

А. П. Голуб, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., holub-imech@gmail.com,
А. Ф. Зубков, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., 9392998@mail.ru,
А. А. Мастерова, вед. инженер, masterovaanya@yandex.ru,
Ю. Д. Селюцкий, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., seliutski@imec.msu.ru,
 НИИ механики МГУ, Москва

Динамика колесной тележки, приводимой в движение ротором Савониуса¹

Ротор Савониуса представляет собой один из достаточно широко распространенных типов ветротурбин. Скорость вращения этого ротора существенно меньше, чем у горизонтально-осевых турбин и вертикально-осевых турбин типа Дарье. Однако он начинает вращаться уже при небольшой скорости потока, не требует дополнительных систем, обеспечивающих его переориентацию в случае изменения направления ветра, и развивает достаточно большой крутящий момент. Поэтому представляется целесообразным использовать его в качестве привода в различных механических или электромеханических системах. В данной работе рассматривается прямолинейное движение колесной тележки, приводимой в движение установленным на ней ротором Савониуса. Предполагается, что ветер составляет некоторый постоянный угол с прямой, вдоль которой движется тележка. Аэродинамическое воздействие на ротор описывается с помощью эмпирической модели, в рамках которой аэродинамические характеристики ротора (коэффициенты аэродинамического момента, силы лобового сопротивления и боковой силы) представляются в виде разложения в ряд Фурье по углу поворота ротора, причем коэффициенты этого ряда зависят от быстроходности (безразмерной угловой скорости) ротора. В дозвуковой аэродинамической трубе НИИ механики МГУ проведена серия экспериментов по определению аэродинамических характеристик ротора при разных скоростях набегающего потока и разных угловых скоростях ротора. На основе полученных экспериментальных данных предложены функции, приближенно описывающие зависимость указанных коэффициентов от быстроходности. Полученные зависимости использованы для исследования динамики тележки с ротором Савониуса. Построено осредненное уравнение движения по углу поворота ротора. Исследованы стационарные решения этой осредненной системы в зависимости от направления ветра. Показано, что при определенных значениях параметров в системе существуют два притягивающих режима, соответствующих движению в разные стороны. Проведено сопоставление поведения тележки в рамках полной системы уравнений движения и в рамках осредненной системы.

Ключевые слова: динамика, ротор Савониуса, колесный экипаж, стационарные движения, математическая модель

Введение

В настоящее время все более широкое применение находят различные системы преобразования энергии ветра в полезные формы. Одной из таких систем является ротор Савониуса.

Ротор Савониуса в классической форме представляет собой два полуцилиндра, прикрепленных к общей оси, параллельной их образующей (полуцилиндры при этом могут частично перекрываться). Будучи помещенной в поток воздуха или воды, скорость которого перпендикулярна оси ротора, эта конструкция начинает вращаться под действием аэродинамических сил, что позволяет использовать ее в качестве источника мощности или момента.

Такая система была предложена и запатентована финским изобретателем и архитектором С. Савониусом в 1926 г. Впоследствии на ее основе было разработано множество систем, отличающихся формой, числом и взаимным расположением лопастей [1–3].

Мощность, вырабатываемая ротором Савониуса, не очень велика. Тем не менее, он имеет и определенные преимущества по сравнению с другими распространенными типами ветротурбин: он начинает вращаться при достаточно малой скорости ветра, и ему не требуется система переориентации для случая изменения направления ветра (при условии, что ось вращения остается перпендикулярной ветру — например, если она расположена вертикально). Кроме того, ротор Савониуса развивает достаточно большой момент, причем максимум его достигается при относительно небольшой угловой скорости. Это позволяет использовать данное устройство в качестве силового привода.

Изучению поведения ротора Савониуса посвящено большое число работ. Одно из первых экспериментальных исследований аэродинамики ротора было проведено в 1931 г. [4]. В этой работе изучалось влияние формы лопастей на средние на периоде значения силы и момента.

В работе [5] экспериментально определены характеристики роторов Савониуса с двумя и тремя лопастями. В статье [6] на базе серии испытаний проанализировано влияние перекрытия лопастей на аэродинамические характеристики. В работе [7] проведено экспериментальное ис-

¹Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-31-90073).

следование серии турбин, состоящих из одного, двух или трех одинаковых роторов Савониуса, установленных на общей оси друг над другом. При этом, в частности, было отмечено, что максимальный момент одиночного ротора несколько больше, чем максимальный момент тройного.

В ряде работ [8–10] с помощью численного моделирования исследовалось течение вокруг ротора Савониуса. При этом анализировались силы и момент, действующие со стороны потока на отдельные лопасти и на ротор в целом, при разных угловых скоростях и различных углах поворота ротора, а также влияние различных параметров на аэродинамические характеристики ротора и его эффективность с точки зрения выработки энергии. В частности, в статье [10] исследовалось влияние удлинения ротора, а в работах [11, 12] — влияние перекрытия лопастей. В статье [13] проведено численное исследование трехмерного обтекания ротора потоком.

Кроме того, были изучены роторы Савониуса с лопастями сложной формы [14] (в частности, спиральной [15]) в целях максимизации вырабатываемой мощности и уменьшения амплитуды колебаний угловой скорости за оборот.

Нужно отметить, что хотя моделирование обтекания ротора с помощью сеточных методов позволяет получить достаточно точную картину, вычисления требуют достаточно длительного времени. Кроме того, такой подход весьма затрудняет как проведение параметрического анализа, так и разработку систем и алгоритмов управления.

Поэтому представляется целесообразным разработать упрощенный подход феноменологического типа, который, с одной стороны, обеспечивал бы достаточно точное описание интегральных аэродинамических характеристик ротора, а с другой стороны, позволял бы представить уравнения движения в виде динамической системы. Подходы такого рода предлагались для различных систем, содержащих твердые тела, взаимодействующие со средой [16, 17]. В работе [18] было предложено представлять аэродинамический момент, действующий на ротор Савониуса, в виде ряда Фурье по углу поворота ротора, причем для этого ряда коэффициенты зависят от мгновенной угловой скорости.

