

Е. С. Лобусов, канд. техн. наук, доц., evgeny.lobusov@yandex.ru,
А. В. Фомичев, канд. техн. наук, доц., a.v.fomichev@bmstu.ru, МГТУ им. Н. Э. Баумана

Формирование алгоритмов бесплатформенной инерциальной системы навигации и основных режимов функционирования системы управления малогабаритного космического аппарата. Часть 2*

Рассмотрено формирование алгоритмов бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), на базе которой строится и система управления движением на участках управляемого полета малогабаритного космического аппарата (МКА). Для повышения точности БИНС приводятся возможные алгоритмы комплексной обработки информации с использованием бортовых источников информации.

Полученные результаты (подходы, модели и т. д.) могут быть использованы при разработке бесплатформенных систем ориентации и навигации МКА нового поколения, а также при разработке нового и модернизации имеющегося программно-математического обеспечения БИНС МКА.

Ключевые слова: бесплатформенная инерциальная навигационная система, малый космический аппарат, система управления движением и навигации, схема коррекции, фильтр Калмана

Оценка точности функционирования алгоритмов ориентации

Операция интегрирования является основной в математическом обеспечении БИНС. По этой причине важными процедурами являются выбор, адаптация и сравнение различных методов интегрирования [3, 4].

Показателями при сравнении различных методов являются точность и время решения. Точность решения определяется не только принятим методом интегрирования, но в основном точностью аппроксимации входных воздействий. Время решения также зависит не только от метода интегрирования, но и от свойств и структуры интегрируемых уравнений БИНС.

Сравнение методов целесообразно провести, в первую очередь, для уравнений угловой ориентации, которые характеризуют быстрое движение. Оставшиеся уравнения БИНС, а также уравнения коррекции (или комплексирования), которые можно отнести к медленноменяющимся, интегрируются отдельно.

Подход к оценке точности. Оценка точности предполагает, что имеется модель внешней среды, обеспечивающая условия функционирования, соответствующие реальным для испытываемых алгоритмов, а также имеется эталонное решение для данных условий функционирования. Данное предположение позволяет реализовать сравнение результатов вычислений испытываемых алгоритмов с результатами эталона.

Приводимая на рис. 1 схема служит для оценки точности алгоритмов ориентации, реализуемых в БИНС.

Входная угловая скорость выбирается таким образом, чтобы можно было получить аналитическое решение для оператора ориентации КА (базис \mathbf{B})

в навигационной системе координат (базис \mathbf{S}) \mathbf{B}_S . При отсутствии такой возможности эталон должен обладать точностью, превышающей ожидаемую точность от алгоритмов БИНС.

Точность получаемого решения оценивается в виде кватерниона с помощью следующего соотношения:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\mathbf{B}}_S \circ \mathbf{B}_M,$$

где \mathbf{B}_S — эталонное решение в виде кватерниона; \mathbf{B}_M — решение в виде кватерниона, полученное с использованием оцениваемого алгоритма; \sim — символ сопряжения.

Компоненты $\text{vect}(\boldsymbol{\varepsilon})$ векторной части кватерниона рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}$ определяют непосредственно углы пространственного рассогласования в предположении об их малости.

Проведем качественный анализ возникновения погрешностей в определении углового положения при использовании аппарата кватернионов.

Результат процесса обработки представим в виде

$$\hat{\Lambda} = \Lambda + \delta_\Lambda,$$

где Λ — исходный нормированный кватернион; $\hat{\Lambda}$ — оценка кватерниона после обработки; δ_Λ — кватернионная погрешность обработки.

Преобразуем исходное выражение к виду

$$\hat{\Lambda} = \Lambda \circ (\mathbf{1} + \tilde{\Lambda} \circ \delta_\Lambda),$$

где $\mathbf{1}$ — единичный кватернион.

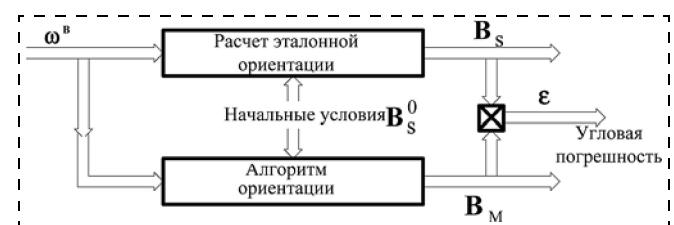


Рис. 1. Схема оценки точности алгоритмов ориентации

* Часть 1 опубликована в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" № 12, 2014.

Такая замена одного выражения другим вызвана тем, что при манипулировании с угловыми поворотами основной операцией является операция перемножения кватернионов.

В свою очередь,

$$\tilde{\Lambda} \circ \delta_{\Lambda} = \mathbf{P} = \langle p_0, \mathbf{p} \rangle = p_0 + \mathbf{p},$$

где $\mathbf{p}_0 = \langle p_0, 0, 0, 0 \rangle$ — скалярная часть, \mathbf{p} — векторная часть кватерниона \mathbf{P} , которым ставится в соответствие кватернионное представление.

