

В. Ф. Филаретов, д-р техн. наук, проф., зав. лаб., filaretov@inbox.ru,

А. С. Губанков, канд. техн. наук, доц., gubankov@iacp.dvo.ru,

И. В. Горностаев, аспирант, gornostaev_iv@mail.ru,

Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток

Метод формирования программной скорости движения рабочего инструмента многостепенного манипулятора¹

Рассмотрено решение задачи повышения производительности робототехнических систем, в состав которых входят многостепенные манипуляторы, а их исполнительные элементы имеют ограничения по мощности. Для решения этой задачи разработан метод автоматического формирования предельно высоких программных скоростей движения рабочих инструментов указанных манипуляторов, позволяющий сохранить заданную динамическую точность управления с учетом взаимовлияний между всеми их степенями подвижности и заданных ограничений на входные сигналы электроприводов.

Созданный метод заключается в вычислении максимально допустимой скорости движения рабочего инструмента манипулятора. Основной особенностью метода являются условия выбора требуемых данных для быстрого расчета всех необходимых параметров управления.

На основе предложенного метода синтезирована система формирования скорости движения рабочего инструмента трехзвенного манипулятора с поворотными степенями подвижности, приводимыми в движение двигателями постоянного тока. Этот манипулятор может перемещать рабочие инструменты по произвольным гладким пространственным траекториям, построенным с помощью параметрических сплайнов третьего порядка. Выполненное моделирование подтвердило высокую эффективность предложенного метода в сравнении с другими известными методами задания программной скорости и позволило существенно повысить программную скорость движения рабочих инструментов за счет непрерывной работы хотя бы одного из электроприводов манипулятора вблизи зоны насыщения его усилителя мощности без входа в нее. При этом повышение быстродействия системы происходило без уменьшения динамической точности.

Разработанный метод может быть применен для формирования предельно высокой программной скорости движения рабочих инструментов манипуляторов с любыми кинематическими схемами и различным числом степеней подвижности.

Ключевые слова: многостепенный манипулятор, ограничения, формирование скорости, высокая точность, программные сигналы

Введение

Повышение скорости выполнения технологических операций (ТО) многостепенными манипуляторами (ММ) сопряжено с увеличением силомоментных взаимодействий между их степенями подвижности, что, как показано в работе [1], приводит к значительному увеличению сигналов управления самонастраивающимися корректирующими устройствами, компенсирующими возникшие взаимовлияния. Это может привести к тому, что один или сразу несколько электроприводов ММ войдут в режим насыщения, при котором их рабочие инструменты (РИ) могут сойти с предписанных траекторий движения, вызывая появление аварийных ситуаций.

Традиционным и наиболее распространенным подходом к решению задачи формирования программной скорости движения РИ ММ является применение профилей скорости [2], определяющих зависимость этой скорости от времени. Несмотря на простоту реализации этот подход предполагает настройку скорости исходя из наи-

более нагруженных режимов работы ММ, что приводит к значительному занижению скорости даже в благоприятных условиях работы.

В работах [3–9] описаны подходы к заданию оптимальной скорости движения РИ ММ. Эти подходы позволяют учитывать ограничения на скорость движения каждой степени подвижности ММ [3–7], ускорения [3–8] и даже на производные этих ускорений [3–5, 9]. В работе [10] рассмотрен подход к решению задачи оптимального по быстродействию управления движением РИ ММ с учетом ограничений на управляющие моменты в электроприводах. Общим недостатком перечисленных подходов является необходимость задания ограничений на указанные скорости и ускорения, которые с учетом силомоментных взаимовлияний между всеми степенями подвижности ММ на различных участках траекторий их движения могут существенно изменяться. Однако задачи определения переменных значений этих ограничений в указанных работах не решаются, что снижает возможность применения описанных методов.

В работе [11] предложены алгоритмы оптимального и квазиоптимального по быстродей-

¹Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках грантов № 20-38-70161, 20-08-00701, 19-08-00347.

ствию контурного управления ММ с учетом ограничений на управляющие моменты в электроприводах. Однако их применение на практике заставляет системы управления (СУ) работать в режиме высокочастотных переключений со всеми присущими этому режиму недостатками.