В настоящей работе на основе данных, полученных в ходе экспериментов в аэродинамической трубе, проведена идентификация коэффициентов феноменологической модели аэродинамического воздействия на ротор. Результаты идентификации использованы для исследования динамики прямолинейного движения колесной тележки, приводимой в движение установленным на ней ротором Савониуса с вертикальной осью вращения.

1. Описание и математическая модель системы

Рассмотрим механическую систему, состоящую из колесной тележки и установленного на ней ротора Савониуса (ось вращения ротора перпендикулярна тележке). Вращение ротора передается на вращение ведущих колес тележки с помощью редуктора с передаточным числом n . Пусть тележка может двигаться без проскальзывания вдоль горизонтальной прямой OX . Система находится в стационарном потоке воздуха под действием стационарного потока воздуха (ветра), скорость \mathbf{V} которого составляет некоторый угол φ с прямой OX (рис. 1). Введем неподвижную систему координат $OXYZ$, ось ординат которой направим вертикально вверх.

Запишем выражение для кинетической энергии системы:

$$T = \frac{mu^2}{2} + \frac{J_s\omega^2}{2} + \frac{J_w\omega_w^2}{2}. \quad (1)$$

Здесь m — масса всей системы; J_s — момент инерции ротора Савониуса относительно его оси вращения; J_w — суммарный момент инерции колес тележки (все колеса полагаются одинаковыми); u — скорость тележки; ω — угловая скорость вращения ротора; $\omega_w = n\omega$ — угловая скорость вращения колес. Из условия отсутствия проскальзывания, очевидно, следует, что $u = nr\omega$, где r — радиус колес.

Опишем силы, действующие на систему. На лопасти ротора действуют аэродинамические силы со стороны потока среды. Будем считать, что это воздействие сводится к силе \mathbf{F}_d лобового сопротивления, боковой силе \mathbf{F}_l и моменту M_z относительно оси вращения ротора, причем сила \mathbf{F}_d направлена против воздушной скорости ротора, а сила \mathbf{F}_l — перпендикулярно ей. Традиционно считается, что эти силы и момент имеют следующую структуру:

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{\rho S}{2} V_a^2 C_d; \\ F_l &= \frac{\rho S}{2} V_a^2 C_l; \\ M_z &= \frac{\rho S}{2} R V_a^2 C_m. \end{aligned} \quad (2)$$

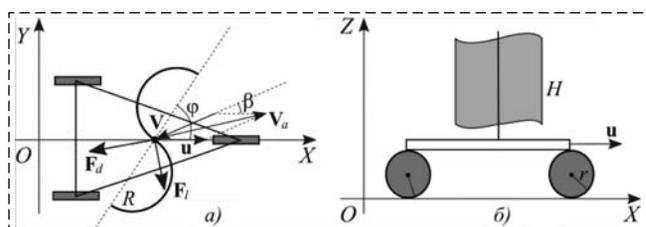


Рис. 1. Тележка с ротором Савониуса:

a — вид сверху; *b* — вид сбоку

Fig. 1. Cart with Savonius rotor:

a — top view; *b* — side view

Здесь ρ — плотность воздуха, R — радиус ротора, $S = 2HR$ — характерная площадь поперечного сечения ротора (H — высота ротора), V_a — воздушная скорость (т.е. скорость оси ротора относительно набегающего потока); C_d , C_l и C_m — безразмерные коэффициенты лобового сопротивления, боковой силы и момента, соответственно.

Нетрудно видеть, что воздушная скорость определяется следующим соотношением:

$$V_a = \sqrt{V^2 + 2Vu \cos \beta + u^2}. \quad (3)$$

Для описания аэродинамических сил воспользуемся феноменологическим подходом квазистатического типа, предложенным в работе [18]. В рамках этого подхода предполагается, что аэродинамическое воздействие потока на ротор определяется мгновенным состоянием движения ротора, и введенные выше безразмерные коэффициенты имеют следующую структуру:

$$\begin{aligned} C_d(\varphi, \Omega) &= a_0^d(\Omega) + a_2^d(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^d); \\ C_l(\varphi, \Omega) &= a_0^l(\Omega) + a_2^l(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^l); \\ C_m(\varphi, \Omega) &= a_0^m(\Omega) + a_2^m(\Omega) \sin(2\varphi + \varphi_2^m). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь Ω — безразмерная угловая скорость (также называемая быстроходностью) ротора Савониуса:

$$\Omega = R\dot{\varphi}/V_a. \quad (5)$$

Функции быстроходности, фигурирующие в выражениях (4), необходимо идентифицировать на основе экспериментальных данных или гидродинамического моделирования.

Вообще говоря, поток оказывает некоторое воздействие и на корпус тележки, но мы будем пренебрегать соответствующими силами, поскольку характерная площадь тележки много меньше характерной площади ротора.

Мы также будем предполагать, что расстояние между передним и задними колесами достаточно велико, так что тележка не опрокидывается, и движение ее является поступательным.

Тогда, пренебрегая потерями в редукторе, уравнение движения системы можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} J\ddot{\varphi} &= \frac{\rho S}{2} V_a^2 \left[RC_m(\varphi, \Omega) - \right. \\ &\left. - nrC_d(\varphi, \Omega) \frac{V \cos \beta + nr\dot{\varphi}}{V_a} + nrC_l(\varphi, \Omega) \frac{V \sin \beta}{V_a} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $J = J_s + J_w n^2 + mn^2 r^2$. Уравнение (6) следует дополнить соотношениями (3), (4).