Тогда

$$\tilde{\Lambda} = \Lambda \circ (\mathbf{1} + \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}).$$

Рассмотрим следующие выражения:

$$\frac{1}{2}(\|\hat{\Lambda}\| - 1) = \frac{1}{2}(\tilde{\Lambda} \circ \hat{\Lambda} - 1) \text{ и } \frac{1}{2}(\tilde{\Lambda} \circ \hat{\Lambda} - \tilde{\Lambda} \circ \Lambda).$$

Непосредственной подстановкой можно показать, что они соответственно равны скалярной (приблизительно) p_0 и векторной \mathbf{p} частям кватерниона \mathbf{P} .

Процесс обработки представим как процесс интегрирования сложного углового кинематического движения в кватернионной форме:

$$2\dot{\Lambda} = -\omega^S \circ \Lambda + \Lambda \circ \omega^B, \quad (1)$$

где ω^S , ω^B — угловые скорости переносного и абсолютного движений, выступающие в качестве входных переменных.

Существующие погрешности изменяют исходное уравнение (1), которое принимает вид

$$2\frac{d\hat{\Lambda}}{dt} = 2\dot{\hat{\Lambda}} = -\hat{\omega}^S \circ \hat{\Lambda} + \hat{\Lambda} \circ \hat{\omega}^B + \varepsilon, \quad (2)$$

где ε — кватернионная погрешность метода интегрирования; $\hat{\omega}^S$, $\hat{\omega}^B$ — входные (с погрешностями) угловые скорости.

Сформируем уравнение относительно нормы кватерниона:

$$\|\hat{\Lambda}\| = \hat{\Lambda} \circ \tilde{\Lambda} = \tilde{\Lambda} \circ \hat{\Lambda};$$

$$2\|\dot{\hat{\Lambda}}\| = -\hat{\omega}^S \circ \hat{\Lambda} \circ \tilde{\Lambda} + \hat{\Lambda} \circ \tilde{\Lambda} \circ \hat{\omega}^S + \\ + \varepsilon \circ \tilde{\Lambda} + \hat{\Lambda} \circ \hat{\omega}^B \circ \tilde{\Lambda} - \hat{\Lambda} \circ \hat{\omega}^B \circ \tilde{\Lambda} + \hat{\Lambda} \circ \tilde{\varepsilon}$$

или

$$2\frac{d(\|\hat{\Lambda}\|-1)}{dt} = 2\|\dot{\hat{\Lambda}}\| = \varepsilon \circ \tilde{\Lambda} + \hat{\Lambda} \circ \tilde{\varepsilon}.$$

Таким образом, динамическая погрешность по норме определяется погрешностью задания начальной нормы, отличной от 1, погрешностями интегрирования и не зависит явно от погрешностей угловых скоростей. Тем самым, операция нормирования в процессе интегрирования является важной. Наличие нормирования означает устранение данного вида погрешности. Поэтому основной вклад в получаемую оценку кватерниона $\hat{\Lambda}$ вносит вектор-

ная часть \mathbf{p} кватерниона \mathbf{P} , так как его скалярная часть p_0 практически устраниется.

Сформируем уравнение относительно векторной части \mathbf{p} кватерниона \mathbf{P} :

$$\frac{d(\tilde{\Lambda} \circ \hat{\Lambda} - \tilde{\Lambda} \circ \Lambda)}{dt} = \dot{\tilde{\Lambda}} \circ \hat{\Lambda} + \tilde{\Lambda} \circ \dot{\hat{\Lambda}} - \dot{\tilde{\Lambda}} \circ \Lambda - \dot{\tilde{\Lambda}} \circ \hat{\Lambda}.$$

После подстановки кинематических соотношений (1) и (2), преобразования и отбрасывания членов 2-го порядка малости имеем следующее уравнение для векторной части \mathbf{p} кватерниона \mathbf{P} :

$$2\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\tilde{\Lambda} \circ \delta\omega^S \circ \Lambda \circ (1 + \mathbf{p}) - (1 - \mathbf{p}) \circ \tilde{\Lambda} \circ \delta\omega^S \circ \Lambda + \\ + \delta\omega^B \circ (1 - \mathbf{p}) + (1 + \mathbf{p}) \circ \delta\omega^B - \\ - 2\omega^B \circ \mathbf{p} + 2\mathbf{p} \circ \omega^B + (\tilde{\Lambda} \circ \varepsilon - \tilde{\varepsilon} \circ \Lambda).$$

После отбрасывания членов 2-го порядка малости имеем:

$$2\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -2\tilde{\Lambda} \circ \delta\omega^S \circ \Lambda + 2\delta\omega^B - \omega^B \circ 2\mathbf{p} + \\ + 2\mathbf{p} \circ \omega^B + (\tilde{\Lambda} \circ \varepsilon - \tilde{\varepsilon} \circ \Lambda).$$

Таким образом, динамическая погрешность векторной части определяется погрешностью задания начального значения $\mathbf{p}(t_0)$, погрешностями интегрирования ε и явной зависимостью от погрешностей угловых скоростей $\delta\omega^S$, $\delta\omega^B$.

