

Acknowledgements: This work was supported by the grant of the President of the Russian Federation MK-2511.2014.8

For citation:

Golovin V., Arkhipov M., Pavlovskiy V. Specific Features of Designing of the Robotic Systems for the Restorative Medicine, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 10, pp. 664–671.

DOI: 10.17587/mau.16.664-671

References

1. **Jurevich E. I.** *Osnovy proektirovaniya tehniki* (Basics of technical systems designing), SPb., Publishing house of SPbGTU, 2001 (in Russian).
2. **Loshhilov V. I., Shukin S. I.** *Principy analiza i sinteza biotekhnicheskikh sistem* (The principles of analysis and synthesis of biotechnical systems), Mocsow, Publishing house of MVTU im. N. Je. Baumana, 1987, 67 p. (in Russian).
3. **Tavakoli M., Patel R. V., Moallem M., Aziminejad A.** Haptics for teleoperated surgical robotic systems, Monograph series in the World scientific publishing under the title "New frontiers in robotics", Singapore, World Scientific Publishing Company, 2003, 290 p.
4. **Savrasov G. V.** *Medicinskaja robototekhnika: sostojanie, problemy i obshhie principy proektirovaniya* (Medical robotics: state, problems and general design principles), *Vestnik MGTU im. Baumana N. Je., Specvyypusk "Biomedicinskaja Tehnika i Tehnologija, Ser. "Priborostroenie"*, 1998 (in Russian).
5. **Golovin V. F., Zhuravlev V. E., Arkhipov M. V.** Robotics in Restorative Medicine, LAP LAMBERT Academic Publishing, GmbH & Co. KG, 2012, 270 c.

6. **Golovin V. F., Arkhipov M. V., Zhuravlev V. E.** Force Training for Position/Force Control of Message Robots. Mechanisms and Machine Science, New Trends in Medical and Service Robots, Springer International Publishing, Switzerland, 2014, vol. 20, pp. 95–109.

7. **Zabludovskij V. I.** *Materialy k voprosu o dejstvii massazha na zdorovykh ljudej* (Materials for the issue of the effect of massage for healthy people), Phd theses, SPb., 1882 (in Russian).

8. **Golovin V. F., Samorukov A. E.** *Sposob massazha i ustrojstvo dlja ego osushhestvlenija* (Massage method and device for its implementation), Ros.patent № 2145833 ot 08.05.1998 (in Russian).

9. **Massazhnye kresla** (Massage Chairs), available at: <http://www.discountleatherchair.com/osaki-massage-recliners.html> (data of access: 22.01.2015).

10. **Massazhery dlja golovy i tela** (Massage for the head and the body), available at: <http://www.massagerell.ru> (data of access: 22.01.2015).

11. **Roboty Kuka** (Robots Kuka), available at: http://www.kukalabs.com/en/medical_robotics/lightweight_robotics/ (data of access: 22.01.2015).

12. **Robots UR**, available at: <http://fam-robotics.ru/product/ur5> (data of access: 22.01.2015).

13. **Robot dlja massazha Bejdzhingskogo tehnologicheskogo institute** (Robot massage Bejdzhing Institute of Technology), available at: <http://www.youtube.com/watch?v=8LBFUaylbcn#t=40> (data of access: 22.01.2015).

14. **Kolobov A. A., Kochetov V. V., Omel'chenko I. N.** *Jekonomika innovacionnoj dejatel'nosti naukoemkih predpriyatij* (The economy of innovation high-tech enter), Moscow, Publishing house of MGTU im. Baumana, 2007 (in Russian).

УДК 621.865.8

DOI: 10.17587/mau.16.671-678

Д. Р. Богданов, науч. сотр., dr_bog@mail.ru, **О. В. Даринцев**, д-р техн. наук, зав. лаб., ovd@uimech.org,
Институт механики им. П. П. Мавлютова Уфимского научного центра РАН, г. Уфа

Кинематика манипулятора с управляемым изгибом на базе твердых элементов со сферической поверхностью

Рассматривается новый класс манипуляторов, построенных на базе звеньев с управляемым изгибом, формируемых из твердых элементов со сферической поверхностью. Описана методика построения полной кинематической модели звена подобного манипулятора. Приводятся результаты компьютерного моделирования движения манипулятора (прямая задача кинематики), построенного на базе одного, двух, трех и четырех звеньев, которые подтверждают адекватность построенных математических моделей с учетом принятых допущений. Получено решение обратной задачи кинематики для рабочей точки звена с учетом его положения в рабочем пространстве.

Ключевые слова: манипулятор с управляемым изгибом, кинематика, кинематический анализ, прямая и обратная задачи

Введение

В последнее время значительно расширяются области применения роботов. Так, ускорились работы в сервисной и социальной робототехнике, отмечается увеличение числа тем по роботам двойного назначения, не осталась без внимания исследователей также тема спецтехники. Общей чертой вышеперечисленных направлений является необходимость разработки новых манипуляционных схем, лишенных основного недостатка промышленных манипуляторов — жесткости конструкции. Одним из представителей семейства нетипичных конструкций манипуляторов являются плоские и пространственные механизмы, постро-

енные на базе звеньев с управляемым изгибом [1]. Пример одного из последних на сегодняшний день решений по созданию такого манипулятора можно увидеть в работе зарубежных ученых [2]. Вопросы управления подобными манипуляторами освещены в отечественной и зарубежной литературе не в полной мере, так как синтез систем управления достаточно сложен и обусловлен многообразием конструкторских решений таких манипуляторов, специфичностью базовых перемещений и средств их реализации. Особый интерес представляет использование гибких манипуляторов в микроробототехнике, но такой вариант использования еще более усложняет проблему синтеза, поскольку значительно увеличивается возмущающее воздействие среды на

манипулятор, в частности, таких параметров, как влажность, температура, адгезия поверхности, вязкость смазывающих материалов и т. д. [3].