Для упрощения анализа проведем обезразмеривание системы (6), выбрав в качестве характерного времени величину $\tau = tV/R$:

$$\begin{aligned} I\varphi'' &= U_a^2 \left[C_m(\varphi, \Omega) - \right. \\ &\left. - \chi C_d(\varphi, \Omega) \frac{\cos \beta + \chi\varphi'}{U_a} + \chi C_l(\varphi, \Omega) \frac{\sin \beta}{U_a} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь штрихом обозначена производная по безразмерному времени и введены следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} I &= \frac{2J}{\rho SR^3}; \quad \chi = \frac{nr}{R}; \\ U_a &= \sqrt{1 + \chi\varphi' \cos \beta + \chi^2 \varphi'^2}. \end{aligned}$$

При этом для быстроходности имеет место следующее выражение:

$$\Omega = \varphi' / U_a. \quad (8)$$

Прежде чем исследовать поведение траекторий уравнения (7), необходимо определить зависимости аэродинамических коэффициентов от угла поворота ротора и быстроходности.

2. Экспериментальная идентификация аэродинамических коэффициентов

В целях экспериментального исследования аэродинамических характеристик ротора Савониуса был изготовлен лабораторный макет ротора (рис. 2), радиус которого $R = 0,185$ м, высота $H = 0,402$ м. Для предотвращения перетекания потока через верхние и нижние кромки лопастей на ротор сверху и снизу были установлены круглые пластины радиусом $0,420$ м.

Испытания проводили в дозвуковой аэродинамической трубе А6 НИИ механики МГУ. Эта труба — одноканальная, с открытой рабочей частью эллиптического сечения (большая полуось равна 2 м, малая — 1,17 м, длина рабочей части — 4 м). Рабочий диапазон скоростей — от 2 до 50 м/с. Неравномерность значений скорости в рабочей части составляет не более $\pm 0,5\%$. Скол потока в вертикальной и горизонтальной плоскостях не превышает $\pm 0,25^\circ$. Градиент статического давления вдоль оси трубы — $0,002 \text{ м}^{-1}$. Продольная составляющая интенсивности турбулентности в рабочей части без установленной модели — не более $0,2\%$.

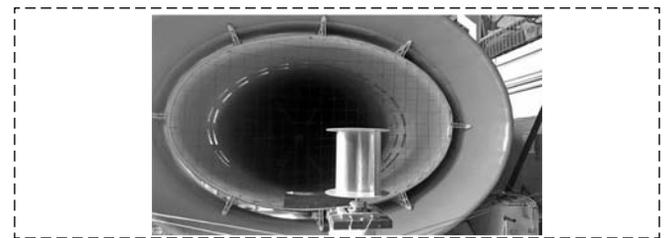


Рис. 2. Лабораторный макет ротора Савониуса в аэродинамической трубе

Fig. 2. Laboratory model of Savonius rotor in the wind tunnel

Ротор был установлен в аэродинамической трубе на расстоянии 2 м от начала рабочей части таким образом, что его ось была вертикальна. Ротор был соединен с шаговым двигателем, который вращал его с заданной угловой скоростью. Силы и моменты, действующие на ротор, измеряли с помощью 6-компонентных весов. Угловую скорость ротора контролировали с помощью оптического датчика.

Была проведена серия экспериментов. В ходе испытаний были заданы скорость потока в аэродинамической трубе и частота вращения шагового двигателя. При этом измеряли аэродинамические силы в направлении потока (по оси трубы) и перпендикулярно ему, момент относительно оси ротора. Кроме того, регистрировали обороты ротора, чтобы данные о силах можно было соотнести с положением ротора.

Испытания проводили при скорости потока 4, 5, 6 и 8 м/с (что соответствует числам Рейнольдса

от $0,98 \cdot 10^5$ до $1,93 \cdot 10^5$), а угловая скорость ротора изменялась в диапазоне от -20 до 40 рад/с.

Отметим, что в известных экспериментах практически отсутствуют данные для аэродинамических характеристик при отрицательных угловых скоростях вращения ротора, а также при угловых скоростях, превышающих его угловую скорость свободного вращения. В то же время, информация о них может потребоваться для описания переходных процессов, возникающих в системах, содержащих ротор Савониуса в качестве конструктивного элемента.

В результате обработки полученных экспериментальных данных были определены средние по углу значения a_0^m , a_0^d , a_0^l аэродинамических коэффициентов, а также амплитуды и фазы второй гармоники в разложении этих коэффициентов в ряд Фурье. Эти данные представлены на рис. 3–5.

