параметров из заданного класса неопределенности значение ошибки после окончания переходного процесса не превышает 0,05. Если начальные условия не нуле-

вые, например $x(\theta) = 1$, $\theta \in [-4, 0]$, то необходимо начальное значение коэффициента ρ взять равным трем. В переходных процессах по ошибке увеличится амплитуда первого импульса. Таким образом, алгоритм управления, полученный для $\bar{\gamma} = 4$, работоспособен при других значениях γ .

Заклучение

Решена задача робастного управления для объекта, математической моделью которого является линейное уравнение с распределенным запаздыванием. При этом коэффициенты уравнения и его порядок являются неизвестными. Кроме того высокочастотный коэффициент усиления может изменять свой знак в процессе функционирования системы. Результаты моделирования показывают, что предложенный алгоритм управления позволяет получить качественные переходные процессы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для доказательства утверждения докажем лемму, которая является аналогом леммы [15], справедливой для систем без запаздывания.

Лемма. Пусть математическая модель системы имеет вид

$$\dot{x}(t) = f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2), \quad x(\theta) = \varphi(\theta), \quad \theta \in [-h, 0], \quad (\text{П.1})$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $\mu_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$, $\mu_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$, $x_t(\theta) = x(t + \theta)$, $x_t(\theta) \in C[-h, 0]$; $C[-h, 0]$ — банахово пространство непрерывных функций на отрезке $[-h, 0]$; $\varphi(\theta)$ — непрерывная начальная функция; $f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2)$ — непрерывное отображение из $\mathbb{R}^{n_1+n_2} \times [-h, 0]$ в \mathbb{R}^n , липшицево по $x_t(\theta)$. Пусть система (П. 1) имеет ограниченную область диссипативности

$$D = \{x_t(\theta): \|V(x_t(\theta))\| \leq C\}.$$

где $V(x_t(\theta)) = V_1(x(t)) + V_2(x_t(\theta))$ — непрерывный положительно-определенный функционал на $C[-h, 0]$,

$$|V(x_t(\theta))| = \sup_{-h \leq \theta \leq 0} |V(x_t(\theta))|;$$

$V_1(x(t))$ — непрерывная положительно определенная функция; $V_2(x_t(\theta))$ — функциональная часть функционала $V(x_t(\theta))$. Предположим, что для некоторых значений $\theta_1 > 0$, $\varepsilon > 0$ при $\mu_2 = 0$ выполнено условие

$$\sup_{|\mu_1| < \theta_1} \left(\left(\frac{\partial V_1(x(t))}{\partial x} \right)^T f(x_t(\theta), \mu_1, 0) + \frac{\partial V_2(x_t(\theta))}{\partial t} \right) \leq -\varepsilon, \quad (\text{П.2})$$

когда $\|V(x_t(\theta))\| = C$. Тогда для достаточно малых значений $\theta > 0$, таких что $|\mu_2| \leq \theta$, область диссипативности

$D = \{x_t(\theta): \|V(x_t(\theta))\| \leq C\}$ остается областью диссипативности системы (П.1).

Доказательство леммы. Введем обозначение

$$\Phi(\mu_2) = \sup_{|\mu_1| < \theta_1} \left(\left(\frac{\partial V_1(x(t))}{\partial x} \right)^T f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2) + \frac{\partial V_2(x_t(\theta))}{\partial t} \right)$$

при $\|V(x_t(\theta))\| = C$. В силу того, что функционал $V(x_t(\theta))$ и отображение $f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2)$ непрерывны по μ_2 , функция $\Phi(\mu_2)$ будет непрерывной по μ_2 . Так как выполнено условие (П.2), т. е. $\Phi(0) < -\varepsilon$, то будет существовать $\theta > 0$, такое, что при выполнении неравенства $|\mu_2| \leq \theta$ будет выполнено условие $\Phi(\mu_2) < 0$. Это означает, что область диссипативности остается прежней.