Для построения систем управления нетипичными манипуляторами, учитывающих специфику их конструкций, необходимы точные решения как прямых, так и обратных задач кинематики и динамики, выбор оптимальной архитектуры информационной системы, подбор приводов и т. д. Большая часть специфических конструкций управляется дистанционно, в случае использования автоматизированной системы отработки заданных движений используется режим обучения (повтора).

В данной статье авторы предлагают свое решение задач кинематики манипулятора, который, в отличие от известных промышленных вариантов, строится на базе бесшарнирного соединения компонентов [1]. Основные проблемы при поиске решений были связаны с тем, что при перемещении манипулятора происходит сложное взаимное движение компонентов звена — твердых элементов со сферической рабочей поверхностью, траектории дентров координат которых описываются уравнениями эпитроихиды [4]. Рассмотрены различные варианты прямой и обратной задач кинематики для плоского (2D) и пространственного (3D) движений звена. Результат модельных экспериментов показан в виде трансформации формы звена при изменении длин силовых тросов. Сформулированы и рассмотрены проблемы создания динамической модели звена с управляемым изгибом, выявлены основные виды нелинейностей при управлении манипулятором. Анализ динамики, выбор информационной системы, синтез системы управления частично обсуждаются в других работах авторов [5, 6] и на настоящий момент находятся в процессе теоретических исследований, экспериментальной апробации, верификации параметров модели и выбора оптимальной формы реализации с учетом требования работы в режиме реального времени.

Геометрия звена манипулятора с управляемым изгибом

Звено манипулятора с управляемым изгибом представляет собой набор из n подвижных элементов с контактирующими поверхностями, которые являются частями сфер радиусом R . При этом точка контакта элементов звена двигается по поверхности, а движение центров систем координат элементов описывается уравнением эпитроихиды. Поэтому стандартные подходы для описания положения манипулятора в пространстве неприменимы, так как они подразумевают использование кинематических пар 5-го класса или наличие шарнирных соединений в сочленениях манипулятора. Так, для решения поставленных задач принималось, что верхний элемент звена неподвижный, остальные элементы подвешены на четырех тросах, проходящих через сквозные отверстия [1]. Без учета влияния внешних

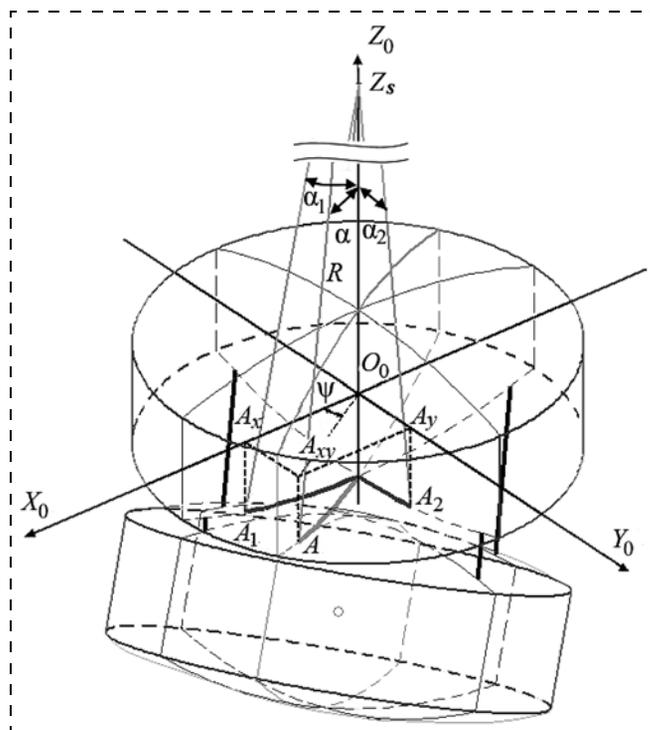


Рис. 1. Неподвижный и подвижный элементы звена

сил при идентичности характеристик поверхности принимается, что движение любых других элементов звена друг относительно друга происходит согласно рассматриваемому ниже движению первой пары элементов звена: верхнего неподвижного и следующего за ним нижнего подвижного (рис. 1).

Верхнему неподвижному элементу, который будет являться точкой отсчета, присваивается индекс "ноль" (или элемент "0"). Тогда положение подвижного элемента в пространстве при идентичности параметров поверхности (единый для всех элементов радиус сферической образующей R) описывается углом α между осью O_0Z_0 и прямой, проходящей через точку контакта элементов 0 и 1 звена (точка A на рис. 1) и центр сферы, частью которой является нижняя поверхность элемента 0 (точка Z_s), и углом ψ между радиус-вектором из т. O_0 в проекцию A_{xy} точки контакта A на плоскость $X_0O_0Y_0$ и положительным направлением оси O_0X_0 .

Прямая задача кинематики

Для решения прямой задачи кинематики необходимо найти углы α и ψ при заданном изменении обобщенных координат — длин тросов, сформировать однородную матрицу преобразований и затем с ее помощью вычислить координаты рабочей точки последнего элемента звена. Были рассмотрены два варианта решения задачи: плоский, когда в перемещении ведущим является только один трос, длина которого уменьшается при формировании изгиба звена, и общий случай, когда ведущими является пара тросов. Отрезок ведущего троса для одной пары элементов, который определяется как расстояние

между точками выхода его из сквозных отверстий в верхнем и нижнем элементах, обозначим как $L_{\text{ведущ}}$, отрезок ведомого (противофазного) троса для одной пары элементов обозначим $L_{\text{ведом}}$. Для решения плоской задачи рассмотрим движение элементов друг относительно друга в плоскости $X_0O_0Z_0$ (рис. 2, а).