В работе [12] представлен метод автоматического формирования программных скоростей движения РИ ММ с учетом динамических ошибок их пространственных перемещений, а в работе [13] — метод, обеспечивающий автоматическое формирование программной скорости по значениям входных напряжений и якорных токов всех электроприводов ММ. Общим недостатком этих методов является то, что они только косвенно позволяют учесть вход в насыщение усилителей мощности и электроприводов ММ. В результате для их использования необходимо заранее проводить многократное моделирование движения РИ ММ для каждой конкретной траектории, настраивая параметры синтезируемых СУ.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что решение задачи высокоскоростного управления движением РИ ММ с учетом ограничений по управляющим сигналам все еще далеко от своего эффективного решения.

1. Постановка задачи

Целью работы является создание метода автоматического формирования предельно высокой скорости движения РИ ММ по заранее задаваемым параметрическими сплайнами траекториям, при которой сохраняется требуемая динамическая точность управления, а усилители мощности и электроприводы ММ неизменно работают в линейной зоне без входа в режим насыщения.

2. Особенности объекта управления

Рассматривается ММ с кинематической схемой типа PUMA, но общность решаемой задачи сохраняется и для манипуляторов с иными кинематическими схемами. Влиянием ориентирующих степеней подвижности, расположенных вблизи РИ, будем пренебрегать, так как их силовое и моментное воздействие на переносные степени пренебрежимо мало. Кроме того, полагаем, что все электроприводы ММ работают в линейной зоне усиления усилителей мощности, где их СУ обеспечивают требуемую динамическую точность работы, при которой обобщенные ко-

ординаты q_i ММ мало отличаются от их программных значений q_i^* . Это позволяет пренебречь детальным описанием регуляторов, не нарушая работоспособности предлагаемого метода.

Исполнительными элементами ММ являются электродвигатели постоянного тока с постоянными магнитами. Уравнения электрической и механической цепей i -го электропривода при малых значениях индуктивности якорной цепи, а также вязкого и сухого трения имеют вид [1]

$$\begin{aligned} R_i I_i + K_{\omega i} \dot{q}_i &= K_{y i} U_i; \\ M_{\text{дв}i} &= K_{M i} I_i = J_{E i} \ddot{q}_i + P_i / i_{p i}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $i = \overline{1,3}$ — номер i -й переносной степени подвижности ММ; $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$ — соответственно значения обобщенных координат ММ, а также их скоростей и ускорений; R_i — активные сопротивления якорных цепей электродвигателей; $J_{E i}$ — суммарные моменты инерции их роторов и приведенных к ним моментов инерции вращающихся частей редукторов; $i_{p i}$ — передаточные числа редукторов; $K_{M i}$ и $K_{\omega i}$ — соответственно коэффициенты крутящих моментов и противоЭДС; $K_{y i}, U_i$ — соответственно коэффициенты усиления усилителей мощности электродвигателей и напряжения на их входах; I_i — якорный ток электродвигателя; $M_{\text{дв}i}$ — общий момент, развиваемый i -м электродвигателем; P_i — моменты, возникающие на выходном валу редуктора i -го сочленения при произвольном движении манипулятора.

Обобщенное моментное воздействие P_i имеет вид [1]

$$P_i = H_i \ddot{q}_i + h_i \dot{q}_i + M_{\text{вн}i}, \quad (2)$$

где H_i — компонента, характеризующая инерционные свойства соответствующей части манипулятора; h_i — составляющая момента, пропорциональная $\dot{q}_i$; $M_{\text{вн}i}$ — моментное воздействие на i -е сочленение манипулятора, учитывающее гравитационные силы и взаимовлияния его степеней подвижности в процессе движения.

С учетом выражений (1) и (2) уравнение нагруженного электропривода в i -й степени подвижности манипулятора может быть представлено в виде [1]

$$\begin{aligned} R_i (H_i + J_{E i} i_{p i}^2) \ddot{q}_i + (R_i h_i + K_{M i} K_{\omega i} i_{p i}^2) \dot{q}_i + \\ + R_i M_{\text{вн}i} = K_{M i} K_{y i} i_{p i} U_i. \end{aligned} \quad (3)$$

Выражение (3) будет использовано при создании метода автоматического формирования предельно высокой скорости движения РИ ММ.