Динамическая погрешность векторной части является основной и характеризует уход вычисляемого кватерниона от его точного значения, т. е. теперь

$$\hat{\Lambda} \cong \Lambda \circ (1 + \mathbf{p}),$$

так как погрешность по норме устраниется периодической операцией нормирования.

Кватернион $(1 + \mathbf{p})$ с точностью до членов 2-го порядка малости равен вектору истинного поворота, что позволяет выразить его через соответствующие угол $\phi(\Phi)$ ухода и единичный вектор \mathbf{u}_ϕ ($u_{\phi 1}\phi \cong 2p_1$, $u_{\phi 2}\phi \cong 2p_2$, $u_{\phi 3}\phi \cong 2p_3$).

Алгоритмы интегрирования кинематических уравнений углового движения

При интегрировании кинематических соотношений углового движения важными, как было показано выше, являются два момента: аппроксимация входного воздействия и конкретный метод интегрирования.

В большинстве случаев выбор метода интегрирования ограничивается одношаговыми процедурами явного типа, которые используют простейшие способы аппроксимации входных воздействий, а повышение точности достигается использованием методов высокого порядка.

Использование неявных методов интегрирования. Неявные методы интегрирования обладают как устойчивостью к изменению шага интегрирования, так и высокой степенью точности.

Интегрирование кинематических уравнений углового движения в кватернионном виде оперирует со следующим дифференциальным уравнением относительно приращения кватерниона на шаге [3]:

$$\dot{\mathbf{N}} = \frac{1}{2} \mathbf{N} \circ \boldsymbol{\omega},$$

или в интегральной форме

$$\mathbf{N}(t) = \mathbf{N}_{i-1} + \frac{1}{2} \int_{t_{i-1}}^t \mathbf{N}(\tau) \circ \boldsymbol{\omega}(\tau) d\tau, \quad \mathbf{N}_{i-1} = \mathbf{1}, \\ i = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

В качестве аппроксимаций для угловой скорости чаще всего выступают кусочно-линейные:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}(t) = \frac{1}{\Delta_t} \nabla \theta_i = \text{const} = \boldsymbol{\omega}_i^c \quad (4)$$

и

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}(t) = \frac{1}{\Delta_t} \frac{\nabla \theta_i + \nabla \theta_{i-1}}{2} + \frac{1}{\Delta_t} \frac{\nabla \theta_i - \nabla \theta_{i-1}}{\Delta_t} (t - t_{i-1}), \quad (4')$$

или

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{\omega}_{i-1} + \frac{\boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_{i-1}}{\Delta_t} (t - t_{i-1}) = \\ = \boldsymbol{\omega}_{i-1} + \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}_i}{\Delta_t} (t - t_{i-1}),$$

где $\nabla \theta = \int_{t_{i-1}}^t \boldsymbol{\omega}(\tau) d\tau$ — угол кажущегося поворота; Δ_t — шаг интегрирования.

Одношаговые аппроксимации предпочтительнее многошаговых при наличии разрывов в исходной функции.

Рассмотрим самый простейший вариант неявного метода интегрирования для уравнения (3).

Перед запуском процесса интегрирования известны начальные значения кватерниона $\mathbf{N}_{i-1} = \mathbf{1}$, и начальные значения производной $\dot{\mathbf{N}}_{i-1} = \frac{1}{2} \hat{\boldsymbol{\omega}}_{i-1}$.

Воспользуемся методом трапеций при вычислении интеграла (3). При кусочно-постоянной аппроксимации для угловой скорости (4)

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{N}_{i-1} + \frac{1}{2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \mathbf{N}(\tau) \circ \boldsymbol{\omega}_i^c(\tau) d\tau \cong 1 + \frac{\Delta_t}{4} (1 + \mathbf{N}_i) \circ \boldsymbol{\omega}_i^c \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{\mathbf{N}}_i = \left(1 + \frac{\Delta_t}{4} \boldsymbol{\omega}_i^c\right) \circ \left(1 - \frac{\Delta_t}{4} \boldsymbol{\omega}_i^c\right)^{-1}, \\ \hat{\mathbf{N}}_i = \left(1 + \frac{\nabla \theta_i}{4}\right) \circ \left(1 - \frac{\nabla \theta_i}{4}\right)^{-1}. \quad (5)$$

Рассчитанный кватернион уже является нормированным, что непосредственно следует из полученного выражения (5).

Использование многошагового метода для интегрирования уравнений углового движения БИНС. Если выбрать вектор истинного поворота $\Phi(t)$ в качестве основы, то соответствующее кинематическое уравнение углового движения имеет вид

$$\dot{\Phi} = \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \Phi \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{\Phi^2} \left(1 - \frac{\Phi}{2} \operatorname{ctg} \frac{\Phi}{2}\right) \Phi \times (\Phi \times \boldsymbol{\omega}), \\ \Phi = |\Phi|,$$

или с точностью до третьего порядка

$$\dot{\Phi} \cong \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \Phi \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{12} \Phi \times (\Phi \times \boldsymbol{\omega}),$$

где $\boldsymbol{\omega}(t)$ — вектор угловой скорости.

Отметим, что вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ и вектор истинного поворота $\Phi(t)$, в общем случае, не совпадают.