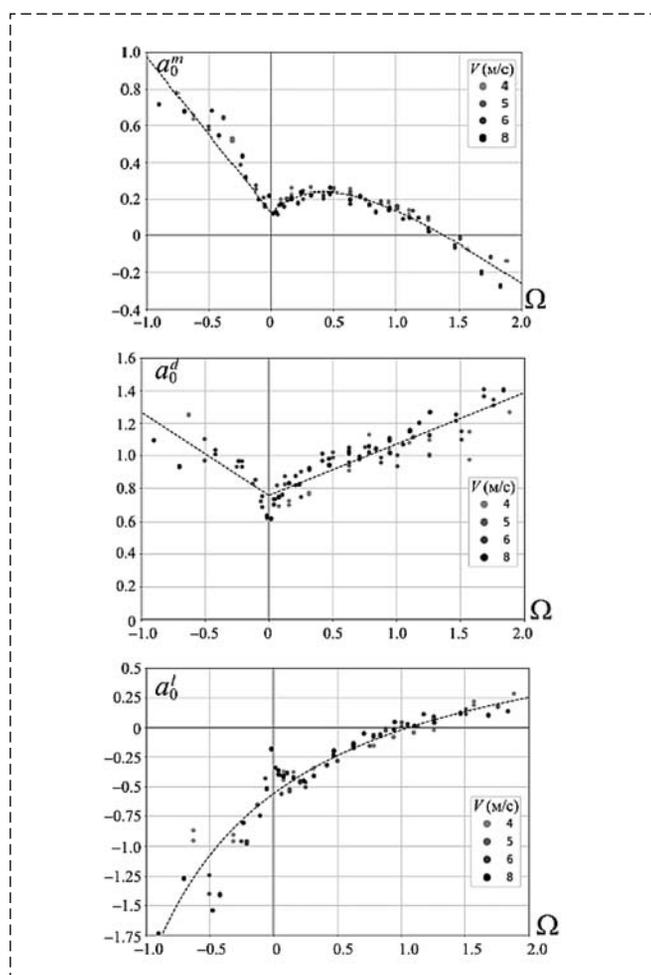


Рис. 3. Зависимости коэффициентов a_0^m , a_0^d , a_0^l от быстроходности: точки — экспериментальные значения при разных скоростях ветра; сплошные линии — аппроксимационные кривые (9)

Fig. 3. Dependences of coefficients a_0^m , a_0^d , a_0^l on the tip speed ratio: points — experimental values at different wind speeds; solid lines — approximation curves (9)

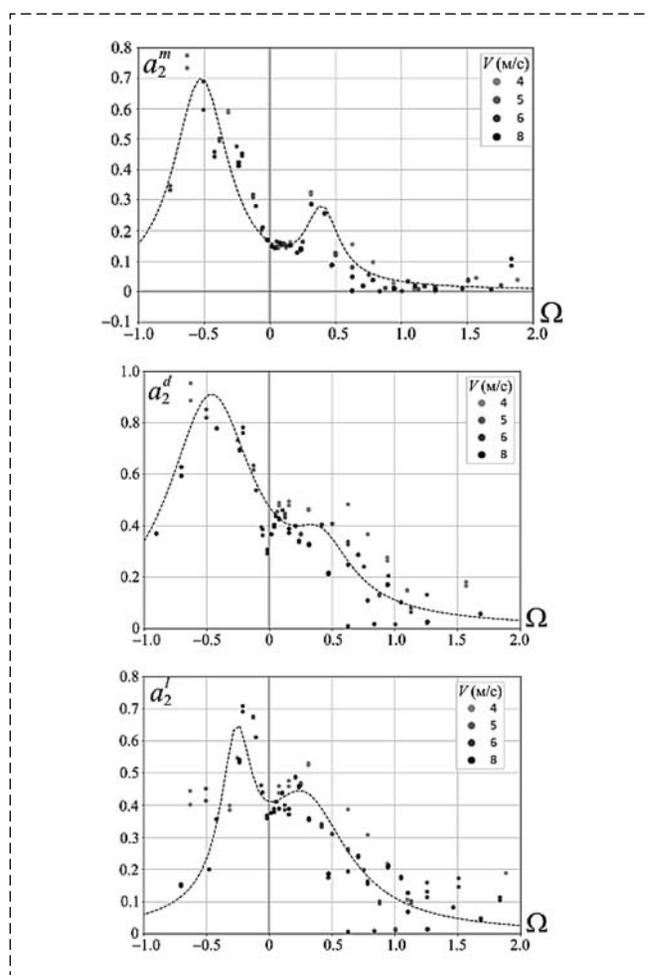


Рис. 4. Зависимости амплитуд вторых гармоник аэродинамических коэффициентов от быстроходности: точки — экспериментальные значения при разных скоростях ветра; сплошные линии — аппроксимационные кривые (9)

Fig. 4. Dependences of amplitudes of the second harmonics of aerodynamic coefficients on the tip speed ratio: points — experimental values at different wind speeds; solid lines — approximation curves (9)

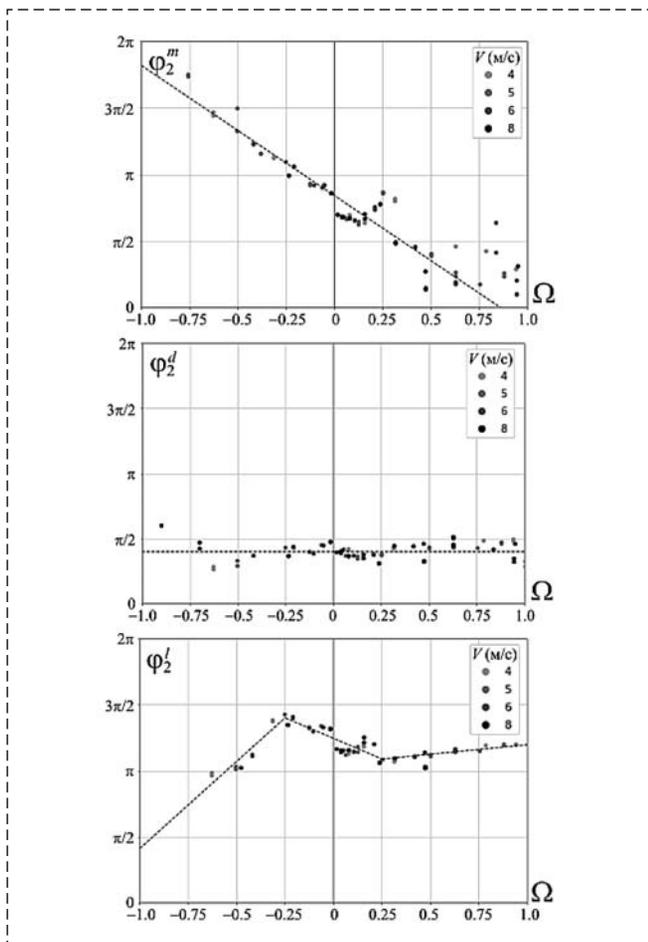


Рис. 5. Зависимости фаз вторых гармоник аэродинамических коэффициентов от быстроходности: точки — экспериментальные значения при разных скоростях ветра; сплошные линии — аппроксимационные кривые (9).

