

Р. Т. Галемов, аспирант, galemovruslan@gmail.com,
Г. Б. Масальский, канд. техн. наук, проф., gmasalsky@sfu-kras.ru,
Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Комбинированный поисковой метод решения обратной задачи кинематики многозвенного манипулятора

Рассматривается решение обратной задачи кинематики многозвенного манипулятора. Данная задача является многоэкстремальной с позиционными и функциональными ограничениями. Предложено решение комбинированным поисковым методом на основе генетического алгоритма и симплексного поиска. Генетический алгоритм способен найти глобальный оптимум многоэкстремальной функции, но поскольку данный метод не имеет направления поиска, то даже при попадании в область экстремума генетическому алгоритму может потребоваться большое число шагов для его достижения. Симплексный поиск способен быстро достичь экстремума, но шанс, что найден глобальный экстремум, меньше, чем у генетического алгоритма. Комбинированный алгоритм использует сильные стороны одного алгоритма, чтобы нейтрализовать слабые стороны второго. Выбор алгоритмов обусловлен отсутствием необходимости рассчитывать производные целевой функции и ограничений, а также простотой реализации в программном коде и возможностью применения ограничений поиска. Комбинированный алгоритм работает путем непрерывного чередования шагов генетического алгоритма и полных процедур симплексного поиска. На каждом шаге генетического алгоритма несколько лучших особей из популяции становятся центрами симплексов, из которых начинается симплексный поиск. Результаты симплексного поиска улучшают популяцию генетического алгоритма. Таким образом, глобальный оптимум может быть найден за несколько шагов комбинированного поиска. Проведены испытания на манипуляторах с избыточными и не избыточными конструкциями. Представлено сравнение решений предложенным методом с генетическим алгоритмом и градиентным методом. По показателям времени поиска, числу вызовов целевой функции и точности позиционирования рабочего органа манипулятора предложенный метод предпочтительнее обычного генетического алгоритма.

Ключевые слова: многозвенный манипулятор, обратная задача кинематики, генетический алгоритм, симплексный поиск, комбинированный поисковой метод

Решение обратной задачи кинематики — это важный этап в процессе построения траектории движения манипулятора. Существует несколько подходов к решению. Так, алгебраический подход подразумевает вычисление углов в сочленениях с помощью решения системы нелинейных уравнений [1–3]. При этом подходе число уравнений равно числу степеней свободы манипулятора. Недостатком этого подхода является сложность, а иногда и невозможность получения системы уравнений при числе степеней свободы манипулятора больше трех.

Итеративный подход включает семейство методов пошагового решения, которое сводится к постепенному уменьшению ошибки по положению и ориентации рабочего органа. Текущее положение и ориентация рабочего органа находятся решением прямой задачи кинематики. Наиболее часто для решения обратной задачи кинематики используются метод обратного якобиана, градиентные методы, координатный спуск, генетический алгоритм и т. д. Метод обратного якобиана [4] заключается в приведении изменений обобщенных координат

манипулятора в изменения в координатах рабочего органа в декартовом пространстве. Для обратного якобиана недостатком является инвертирование матрицы Якоби: с ростом числа степеней свободы ее размер увеличивается, и эта операция может быть затратной по времени. Кроме того, при определенном положении манипулятора якобиан может вырождаться. Проблему вырождения решает использование псевдообратного якобиана [5]. Этот метод использует псевдообратный якобиан, который определен для любой матрицы Якоби, даже неквадратных и с неполным рангом по строкам. Однако при использовании такого подхода теряется точность, и при приближении заданного положения рабочего органа к границе рабочей области могут появиться большие изменения в обобщенных координатах для небольшого перемещения рабочего органа [6].

Координатный спуск [7] лишен проблем метода обратного якобиана и для манипуляторов с небольшим числом степеней свободы работает очень быстро, но с ростом степеней подвижности время поиска значительно увеличи-

вается, кроме того, время поиска зависит от расстояния, на которое перемещается рабочий орган. Общей проблемой вышеописанных методов является то, что они находят всего одно решение, которое не всегда оптимально в силу многоэкстремальности задачи.

Градиентные методы [8, 9] способны найти решение с учетом функциональных и позиционных ограничений. Однако для их работы требуется градиент целевой функции, который для манипулятора с числом степеней больше трех затруднительно вывести аналитически. Вместо градиента можно использовать его аппроксимацию, что может привести к увеличению числа вызовов целевой функции.

Генетический алгоритм (ГА) способен найти оптимальное решение, но ему потребуется большая популяция, что сильно повлияет на скорость движения к цели. Среди достоинств метода можно отметить простоту исполнения самого алгоритма и простоту введения ограничений в задачу поиска и низкую вычислительную сложность. ГА уже долгое время используются для решения обратной задачи кинематики манипулятора. В первой работе по данной теме [10] было показано, что можно получить решение с минимизацией отклонения обобщенных координат от начальной конфигурации. Для увеличения точности решения использовался метод ниш [11, 12], позволяющий находить множество решений и проводить их сравнение для нахождения оптимального результата. Кодирование хромосом алгоритма может быть как бинарное [10, 13], так и вещественное [14, 15]. ГА используются для решения обратной задачи избыточных [16] и избыточных [17] манипуляторов. Также возможно уменьшение времени поиска за счет распараллеливания вычислений на *GPU* [18].

Для уменьшения времени поиска и повышения точности ГА его используют в комбинации с симплексным поиском. В работе [15] представлен гибрид ГА с алгоритмом Нелдера — Мида, в котором оценивается положение оптимума и лучшие вершины ГА образуют симплекс, который завершает поиск оптимума. В работах [19, 20] на каждом шаге ГА с популяцией проводятся операции симплексного поиска: отражение, сжатие, растяжение. В работе [21] представлена комбинация, в которой каждая хромосома ГА является набором

вершин, образующим симплекс. Комбинированные алгоритмы чаще находят глобальный минимум функции за меньшее время и имеют меньшее число вызовов целевой функции [15, 19—21].