Длины $L_{\text{ведущ}}$ и $L_{\text{ведом}}$ могут быть вычислены через значение угла α :

$$\begin{aligned} L_{\text{ведущ}} &= 2R(1 - \cos(\alpha_m - \alpha)), \\ L_{\text{ведом}} &= 2R(1 - \cos(\alpha_m + \alpha)), \end{aligned}$$

где α_m — максимальный угол отклонения нижнего элемента, значение которого зависит от радиуса сфер R , образующих поверхности качения элементов, и диаметра окружности d , на которой лежат сквозные

отверстия: $\alpha_m = \arcsin\left[\frac{d}{2R}\right]$. Этот конст-

руктивный параметр также определяет "начальную" длину отрезков $L_{\text{ведущ}}$ и $L_{\text{ведом}}$ при значении $\alpha = 0$, $L_0 = 2R(1 - \cos\alpha_m)$.

Тогда изменение длины ведущего троса, при котором происходит изгиб звена на угол α , можно выразить как

$$\Delta L_{\text{ведущ}} = L_0 - L_{\text{ведущ}} = L_0 - 2R(1 - \cos(\alpha_m - \alpha)). \quad (1)$$

Отсюда находим искомый угол:

$$\alpha = \alpha_m - \arccos\left[1 - \frac{L_0 - \Delta L_{\text{ведущ}}}{2R}\right]. \quad (2)$$

Зная угол α , можно вычислить изменение (увеличение) длины противофазного троса по следующей формуле:

$$\Delta L_{\text{ведом}} = L_{\text{ведом}} - L_0 = 2R(1 - \cos(\alpha_m + \alpha)) - L_0. \quad (3)$$

Для звена манипулятора, состоящего из n подвижных элементов, рассмотрим два возможных варианта работы тросов — "объемную" и "плоскую" задачи.

Вариант 1. В этом случае изгиб звена формируется за счет задания изменения длин двух ведущих тросов. Считаем, что для нормальной работы звена натяжение тросов должно обеспечивать постоянный контакт элементов между собой, движение самого нижнего элемента можно рассматривать как суперпозицию движений элементов звена при изменении длин ведущих тросов $\Delta L_{\text{ведущ}1n}$ и $\Delta L_{\text{ведущ}2n}$ для всех n подвижных элементов. Отсюда перемещение ведущих тросов для одной пары элементов будет следующим:

$$\Delta L_{\text{ведущ}1} = \frac{\Delta L_{\text{ведущ}1n}}{n}, \quad \Delta L_{\text{ведущ}2} = \frac{\Delta L_{\text{ведущ}2n}}{n}.$$

Из рис. 1 видно, что углу изгиба звена α соответствует дуга OA на нижней поверхности верхнего элемента звена. Проекцией дуги OA на плоскость $X_0O_0Y_0$ является вектор O_0A_{xy} , который можно разложить на проекции по осям O_0X_0 и O_0Y_0 : A_x и A_y .

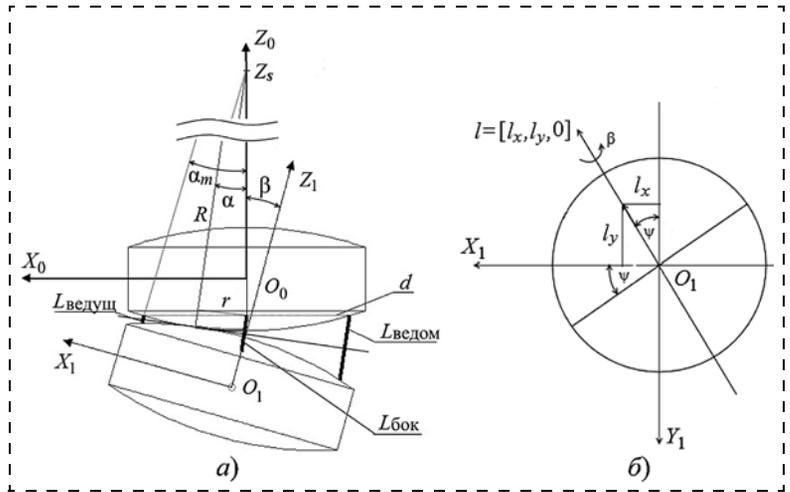


Рис. 2. Движение элементов звена в одной плоскости (а); ориентация подвижного элемента звена (б)

Этим проекциям соответствуют дуги на нижней поверхности этого элемента OA_1 и OA_2 , которые определяются радиусом R и углами α_1 и α_2 . Эти углы, в свою очередь, обеспечиваются соотношением изменений тросов $\Delta L_{\text{ведущ}1}$, $\Delta L_{\text{ведом}1}$ и $\Delta L_{\text{ведущ}2}$, $\Delta L_{\text{ведом}2}$ соответственно.

Исходя из этого при изменении каждого из ведущих тросов сначала определяются отдельно углы α_1 и α_2 по формуле (2). Затем вычисляются изменения ведомых тросов $\Delta L_{\text{ведом}1}$ и $\Delta L_{\text{ведом}2}$ по формуле (3). Для звена с n подвижными элементами изменения длин ведомых тросов для всего звена будут следующие:

$$\Delta L_{\text{ведом}1n} = \sum_{i=1}^n \Delta L_{\text{ведом}1}^i, \quad \Delta L_{\text{ведом}2n} = \sum_{i=1}^n \Delta L_{\text{ведом}2}^i,$$

или, если движение всех элементов друг относительно друга происходит идентично,

$$\Delta L_{\text{ведом}1n} = n\Delta L_{\text{ведом}1}, \quad \Delta L_{\text{ведом}2n} = n\Delta L_{\text{ведом}2}.$$

Результирующий угол изгиба для одного элемента звена α определяется следующим образом:

$$\alpha = \arcsin\left[\frac{a}{R}\right].$$

где a — хорда дуги OA .

Хорда a , в свою очередь, вычисляется как

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2},$$

где a_1 и a_2 — хорды дуг OA_1 и OA_2 . Они определяются следующим образом: $a_1 = R\sin\alpha_1$, $a_2 = R\sin\alpha_2$.

Из этого выражения следует, что:

$$\alpha = \arcsin\left(\sqrt{\sin^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_2}\right).$$

Для звена из n подвижных элементов угол изгиба звена определяется как $\alpha^n = \sum_{i=1}^n \alpha_i$. Если движения элементов идентичны: $\alpha^n = n\alpha$.