Fig. 5. Dependences of phases of the second harmonics of aerodynamic coefficients on the tip speed ratio: points — experimental values at different wind speeds; solid lines — approximation curves (9)

При относительно больших по абсолютной величине значениях быстроходности ($\Omega < -0,5$, $\Omega > 1$) определить фазы вторых гармоник с достаточной точностью не удалось из-за наличия помех. Однако при этих Ω амплитуды данных гармоник малы по сравнению со средним значением соответствующих коэффициентов, поэтому можно ожидать, что ошибка в фазе не окажет существенного влияния на результат моделирования.

На исследуемом диапазоне значений Ω можно предложить следующие аппроксимационные формулы для коэффициентов $a_0^{m,l,d}$, $a_2^{m,l,d}$ и $\varphi_2^{m,l,d}$:

$$a_0^m = \begin{cases} -0,85\Omega + 0,12, & \Omega < 0; \\ -0,02\Omega^2 - 0,57\Omega + 1,1 - 2,2(\Omega + 1,5)^{-2}, & \Omega \geq 0; \end{cases}$$

$$a_0^d = \begin{cases} 0,76 - 0,51\Omega, & \Omega < 0; \\ 0,76 + 0,32\Omega, & \Omega \geq 0; \end{cases}$$

$$a_0^l = 1,1 - 3,46(\Omega + 2,09)^{-1};$$

$$a_2^m = \frac{1}{185((\Omega - 0,4)^2 + 4,5)} + \frac{1}{22,5((\Omega + 0,5)^2 + 1,5)};$$

$$a_2^d = \frac{1}{50,6((\Omega - 0,4)^2 + 4,3)} + \frac{1}{6,6((\Omega + 0,46)^2 + 1,15)};$$

$$a_2^l = \frac{1}{13,4((\Omega - 0,27)^2 + 2,5)} + \frac{1}{93,7((\Omega + 0,26)^2 + 2,0)};$$

$$\varphi_2^m = -3,08\Omega + 2,65, \quad \varphi_2^d = 1,25;$$

$$\varphi_2^l = \begin{cases} -0,85 + 4,2\Omega, & \Omega < -0,25; \\ -2,4 - 2,0\Omega, & \Omega < 0,25; \\ -3 + 0,4\Omega, & \Omega \geq 0,25. \end{cases}$$

Аппроксимационные кривые (9) изображены на рис. 3–5 сплошными линиями. Видно, что они в целом неплохо согласуются с экспериментальными данными.

Отметим, что экстраполировать формулу для a_0^l на область достаточно больших по модулю отрицательных Ω нельзя, и для уточнения особенностей поведения этого коэффициента при таких быстроходностях необходимы дополнительные эксперименты.

Воспользуемся формулами (9) для моделирования динамики тележки.

3. Моделирование движения тележки

Вначале рассмотрим систему, полученную из уравнения (7) осреднением по углу поворота ротора:

$$I\omega' = U_a^2 \left[a_0^m(\Omega) - \chi a_0^d(\Omega) \frac{\cos\beta + \chi\omega}{U_a} + \chi a_0^l(\Omega) \frac{\sin\beta}{U_a} \right], \quad (10)$$

где $\omega = \varphi'$, $U_a = \sqrt{1 + \chi\omega \cos\beta + \chi^2\omega^2}$ и $\Omega = \omega/U_a$.

Решения этой системы будут тем ближе к решениям (7), чем больше средняя угловая скорость на обороте и чем больше эффективный момент инерции системы.

Уравнение (10), вообще говоря, может иметь стационарные решения, которые отвечают равномерному движению тележки и равномерному вращению ротора Савониуса. Устойчивость этих решений, очевидно, не зависит от I и определяется аэродинамическими характеристиками ротора и параметрами χ и β .

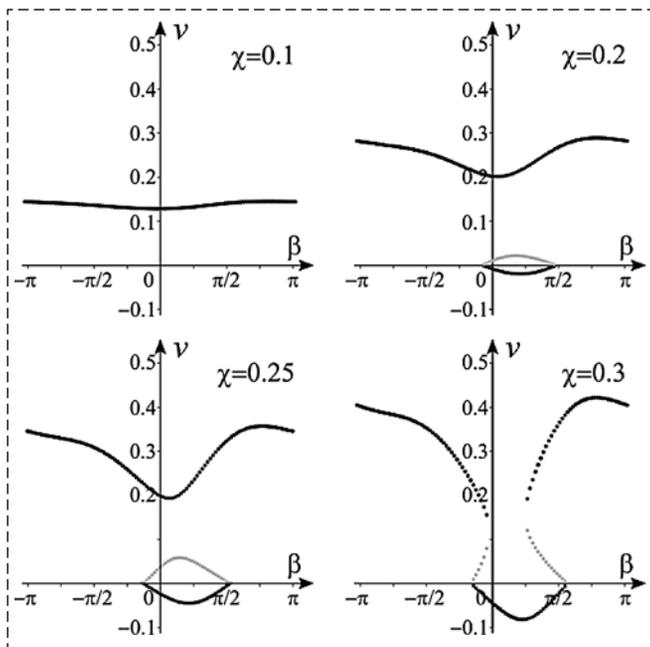


Рис. 6. Стационарные решения в зависимости от направления ветра при разных значениях χ (черные точки — устойчивые режимы, серые — неустойчивые)

Fig. 6. Steady solutions depending on the wind direction for different values of χ (black points: stable regimes, grey points: unstable ones)

На рис. 6 представлены значения безразмерной скорости тележки $v = \chi\varphi'$ на стационарных режимах в зависимости от угла ориентации ветра при разных значениях χ . Устойчивые ре-

жимы обозначены черными точками, неустойчивые — серыми.