Целью данной статьи является разработка и применение комбинированного поискового алгоритма для решения обратной задачи кинематики (ОЗК) многозвенного манипулятора. Поскольку ОЗК может иметь множество локальных оптимумов, то требуется алгоритм, способный найти глобальный оптимум. Обычный ГА решает ОЗК, но в комбинации с симплексным поиском решение будет найдено значительно быстрее.

Прямая задача кинематики

Решение прямой задачи кинематики (ПЗК) для манипулятора с известной структурой есть расчет координат рабочего органа (РО) относительно координат основания манипулятора в рабочем пространстве при известных обобщенных координатах. В общем виде эта задача выглядит следующим образом:

$$\mathbf{x} = f(\mathbf{q}), \quad (1)$$

где $\mathbf{q}$ — вектор $n \times 1$ обобщенных координат манипулятора, $\mathbf{x} = [\mathbf{r}^T \ \mathbf{p}^T]^T$ — комбинированный вектор размерности m , отображающий степень свободы РО манипулятора; $\mathbf{r}$ — вектор положения манипулятора размерности $m_r \times 1$, $\mathbf{p}$ — вектор ориентации рабочего органа размерности $m_p \times 1$, m_r и m_p — степени свободы РО на перемещение и вращение соответственно. Векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$ представлены на рис. 1. Величина $m = m_r + m_p$ зависит от конструкции манипулятора. Для планарного манипулятора $m = 3$, так как РО может двигаться вдоль двух осей и вращаться вокруг одной оси. Макси-

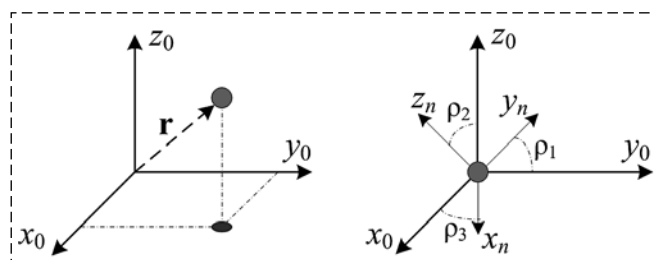


Рис. 1. Рабочее пространство манипулятора

Таблица 1

Параметры Денавита — Хартенберга

Параметр	Значение
q_i	Угол между x_{i-1} и x_i вокруг оси z_{i-1}
α_i	Угол между z_{i-1} и z_i вокруг оси x_i
a_i	Расстояние между сочленением z_{i-1} и z_i вдоль оси x
d_i	Расстояние от основания $i-1$ системы координат до оси x_i вдоль z_{i-1}
σ_i	Тип сочленения: 1 — призматическое; 0 — вращательное

мальное значение $m = 6$, тогда РО может перемещаться и вращаться по всем трем осям декартовой системы координат.

Решение прямой задачи кинематики манипулятора начинается с присвоения каждому сочленению локальных систем координат, начиная с основания манипулятора. Каждая локальная система координат описывается положением и ориентацией текущего сочленения по отношению к предыдущему. Положение и ориентация описываются параметрами Денавита — Хартенберга [22]. Список и значения параметров представлены в табл. 1.

Эти параметры используются для формирования матриц трансформации. Положение и ориентация системы координат i -го сочленения по отношению к $(i-1)$ -му сочленению описывается матрицей трансформации:

$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} c(q_i) & -c(\alpha_i)s(q_i) & s(\alpha_i)s(q_i) & a_i c(q_i) \\ s(q_i) & c(\alpha_i)c(q_i) & -s(\alpha_i)c(q_i) & a_i s(q_i) \\ 0 & s(\alpha_i) & c(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $c(q_i) = \cos q_i$, $s(q_i) = \sin q_i$.

Решение прямой задачи кинематики находится из матрицы трансформации n -го сочленения по отношению к основанию манипулятора:

$$A_0^n = A_0^1 A_1^2 \dots A_{n-1}^n. \quad (3)$$

Вектор $\mathbf{x} = [\mathbf{r}^T \mathbf{p}^T]^T$ извлекается из A_0^n .

Обратная задача кинематики

ОЗК манипулятора — это поиск таких обобщенных координат $\mathbf{q}$, при которых текущее по-

ложение и ориентация РО ($\mathbf{x}$) равны заданным ($\mathbf{x}_d$). ОЗК выводится из уравнения (1) при условии $\mathbf{x} = \mathbf{x}_d$:

$$\mathbf{q} = f^{-1}(\mathbf{x}_d). \quad (4)$$

Решение ОЗК напрямую связано с основной целью управления манипулятором — расположением РО в определенном положении и ориентацией. Трудность решения ОЗК заключается в том, что $f^{-1}(\cdot)$ сложно аналитически выразить из $f(\cdot)$. Также $f(\cdot)$ зависит от конструкции манипулятора, поэтому аналитическое решение $f^{-1}(\cdot)$, найденное для одного, будет неадекватным для другого. Кроме того, для манипуляторов с числом степеней свободы $n > 1$, для точек a и b при $\mathbf{q}_a \neq \mathbf{q}_b$ задача (1) может давать $f(\mathbf{q}_a) = f(\mathbf{q}_b)$. Поэтому у уравнения (4) может существовать более одного решения. При этом эти решения могут сильно отличаться друг от друга, и для нахождения лучшего решения необходимо ввести дополнительный критерий, а именно энергию, затраченную на перемещение.

Рассмотрим решение (4) в виде задачи нелинейного программирования:

$$Q(\mathbf{q}) \rightarrow \min_{\mathbf{q} \in V}, \quad (5)$$

где $V = \{\mathbf{q}; \mathbf{q} \in E^n, g(\mathbf{q}) = 0, \mathbf{q}_{\min} \leq \mathbf{q} \leq \mathbf{q}_{\max}\}$.