Угол ψ , как видно из рис. 1, вычисляется по формуле:

$$\psi = \arctg\left(\frac{a_1}{a_2}\right) + \frac{\pi}{2}k = \arctg\left(\frac{\sin a_1}{\sin a_2}\right) + \frac{\pi}{2}k, \quad k = 0, 1, 2, 3,$$

где значение k зависит от того, какие тросы являются ведущими. Обозначим l_{XP} трос, проходящий через отверстие, лежащее на оси O_0X_0 . Тросы, проходящие через отверстия на осях O_0Y_0 , $-O_0X_0$ и $-O_0Y_0$, обозначим соответственно l_{YP} , l_{XN} и l_{YN} . Тогда k будет определяться следующим образом:

- 1) $k = 0$, если ведущие тросы l_{XP} и l_{YP} ;
- 2) $k = 1$, если ведущие тросы l_{YP} и l_{XN} ;
- 3) $k = 2$, если ведущие тросы l_{XN} и l_{YN} ;
- 4) $k = 3$, если ведущие тросы l_{YN} и l_{XP} .

Вариант 2. Ведущим является только один трос.

Решение задачи упрощается, так как угол ψ будет принимать только четыре значения в зависимости от того, какой трос является ведущим. Если ведущий трос l_{XP} , тогда $\psi = 0^\circ$, если l_{YP} , то $\psi = 90^\circ$ и т. д. Остается найти угол α , используя формулу (2) и учитывая, что звено состоит из n подвижных элементов, как это было сделано в варианте 1.

Затем по найденному углу α вычисляется значение изменения длины ведомого троса $\Delta L_{\text{ведом}}$ по формуле (3). Тросы $L_{\text{бок}}$ в перпендикулярной, по отношению к ведущему и ведомому тросам, плоскости также участвуют в перемещении, их можно отнести к ведомым. Изменения длин этих тросов одинаковы, а значения, согласно рис. 2, могут быть вычислены по следующей формуле:

$$L_{\text{бок}} = 2(R - r \cos \alpha),$$

где $r = \sqrt{R^2 - \left[\frac{d}{2}\right]^2}$ — расстояние от центра обрабатываемой сферы до точки выхода троса.

Тогда изменение длины боковых тросов для пары элементов может быть вычислено как

$$\Delta L_{\text{бок}} = 2r(1 - \cos \alpha). \quad (4)$$

Для звена с n подвижными элементами изменения длин боковых тросов вычисляются аналогично процедурам получения значений для ведомых или ведущих тросов.

Для построения компьютерной модели на основе полученных выше решений была выведена однородная матрица преобразований, с помощью которой рассчитывалось положение любой точки звена в пространстве и ориентация соответствующего сегмента. В качестве базовой системы координат манипулятора взята система $X_0Y_0Z_0$, центр которой совпадает с центром верхнего неподвижного элемента O_0 . Движение подвижного элемента раскладывается на две составляющие: поворот элемента вокруг единичного вектора $l = [l_x, l_y, l_z]^T$, проходящего через центр координат O_1 элемента, и перемещение самого центра O_1 относительно начала системы координат O_0 .

Единичный вектор поворота, как видно из рис. 2, б, лежит в плоскости $X_1O_1Y_1$, его нормализованный вид при произвольном значении угла ψ будет следующим: $l = [\sin \psi, -\cos \psi, 0]^T$.

Поворот подвижного элемента на угол β относительно полученного вектора рассчитывается через угол наклона α и при равенстве радиусов сфер, образующих рабочие поверхности элементов, будет равен $\beta = 2\alpha$. Тогда ориентацию системы координат $X_1Y_1Z_1$ можно описать с помощью матрицы поворота $R_{l, \beta}$, для вычисления которой используется известная формула [7]. Компоненты этой матрицы, а значит, и ориентация элемента в пространстве зависят от значений углов ψ и $\beta(\alpha)$: $R_{11} = \sin^2 \psi (1 - \cos \beta) + \cos \beta$, $R_{12} = -\sin \psi \cos \psi (1 - \cos \beta)$ и т. д.

Текущее положение центра подвижного элемента O_1 относительно начала системы координат O_0 является следствием его перемещения по эпициклоиде, и ее траектория задается системой параметрических уравнений [4]:

$$\begin{cases} p_{1x} = (2R \sin(\alpha + \alpha_0) - (R - h_0) \sin(2\alpha + \alpha_0)) \cos \psi; \\ p_{1y} = (2R \sin(\alpha + \alpha_0) - (R - h_0) \sin(2\alpha + \alpha_0)) \sin \psi; \\ p_{1z} = 2R \cos(\alpha + \alpha_0) - (R - h_0) \cos(2\alpha + \alpha_0) + (R - h_0), \end{cases} \quad (5)$$

где α_0 — угол относительно оси Z_1 , с которого начинается движение подвижного элемента звена; для рассматриваемого нами варианта $\alpha_0 = \pi$; h_0 — расстояние центра координат O_1 от поверхности сферы.

Полученный вектор перемещения $p_{1\alpha, \psi} = [p_{1x}, p_{1y}, p_{1z}]^T$ и матрица поворота $R_{l, \beta}$ формируют однородную матрицу преобразований для пары элементов, которая при принятых выше допущениях используется для вычисления координат и ориентации последнего элемента звена, состоящего из n подвижных элементов:

$$T_n = \prod_{i=1}^n \begin{vmatrix} R_{l, \beta}^i & p_{\alpha, \psi}^i \\ 000 & 1 \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Полученное решение прямой задачи кинематики (6) отличается от экспериментальных результатов в силу принятых допущений, и, в первую очередь, это связано с тем, что при решении кинематических задач не учитываются следующие динамические процессы в сугубо нелинейной системе:

- 1) растяжение тросов при изменении нагрузки;
- 2) нелинейность в момент начала движения элементов: переход от трения покоя к трению качения (значения этих сил трения для металлов различаются на порядок [8]). Вследствие этого элементы звена приходят в движение последовательно и скачкообразно, с некоторой временной задержкой, начиная с последнего элемента.