Видно, что при небольших значениях χ при любом направлении ветра существует только один режим (устойчивый), на котором тележка движется вдоль оси абсцисс. С увеличением χ появляется диапазон углов β , в котором существуют три режима: два устойчивых (с положительной скоростью) и разделяющий их неустойчивый. Отметим, что в этом диапазоне при старте с места тележка начинает двигаться в "отрицательном" направлении (влево на рис. 1). Тем не менее, если придать ей некоторую начальную скорость, то она выйдет на режим движения с положительной скоростью.

При еще больших значениях коэффициента передачи появляется диапазон углов β , в котором существует только режим движения в отрицательном направлении (устойчивый).

Вообще говоря, траектории системы (10) могут существенно отличаться от траекторий исходной системы (7) в области небольших угловых скоростей, в частности, в процессе разгона тележки из состояния покоя. В этом случае может оказаться необходимо учитывать зависимость аэродинамических характеристик от угла поворота ротора. Это проиллюстрировано ниже.

Отметим, прежде всего, что в системе (7) режимы движения с постоянной скоростью, отлич-

ной от нуля, отсутствуют, а на установившихся движениях угловая скорость ротора (и, соответственно, скорость тележки) колеблется около некоторого среднего значения.

На рис. 7 представлены зависимости скорости тележки от времени в случае $\chi = 0,2$, $\beta = \pi/4$, полученные численным интегрированием систем (7) и (10) при разных начальных условиях. Безразмерный эффективный момент инерции I принят равным 10.

Штриховыми линиями показаны зависимости, полученные в результате интегрирования уравнения (10), т.е. без учета зависимости от угла φ . Сплошными черными линиями показаны зависимости, полученные при интегрировании уравне-

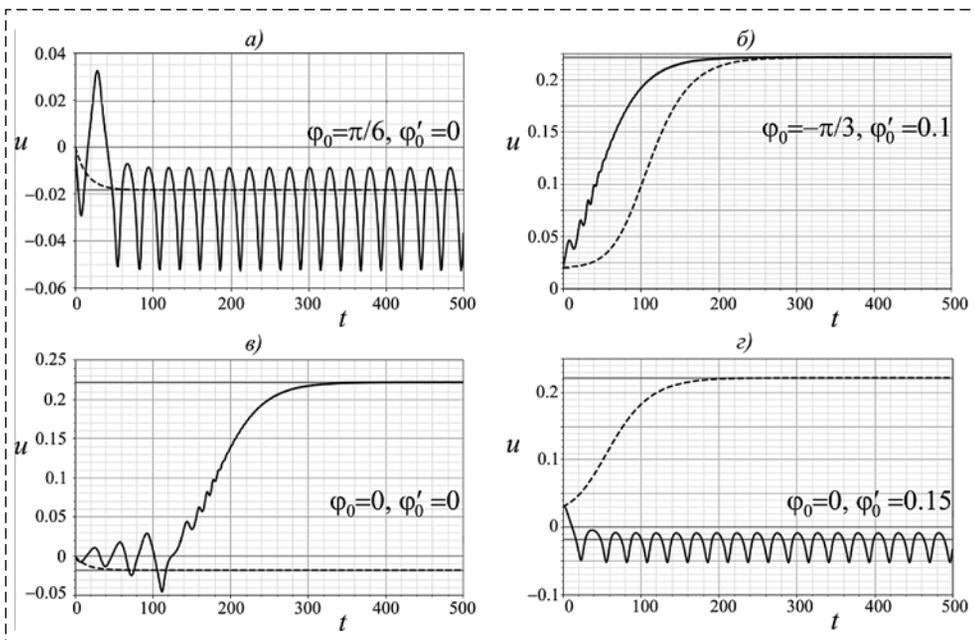


Рис. 7. Влияние зависимости аэродинамических коэффициентов от φ на скорость тележки; сплошные линии — расчет в соответствии с соотношением (7), штриховые линии — расчет в соответствии с соотношением (10), серые линии — стационарные значения скорости тележки, полученные из соотношения (10)

Fig. 7. Effect of dependence of the aerodynamic coefficients upon φ on the cart speed; solid lines: calculation according to (7), dotted lines: calculation according to (10), grey lines: steady cart speeds obtained from (10)

ния (7). Наконец, серые линии обозначают значения скорости на притягивающих стационарных режимах, полученные из уравнения (10).

Видно, что при некоторых начальных условиях (рис. 7, а, б) установившийся режим в полной системе близок к стационарному движению, полученному без учета этой зависимости. Тем не менее, процесс выхода на установившийся режим существенно отличается. Кроме того, в случае "медленного" движения (рис. 7, а) амплитуда колебаний скорости тележки достаточно велика по сравнению со средним значением скорости. При "быстром" движении, как и следовало ожидать, амплитуда колебаний скорости на установившемся движении в силу уравнения (7) мала, и эта средняя скорость практически совпадает с соответствующим стационарным значением, полученным из уравнения (7).

В то же время, существуют начальные условия, для которых установившийся режим в силу полных уравнений отличается от режима, получаемого при интегрировании усредненного уравнения (7) (рис. 7, в, г).

Вообще говоря, в уравнении (10) могут существовать и другие режимы, например, колебательные. Этот вопрос требует дополнительного изучения.

Таким образом, учет зависимости от угла поворота ротора необходим при описании переходных процессов в динамике тележки.

Заключение

Рассмотрена динамика колесной тележки, приводом в которой является ротор Савониуса, установленный на тележке и соединенный с ее колесами. Для моделирования аэродинамического воздействия на ротор использован эмпирический подход, в рамках которого коэффициенты аэродинамических сил и момента представляются в виде разложения в ряд Фурье по углу поворота ротора, причем коэффициенты этого ряда зависят от быстроходности ротора.