Целевая функция (5) отображает энергию, затраченную на перемещение

$$Q(\mathbf{q}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - q_{0,i})^2}, \quad (6)$$

где $\mathbf{x}_d = [\mathbf{r}_d^T \mathbf{p}_d^T]^T$ — вектор требуемых координат РО; $\mathbf{q}_0$ — вектор обобщенных координат в начальный момент времени.

Функциональные ограничения обязывают вести поиск только среди конфигураций с минимальной ошибкой по положению и ориентации:

$$g(\mathbf{q}) = \omega \sum_{i=1}^{m_r} \left[\sqrt{(r_{d,i} - r_i(\mathbf{q}))^2} \right] + (1 - \omega) \sum_{j=1}^{m_p} \left[\sqrt{(\rho_{d,j} - \rho_j(\mathbf{q}))^2} \right] = 0, \quad (7)$$

где $0 \leq \omega \leq 1$ определяет важность точности положения при поиске.

Здесь позиционные ограничения отображают физические ограничения на перемещения сочленений:

$$q_{\min} \leq q \leq q_{\max}. \quad (8)$$

Комбинированный поисковой метод

Генетический алгоритм — итеративный эвристический алгоритм поиска, использующийся для решения многомерных задач оптимизации значений целевой функции путем случайного подбора, комбинирования и вариации исходных параметров. ГА содержит "популяцию" точек в пространстве поиска, называемых "особи". На каждом шаге поиска создается новая популяция. С каждой новой популяцией особи будут находиться ближе к оптимуму. Чтобы создать новую популяцию на основе предыдущей, ГА выполняет следующие шаги: а) вычисление целевой функции каждой особи популяции; б) выбор особей на основе значения их целевой функции; в) рекомбинация существующих особей генетическими операциями: скрещивание и мутация. ГА работает независимо над несколькими потенциальными решениями, а не над одним, что позволяет находить глобальный оптимум. Также поиску глобального оптимума содействует наличие случайностей в операциях выбора и рекомбинации.

Пусть имеется задача (5). Для поиска в n -мерном пространстве одна особь будет иметь n генов и представлять одну конфигурацию манипулятора. Значение целевой функции особи называется фитнесом или приспособленностью. Алгоритм состоит из следующих этапов:

1) создается начальная популяция P_0 объемом $pSize$ в разрешенной области поиска таким образом, что особи равномерно заполняют пространство поиска;

2) увеличивается счетчик популяций $i = i + 1$ и создается новая популяция P_i . Среди особей старой популяции выбирается самая приспособленная q_i , она сохраняется неизменной и переносится в новую популяцию $q_i \in P_i$. Остаток новой популяции заполняется потомками;

3) выбор родителей происходит по турнирной схеме. Из P_{i-1} случайно выбирается часть особей, среди которой находится наиболее приспособленная, она становится одним из

родителей. Второй родитель выбирается таким же способом;

4) скрещивание является одноточечным, т. е. в хромосоме потомка существует одна точка, по одну сторону от которой находятся гены родителя 1, а по другую — гены родителя 2. Вероятность получения генов родителя 1 равна p_c , вероятность получения генов родителя 2 соответственно равна $(1 - p_c)$;

5) на стадии мутации получившийся с прошлого шага потомок может получить случайное изменение в генах с вероятностью p_m . На практике для каждого гена происходит сравнение случайного числа из диапазона $[0,1]$ с p_m , и если случайное число меньше p_m , то текущий ген получит случайное число из допустимого диапазона;

6) новая популяция заменяет старую, и для всех ее особей считается функция фитнеса;

7) условие останова: достижение максимального числа популяций $i = N_{ga}$, или самая приспособленная особь не меняется определенное число поколений $q_{l,i} = q_{l,i-1} = \dots = q_{l,i-k_s}$, или целевая функция находится в определенном диапазоне значений. Если выполнены условия останова, то переход к п. 8, в противном случае переход к п. 2;

8) вывод самой приспособленной особи.

Алгоритм Нелдера — Мида (симплексный поиск (СП)) — это локальный алгоритм прямого поиска нулевого порядка. "Симплекс" — это геометрическая фигура в n -мерном пространстве, состоящая из $(n + 1)$ вершин. В процессе работы алгоритм использует простые геометрические трансформации над симплексом (отражение, сжатие, растяжение). Для выбора подходящей трансформации используется значение целевой функции в каждой вершине. После каждой трансформации текущая худшая вершина заменяется на лучшую. Таким образом, симплекс движется в сторону оптимума. При любом значении n алгоритм на каждом шагу требует не более трех вычислений целевой функции (на отражение, сжатие и растяжение), что делает СП быстрее других алгоритмов, требующих на каждом шагу вычисления целевой функции n раз.

Алгоритм Нелдера — Мида:

1) для пространства поиска размерности n строится симплекс из $n + 1$ вершин. Строится начальный симплекс вокруг заданного центра с заданной длиной ребра;

2) вычисляется целевая функция для всех вершин. Лучшая вершина $\mathbf{q}_l$ имеет значение целевой функции $Q(\mathbf{q}_l) < Q(\mathbf{q}_j)$, худшая вершина $\mathbf{q}_s$ с целевой функцией $Q(\mathbf{q}_j) < Q(\mathbf{q}_s)$ $j = 1 \dots n + 1, j \neq l$;

3) вершина $\mathbf{q}_s$ отражается относительно центра тяжести остальных вершин, отраженная вершина обозначается $\mathbf{q}_r$;

4) проводится сравнение отраженной вершины с остальными. Существуют несколько вариантов изменения симплекса в зависимости от значения целевой функции в $\mathbf{q}_r$:

а) если $Q(\mathbf{q}_r) < Q(\mathbf{q}_l)$, то симплекс растягивается в сторону $\mathbf{q}_r$;

б) если $Q(\mathbf{q}_l) < Q(\mathbf{q}_r) < Q(\mathbf{q}_s)$, то симплекс сохраняет форму на текущем шаге;

с) если $Q(\mathbf{q}_s) < Q(\mathbf{q}_r)$, то происходит сжатие отраженной вершины к центру тяжести оставшихся n вершин;

5) проверка условия останова: если симплекс удовлетворяет условию

$$\sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} (Q(\mathbf{q}_j) - \bar{Q})^2} < \varepsilon \quad (9)$$

при известном ε или число шагов больше N_{sim} , то переход к п. 6. Если не удовлетворяет, переход к п. 3;

б) вывод лучшей вершины.