Без потери точности полученное уравнение трансформируется в другое уравнение, дающее оценку истинного поворота $\hat{\Phi}(t)$ [12]:

$$\hat{\Phi}(t) \cong \Theta(t) + \frac{1}{2} \int_{t_{m-1}}^t [\boldsymbol{\theta} \times \boldsymbol{\omega}] dt, \quad (6)$$

где $\boldsymbol{\theta}(t) = \int_{t_{m-1}}^t \boldsymbol{\omega} dt$ — вектор кажущегося поворота от некоторого дискретного момента времени t_{m-1} (здесь $|\boldsymbol{\theta}(t)|$ считается малой величиной, меньшей 0,01 рад: $|\boldsymbol{\theta}(t)| < 0,01$ рад).

Как следует из выражения (6), во внимание принимается изменение положения вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ (второе слагаемое) на выбранном промежутке времени $[t_{m-1}, t_m]$. Учет данного эффекта в зарубежной литературе получил название *coning* (конинг).

Дальнейший ход вычислений определяется *многошаговым* алгоритмом из работы [12], в котором темп поступления входных (индексная переменная k) и темп выдачи выходных данных (индексная переменная m) различные, т. е. на выходном интервале времени умещается K входных интервалов. По этой причине соотношение (6) реализуется двумя рекуррентными процедурами по индексным переменным k (внутренней) и m (внешней):

$$\boldsymbol{\theta}(t) = \boldsymbol{\theta}_k + \int_{t_k}^t \hat{\boldsymbol{\omega}} dt, \quad \boldsymbol{\theta}_{k+1} = \boldsymbol{\theta}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{\boldsymbol{\omega}} dt, \quad \boldsymbol{\theta}_0 = 0, \\ k = 0, 1, 2, \dots, K-1; \\ \delta \boldsymbol{\theta}_{k+1} = \delta \boldsymbol{\theta}_k + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} [\boldsymbol{\theta}(t) \times \hat{\boldsymbol{\omega}}(t)] dt, \quad \delta \boldsymbol{\theta}_0 = \mathbf{0}; \\ \hat{\Phi}(t) \cong \boldsymbol{\theta}(t) + \delta \boldsymbol{\theta}.$$

В целях получения конкретного замкнутого алгоритма выполняется кусочно-линейная аппроксимация для угловой скорости на каждом внутреннем кванте времени:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}(t) &\cong \omega_{k-1} + \frac{\omega_k - \omega_{k-1}}{\Delta_t}(t - t_{k-1}) = \\ &= \omega_{k-1} + \frac{\nabla\omega_k}{\Delta_t}(t - t_{k-1}) \rightarrow \\ \rightarrow \hat{\omega}(t) &\cong \frac{1}{\Delta_t} \frac{\nabla\theta_k + \nabla\theta_{k-1}}{2} + \frac{1}{\Delta_t} \frac{\nabla\theta_k - \nabla\theta_{k-1}}{\Delta_t}(t - t_{k-1}),\end{aligned}$$

где $\nabla\theta = \int_{t_{k-1}}^t \omega(\tau)d\tau$ — угол кажущегося поворота,

который измеряется векторным измерителем угловой скорости; Δ_t — шаг квантования (интегрирования). После подстановки аппроксимации для измеряемой угловой скорости возникает окончательная форма алгоритма:

$$\begin{aligned}\theta_{k+1} &= \theta_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{\omega} dt = \theta_k + \nabla\theta_{k+1}, \theta_0 = \mathbf{0}, \\ k &= 0, 1, 2, \dots, K-1; \\ \delta\theta_{k+1} &= \delta\theta_k + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} [\theta(t) \times \hat{\omega}(t)] dt = \\ &= \delta\theta_k + \frac{1}{2} \left(\theta_k + \frac{1}{2} \nabla\theta_k \right) \times \nabla\theta_{k+1}.\end{aligned}$$

Здесь $\delta\theta_0 = 0$, а $\nabla\theta_0$ берется из предыдущего интервала.

Окончательное выражение для оценки вектора истинного поворота на конец интервала t_m имеет вид

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_m &= \theta_K + \delta\theta_K, \hat{\Phi}_m = [\Phi_{m1}, \Phi_{m2}, \Phi_{m3}]^T, \\ \Phi_m &\equiv |\hat{\Phi}_m|.\end{aligned}\quad (7)$$

Знание вектора истинного поворота дает возможность записать соответствующее ему приращение кватерниона $\hat{\mathbf{N}}|_m$ в виде

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{N}}|_m &= \left\langle \cos \frac{\Phi_m}{2}, \frac{\Phi_{m1}}{\Phi_m} \sin \frac{\Phi_m}{2}, \frac{\Phi_{m2}}{\Phi_m} \sin \frac{\Phi_m}{2}, \frac{\Phi_{m3}}{\Phi_m} \sin \frac{\Phi_m}{2} \right\rangle, \\ \Phi_m &\equiv |\hat{\Phi}_m|.\end{aligned}$$

Для вычисления полученного приближения далее используются вспомогательные функции