В дозвуковой трубе АБ НИИ механики МГУ проведены эксперименты с прототипом ротора Савониуса. На основе полученных данных определены зависимости указанных коэффициентов от быстроходности.

С использованием этих зависимостей исследовано поведение тележки в зависимости от направления ветра. Показано, что при определенных значениях параметров имеются два притягивающих установившихся режима, соответствующих движению тележки в противоположные стороны.

1. Roy S., Saha U. K. Review of experimental investigations into the design, performance and optimization of the Savonius rotor // Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: J. Power & Energy. 2013. Vol. 227(4). P. 528–542. doi: 10.1177/0957650913480992.
2. Tartuferi M., D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R. Enhancement of Savonius wind rotor aerodynamic performance: a computational study of new blade shapes and curtain systems // Energy. 2015. Vol. 79. P. 371–384.
3. Liu Chen L., Chen J., Zhang Z. Review of the Savonius rotor's blade profile and its performance // J. Renew. Sustain. Ener. 2018. Vol. 10. P. 013306. doi: 10.1063/1.5012024.
4. Bach G. Untersuchungen Über Savonius-Rotoren und Verwandte Strömungsmaschinen // Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. 1931. Vol. 2. P. 218–231.
5. Sheldahl R. E., Blackwell B. F., Feltz L. V. Wind tunnel performance data for two- and three-bucket Savonius rotors // J. Energy. 1978. Vol. 2 (3). P. 160–164.
6. Fujisawa N. On the torque mechanism of Savonius rotors // J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 1992. Vol. 40. P. 277–292.
7. Kamoji M. A., Kedare S. B., Prabhu S. V. Experimental investigations on single stage, two stage and three stage conventional Savonius rotor // Int. J. Energy Res. 2008. Vol. 32. P. 877–895. Doi:10.1002/er.1399.
8. Fernando M. S. U. K., Modi V. J. A numerical analysis of the unsteady flow past a Savonius wind turbine // J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 1989. Vol. 32. P. 303–327. doi:10.1016/j.renene.2012.12.045.
9. D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R., Secchiaroli A. Unsteady aerodynamics of a Savonius wind rotor: a new computational approach for the simulation of energy performance // Energy. 2010. Vol. 35. P. 3349–3363. doi:10.1016/j.energy.2010.04.021.
10. Jaohindy P., McTavish S., Garde F., Bastide A. An analysis of the transient forces acting on Savonius rotors with different aspect ratios // Renewable Energy. 2013. Vol. 55. P. 286–295. doi:10.1016/j.renene.2012.
11. Nasef M. H., El-Askary W. A., Abdel-Hamid A. A., Gad H. E. Evaluation of Savonius rotor performance: static and dynamic studies // J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 2013. Vol. 123. P. 1–11.
12. Akwa J. V., da Silva Jr. G. A., Petry A. P. Discussion on the verification of the overlap ratio influence on performance coefficients of a Savonius wind rotor using computational fluid dynamics // Renewable Energy. 2012. Vol. 38 (1). P. 141–149. doi: /10.1016/j.renene.2011.07.013.
13. Ferrari G., Federici D., Schito P., Inzoli F., Mereu R. CFD study of Savonius wind turbine: 3D model validation and parametric analysis // Renewable Energy. 2017. Vol. 105. P. 722–734. doi: 10.1016/j.renene.2016.12.077.
14. Roy S., Saha U. K. Wind tunnel experiments of a newly developed two-bladed Savonius-style wind turbine // Applied Energy. 2015. Vol. 137. P. 117–125. doi:10.1016/j.apenergy.2014.10.022.
15. Kothe L. B., Müller S. V., Petry A. P. Numerical and experimental study of a helical Savonius wind turbine and a comparison with a two-stage Savonius turbine // Renewable Energy. 2020. Vol. 148. P. 627–638. doi: 10.1016/j.renene.2019.10.151.
16. Dosaev M. Interaction between internal and external friction in rotation of vane with viscous filling // Appl. Math. Mod. 2019. Vol. 68. P. 21–28. doi: 10.1016/j.apm.2018.11.002.
17. Xu K., Ge Y., Zhang D. Wake oscillator model for assessment of vortex-induced vibration of flexible structures under wind action // J. Wind. Eng. Ind. Aerod. 2015. Vol. 136. P. 192–200. Doi: 10.1016/j.jweia.2014.11.002.
18. Selyutskiy Y. D., Klimina L. A., Masterova A. A., Hwang S. S., Lin C. H. Savonius rotor as a part of complex systems // J. Sound Vibr. 2019. Vol. 442. P. 1–10. doi: 10.1016/j.jsv.2018.10.020.

Dynamics of a Wheeled Cart Driven by a Savonius Rotor

A. P. Holub, holub-imech@gmail.com, A. F. Zubkov, 9392998@mail.ru,
A. A. Masterova, masterovaanya@yandex.ru, Y. D. Selyutskiy, seliutski@imec.msu.ru,
Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation

Corresponding author: **Holub A. P.**, Ph.D., Scientific Researcher, Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, 119192, Moscow, Russian Federation, e-mail: holub-imech@gmail.com