Здесь $Q(\mathbf{q}_a) < Q(\mathbf{q}_b)$ для точек a и b обозначает, что точка a лучше точки b .

Интенсификация — процесс уменьшения области поиска ГА. Используется для повышения шансов нахождения глобального оптимума, а также увеличения точности поиска в целом. Смысл ее заключается в увеличении концентрации особей ГА в перспективной области (*promising area*) [23]. Перспективная область — область пространства поиска ГА, в которой, вероятнее всего, находится глобальный оптимум. Она считается найденной, если в ней находится лучшая особь популяции и большая часть других особей. В процессе интенсификации происходит уменьшение размера области поиска и объема популяции.

Интенсификация характеризуется параметром сжатия $0 < \gamma_{pa} < 1$, который регулирует, какая доля области поиска и популяции останется после интенсификации.

Оптимизационные алгоритмы можно классифицировать на глобальные и локальные.

Глобальные методы (ГА) способны найти глобальный оптимум на многоэкстремальной функции. Локальные методы (СП) за короткое время находят ближайший оптимум, независимо от того, глобальный он или нет.

Недостатком ГА является большое число шагов и обращений к целевой функции из-за частично случайного характера поиска.

СП быстро сходится к ближайшему оптимуму, но не способен выбраться из локального оптимума.

Для сохранения достоинств и устранения недостатков рассмотренных методов поиска был разработан комбинированный метод поиска. Суть его заключается в том, что на каждом шаге ГА его лучшие особи передаются в алго-

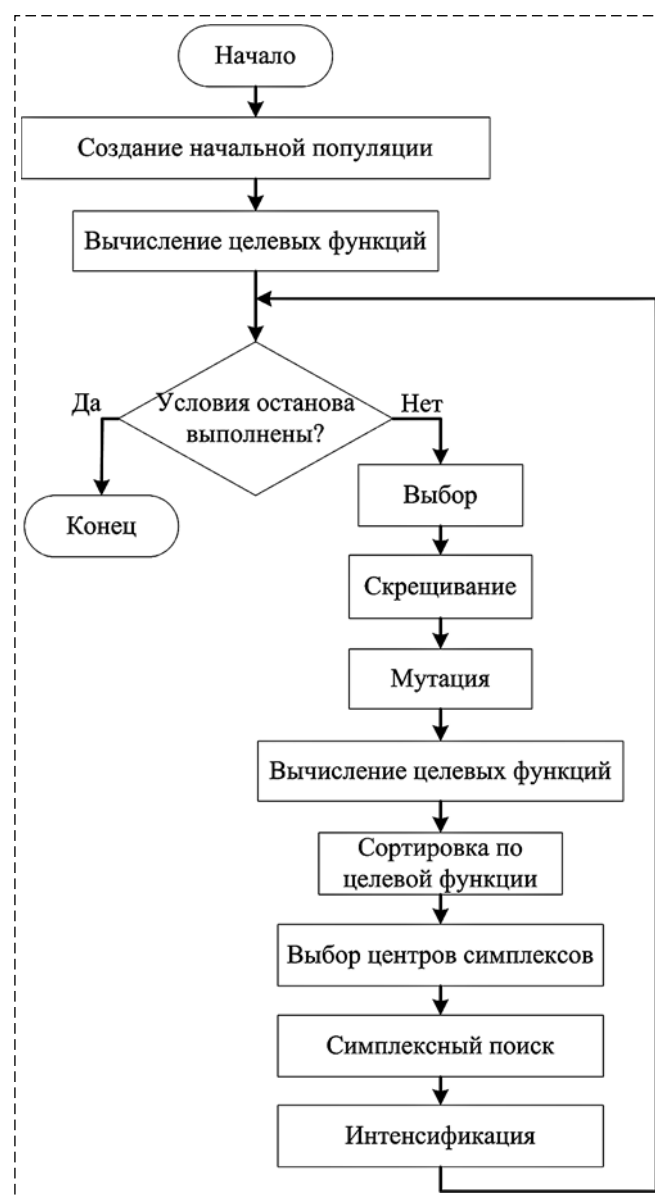


Рис. 2. Алгоритм КПМ

ритм Нелдера — Мида, где вокруг них строятся симплексы и выполняется симплексный поиск. Результаты поиска сравниваются с особями ГА и при необходимости заменяют их. Алгоритм комбинированного поискового метода:

- 1) $i = 0$;
 - 2) инициализация ГА:
 - 2.1) создание начальной популяции P_i ГА объемом $pSize$;
 - 2.2) вычисление целевой функции (5) для особей популяции P_i ;
 - 3) $i = i + 1$.
 - 4) создание популяции P_i :
 - 4.1) выбор родителей;
 - 4.2) скрещивание;
 - 4.3) мутации;
 - 5) вычисление целевой функции у популяции P_i ;
 - 6) симплексный поиск:
 - 6.1) сортируем P_i по значению целевой функции в порядке убывания;
 - 6.2) k_i первых точек из P_i становятся начальными точками для k_i СП;
 - 6.3) k_i новых точек, найденных по завершению СП заменяют k_i первых точек из P_i ;
 - 7) проверка условий интенсификации:
 - 7.1) условия выполнены: интенсификация, переход к п. 2;
 - 8) проверка условий остановки ГА:
 - 8.1) условия выполнены: остановка поиска;
 - 8.2) иначе переход к п. 3;
- Схема алгоритма представлена на рис. 2.