3. Уравнение движения РИ ММ

Движение РИ ММ на предельно высокой скорости будет обеспечиваться при условии, что хотя бы один из его электроприводов с учетом текущей нагрузки будет работать на пределе своей мощности, вращаясь с предельно высокой скоростью и ускорением вблизи зоны нелинейных искажений усилителя мощности, но не будет входить в нее. В результате при согласованном управлении всеми остальными электроприводами ММ удастся обеспечить предельно высокую переменную скорость v движения РИ по любым гладким пространственным траекториям в декартовой системе координат (СК) $Oxyz$, связанной с основанием ММ.

Уравнение (3) описывает зависимость обобщенной скорости $\dot{q}_i$ и ускорения $\ddot{q}_i$ электропривода от его входного напряжения U_i при текущих значениях H_i , h_i , $M_{\text{вн}i}$. Но с учетом кинематики ММ и текущего положения РИ на траектории уравнение (3) желательно было бы переписать так, чтобы оно описывало зависимость скорости v и ускорения $\dot{v}$ движения РИ от U_i . Тогда, задавая значение U_i для одного из электроприводов ММ предельно допустимым, с помощью нового уравнения можно было бы получить закон изменения предельных значений v и $\dot{v}$. Однако формировать зависимости v и $\dot{v}$ от всех текущих значений U_i при произвольном пространственном движении РИ ММ сложно, так как потребуются в реальном масштабе времени определять все необходимые переменные параметры нового уравнения, используя сигналы q_i , $\dot{q}_i$ и $\ddot{q}_i$ всех электроприводов ММ, поступающих с датчиков всех его степеней подвижности. Поэтому в работе предлагается применять приближенный метод расчета программных значений v^* и $\dot{v}^*$ при движении РИ вдоль траекторий, используя в уравнении (3) вместо сигналов q_i , $\dot{q}_i$ и $\ddot{q}_i$ близкие к ним их программные значения q_i^* , $\dot{q}_i^*$ и $\ddot{q}_i^*$, если все электроприводы ММ работают в линейной зоне их усилителей мощности, их следящие системы обеспечивают им высокую динамическую точность управления, а программные траектории движения РИ ММ задаются гладкими параметрическими сплайнами Безье третьего порядка.

В результате для установления зависимости закона изменения v^* и $\dot{v}^*$ от соответствующих предельных значений U_i с учетом текущей кинематики и динамики конкретного ММ, а также заранее заданной траектории движения его РИ программные значения обобщенных скоростей $\dot{q}_i^*$ и ускорений $\ddot{q}_i^*$, как будет показано ниже, должны быть выражены, соответственно, через программные значения v^* и $\dot{v}^*$ движения РИ.

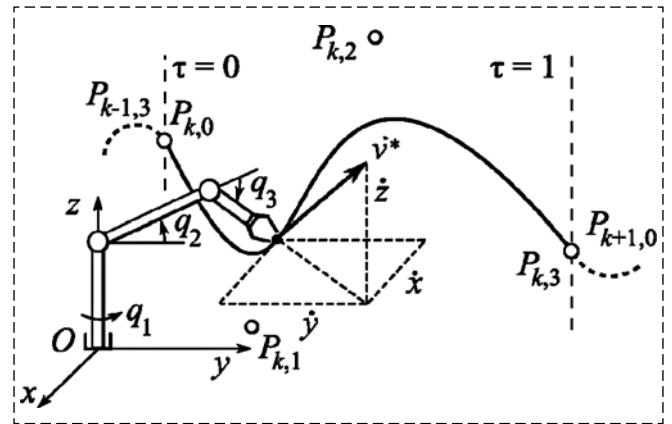


Рис. 1. Программная траектория движения РИ ММ

Fig. 1. Reference trajectory of movement of the multilink manipulator working tool

Для указанного преобразования уравнения (3) вначале необходимо получить аналитические зависимости $\dot{q}_i^*$ и $\ddot{q}_i^*$ от v^* и $\dot{v}^*$. Для этого требуется установить закон изменения обобщенных координат q_i^* при перемещении программной точки по траекториям, задаваемым указанными сплайнами [14], проходящими через набор заданных точек, и дважды его продифференцировать по времени. Коэффициенты этих сплайнов, описываемых полиномами третьей степени, формируются так, чтобы обеспечить непрерывность первых и вторых производных координат x , y и z по их параметру τ на концах каждого сплайна, т. е. гарантировать совпадение касательных в точках сопряжения всех сплайнов и равенство радиусов их кривизны в этих точках.