Accepted on January 19, 2021

Abstract

Savonius rotor is one of relatively wide-spread type of wind turbines. The rotation rate of this rotor is considerably lower than that of horizontal axis wind turbines and Darrieus wind turbines. However, it starts rotating at small wind speeds, doesn't require any additional devices to ensure its re-orientation in case of change of the wind direction, and generates a rather large torque. Therefore, it is suitable for use as a drive in different mechanical and electromechanical systems. In the present paper, dynamics of rectilinear motion of a wheeled cart is studied, which is driven by Savonius rotor installed on it. It is assumed that the wind makes a certain constant angle with the line, along which the cart moves. The aerodynamic load upon the rotor is described with an empirical model, in the context of which the aerodynamic characteristics (aerodynamic torque, drag and lateral force coefficients) are represented as Fourier series with respect to the rotor revolution angle, the coefficients of the series being functions of the rotor tip speed ratio (dimensionless angular speed). Experiments were performed in the subsonic wind tunnel of the Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University intended to measure aerodynamic characteristics of the rotor at different wind speeds and rotor angular speeds. Based on experimental data, functions were proposed that approximately describe the dependence of the above mentioned coefficients upon the tip speed ratio. The obtained dependences were used for analysis of dynamics of the cart driven by the Savonius rotor. The equations of motion are averaged with respect to the angle of revolution of rotor. Steady solutions of this averaged system are studied. It is shown that, for certain values of parameters, there exist two attracting steady motions corresponding to different directions of the cart velocity. Cart dynamics in the context of the full system of equations of motion is compared with its dynamics in the context of the averaged system.

Keywords: dynamics, Savonius rotor, wheeled vehicle, steady motions, mathematical model

Acknowledgements: This work was supported by Russian Foundation for Basic Research (project #19-31-90073).

For citation:

Holub A. P., Zubkov A. F., Masterova A. A., Selyutskiy Y. D. Dynamics of a Wheeled Cart Driven by a Savonius Rotor, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 5, pp. 254–261.

DOI: 10.17587/mau.22.254-261

References

1. Roy S., Saha U. K. Review of experimental investigations into the design, performance and optimization of the Savonius rotor, *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: J. Power & Energy*, 2013, vol. 227(4), pp. 528–542, doi: 10.1177/0957650913480992.
2. Tartuferi M., D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R. Enhancement of Savonius wind rotor aerodynamic performance: a computational study of new blade shapes and curtain systems, *Energy*, 2015, vol. 79, pp. 371–384.
3. Liu Chen L., Chen J., Zhang Z. Review of the Savonius rotor's blade profile and its performance, *J. Renew. Sustain. Ener.*, 2018, vol. 10, pp. 013306, doi: 10.1063/1.5012024.
4. Bach G. Untersuchungen Über Savonius-Rotoren und Verwandte Strömungsmaschinen, *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, 1931, vol. 2, pp. 218–231.
5. Sheldahl R. E., Blackwell B. F., Feltz L. V. Wind tunnel performance data for two- and three-bucket Savonius rotors, *J. Energy*, 1978, vol. 2 (3), pp. 160–164.
6. Fujisawa N. On the torque mechanism of Savonius rotors, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 1992, vol.40, pp. 277–292.
7. Kamoji M. A., Kedare S. B., Prabhu S. V. Experimental investigations on single stage, two stage and three stage conventional Savonius rotor, *Int. J. Energy Res.*, 2008, vol. 32, pp. 877–895, doi:10.1002/er.1399.
8. Fernando M. S. U. K., Modi V. J. A numerical analysis of the unsteady flow past a Savonius wind turbine, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 1989, vol. 32, pp. 303–327, doi:10.1016/j.renene.2012.12.045.
9. D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R., Secchiaroli A. Unsteady aerodynamics of a Savonius wind rotor: a new computational approach for the simulation of energy performance, *Energy*, 2010, vol. 35, pp. 3349–3363, doi:10.1016/j.energy.2010.04.021.
10. Jaohindy P., McTavish S., Garde F., Bastide A. An analysis of the transient forces acting on Savonius rotors with different aspect ratios, *Renewable Energy*, 2013, vol. 55, pp. 286–295, doi:10.1016/j.renene.2012.
11. Nasef M. H., El-Askary W. A., Abdel-Hamid A. A., Gad H. E. Evaluation of Savonius rotor performance: static and dynamic studies, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 2013, vol. 123, pp. 1–11.
12. Akwa J. V., da Silva Jr. G. A., Petry A. P. Discussion on the verification of the overlap ratio influence on performance coefficients of a Savonius wind rotor using computational fluid dynamics, *Renewable Energy*, 2012, vol. 38 (1), pp. 141–149, doi: /10.1016/j.renene.2011.07.013.
13. Ferrari G., Federici D., Schito P., Inzoli F., Mereu R. CFD study of Savonius wind turbine: 3D model validation and parametric analysis, *Renewable Energy*, 2017, vol. 105, pp. 722–734, doi: 10.1016/j.renene.2016.12.077.
14. Roy S., Saha U. K. Wind tunnel experiments of a newly developed two-bladed Savonius-style wind turbine, *Applied Energy*, 2015, vol. 137, pp. 117–125, doi:10.1016/j.apenergy.2014.10.022.
15. Kothe L. B., Müller S. V., Petry A. P. Numerical and experimental study of a helical Savonius wind turbine and a comparison with a two-stage Savonius turbine, *Renewable Energy*, 2020, vol. 148, pp. 627–638, doi: 10.1016/j.renene.2019.10.151.
16. Dosaev M. Interaction between internal and external friction in rotation of vane with viscous filling, *Appl. Math. Mod.*, 2019, vol. 68, pp. 21–28, doi: 10.1016/j.apm.2018.11.002.
17. Xu K., Ge Y., Zhang D. Wake oscillator model for assessment of vortex-induced vibration of flexible structures under wind action, *J. Wind. Eng. Ind. Aerod.*, 2015, vol. 136, pp. 192–200, doi: 10.1016/j.jweia.2014.11.002.
18. Selyutskiy Y. D., Klimina L. A., Masterova A. A., Hwang S. S., Lin C. H. Savonius rotor as a part of complex systems, *J. Sound Vibr.*, 2019, vol. 442 pp. 1–10 doi: 10.1016/j.jsv.2018.10.020.