Решение обратной задачи кинематики

Для решения обратной задачи кинематики (4) n -мерного манипулятора необходимо осуществлять поиск углов в сочленениях $\mathbf{q}$ в n -мерном пространстве. Каждая особь популяции представляет собой самостоятельное решение ОЗК. Гены особи кодируются числами с плавающей точкой. Число генов равно n . Структура особи/вершины q показана на рис. 3.

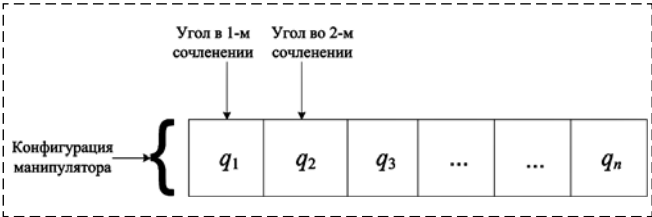


Рис. 3. Структура особи/вершины

Обратная задача кинематики решалась комбинированным поисковым методом (КПМ). Для сравнения использовались ГА и метод внутренней точки (МВТ) как алгоритм, требующий градиент целевой функции и учитывающий функциональные и позиционные ограничения. Для моделирования использовался пакет *MATLAB*, установленный на *PC* с процессором *Intel Pentium P6000 1.87 ГГц*, 3 Гб *DDR3 ОЗУ*.

Параметры КПМ подбирались по результатам экспериментов с условием, что средняя ошибка по положению будет меньше 0,005 м при минимальном объеме вызовов целевой функции. Для сравнения проводился поиск с помощью ГА с параметрами КПМ. Далее экспериментально находились параметры ГА, при которых средняя ошибка по положению была меньше 0,005 м при минимальном объеме вызовов целевой функции.

Трехзвенный неизбыточный манипулятор

Данный манипулятор не является избыточным ($m \geq n$), поэтому ОЗК имеет малое (≈ 2) число решений. Кинематическая схема манипулятора представлена на рис. 4. Параметры Денавита — Хартенберга для манипулятора представлены в табл. 2.

Параметры КПМ: длина хромосомы $n = 3$; размер популяции $pSize = 10$; вероятность

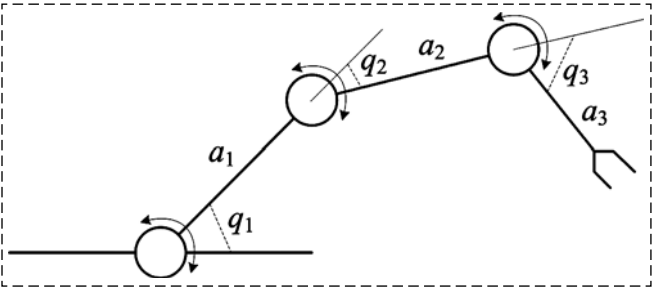


Рис. 4. Кинематика трехзвенного манипулятора

Таблица 2

Параметры трехзвенного манипулятора

Параметр	Звено		
	1	2	3
σ_i	0	0	0
α_i , рад	0	0	0
a_i , м	0,500	0,670	0,200
d_i , м	0	0	0

Таблица 3

Сравнения средних показателей поиска
для трехзвенного планарного манипулятора

Алгоритм	e_r , м	e_p , °	k	t , с
КПМ	0	0,02	1487	3,4
ГА, $N_{ga} = 10$	0,566	28,67	1231	2,9
ГА, $N_{ga} = 100$	0,007	0,24	29 681	67
МВТ	0	0	123	0,9

скрещивания $\rho_c = 0,5$; вероятность мутации $\rho_m = 0,85$; максимальное число популяций $N_{кпм} = 10$; интенсификация после отсутствия улучшения в $k_s = 3$ поколениях; $\gamma_{pa} = 0,75$; $k_l = 3$, максимальное число шагов симплекса $N_{sim} = 50$.

Каждый алгоритм решал восемь задач, распределенных по рабочему пространству. Алгоритм ГА имеет идентичные КПМ параметры: максимальное число популяций и размер популяции $pSize = 10$. Также экспериментально определены параметры ГА, при которых результаты поиска приближаются к КПМ. Эффективность оценивается такими значениями, как ошибка по положению e_r , ошибка ориентации e_p , число вызовов целевой функции k и время выполнения t . Собранные данные представлены в табл. 3.

Несмотря на то, что МВТ имеет наилучшие показатели по таблице, он не смог найти решение четырех из восьми задач. Как показали эксперименты, МВТ не может решить некоторые ОЗК, при которых необходимо повернуть первое сочленение более чем на 180° . Это происходит в ситуациях, когда для достижения цели необходимо совершить движение, которое приведет к увеличению значения функции ограничения. ГА при схожих параметрах имеет несравнимо худшие результаты, и для достижения повышения точности необходимо использовать значение параметра $N_{ga} = 100$, что

замедляет поиск в ≈ 20 раз. Сравнивая эксперименты можно отметить следующее:

- самый быстрый алгоритм: МВТ 0,9 с, однако не гарантировано, что решение будет найдено;
- КПМ по сравнению с МВТ имеет большее время поиска и число вызовов целевой функции, но решение гарантированно находится благодаря свойствам глобального поиска ГА.

Шестизвенный трехмерный неизбыточный манипулятор

Данный манипулятор не избыточный, поэтому имеется ограниченное число решений. Описание шестизвенного манипулятора представлено в табл. 4.