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} \sin\left(\frac{x}{2}\right) &\cong 0,5 - 0,02083333333333x^2 + \\ &+ 0,000260416666666x^4;\end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) \cong 1 - 0,125x^2 + 0,0026041666667x^4,$$

$$\text{где } x = \frac{1}{\Phi_m} \sin \frac{\Phi_m}{2}.$$

Вычисленный кватернион-приращение подвергается следующей процедуре нормирования:

$$\delta = 1 - \|\hat{\mathbf{N}}\|_m, \hat{\mathbf{N}}|_m := \frac{\hat{\mathbf{N}}|_m}{\sqrt{1-\delta}} \cong \hat{\mathbf{N}}|_m \left(1 + \frac{\delta}{2} \right).$$

Далее окончательно вычисляется результатирующий кватернион $\mathbf{B}_M|_{m-1} \circ \hat{\mathbf{N}}|_m$ и осуществляется переход к следующему интервалу $[t_m, t_{m+1}]$ и т. д.

В ряде случаев в алгоритме отсутствует внутренний цикл.

Адаптация многошагового метода на одношаговый вариант. Представляет интерес получение выражения для вычисления приращения кватерниона $\hat{\mathbf{N}}|_m$ для случая, когда возникает возможность непосредственного измерения вектора угловой скорости.

Если задать кусочно-линейную аппроксимацию для угловой скорости на выбранном промежутке времени $[t, t_{k-1}]$ в варианте

$$\begin{aligned}\hat{\omega}(t) &= \hat{\omega}_{k-1} + \frac{1}{\Delta_k} (\hat{\omega}_k - \hat{\omega}_{k-1})(t - t_{k-1}) = \hat{\omega}(\tau); \\ \tau &= t - t_{k-1},\end{aligned}$$

то тогда согласно принятому уравнению для вектора истинного поворота после подстановки непрерывной кусочно-линейной аппроксимации для угловой скорости имеем для выбранного промежутка времени

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(\tau) &= \int_{t_{k-1}}^t \hat{\omega} dt = \hat{\omega}_{k-1} \tau + \frac{\Delta\hat{\omega}_k}{\Delta_t} \frac{\tau^2}{2}, \tau = t - t_{k-1}, \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{\theta}_k &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} \hat{\omega} dt = \hat{\omega}_{k-1} \Delta_t + \frac{\Delta\hat{\omega}_k}{\Delta_t} \Delta_t = \frac{\hat{\omega}_k + \hat{\omega}_{k-1}}{2} \Delta_t, \\ \delta\hat{\theta}(t) &\cong \frac{1}{2} \int_{t_{k-1}}^t [\hat{\theta} \times \hat{\omega}] dt = \frac{1}{2} \int_{t_{k-1}}^t [\hat{\theta}(\tau) \times \hat{\omega}(\tau)] d\tau \Rightarrow \\ \Rightarrow \delta\hat{\theta}_k &= \frac{1}{12} [\hat{\omega}_{k-1} \times \hat{\omega}_k] \Delta_t^2, \\ \hat{\Phi}(t) &\cong \hat{\theta}(t) + \frac{1}{2} \int_{t_{k-1}}^t [\hat{\theta} \times \hat{\omega}] dt \Rightarrow \hat{\Phi}_k \cong \hat{\theta}_k + \delta\hat{\theta}_k \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{\Phi}_k &\cong \frac{\hat{\omega}_k + \hat{\omega}_{k-1}}{2} \Delta_t + \frac{1}{12} [\hat{\omega}_{k-1} \times \hat{\omega}_k] \Delta_t^2.\end{aligned}\quad (8)$$

Полученный результат определяет приращение угла истинного поворота на выбранном промежутке времени через известные аппроксимации угловой скорости. Знание этого приращения $\hat{\Phi}_k = [\Phi_{1k}, \Phi_{2k}, \Phi_{3k}]^T$ дает возможность найти соответствующее ему приращение кватерниона $\hat{\mathbf{N}}|_k$.

Как видно из окончательного выражения (8), в данном алгоритме используются непосредственно оценки угловой скорости, а не приращения кажущегося угла как в предыдущем алгоритме (7). Естественно, что можно получить форму решения, которая использует и приращения угла кажущегося поворота $\nabla\theta$.

Компьютерное исследование алгоритмов БИНС

Для исследования алгоритмов БИНС проводилось математическое моделирование в вычислительной среде MATLAB [6].

Принятая для моделирования модель векторного измерителя угловой скорости (ВИУС) (приведен скалярный вариант, который легко обобщается на векторный) соответствует схеме на рис. 2. В данной схеме отражены непосредственно только импульсная работа ВИУС и погрешность масштабного коэффициента. В действительности, помимо указанного существуют и другие виды погрешностей — дрейф, перекосы установки и т. д. Эти виды погрешностей легко могут быть учтены путем добавления их ко входному сигналу.

На рис. 2 $\omega(t)$ — измеряемая угловая скорость; $\theta(t)$ — кажущийся угол; k — реальное значение параметра ВИУС; k_0 — расчетное значение параметра; $1/k_0$ — расчетная цена импульса; $k \approx k_0$ и их различие определяет погрешность по масштабному коэффициенту; [имп] ≡ [импульс]. Функция **entier**

вычисляет целую часть действительного числа. При равенстве $k = k_0$ модель ВИУС имитирует только импульсную работу.