На рис. 1 показана траектория движения РИ ММ, состоящая из множества параметрических сплайнов Безье третьего порядка [14]. Движение по k -му сплайну начинается в точке $P_{k,0}$ при значении параметра $\tau = 0$ и заканчивается в точке $P_{k,3}$, когда $\tau = 1$, а точки $P_{k,1}$ и $P_{k,2}$ определяют вид кривой сплайна. Когда РИ переходит на $(k + 1)$ -й сплайн, параметр τ обнуляется, но векторы v^* в конце k -го сплайна, где $\tau = 1$, и в начале следующего $(k + 1)$ -го сплайна, где $\tau = 0$, остаются равными, хотя при переходе от k -го к $(k + 1)$ -му сплайну происходит скачкообразное изменение параметра τ с 1 на 0. Это обеспечивается за счет отдельного расчета v^* на конце k -го и в начале $k + 1$ -го сплайнов по представленным ниже аналитическим выражениям, в которых точка сопряжения не является точкой разрыва.

Каждый k -й сплайн, являясь частью программной траектории движения РИ, задается параметрическими полиномами третьей степени [15]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{x,k} & B_{x,k} & C_{x,k} & D_{x,k} \\ A_{y,k} & B_{y,k} & C_{y,k} & D_{y,k} \\ A_{z,k} & B_{z,k} & C_{z,k} & D_{z,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau^3 \\ \tau^2 \\ \tau \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $A_{x,k}, A_{y,k}, A_{z,k}, B_{x,k}, B_{y,k}, B_{z,k}, C_{x,k}, C_{y,k}, C_{z,k}, D_{x,k}, D_{y,k}, D_{z,k}$ — коэффициенты k -го сплайна при соответствующий степенях параметра $\tau \in [0, 1]$, определяемые координатами точек $P_{k,0}, P_{k,1}, P_{k,2}, P_{k,3}$.

В этом случае закон изменения значений обобщенных координат q_i^* при движении программной точки по k -му сплайну (4) можно описать системой, состоящей из трех нелинейных уравнений [2] и формируемой на основе аналитического решения обратной задачи кинематики (ОЗК):

$$q_i^*(t) = f_i(x(\tau(t)), y(\tau(t)), z(\tau(t))), \quad (5)$$

где $x(\tau(t)), y(\tau(t))$ и $z(\tau(t))$ — изменяющиеся во времени координаты программной точки, задаваемые параметрическими сплайнами Безье третьего порядка в СК $Oxyz$; t — время (для удобства записи далее опускается).

В целях получения соотношений для $\dot{q}_i^*$ и $\ddot{q}_i^*$ в функции v^* и $\dot{v}^*$ вначале продифференцируем выражение (5) по времени. В результате будем иметь

$$\dot{q}_i^* = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial f_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} \right) \frac{d\tau}{dt}. \quad (6)$$

Для получения производных $\partial x/\partial \tau, \partial y/\partial \tau, \partial z/\partial \tau$ продифференцируем выражение (4) по t . В результате получим

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3A_{x,k} & 2B_{x,k} & C_{x,k} \\ 3A_{y,k} & 2B_{y,k} & C_{y,k} \\ 3A_{z,k} & 2B_{z,k} & C_{z,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau^2 \\ \tau \\ 1 \end{bmatrix} \frac{d\tau}{dt} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \frac{d\tau}{dt}, \quad (7)$$

где $3A_{x,k}\tau^2 + 2B_{x,k}\tau + C_{x,k} = \partial x/\partial \tau = F_x$,
 $3A_{y,k}\tau^2 + 2B_{y,k}\tau + C_{y,k} = \partial y/\partial \tau = F_y$,
 $3A_{z,k}\tau^2 + 2B_{z,k}\tau + C_{z,k} = \partial z/\partial \tau = F_z$.