Здесь КПМ и ГА имеют следующие значения: длина хромосомы $n = 6$; размер популяции $pSize = 100$; вероятность скрещивания $\rho_c = 0,5$; вероятность мутации $\rho_m = 0,85$; максимальное число популяций $N_{gnma} = N_{ga} = 10$; интенсификация после отсутствия улучшения в $k_s = 3$ поколениях; $k_l = 3$; $\gamma_{pa} = 0,75$; максимальное число шагов симплекса $N_{sim} = 50$. Проводился поиск решения для восьми положений манипулятора, разбросанных по рабочему пространству. Кинематика манипулятора изображена на рис. 5.

Результаты работы алгоритма представлены в табл. 5.

Как и в случае с трехмерным манипулятором, МВТ требует меньше времени на решения ОЗК, но при определенных начальных условиях решение не может быть найдено из-за зависимости этого алгоритма от градиента. ГА так-

Таблица 4

Параметры шестизвенного манипулятора

Параметр	Звено					
	1	2	3	4	5	6
σ_i	0	0	0	0	0	0
α_i , рад	$\pi/2$	0	$-\pi/2$	$\pi/2$	$-\pi/2$	0
a_i , м	0,500	0	0	0	0	0
d_i , м	0,700	0	0	0,600	0	0,200

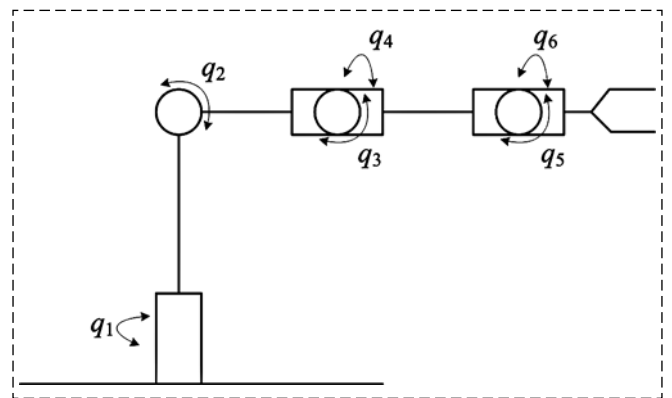


Рис. 5. Кинематика шестизвенного манипулятора

Таблица 5

Средние показатели поиска решения
для шестизвеного трехмерного манипулятора

Алгоритм	e_r , м	e_p , °	k	t , с
КПМ	0,004	0,13	5163	18,95
ГА, $pSize = 100$	0,069	5,26	12 121	28,28
ГА, $pSize = 200$	0,009	0,78	23 621	55,18
МВТ	0,001	0	258	2,5

же находит решение, но среднее время поиска решений в два раза больше среднего времени поиска КПМ.

Четырехзвенный избыточный манипулятор

Конструкция манипулятора является избыточной, поскольку число степеней свободы рабочего пространства меньше числа степеней свободы манипулятора ($m < n$). Это приводит к неограниченному числу решений ОЗК. Ки-

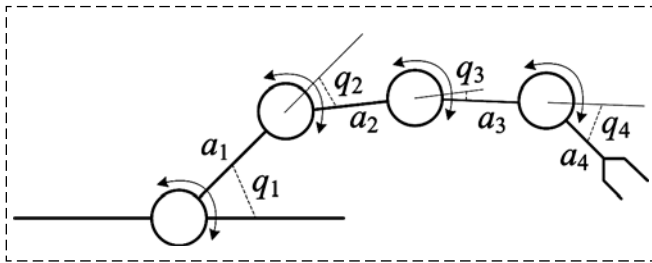


Рис. 6. Кинематика четырехзвенного манипулятора

Таблица 6

Параметры четырехзвенного манипулятора

Параметр	Звено			
	1	2	3	4
σ_i	0	0	0	0
α_i , рад	0	0	0	0
a_i , м	0,550	0,550	0,400	0,200
d_i , м	0	0	0	0

Таблица 7

Средние показатели поиска
для четырехзвенного планарного манипулятора

Алгоритм	e_r , м	e_p , °	k	t , с
КПМ	0	0,039	1595	4,51
ГА, $pSize = 15$	0,097	5,89	1836	4,51
ГА, $pSize = 100$	0	0,01	8364	18,37
МВТ	0,09	1,66	645	7

нематическая схема манипулятора представлена на рис. 6.

В табл. 6 даны параметры кинематики манипулятора.

Параметры КПМ: длина хромосомы $n = 3$; размер популяции $pSize = 15$; вероятность скрещивания $p_c = 0,5$; вероятность мутации $p_m = 0,85$; максимальное число популяций $N_{gnma} = N_{ga} = 10$; интенсификация после отсутствия улучшения в $k_s = 3$ поколениях; $k_l = 3$; $\gamma_{pa} = 0,75$; максимальное число шагов симплекса $N_{sim} = 50$. Для этого эксперимента заданные положения и ориентации соответствуют данным в эксперименте с трехзвенным манипулятором.

Результаты работы алгоритмов представлены в табл. 7.

Главной сложностью решения ОЗК избыточных манипуляторов является большое число возможных решений. В таких условиях ГА обладает преимуществом перед градиентным методом. КПМ и ГА нашли решения для всех положений, МВТ не смог найти решения для положений, при которых первое звено должно совершить поворот более чем на 180° . При этом ошибки по положению и ориентации КПМ при сходных с ГА характеристиках несравненно ниже.

Заключение

Был разработан алгоритм, основанный на комбинации ГА и СП для решения обратной задачи кинематики манипулятора. Исследования проводили на избыточных и неизбыточных манипуляторах. Результаты показали, что КПМ находит решение намного быстрее (в 4,8 раза), чем обычный ГА, и при этом требуется в среднем в 5,6 раза меньше вычислений целевой функции благодаря СП. Ошибки по положению и ориентации КПМ меньше, чем у ГА с аналогичными параметрами. Алгоритм обладает свойствами глобального и локального поиска, не требует градиента целевой функции, и решение находится всегда, если оно существует.