Угловую скорость в модельных исследованиях можно представить в пространственном варианте на конечном промежутке времени в виде

$$\omega^B = \frac{d\theta}{dt} \mathbf{e},$$

где \mathbf{e} — единичный вектор, фиксируемый на время поворота, например $\mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{3}} [1, 1, 1]^T$; θ — угол поворота относительно фиксируемой на время поворота оси \mathbf{e} .

Если принять на данном промежутке времени, например,

$$\frac{d\theta}{dt} = A_{\text{вр}}(\omega_{\text{вр}} t), \text{ то } \theta(t) = -A_{\text{вр}} \frac{\cos(\omega_{\text{вр}} t) - 1}{\omega_{\text{вр}}},$$

где $\omega_{\text{вр}}$ — угловая скорость вращения относительно фиксируемой оси \mathbf{e} ; $A_{\text{вр}}$ — амплитуда.

Такое задание скорости, с одной стороны, учитывает пространственный характер движения, а с другой — позволяет вычислить точное эталонное решение.

Можно предложить и другие варианты задания эталонного сигнала.

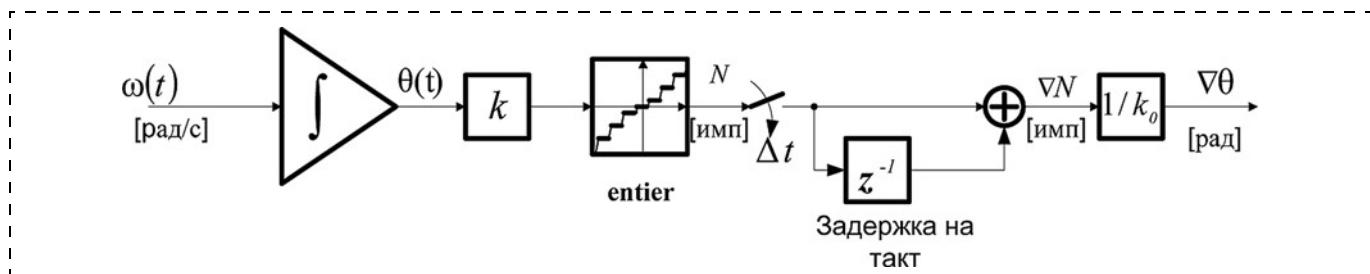


Рис. 2. Модель ВИУС

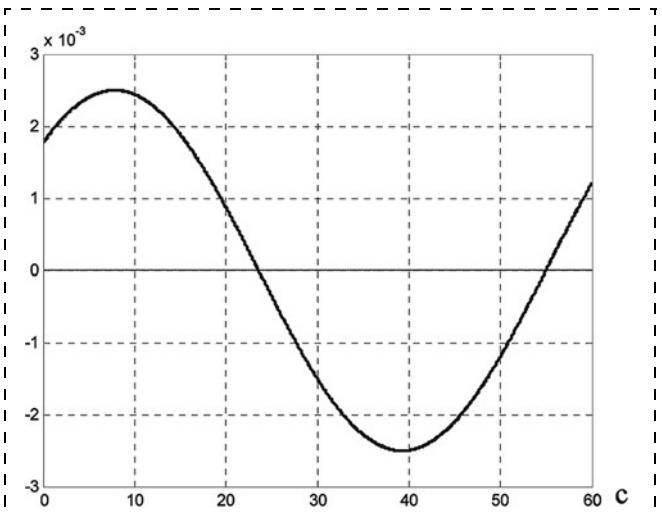


Рис. 3. Измеренная ВИУС угловая скорость

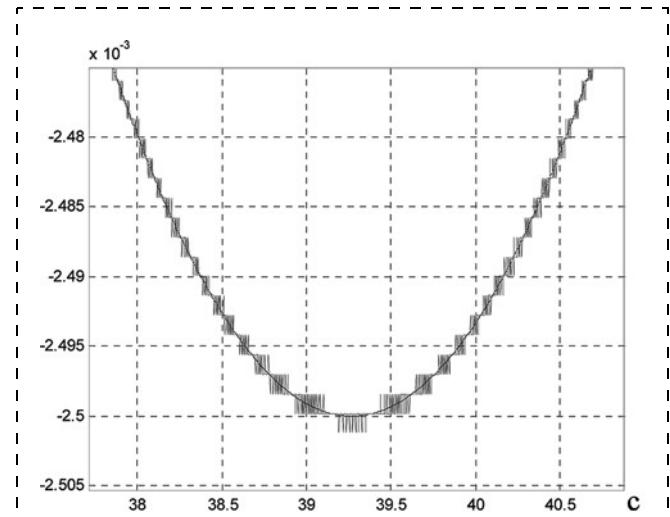


Рис. 4. Измеренная ВИУС угловая скорость (увеличенный масштаб)

На рис. 3, 4 приведены результаты моделирования модели ВИУС (скалярный вариант) при следующих исходных данных:

измеряемая угловая скорость $\omega(t) = \sin(0,1t + 45^\circ)$ рад/с; шаг квантования $dt = 0,0025$ с; цена импульса $0,29''/\text{имп.}$

Результаты моделирования при таком предположении являются начальными для последующего исследования. Они демонстрируют работоспособность предлагаемых алгоритмов и возможность их настройки на условия реального применения.