Вышеперечисленные причины рассогласования модельных и экспериментальных данных могут быть учтены только при реализации динамической модели, при построении которой будут использо-

ваны данные, полученные с датчиков положений, установленных на некоторых подвижных элементах звена.

Обратная задача кинематики

Обратная задача кинематики заключается в определении необходимых значений обобщенных координат манипулятора для достижения требуемых координат рабочей точки манипулятора в рабочем пространстве. Обозначим исходные координаты рабочей точки как $p_t = [p_{xt}, p_{yt}, p_{zt}]^T$. Эта точка лежит на нормали к центру нижней поверхности последнего подвижного элемента на расстоянии L_t .

В зависимости от положения центра координат последнего элемента звена p_{nz} относительно плоскости основания $X_0O_0Y_0$ есть два решения обратной задачи.

1. Значение координаты $p_{nz} \leq 0$.

Рассмотрим решение обратной задачи для однозвенного манипулятора с четырьмя подвижными элементами (рис. 3). Для упрощения рисунка звено изображено для значения угла $\psi = 0$.

Решение обратной задачи начинается с последнего подвижного звена манипулятора, имеющего координаты $p_4 = [p_{4x}, p_{4y}, p_{4z}]^T$. Вектор p_4 образует с осью Z_0 угол G , который вычисляется как сумма углов γ , образованных отрезками $p_i - p_{i-1}$ с осями Z_{i-1} , где i — номер подвижного элемента звена, т. е. в данном случае $G = 4\gamma$. Решая геометрическую задачу, находим значение угла G : $G = \arctg \frac{\sqrt{p_{4x}^2 + p_{4y}^2}}{p_{4z}}$.

$$\text{Следовательно, } \gamma = G/4 = \arctg \frac{\sqrt{p_{x4}^2 + p_{y4}^2}}{p_{z4}} / 4.$$

Через координаты точки p_1 выразим угол γ :

$$\text{tg } \gamma = \frac{\sqrt{p_{x1}^2 + p_{y1}^2}}{p_{z1}}.$$

С учетом системы уравнений (5) и $\alpha_0 = \pi$ запишем:

$$\text{tg } \gamma = \frac{\sqrt{((-2R \sin \alpha + (R - h_0) \sin 2\alpha) \cos \psi)^2 + ((-2R \sin \alpha + (R - h_0) \sin 2\alpha) \sin \psi)^2}}{-2R \cos \alpha + (R - h_0)(\cos 2\alpha + 1)}.$$

После элементарных преобразований получаем, что $\text{tg } \gamma = \text{tg } \alpha$, или $\gamma = \alpha$. Отсюда

$$\alpha = \arctg \frac{\sqrt{p_{x4}^2 + p_{y4}^2}}{p_{z4}} / 4,$$

или для n элементов

$$\alpha = \arctg \frac{\sqrt{p_{xn}^2 + p_{yn}^2}}{p_{zn}} / n. \quad (7)$$

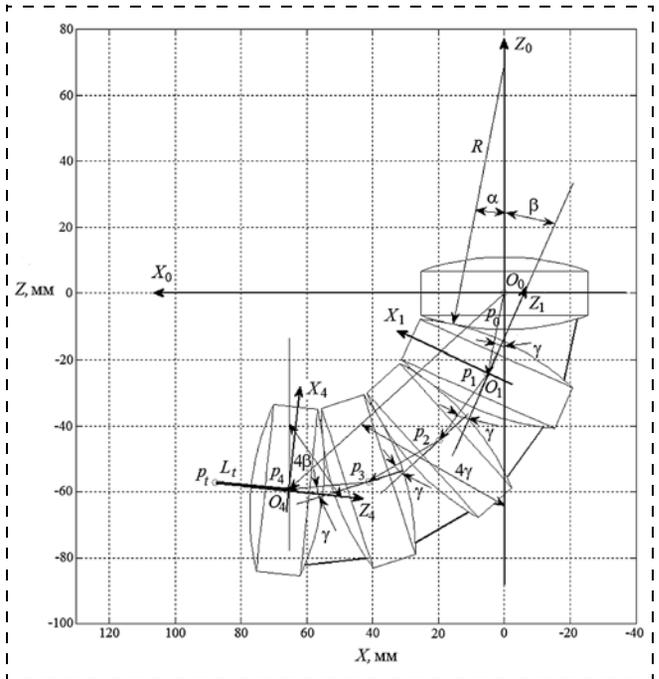


Рис. 3. Звено манипулятора из четырех элементов

Значение угла ψ , где $\psi \in [0^\circ, 360^\circ)$, для n элементов вычисляется следующим образом:

$$\begin{cases} \psi = \arctg \frac{p_{ty}}{p_{nx}} & \text{при } p_{4x} \neq 0; \\ \psi = 90^\circ & \text{при } p_{nx} = 0, p_{ny} > 0; \\ \psi = -90^\circ & \text{при } p_{nx} = 0, p_{ny} < 0. \end{cases} \quad (8)$$

По полученным значениям углов α и ψ можно вычислить перемещения тросов, при которых центр последнего подвижного звена манипулятора выйдет в требуемое положение в пространстве.

Если в качестве требуемых координат задано положение рабочей точки p_t , лежащей на оси Z_n , тогда координаты точки p_n определяются через координаты точки p_t и расстояния между ними L_t . В результате соотношения (7) и (8) после несложных геометрических преобразований приобретут следующий вид:

$$\alpha = \left| \arctg \frac{\sqrt{p_{xt}^2 + p_{yt}^2}}{(p_{zt} - L_t)} \right| / n; \quad (9)$$

$$\begin{cases} \psi = \arctg \frac{p_{ty}}{p_{tx}} & \text{при } p_{4x} \neq 0; \\ \psi = 90^\circ & \text{при } p_{tx} = 0, p_{ty} > 0; \\ \psi = -90^\circ & \text{при } p_{tx} = 0, p_{ty} < 0. \end{cases} \quad (10)$$

2. Значение координаты $p_{nz} > 0$.