Список литературы

1. Chin K. W., Von Kinsky B. R., Marriott A. Closed-form and generalized inverse kinematics solutions for the analysis of human motion // Engineering in Medicine and Biology Society,

1997. Proceedings of the 19th Annual International Conference of the IEEE. 1997. Vol. 5. P. 1911–1914.
2. **Щербаков В. С., Корытов М. С., Котыкин С. В.** Методика решения обратной кинематической задачи грузоподъемного крана // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2011. № 20. С. 71–76.
3. **Балакин П. Д., Шамутдинов А. Х.** Решение прямой и обратной задач кинематики оригинальной части шестикордиантного манипулятора // Альманах современной науки и образования. 2013. № 10 (77). С. 24–27.
4. **Orin D. E., Schrader W. W.** Efficient computation of the jacobian for robot manipulators // The International Journal of Robotics Research. 1984. Vol. 3, N. 4. P. 66–75.
5. **Whitney D. E.** Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses // IEEE Transactions on man-machine systems. 1969. Vol. 10, N. 2. P. 47–53.
6. **Buss S. R.** Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods // IEEE Journal of Robotics and Automation. 2004. Vol. 17. № 1–19. P. 16.
7. **Welman C.** Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation: PhD diss. Theses (School of Computing Science) / Simon Fraser University, 1993.
8. **Zhao J., Badler N. I.** Inverse kinematics positioning using nonlinear programming for highly articulated figures // ACM Transactions on Graphics (TOG). 1994. Vol. 13, N. 4. P. 313–336.
9. **Оськин Д. А., Дыда А. А.** Решение обратной задачи кинематики для манипуляционного робота методом штрафных функций // Фундаментальные исследования. 2015. Т. 4. № 11. С. 673–677.
10. **Parker J. K., Khoogar A. R., Goldberg D. E.** Inverse kinematics of redundant robots using genetic algorithms // Robotics and Automation, 1989. Proceedings., 1989 IEEE International Conference on. IEEE, 1989. P. 271–276.
11. **Tabandeh S., Clark C. M., Melek W.** A genetic algorithm approach to solve for multiple solutions of inverse kinematics using adaptive niching and clustering // Computer Science and Software Engineering. 2006. P. 63.
12. **Tabandeh S., Melek W., Clark C. M.** An adaptive niching genetic algorithm approach for generating multiple solutions of serial manipulator inverse kinematics with applications to modular robots // Robotica. 2010. Vol. 28, N 4. P. 493–507.
13. **Kenwright B.** Epigenetics & Genetic Algorithms for Inverse Kinematics // Experimental Algorithms. 2014. Vol. 9, N. 4 (39).
14. **Momani S., Abo-Hammour Z. S., Alsmadi O. M. K.** Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms // Applied Mathematics & Information Sciences. 2016. Vol. 10, N. 1. P. 225.
15. **Chelouah R., Siarry P.** Genetic and Nelder–Mead algorithms hybridized for a more accurate global optimization of continuous multimodal functions // European Journal of Operational Research. 2003. Vol. 148, N. 2. P. 335–348.
16. **Ramírez A., Rubiano F.** Optimization of Inverse Kinematics of a 3R Robotic Manipulator using Genetic Algorithms // World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering. 2011. Vol. 5, N. 11. P. 2236–2241.
17. **Zhang L., He J., Wang S.** Inverse Kinematic Solutions of Dual Redundant Camera Robot Based on Genetic Algorithm // Mathematical Problems in Engineering. 2017. Vol. 2017.
18. **Aguilar O. A., Huegel J. C.** Inverse kinematics solution for robotic manipulators using a CUDA-based parallel genetic algorithm // Mexican International Conference on Artificial Intelligence. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011. P. 490–503.
19. **Fan S. K. S., Liang Y. C., Zahara E.** A genetic algorithm and a particle swarm optimizer hybridized with Nelder–Mead simplex search // Computers & Industrial Engineering. 2006. Vol. 50, N. 4. P. 401–425.
20. **Kuo H. C., Chang J. R., Shyu K. S.** A hybrid algorithm of evolution and simplex methods applied to global optimization // Journal of Marine Science and Technology. 2004. Vol. 12, N. 4. P. 280–289.
21. **Durand N., Alliot J. M.** A combined nelder-mead simplex and genetic algorithm // Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference GECCO. 1999. Vol. 99. P. 1–7.
22. **Denavit J., Hartenberg R. S.** An Iterative Method for tie Displacement Analysis of Spatial Mechanisms. 1964.
23. **Chelouah R., Siarry P., Berthiau G., De Barmon B.** An optimization method fitted for model inversion in non destructive control by eddy currents // The European Physical Journal Applied Physics. 2000. Vol. 12, N. 3. P. 231–238.

Hybrid Search Method for Solving the Inverse Kinematics of a Multilink Manipulator

R. T. Galemov, galemovruslan@gmail.com, **G. B. Masalsky**, gmasalsky@sfu-kras.ru,
Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation

Corresponding author: **Galemov Ruslan T.**, Postgraduate Student,
Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation,
e-mail: galemovruslan@gmail.com,

Accepted March 19, 2018

The solution of the inverse kinematics problem of the manipulator is considered. The inverse kinematics problem of multi-link manipulators is a multi-extremal optimization problem with functional and positional constraints. Global optimization algorithms are commonly used to solve that kind of tasks. In this paper the solution of the inverse kinematics problem using the hybrid search method is considered. This method is a combination of genetic algorithm and simplex search. The genetic algorithm is not able to move quickly towards the optimum, but is able to find a global optimum on a multi-extremal function. Simplex search quickly moves toward a local minimum, but is not able to find a global minimum. This combination uses the strengths of both search algorithms, while covering the weaknesses. At each step of the genetic algorithm, the best individuals are selected to become the centers of simplex searches. Simplex searches improve the popu-

lation of the genetic algorithm. Thus, a global extremum can be found in several steps of the genetic algorithm. For testing several redundant and non-redundant manipulators was used and for each of them several desired positions was specified. In solving the inverse kinematics problems, the hybrid algorithm showed comparable accuracy with the genetic algorithm with larger number of calls of the objective function. In addition, this algorithm is very easy to implement and there are no issues associated with the gradients of the objective function and functional limitations. This method allows us to find solutions for non-redundant and redundant manipulators.