Доказательство утверждения. Подставим значение $\vartheta(t)$ из (2.18) в формулы (2.6) и (2.13) и из уравнений (2.8), (2.13), (2.14), (2.18), (2.19), (2.21) получим

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= A_1 \varepsilon(t) + D_1 C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t + \theta) d\theta + B_0 C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t), \\ e(t) &= C_0 \varepsilon(t); \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_b(t) &= A_1 \varepsilon_b(t) + D_1 C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t + \theta) d\theta - B_0 (\xi_{\bar{\gamma}+1}(t) + q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)), \\ e_b(t) &= C_0 \varepsilon_b(t); \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= F_0 \xi(t) + a_m \zeta(t) + B_1 (\zeta(t) - \bar{\zeta}(t)); \\ \bar{\zeta}(t) &= C_0 \xi(t), \quad \zeta(t) = e(t) - e_b(t); \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

$$\dot{z}(t) = A_1 z(t) + B_0 \psi(t), \quad \zeta(t) = C_0 z(t); \quad (\text{П.6})$$

$$\begin{aligned} \mu_1 \dot{\eta}(t) &= F \eta(t) + \mu_2 B_0 (\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}} \dot{\zeta}(t)), \\ \zeta(t) - \bar{\zeta}(t) &= C_0 T \eta(t), \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

где $C_{\bar{\gamma}+1} = [0, \dots, 0, 1]$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$.

Пусть внешние воздействия $y_M(t) = 0$, $f(t) = 0$. Тогда, принимая во внимание выражения (2.4), (2.7) и формулу $\psi(t) = \psi_2(t) + (k\phi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t)$, получим

$$\psi(t) = \bar{\psi}_1(t) + (k\phi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t),$$

где $\bar{\psi}_1(t)$ получается из соотношения (2.4) с учетом (2.7), когда $y_M(t) = 0$, $f(t) = 0$. Здесь

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_1(s) &= - \left(G_3(s) + \frac{G_2(s)}{M(s)} \right) \sigma(s) y(s) + \\ &+ \frac{N_1(s) + S_0(s) R_2(s) \sigma(s)}{M(s)} u(s) + \\ &+ \left(N_2(s) + \frac{N_3(s)}{M(s)} \right) y(s) + \frac{S_0(s) K(s)}{M(s)}. \end{aligned}$$

В этом случае система (П. 3)—(П. 7) автономна, и к ней применима лемма. Пусть $\mu_2 = 0$. Возьмем функционал Ляпунова—Красовского

$$V(t) = \varepsilon^T(t)H\varepsilon(t) + \eta^T(t)H_1\eta(t) + \int_{-h}^0 \int_t^{\theta} \varepsilon^T(\lambda)\Phi_0\varepsilon(\lambda)d\lambda, \quad (\text{П.8})$$

где положительно определенные матрицы H , Φ_0 удовлетворяют уравнению (2.9), а H_1 является решением уравнения

$$H_1F + F^TH_1 = -\rho_1I, \quad \rho_1 > 0. \quad (\text{П.9})$$

Вычислим производную от функционала (П.8) на траекториях системы (П.3), (П.7):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \varepsilon^T(t)(HA_1 + A_1^T H)\varepsilon(t) + 2\varepsilon^T(t) \times \\ & \times \int_{-h}^0 (HD_1C_0 \int \varepsilon(t+\theta)d\theta + B_0C_{\bar{\gamma}+1}\eta(t)) + \\ & + \eta^T(t)\frac{1}{\mu_1}(H_1F + F^TH_1)\eta(t) + h\varepsilon^T(t)\Phi_0\varepsilon(t) - \\ & - \int_{-h}^0 \varepsilon^T(t+\theta)\Phi_0\varepsilon(t+\theta)d\theta. \end{aligned}$$

Воспользуемся равенством и оценкой

$$\begin{aligned} 2\varepsilon^T(t)HD_1C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t+\theta)d\theta - \int_{-h}^0 \varepsilon^T(t+\theta)\Phi_0\varepsilon(t+\theta)d\theta = \\ = h\varepsilon^T(t)HD_1C_0\Phi_0^{-1}C_0^T D_1^T H\varepsilon(t) - \int_{-h}^0 (\varepsilon^T(t)HD_1C_0\Phi_0^{-1} - \\ - \varepsilon^T(t+\theta))\Phi_0(\Phi_0^{-1}C_0^T D_1^T H\varepsilon(t) - \varepsilon(t+\theta))d\theta, \\ 2\varepsilon^T(t)HB_0C_{\bar{\gamma}+1}\eta(t) \leq \mu_1|\varepsilon(t)|^2 + \frac{|HB_0|^2}{\mu_1}|\eta(t)|^2. \end{aligned}$$

Подставив эти оценки в формулу для производной от функционала, получим

$$\begin{aligned} V(\dot{t}) \leq & \varepsilon^T(t)(HA_1 + A_1^T H + \\ & + hHD_1C_0\Phi_0^{-1}C_0^T D_1^T H + h\Phi_0)\varepsilon(t) + \\ & + \eta^T(t)\frac{1}{\mu_1}(H_1F + F^TH_1)\eta(t) + \mu_1|\varepsilon(t)|^2 + \frac{|HB_0|^2}{\mu_1}|\eta(t)|^2. \end{aligned}$$