Такая ситуация возможна при определенном числе подвижных элементов звена n и соблюдении условия $\alpha_m \geq \alpha > \frac{90^\circ}{n}$. В этом случае при определенных допустимых значениях угла α центр последнего элемента находится выше плоскости $O_0X_0Y_0$ (рис. 4).

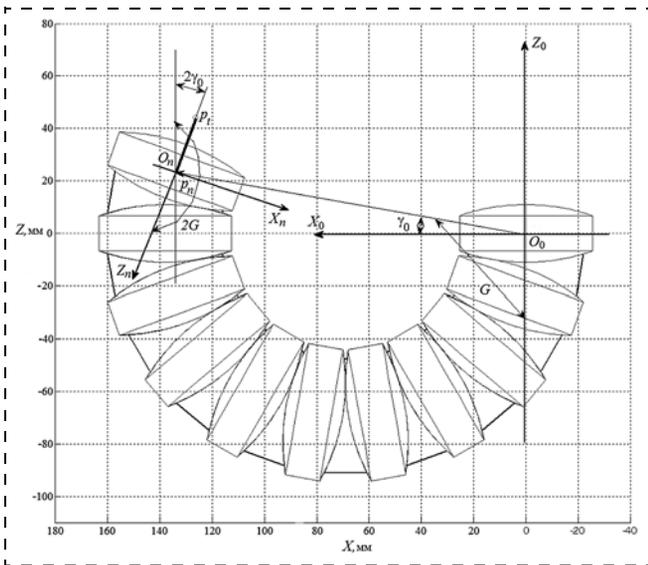


Рис. 4. Звено манипулятора из десяти элементов

Значение n зависит от целого ряда конструктивных параметров элементов звена: радиусов образующих сфер, толщины и диаметра элементов, значения максимального угла α_m . Для тех значений параметров, что использованы при изготовлении лабораторного стенда, такая конфигурация возможна для манипулятора с десятью подвижными элементами

при значении угла изгиба $\alpha > 9^\circ$ (рис. 4). Тогда по координатам центра n -го элемента звена p_n и с учетом представления угла $G = \frac{\pi}{2} + \gamma_0$ можно записать следующее выражение:

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \left| \frac{p_{zn}}{\sqrt{p_{xn}^2 + p_{yn}^2}} \right|.$$

Если в качестве требуемых координат задано положение рабочей точки звена, тогда аналогично рассмотренному выше варианту выразим координаты точки p_n через координаты известной точки p_t и с учетом того, что $G = \frac{\pi}{2} + \gamma_0$, получим следующие выражения:

$$G = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{(p_{zt} - L_t)}{\sqrt{p_{xt}^2 + p_{yt}^2}},$$

$$\alpha = \gamma = |G|/n = \left[\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{(p_{zt} - L_t)}{\sqrt{p_{xt}^2 + p_{yt}^2}} \right] / n.$$

Для этого варианта расчеты угла ψ ведутся также на основании системы уравнений (10).

Далее, для определения того, какой из тросов будет ведомым или ведущим, а также для вычисления необходимых изменений длины тросов, необходимо применить следующий алгоритм:

1. По значениям углов α и ψ определяем углы α_1 и α_2 , соответствующие ведущим и ведомым тросам, по следующим формулам:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{a \cos \psi}{R}\right),$$

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{a \sin \psi}{R}\right).$$

2. По вычисленному значению угла ψ определяем ведущие и ведомые тросы, и по формулам (1)–(3) вычисляем целевые значения, которые должны обработать приводы перемещения тросов.

Например, при $\psi \in (0^\circ, 90^\circ)$ ведущими тросами являются l_{XP} и l_{YP} , ведомыми — l_{XN} и l_{YN} . Требуемые изменения их длины вычисляются следующим образом:

$$\Delta L_{XP} = [L_0 - 2R(1 - \cos(\alpha_m - \alpha_1))]n;$$

$$\Delta L_{YP} = [L_0 - 2R(1 - \cos(\alpha_m - \alpha_2))]n;$$

$$\Delta L_{XN} = [L_0 - 2R(1 - \cos(\alpha_m + \alpha_1))]n;$$

$$\Delta L_{YN} = [L_0 - 2R(1 - \cos(\alpha_m + \alpha_2))]n.$$

На основе полученной кинематической модели было выполнено компьютерное моделирование конфигурации манипуляторов с различным чис-