Keywords: multilink manipulator, inverse kinematics problem, genetic algorithm, simplex search, hybrid search method

For citation:

Galemov R. T., Masalsky G. B. Hybrid Search Method for Solving the Inverse Kinematics of a Multilink Manipulator, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 7, pp. 464—473.

DOI: 10.17587/mau.19.464-473

References

1. **Chin K. W., Von Kinsky B. R., Marriott A.** Closed-form and generalized inverse kinematics solutions for the analysis of human motion, *Engineering in Medicine and Biology Society, 1997. Proceedings of the 19th Annual International Conference of the IEEE*, 1997, vol. 5, pp. 1911—1914.
2. **Shcherbakov V. S., Korytov M. S., Kot'kin S. V.** Metodika resheniya obratnoj kinematicheskoy zadachi gruzopod"emnogo krana (Methodology for solving the inverse kinematic problem of a load-lifting crane), *Vestnik Sibirskoj Gosudarstvennoj Avtomobil'no-Dorozhnoj Akademii*, 2011, no. 20, pp. 71—76 (in Russian).
3. **Balakin P. D., Shamutdinov A. H.** Reshenie pryamoj i obratnoj zadach kinematiki original'noj chasti shestikoordinatnogo manipulyatora (The solution of the direct and inverse kinematics problems of the original part of the six-coordinate manipulator), *Al'manah Sovremennoj Nauki i Obrazovaniya*, 2013, no. 10 (77), pp. 24—27 (in Russian).
4. **Orin D. E., Schrader W. W.** Efficient computation of the jacobian for robot manipulators, *The International Journal of Robotics Research*, 1984, vol. 3, no. 4, pp. 66—75.
5. **Whitney D. E.** Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses, *IEEE Transactions on Man-Machine Systems*, 1969, vol. 10, no. 2, pp. 47—53.
6. **Buss S. R.** Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 2004, vol. 17, no. 1—19, 16 p.
7. **Welman C.** Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation: PhD diss., Theses (School of Computing Science), Simon Fraser University, 1993.
8. **Zhao J., Badler N. I.** Inverse kinematics positioning using nonlinear programming for highly articulated figures, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 1994, vol. 13, no. 4, pp. 313—336.
9. **Os'kin D. A., Dyda A. A.** Reshenie obratnoj zadachi kinematiki dlya manipulyacionnogo robota metodom shtrafnih funkcij (Solution of the inverse kinematics problem for a manipulation robot with the penalty functions method), *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2015, vol. 4, no. 11, pp. 673—677 (in Russian).
10. **Parker J. K., Khoogar A. R., Goldberg D. E.** Inverse kinematics of redundant robots using genetic algorithms, *Robotics and Automation, Proceedings of 1989 IEEE International Conference, IEEE*, 1989, pp. 271—276.
11. **Tabandeh S., Clark C. M., Melek W.** A genetic algorithm approach to solve for multiple solutions of inverse kinematics using adaptive niching and clustering, *Computer Science and Software Engineering*, 2006, 63 p.
12. **Tabandeh S., Melek W., Clark C. M.** An adaptive niching genetic algorithm approach for generating multiple solutions of serial manipulator inverse kinematics with applications to modular robots, *Robotica*, 2010, vol. 28, no. 4, pp. 493—507.
13. **Kenwright B.** Epigenetics & Genetic Algorithms for Inverse Kinematics, *Experimental Algorithms*, 2014, vol. 9, no. 4 (39).
14. **Momani S., Abo-Hammour Z. S., Alsmadi O. M. K.** Solution of inverse kinematics problem using genetic algorithms. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 2016, vol. 10, no. 1, 225 p.
15. **Chelouah R., Siarry P.** Genetic and Nelder—Mead algorithms hybridized for a more accurate global optimization of continuous multimimima functions, *European Journal of Operational Research*, 2003, vol. 148, no. 2, pp. 335—348.
16. **Ramírez A., Rubiano F.** Optimization of Inverse Kinematics of a 3R Robotic Manipulator using Genetic Algorithms, *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, 2011, vol. 5, no. 11, pp. 2236—2241.
17. **Zhang L., He J., Wang S.** Inverse Kinematic Solutions of Dual Redundant Camera Robot Based on Genetic Algorithm, *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, vol. 2017.
18. **Aguilar O. A., Huegel J. C.** Inverse kinematics solution for robotic manipulators using a CUDA-based parallel genetic algorithm, *Mexican International Conference on Artificial Intelligence*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2011, pp. 490—503.
19. **Fan S. K. S., Liang Y. C., Zahara E.** A genetic algorithm and a particle swarm optimizer hybridized with Nelder — Mead simplex search, *Computers & Industrial Engineering*, 2006, vol. 50, no. 4, pp. 401—425.
20. **Kuo H. C., Chang J. R., Shyu K. S.** A hybrid algorithm of evolution and simplex methods applied to global optimization, *Journal of Marine Science and Technology*, 2004, vol. 12, no. 4, pp. 280—289.
21. **Durand N., Alliot J. M.** A combined nelder-mead simplex and genetic algorithm, *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference GECCO*, 1999, vol. 99, pp. 1—7.
22. **Denavit J., Hartenberg R. S.** An Iterative Method for tie Displacement Analysis of Spatial Mechanisms, 1964.
23. **Chelouah R., Siarry P., Berthiau G., De Barmon B.** An optimization method fitted for model inversion in non destructive control by eddy currents, *The European Physical Journal Applied Physics*, 2000, vol. 12, no. 3, pp. 231—238.