Исследование контура коррекции

Исследование контура коррекции реализовано в вычислительной среде MATLAB. На рис. 5 приведена схема отработки контура коррекции. По сравнению с рис. 3 (см. часть 1) здесь добавлена имитация внешнего движения КА (эталон) совместно с моделями измерителей звездных датчиков (ЗД) и ВИУС.

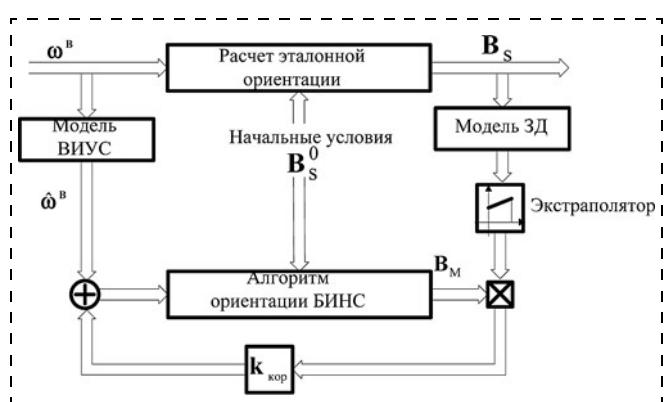


Рис. 5. Схема для исследования контура коррекции

Заключение

1. Предложена достаточно общая структура бесплатформенной системы ориентации и навигации МКА, в рамках которой можно сформировать различные варианты режимов управляемого углового движения и получить информацию о движении центра масс аппарата.

2. Проведено качественное исследование точности алгоритмов интегрирования в кватернионной форме и предложен ряд алгоритмов кинематики углового движения, используемых при построении виртуальной математической платформы БИНС.

3. Приведен подход к исследованию точности алгоритмов кинематики углового движения и контуров коррекции методами математического моделирования.

лирования с использованием вычислительной среды MATLAB.

4. Полученные результаты (методы, модели, программно-алгоритмическое обеспечение) могут быть использованы при разработке бесплатформенных систем ориентации и навигации МКА нового поколения, а также при разработке нового и модернизации имеющегося программно-математического обеспечения БИНС.

Список литературы

- Анучин О. Н., Комарова И. Э., Порфириев Л. Ф.** Бортовые системы навигации и ориентации искусственных спутников Земли. СПб.: Изд. ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2004. 326 с.
 - Бабич О. А.** Обработка информации в навигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
 - Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.** Введение в теорию беспилотных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1991. 280 с.
 - Лебедев Д. В., Ткаченко А. И.** Системы инерциального управления. Алгоритмические аспекты. Киев: Наукова думка, 1991. 208 с.
 - Лобусов Е. С., Фомичев А. В.** Дискретный фильтр Калмана и его практическое применение в задачах обработки информации и управления // Актуальные проблемы развития отечественной космонавтики. Матер. XXVIII академ. чтений по космонавтике. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2004. С. 381–382.
 - Лобусов Е. С., Фомичев А. В.** Моделирование режимов системы управления перспективного малогабаритного космического аппарата для фундаментальных научных исследований // Актуальные проблемы развития отечественной космонавтики: Тр. XXXVI академ. чтений по космонавтике. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2012. С. 471–472.
 - Lobusov E., Fomichev A., Parisi M.** Kinematic approach implementation in developing of attitude control system for small-sized spacecraft // Intelligent Systems: Proceed, of the Tenth Internat. Symposium. Moscow: RUSAKI, 2012. P. 361–363.
 - Лобусов Е. С., Фомичев А. В.** Разработка и исследование алгоритмического обеспечения БИНС для системы управления движением и навигации перспективного малогабаритного космического аппарата // Актуальные проблемы развития отечественной космонавтики. Тр. XXXVII академ. чтений по космонавтике. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2013. С. 537–538.
 - Современные** информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / Под ред. М. Н. Красильщикова и Г. Г. Себрякова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 562 с.
 - Фильтрация** и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К. Т. Леондеса. М.: Мир, 1980. 408 с.
 - Hughes P. C.** Spacecraft Attitude Dynamics, John Wiley and Sons, New York, 2006.
 - Savage P. G.** Strapdown Analytics / Published by: Strapdown Associates, Inc. Maple Plain, Minnesota. 2000. V. 1, 2.
 - Tuthill J.** Design and Simulation of a Nano-Satellite Attitude Determination System. M. Sc. Thesis, Naval Postgraduate School, United States, 2009.
 - Titterton D. H., Weston J. L.** Strapdown Inertial Navigation Technology. The Institution of Electrical Engineers, 2004.

Forming of Strapdown Inertial Navigation System Algorithms and Main Control Modes for Small Sized Spacecraft

It is considered the forming of Strapdown Inertial Navigation System (SINS) which is the base of spacecraft control system. The main problem is accuracy one so it is necessary to use and implement integrated navigation systems. During outer space flight onboard devices measurements and external navigation aids can be introduced.