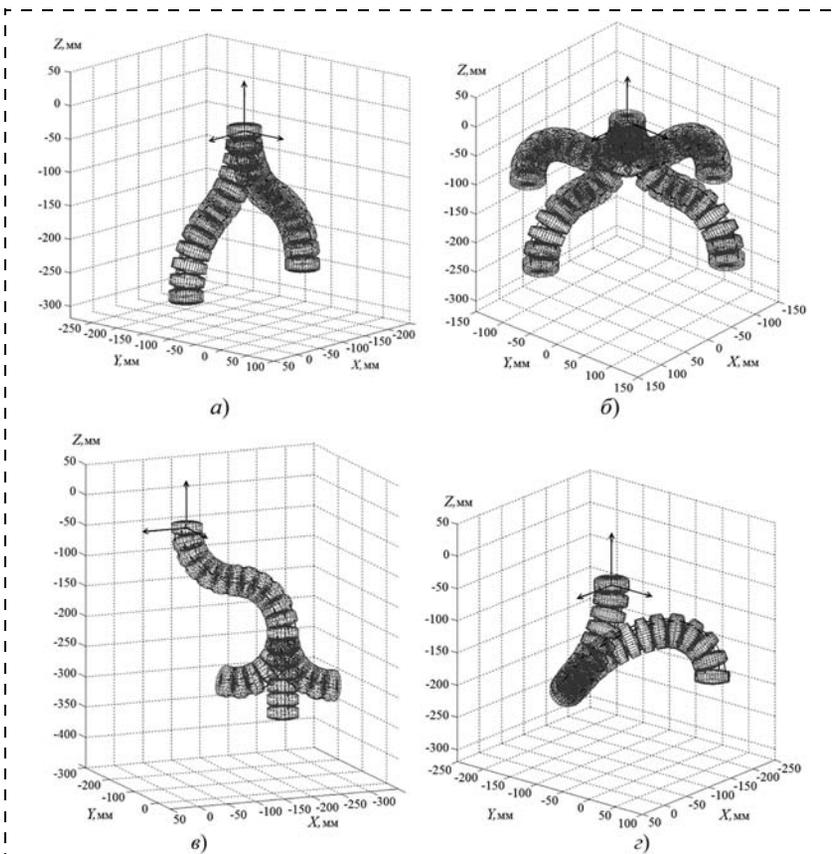


Рис. 5. Моделирование конфигурации многозвенных манипуляторов: а — двухзвенный манипулятор; б, в — трехзвенный манипулятор; г — четырехзвенный манипулятор

лом звеньев (рис. 5). На рис. 5, а показана возможная конфигурация двухзвенного манипулятора с постоянными значениями углов изгиба звеньев, но при разных значениях углов ψ_1 и ψ_2 . На рис. 5, б показана конфигурация трехзвенного манипулятора при различных значениях углов ψ звеньев, но при постоянных значениях углов их изгибов. Вариации конфигурации трехзвенного манипулятора при различных значениях углов ψ и α последнего звена представлены на рис. 5, в. И наконец, на рис. 5, г показана возможная сложная конфигурация четырехзвенного манипулятора при произвольных значениях углов ψ и α звеньев.

Выводы

В ходе исследований были получены следующие результаты:

1. Разработан математический аппарат для проведения кинематического анализа звена манипулятора с управляемым изгибом, включающий в себя решение как прямой, так и обратной задач кинематики при различных его конфигурациях, с учетом специфики движения элементов.

2. По результатам проверки полученных решений выявлены основные причины отклонений модельных значений от результатов натурных экспериментов.

В дальнейшем, основываясь на полученных результатах, планируется провести разработку и тестирование явной динамической модели звена, а также разработать методику создания упрощенных (быстрорасчетных) моделей динамики, необходимых для корректной работы системы управления. Также необходимо разработать уточненные методики моделирования, позволяющие учитывать специфику

решаемых задач, применяемые при изготовлении элементов манипулятора материалы, влияние внешней среды на базовые характеристики: точность и скорость отработки управляющих воздействий, устойчивость и т. д.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-08-02938а) и Программы фундаментальных исследований Президиума РАН 1.40П.

Список литературы

1. **Богданов Д. Р., Даринцев О. В.** Конструктивные особенности манипуляторов с управляемым изгибом // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6; URL: www.science-education.ru/113-11784 (дата обращения: 12.03.2014).
2. **Xin Dong, Mark Raffles, Salvador Cobos Guzman, Dragos Axinte, James Kell.** Design and analysis of a family of snake arm robots connected by compliant joints // Mechanism and Machine Theory. 2014. Vol. 77. P. 73–91.
3. **Даринцев О. В.** Использование технологий виртуализации в системах управления микророботами и микросистемами // Тр. Института механики им. П. Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. Вып. 9. / Мат. V Росс. конф. с межд. участием "Многофазные системы: теория и приложения". Ч. II. Уфа: Нефтегазовое дело, 2012. С. 47–52.
4. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973.
5. **Даринцев О. В., Богданов Д. Р.** Разработка информационной подсистемы многозвенного манипулятора на базе ПЛИС // Динамика научных исследований. 2011. Матер. VII Межд. научно-практ. конф. Т. 20. Технические науки. Физика. Пржемысль, Nauka i studia, 2011. С. 50–56.
6. **Богданов Д. Р.** Особенности построения информационной системы многозвенного манипулятора с учетом специфики среды // Тр. Института механики им. П. Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. Вып. 9. / Мат. V Росс. конф. с межд. участием "Многофазные системы: теория и приложения". Ч. II. Уфа: Нефтегазовое дело, 2012. С. 27–32.
7. **Фу К., Гонсалес Р., Ли К.** Робототехника: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 624 с.
8. **Анурьев В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя. Т. 1. М.: Машиностроение, 2001. 920 с.

Kinematics of a Manipulator with a Controlled Bending on the Basis of Solid Elements with a Spherical Surface

D. R. Bogdanov, dr_bog@mail.ru, **O. V. Darintsev**, ovd@uimech.org✉,
Institute of Mechanics, Ufa Research Center, RAS, Ufa, 450054, Russian Federation

Corresponding author: Darintsev Oleg V., D. Sc, Head of Department, Institute of Mechanics, Ufa Research Center, RAS, Ufa, 450054, Russian Federation, e-mail: ovd@uimech.org

Received on February 25, 2015

Accepted on March 12, 2015

The article describes a new class of manipulators, built on the basis of solid elements with a spherical surface. Their bending link is implemented by changing the lengths of the cables passing through 4 holes on the edges of the elements. The authors propose a method for a synthesis of a complete kinematic model of such manipulator's link. The main problems were with finding solutions to the fact that when a link is bent, there was a complex movement of the components' link: a turn of the coordinate system of the elements and their movement via the complicated path — epitrihoide. In the received kinematic model the movement of the manipulator was simulated (a direct problem of kinematics) and constructed on the basis of 1, 2, 3 and 4 links. A solution to the inverse kinematic task for a link manipulator based on a geometric approach was also obtained. The problems, which have to be taken into account when solving the direct and inverse dynamic tasks: 1) stretching of ropes of the flexural link and load changes; 2) non-linearity: transition from a static friction to the rolling friction at the points of contact of the elements at the beginning of the movement of elements. One possible solution is installation of 3-axis accelerometers and gyroscopes to link the elements for the study of the above-mentioned phenomena. A large number of matrix transformation multiplications require development of algorithms for fast calculation and relevant hardware architecture.