Поскольку $v^* = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$, то с учетом выражения (7) можно записать $v^* = d\tau/dt \times \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$ и, соответственно, [15]

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{v^*}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}}. \quad (8)$$

Знак v^* определяет направление перемещения РИ по траектории. Если $v^* > 0$, то программная точка движется от начала сплайна $P_{k,0}$ к его концу $P_{k,3}$, а если $v^* < 0$, то движение происходит в обратную сторону. При достиже-

нии программной точкой конца k -го сплайна, где $\tau = 1$ для $v^* > 0$, происходит обнуление параметра τ , и номер сплайна меняется на $k + 1$. Если же программная точка находится в начале k -го сплайна, где $\tau = 0$ и $v^* < 0$, то τ становится равным 1, и номер сплайна меняется на $k - 1$.

С учетом соотношений (7) и (8) выражение (6) может переписать в виде

$$\dot{q}_i^* = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x} \quad \frac{\partial f_i}{\partial y} \quad \frac{\partial f_i}{\partial z} \right] \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \frac{v^*}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} = \mathbf{g}_i \mathbf{a} v^*, \quad (9)$$

где $\mathbf{g}_i = [\partial f_i/\partial x \quad \partial f_i/\partial y \quad \partial f_i/\partial z]$ — вектор-строка первых производных; $\mathbf{a} = \frac{[F_x \ F_y \ F_z]^T}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}}$ — единичный вектор, совпадающий с направлением вектора скорости $\mathbf{v}^* = \mathbf{a} v^* = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ в СК $Oxyz$.

С учетом соотношения (9) можно записать

$$\ddot{q}_i^* = \dot{\mathbf{g}}_i \mathbf{a} v^* + \mathbf{g}_i \dot{\mathbf{a}} v^* + \mathbf{g}_i \mathbf{a} \dot{v}^* = \mathbf{g}_i \mathbf{a} \dot{v}^* + (\mathbf{a}^T \mathbf{G}_i \mathbf{a} v^* + \mathbf{g}_i \dot{\mathbf{a}}) v^*, \quad (10)$$

$$\text{где } \dot{\mathbf{g}}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} \dot{x} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} \dot{y} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial z} \dot{z} \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} \dot{x} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} \dot{y} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial y \partial z} \dot{z} \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial z} \dot{x} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial y \partial z} \dot{y} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial z^2} \dot{z} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial z^2} \end{bmatrix}^T \mathbf{a} v^* = \mathbf{a}^T \mathbf{G}_i \mathbf{a} v^*;$$

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} \begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial \tau} \\ \frac{\partial F_y}{\partial \tau} \\ \frac{\partial F_z}{\partial \tau} \end{bmatrix} \frac{d\tau}{dt} + \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} \right); \quad (11)$$

$\mathbf{G}_i$ — симметричная матрица вторых производных.

С учетом того, что

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} \right) = - \frac{F_x W_x + F_y W_y + F_z W_z}{(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{3/2}} \frac{d\tau}{dt},$$

где $W_x = \partial^2 x / \partial \tau^2 = 2(3A_{x,k}\tau + B_{x,k})$, $W_y = \partial^2 y / \partial \tau^2 = 2(3A_{y,k}\tau + B_{y,k})$, $W_z = \partial^2 z / \partial \tau^2 = 2(3A_{z,k}\tau + B_{z,k})$, выражение (11) можно переписать сначала в виде

$$\dot{\mathbf{a}} = \frac{1}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} \frac{d\tau}{dt} - \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \frac{F_x W_x + F_y W_y + F_z W_z}{(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{3/2}} \frac{d\tau}{dt},$$

а после подстановки в него $d\tau/dt$ (8) — в виде

$$\dot{\mathbf{a}} = \left(\begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \frac{F_x W_x + F_y W_y + F_z W_z}{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \right) \times \frac{v^*}{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \tilde{\mathbf{a}} v^*. \quad (12)$$

С учетом (12) выражение (10) можно переписать в виде

$$\ddot{q}_i^* = \mathbf{g}_i \mathbf{a} \dot{v}^* + (\mathbf{a}^T \mathbf{G}_i \mathbf{a} + \mathbf{g}_i \tilde{\mathbf{a}}) v^{*2}, \quad (13)$$

где слагаемые $\mathbf{a}^T \mathbf{G}_i \mathbf{a}$, $\mathbf{g}_i \tilde{\mathbf{a}}$ и $\mathbf{g}_i \mathbf{a}$ после выполнения соответствующих матричных операций становятся скалярами.