It is shown how to organize software algorithms for orientation system relying on so called kinematic principle. Different control modes may be easily realized within the scope of suggested structure. Here the kinematic loop mainly kinematic equations is the subject of investigation. So a specific attention is given to integration methods examination for kinematic equations of angular motion and ways of improving it.

The results (methods, models, software and algorithmic support) can be used when developing strapdown systems orientation and navigation of a new generation of small-sized spacecraft, as well as the development of new and modifying of existing software of small-sized spacecraft SINS.

Keywords: onboard sensors, strapdown inertial navigation system, a small-sized spacecraft, navigation and orientation control system, integration methods, correction processing scheme, the Kalman filter

References

1. Anuchin O. N., Komarova I. E., Porfir'ev L. F. Bortovye sistemy navigatsii i orientatsii iskusstvennykh sputnikov Zemli. SPb.: Izd. GNTs RF TsNII "Elektropribor", 2004. 326 s.
2. Babich O. A. Obrabotka informatsii v navigatsionnykh kompleksakh. M.: Mashinostroenie, 1991. 512 p.
3. Branets V. N., Shmyglevskiy I. P. Vvedenie v teoriyu besplat-formennykh inertsial'nykh navigatsionnykh sistem. M.: Nauka, 1991. 280 p.
4. Lebedev D. V., Tkachenko A. I. Sistemy inertsial'nogo upravleniya. Algoritmicheskie aspekty. Kiev: Naukova dumka, 1991. 208 p.
5. Lobusov E. S., Fomichev A. V. Diskretnyy fil'tr Kalmana i ego prakticheskoe primenenie v zadachakh obrabotki informatsii i upravleniya. *Aktual'nye problemy razvitiya otechestvennoy kosmonavtiki. Mater. XXVIII akadem. chteniy po kosmonavtike. M.: Komissiya RAN po razrabotke nauchnogo naslediya pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva*, 2004. P. 381–382.
6. Lobusov E. S., Fomichev A. V. Modelirovaniye rezhimov sistemy upravleniya perspektivnogo malogabaritnogo kosmicheskogo appara dlya fundamental'nykh nauchnykh issledovanii. *Aktual'nye problemy razvitiya otechestvennoy kosmonavtiki: Tr. XXXVI akadem. chteniy po kosmonavtike. M.: Komissiya RAN po razrabotke nauchnogo naslediya pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva*, 2012. P. 471–472.
7. Lobusov E., Fomichev A., Parisi M. Kinematic approach implementation in developing of attitude control system for small-sized spacecraft. *Intelligent Systems: Proceed. of the Tenth Internal. Symposium*. Moscow: RUSAKI, 2012. P. 361–363.
8. Lobusov E. S., Fomichev A. V. Razrabotka i issledovanie algoritmicheskogo obespecheniya BINS dlya sistemy upravleniya dvizheniem i navigatsii perspektivnogo malogabaritnogo kosmicheskogo appara. *Aktual'nye problemy razvitiya otechestvennoy kosmonavtiki. Tr. XXXVII akadem. chteniy po kosmonavtike. M.: Komissiya RAN po razrabotke nauchnogo naslediya pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva*, 2013. P. 537–538.
9. Sovremennye informatsionnye tekhnologii v zadachakh navigatsii i navedeniya bespilotnykh manevrennykh letatel'nykh apparatov. Pod red. M. N. Krasil'shchikova i G. G. Sebryakova. M.: FIZMATLIT, 2009. 562 p.
10. Fil'tratsiya i stokhasticheskoe upravlenie v dinamicheskikh sistemakh. Pod red. K. T. Leondesa. M.: Mir, 1980. 408 p.
11. Hughes P. C. *Spacecraft Attitude Dynamics*, John Wiley and Sons, New York, 2006.
12. Savage P. G. *Strapdown Analytics*. Published by: Strapdown Associates, Inc. Maple Plain, Minnesota. 2000. V. 1, 2.
13. Tuthill J. Design and Simulation of a Nano-Satellite Attitude Determination System. M. Sc. Thesis, Naval Postgraduate School, United States, 2009.
14. Titterton D. H., Weston J. L. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. The Institution of Electrical Engineers, 2004.

УДК 629.735.45

О. И. Кузнецов, аспирант, **В. М. Солдаткин**, д. р техн. наук, зав. кафедрой, haibulova.piis@kstu.kai.ru,
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ

Формирование сигналов информационной поддержки каналов системы предотвращения критических режимов вертолета с учетом критерия безопасности

Рассматриваются причины возникновения критических режимов полета вертолета, методика оценки уровня безопасности режима полета с использованием информативных функций опасности. Раскрывается связь информативных функций опасности с динамикой движения вертолета и обсуждается их использование для информационной поддержки каналов системы предотвращения критических режимов.

Ключевые слова: вертолет, критические режимы, предотвращение, система, информационно-управляющая, информационная поддержка, каналы предупреждения, управления, принятия решений, индикации, формирование, методики