Принимая во внимание соотношения (2.9) и (П. 9), получим следующее неравенство:

$$\dot{V}(t) \leq -(\rho - \mu_1)|\varepsilon(t)|^2 - \frac{\rho_1 - |HB_0|^2}{\mu_1}|\eta(t)|^2,$$

где $\rho = s_{\min}(\Lambda_0)$, $s_{\min}(\Lambda_0)$ — минимальное собственное число матрицы Λ_0 . Если выбрать ρ_1 и μ_1 из условий: $\rho - \mu_1 > 0$, $\rho_1 - |HB_0|^2 > 0$, то получим, что система (П. 3), (П. 7) асимптотически устойчива по

переменным $\varepsilon(t)$, $\eta(t)$. Так как $y_m(t) = f(t) = 0$, то $y(t)$ и ее производные стремятся к нулю при $t \rightarrow \infty$. Следовательно, и переменная $\bar{\psi}_1(t)$ и ее производная стремятся к нулю. Тогда из соотношений (2.15) и (2.18) имеем

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta}(\xi_{\bar{\gamma}+1}(t) + q_{\bar{\gamma}}\zeta(t)) = -\frac{1}{\beta}(\psi(t) - C_{\bar{\gamma}+1}\eta(t)).$$

Подставим в эту формулу значение $\psi(t)$, принимая во внимание, что $y_m(t) = f(t) = 0$, в результате чего получим

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta}(\bar{\psi}_1(t) + (k\phi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t) - C_{\bar{\gamma}+1}\eta(t)).$$

Разрешим это уравнение:

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{k\phi(t)\alpha}(\bar{\psi}_1(t) - C_{\bar{\gamma}+1}\eta(t)),$$

откуда следует

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta(t) = 0,$$

а из выражения (2.10)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0.$$

Тогда из соотношений (П.4) имеем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_b(t) = 0,$$

а из соотношений (П.5) следует

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0.$$

Следовательно, система (П.3)—(П.7) является асимптотически устойчивой, если $y_m(t) = f(t) = 0$ и $\mu_2 = 0$. Условия леммы выполнены. Следовательно, существует $\mu_0 > 0$ такая, что система (П.3)—(П.7) будет диссипативной, если $\mu_2 < \mu_0$.

Если на вход диссипативной линейной системы подать ограниченные входные воздействия, то система останется диссипативной, а значит, все переменные в ней будут ограниченными.

Остается выяснить, существует ли $\mu_0 > 0$, обеспечивающая выполнение целевого условия, когда внешние воздействия $y_m(t)$, $f(t)$ удовлетворяют четвертому условию предположений.

Возьмем функционал (П.8) и вычислим производную на траекториях системы (П. 3), (П. 7), принимая во внимание равенство $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \varepsilon^T(t)(HA_1 + A_1^T H)\varepsilon(t) + \\ & + 2\varepsilon^T(t)\left(HD_1C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t+\theta)d\theta + B_0C_{\bar{\gamma}+1}\eta(t) \right) + \\ & + \eta^T(t)\frac{1}{\mu_0}(H_1F + F^TH_1)\eta(t) + h\varepsilon^T(t)\Phi_0\varepsilon(t) - \\ & - \int_{-h}^0 \varepsilon^T(t+\theta)\Phi_0\varepsilon(t+\theta)d\theta + 2\eta^T(t)H_1B_0(\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}}\dot{\zeta}(t)). \end{aligned}$$

Воспользуемся уже приведенными оценками и неравенством

$$2\eta^T(t)H_1B_0(\dot{\psi}(t) - q_7\dot{\zeta}(t)) \leq \frac{1}{\mu_0}|\eta(t)|^2 + \mu_0\delta_1,$$

$$\delta_1 = \sup_t |H_1B_0(\dot{\psi}(t) - q_7\dot{\zeta}(t))|^2.$$

Тогда, принимая во внимание (2.9) и (П.9), получим

$$\dot{V}(t) \leq -(\rho - \mu_0)|\varepsilon(t)|^2 - \frac{\rho_1 - 1 - |HB_0|^2}{\mu_0}|\eta(t)|^2 + \mu_0\delta_1.$$

Если выбрать ρ_1 и μ_0 из условий: $\rho - \mu_0 = -\rho_2$, $\rho_2 > 0$, $\rho_1 - 1 - |HB_0|^2 = -\rho_3$, $\rho_3 > 0$, $\rho = s_{\min}(\Lambda)$, то получим неравенство

$$\dot{V}(t) \leq -\rho_2|\varepsilon(t)|^2 - \rho_3|\eta(t)|^2 + \mu_0\delta_1,$$

откуда следует оценка

$$|e(t)| \leq |\varepsilon(t)| \leq \sqrt{\frac{\mu_0\delta_1}{\rho_2}}.$$

Из этой оценки видно, что выбором числа μ_0 достигается требуемое значение ошибки в целевом условии. При этом это значение будет достигнуто за конечный промежуток времени.

1. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
2. Hassan L., Zemouche A., Boutayeb M. H_∞ Unknown input observers design for a class of nonlinear time-delay systems // Preprints of 18th IFAC Word Congress. 2011. P. 3879–3884.
3. Karimi H. R. Robust adaptive H_∞ synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations // Preprints of 18th IFAC Word Congress. 2011. P. 302–307.
4. Gao H., Lam J., Chen G. New criteria for synchronization stability of general complex dynamical networks with coupling delay // Physics letters. 2006. V. 360, N. 2. P. 263–273.
5. Ge S. S., Hong F., Lee T. H. Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays // IEEE Trans. Automat. Contr. 2003. V. 48, N. 11. P. 2004–2010.
6. Gao H., Chen G., Lam J. A new delay systems approach to network-based control // Automatica. 2008. V. 44, N. 1. P. 39–52.
7. Nguang S. K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems. // IEEE Trans. Automat. Contr. 2000. V. 45, N. 4. P. 756–762.
8. Han Q. L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type // Automatica. 2002. V. 38, N. 4. P. 719–723.
9. Ivanescu D., Niculescu S. I., Dugard L., Dion J. M., Verriest E. I. On delay dependent stability of neutral systems // Automatica. 2003. V. 39, N. 2. P. 255–261.
10. Бобцов А. А. Стабилизация нелинейных систем по выходу в условиях запаздывания // Изв. РАН. ТиСУ. 2005. № 3. С. 5–11.
11. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // А и Т. 2007. № 7. С. 103–115.
12. Цыкунов А. М. Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: Физматлит. 2012.
13. Цыкунов А. М. Децентрализованное робастное управление многосвязными структурно неопределенными объектами // А и Т. № 12. 2010. С. 111–121.
14. Khalil H. K. Nonlinear systems. 2nd ed. N. Y.: Prentice-Hall, 1996.
15. Брусин В. А. Об одном классе сингулярно-возмущенных адаптивных систем // А и Т. 1995. № 4. С. 119–127.

Robust Control of Object with Distributed Delay and Unknown Order of Mathematical Model

A. M. Tsykunov, tsykunov_al@mail.ru✉,
Astrakhan, 414056, Astrakhan State Technical University

Corresponding author: Tsykunov Aleksandr M., D. Sc., Head of the Department " Mathematic",
Astrakhan, 414056, Astrakhan State Technical University,
e-mail: tsykunov_al@mail.ru

Received on September 22, 2015

Accepted on October 01, 2015

The object which mathematical model is the vector equation with the distributed delay on a state vector investigated. It is supposed, that parameters and order of mathematical model are unknown. On object not measured limited disturbance operated. The problem of tracing a reference signal is formulated. To provide qualitative tracking a reference signal, it is necessary to compensate influence of not measured disturbance on the output variable. For the decision of this problem, the method of an auxiliary contour is used. This method has well proved at designing sensible control for systems without delay. In this paper, this method was used for systems with the distributed delay. The problem robust control of objects with the distributed delay on a state vector was solved. It is suppose, that parameters and order of mathematical model of object are unknown, and output variable are accessible to measurement only. As target conditions accuracy of tracking of a reference signal is accepted. The algorithm of the control was received allowing compensating aprioristic uncertainty and it is essential to reduce influence not measured the bounded external limited disturbance to output. The equations of the closed system are singular the system of equations. In this paper is prove, that the received algorithm of control provides performance of target conditions. Numerical examples and results of computer simulation, which have shown efficiency of the receive algorithm of tracking.

Keywords: distributed delay, robust control, target condition, functional, reference signal, singular the system of equations

For citation:

Tsykunov A. M. Robust Control of Object with Distributed Delay and Unknown Order of Mathematical Model, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 4, pp. 219–227.