Keywords: manipulator, manipulator with a controlled bending, kinematic analysis, forward and inverse kinematics problem

For citation:

Bogdanov D. R., Darintsev O. V. Kinematics of a Manipulator with a Controlled Bending on the Basis of Solid Elements with a Spherical Surface, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 10, pp. 671–678.

DOI: 10.17587/mau.16.671-378

References

1. **Bogdanov D. R., Darintsev O. V.** *Konstruktivnye osobennosti manipulatorov s upravlyaemym izgibom* (Design features manipulators controlled bending), *Sovremennye Problemy Nauki i Obrazovaniya*, 2013, no. 6, available at: URL: www.science-education.ru/113-11784 (in Russian).

2. **Xin Dong, Mark Raffles, Salvador Cobos Guzman, Dragos Axinte, James Kell.** Design and analysis of a family of snake arm robots connected by compliant joints, *Mechanism and Machine Theory*, 2014, vol. 77, pp. 73–91.

3. **Darintsev O. V.** *Ispol'zovanie tehnologij virtualizatsii v sistemah upravleniya mikrorobotami i mikrosistemami* (Using visualization technologies in control systems and microsystems microrobots), *Trudy Instituta mehaniki im. R. R. Mavljutova Ufimskogo nauchnogo centra RAN* (Proc. of the V Russian conf. with int. participating "Mnogofaznye sistemy: teoriya i prilozheniya", p. II, Ufa, Neftegazovoe delo), 2012, iss. 9, pp. 27–32 (in Russian).

faznye sistemy: teoriya i prilozheniya", P. II, Ufa, Neftegazovoe delo), 2012, iss. 9, pp. 47–52 (in Russian).

4. **Korn G., Korn T.** *Spravochnik po matematike dlja nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* (Mathematical Handbook for Scientists and Engineers), Moscow, Nauka, 1973 (in Russian).

5. **Darintsev O. V., Bogdanov D. R.** *Razrabotka informacionnoj podsistemy mnogozvennogo manipulatora na baze PLIS* (Development of information subsystems multilink manipulator on FPGA), *Dinamika Nauchnyh Issledovanij — 2011*, Proc. VII Int. Scient. Conf., Engineering, physics Przhemysl', 2011, vol. 20, pp. 50–56 (in Russian).

6. **Bogdanov D. R.** *Osobennosti postroeniya informacionnoj sistemy mnogozvennogo manipulatora s uchjotom specifiky sredy* (Features of the construction of an information system multilink manipulator considering the specifics of the environment), *Trudy Instituta mehaniki im. R. R. Mavljutova Ufimskogo nauchnogo centra RAN* (Proc. of the V Russian conf. with int. participating "Mnogofaznye sistemy: teoriya i prilozheniya", p. II, Ufa, Neftegazovoe delo), 2012, iss. 9, pp. 27–32 (in Russian).

7. **Fu K., Gonsales R., Li K.** *Robototekhnika* (Robotics) M.: Mir, 1989. 624 p. (in Russian).

8. **Anurjev V. I.** *Spravochnik konstruktora mashinostroitelja* (Reference Constructor-Machine Builder), vol. 1. Moscow, Mashinostroenie, 2001, 920 p. (in Russian).

УДК 004.94

DOI: 10.17587/mau.16.678-685

Е. В. Страшнов, вед. программист, strashnov_evg@mail.ru,

М. В. Михайлюк, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. отделом, mix@niisi.ras.ru,

Научно-исследовательский институт системных исследований РАН, Москва

Моделирование ограничений на относительное движение шарнирно связанных тел в системах виртуального окружения¹

Рассматривается задача моделирования в масштабе реального времени динамики шарнирно связанных тел с ограничениями на их относительное движение. Эта задача может быть представлена в виде системы алгебраических уравнений с линейными дополнениями. Для решения такой системы в работе предлагается метод последовательных импульсов с использованием свойства временной когерентности. Устойчивость предлагаемого метода обеспечивается за счет стабилизации ограничений методом последовательных импульсов. Предложенные методы и алгоритмы реализованы в программных модулях и оформлены в виде исполняемой библиотеки для персональных компьютеров под управлением операционной системы Windows. Их апробация была проведена в подсистеме динамики для моделирования роботов, содержащих шарниры с ограничениями на параметры относительного движения.

Ключевые слова: система многих тел, шарниры, связи, параметры относительного движения, реакции связи, полуневная схема Эйлера, линейные дополнения, временная когерентность, стабилизация ограничений, псевдоимпульсы

Введение

В системах виртуальной реальности, в частности в тренажерных комплексах, часто возникает необходимость моделировать динамику системы многих тел с шарнирами. Реалистичное моделирование этой динамики позволяет повысить качество и скорость обучения операторов тренажеров и избежать формирования у них ложных навыков. Примерами систем с шарнирами являются автомобиль с прицепом, дверь на петлях, манипуляторы и т. д. Поэтому разработка методов моделирования таких систем является актуальной задачей.

Относительное движение тел, соединенных шарнирами, определяется с помощью наборов параметров. На эти параметры могут быть наложены ограничения (например, ограничение на угол поворота в сочленении робота). Задача состоит в том, чтобы смоделировать движение системы тел с учетом этих ограничений.

В системах виртуальной реальности необходимо использовать такие методы, которые обеспечат выполнение всех требуемых расчетов в режиме реального времени. Кроме того, необходимо, чтобы эти методы решали задачу для всевозможных конфигураций систем многих тел (конфигураций с открытыми и замкнутыми кинематическими цепями), в том числе и с заранее неизвестной структурой. Также требуется обеспечить устойчивость модели-

¹ Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект № 13-07-00708.