DOI: 10.17587/mau/17.219-227

References

1. **Polyak B. T., Sherbakov P. S.** *Robustnaja ustojichivost i upravlenie* (Robust stability and control), Moscow, Nauka, 2001 (in Russian).
2. **Hassan L., Zemouche A., Boutayeb M.** H_∞ Unknown input observers design for a class of nonlinear time-delay systems, *Preprints of 18th IFAC World Congress*, 2011, pp. 3879–3884.
3. **Karimi H. R.** Robust adaptive H_∞ synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations, *Preprints of 18th IFAC World Congress*, 2011, pp. 302–307.
4. **Gao H., Lam J., Chen G.** New criteria for synchronization stability of general complex dynamical networks with coupling delay, *Physics Letters*, 2006, vol. 36, no. 2, pp. 263–273.
5. **Ge S. S., Hong F., Lee T. H.** Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2003, vol. 48, no. 11, pp. 2004–2010.

6. **Gao H., Chen G., Lam J.** A new delay systems approach to network-based control, *Automatica*, 2008, vol. 44, no. 1, pp. 39–52.
7. **Nguang S. K.** Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2000, vol. 45, no. 4, pp. 756–762.
8. **Han Q. L.** Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type, *Automatica*, 2002, vol. 38, no. 4, pp. 719–723.
9. **Ivanescu D., Niculescu S. I., Dugard L., Dion J. M., Verriest E. I.** On delay dependent stability of neutral systems, *Automatica*, 2003, vol. 39, no. 2, pp. 255–261.
10. **Bobtsov A. A.** Output stabilization of nonlinear systems under delay conditions, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, no. 2, pp. 179–186.
11. **Tsykunov A. M.** Robust control algorithms with compensation of bounded perturbations, *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, no. 7, pp. 1201–1212.
12. **Tsykunov A. M.** *Robustnoe upravlenie s kompensatsiei vozmushenii* (Robust control with compensation of perturbations), Moscow, Fizmatlit, 2012 (in Russian).
13. **Tsykunov A. M.** Decentralized robust control for multiconnected objects with structural uncertainty, *Automation and Remote Control*, 2010, vol. 71, no. 12, pp. 111–121.
14. **Khalil H. K.** *Nonlinear systems*, 2nd ed., N. Y., Prentice-Hall, 1996.
15. **Brusin V. A.** On a class of singularly disturbed adaptive systems, *Automation and Remote Control*, 1995, vol. 56, no. 4, pp. 119–127.

УДК 681.51

DOI: 10.17587/mau.17.227-232

Г. Д. Афанасьев, канд. техн. наук, доц., nauka-pf@yandex.ru,

И. Г. Афанасьева, аспирант, ira.afanaseva.70@mail.ru,

Северо-Кавказский федеральный университет (филиал в г. Пятигорске)

Расчет параметров распределенных систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством

Рассмотрен метод расчета параметров систем автоматического регулирования с обеспечивающим астатизм параллельным корректирующим устройством для объекта с распределенными параметрами, переходная характеристика которого аппроксимируется экспонентой второго порядка с запаздыванием. Методом математического моделирования продемонстрирована возможность получения высоких показателей качества регулирования при использовании систем рассматриваемого типа для объектов с распределенными параметрами.

Ключевые слова: система автоматического регулирования, объект с запаздыванием, параллельное корректирующее устройство, переходный процесс, аperiodическое звено первого порядка, объект регулирования, передаточная функция, объект с распределенными параметрами, усилительное звено, кривые переходных

Введение

Для обеспечения высоких показателей качества регулирования процессов в системах, имеющих объекты с распределенными параметрами, обычно применяют высокоточные регуляторы, включаемые последовательно с неизменяемой частью системы и реализующие пропорционально-интегрально-дифференциальный закон регулирования. Для расчета параметров настройки регуляторов обычно применяют частотные методы, в которых задаются запасы устойчивости по модулю и по фазе, гарантирующие устойчивость систем, но напрямую не связанные с показателями качества регулирования [1].

Постановка задачи

В данной работе сделана попытка обосновать возможность применения согласо-параллельной

коррекции (СПК) для получения высоких показателей качества регулирования в системах, имеющих объекты с распределенными параметрами. Как справедливо отмечено авторами работы [2], в классической и современной литературе по теории автоматического регулирования использование СПК, как правило, остается за гранью внимания. В названной работе изложены три варианта использования СПК, позволяющие получить высокие показатели качества регулирования в системах управления линейными стационарными объектами с различными динамическими характеристиками. В работах [3–9] рассмотрены вопросы исследования динамики и расчета параметров систем автоматического регулирования (САР) с СПК для случаев различных объектов с запаздыванием, в том числе и с распределенными параметрами. Особенностью этих САР является то, что порядок их инерционно-