Полученные соотношения (9) и (13), описывающие связь программных значений $\dot{q}_i^*$, $\ddot{q}_i^*$ и v^* , с учетом подхода, предложенного выше, можно подставить вместо $\dot{q}_i$ и $\ddot{q}_i$ в уравнение (3) для установления искомой зависимости законов изменения $\dot{v}^*$ и v^* от соответствующих предельных значений U_i . Однако, как показано в работе [1], величины q_i , $\dot{q}_i$ и $\ddot{q}_i$ входят и в величины H_i , h_i и $M_{\text{вн}i}$ в выражении (2). Поэтому их следует также заменить в H_i , h_i и $M_{\text{вн}i}$ выражения (2) на соответствующие программные значения q_i^* , $\dot{q}_i^*$, $\ddot{q}_i^*$. В итоге получим программные компоненты

$$H_i^*(q_j^*), i < j, \quad (14)$$

$$h_i^*(q_j^*, \dot{q}_j^*) = \sum_{j=1}^3 (s_{j,i}(q_j^*) \dot{q}_j^*), i < j,$$

$$M_{\text{вн}i}^*(\mathbf{q}^*, \dot{q}_j^*, \ddot{q}_j^*) = s_{4,i}(q^*) + \sum_{j=1}^3 (s_{j+4,i}(q^*) \dot{q}_j^* + s_{j+7,i}(q^*) \ddot{q}_j^{*2}), \quad (15)$$

где $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,3}$, $i \neq j$; $\mathbf{q}^* = [q_1^* \ q_2^* \ q_3^*]^T$ — вектор обобщенных координат; $s_{j,i}$ — функции программных координат, некоторые из которых обнуляются. Индексы всех $s_{j,i}$ в соотношениях (14) и (15) выбраны так, чтобы для каждой i -й степени подвижности при $j = \overline{1,3}$ были обозначены все возможные функции $s_{j,i}$ — первые три при различных обобщенных скоростях $\dot{q}_j^*$ в (14), четвертая $s_{4,i}$ (составляющая гравитационных сил) в выражении (15) и остальные шесть при различных $\ddot{q}_j^*$ и $\dot{q}_j^{*2}$ в (15).

После подстановки компонент H_i^* , h_i^* (14) и $M_{\text{вн}i}^*$ (15) в выражение (3) получим

$$R_i(H_i^* + J_{Ei} i_{pi}^2) \ddot{q}_i^* + \left(R_i \sum_{j=1}^3 (s_{j,i} \dot{q}_j^*) + K_{Mi} K_{\omega i} i_{pi}^2 \right) \dot{q}_i^* + R_i \left(s_{4,i} + \sum_{j=1}^3 (s_{j+4,i} \ddot{q}_j^* + s_{j+7,i} \dot{q}_j^{*2}) \right) = K_{Mi} K_{yi} i_{pi} U_i, \quad i \neq j. \quad (16)$$

Заменяя $\dot{q}_i^*$ и $\ddot{q}_i^*$ в уравнении (16), используя (9) и (13), получим

$$R_i(H_i^* + J_{Ei} i_{pi}^2) (\mathbf{g}_i \mathbf{a} \dot{v}^* + (\mathbf{a}^T \mathbf{G}_i \mathbf{a} + \mathbf{g}_i \tilde{\mathbf{a}}) v^{*2}) + \left(R_i \sum_{j=1}^3 (s_{j,i} \mathbf{g}_j) \mathbf{a} v^* + K_{Mi} K_{\omega i} i_{pi}^2 \right) \mathbf{g}_i \mathbf{a} v^* + R_i \left(s_{4,i} + \sum_{j=1}^3 (s_{j+4,i} (\mathbf{g}_j \mathbf{a} \dot{v}^* + (\mathbf{a}^T \mathbf{G}_j \mathbf{a} + \mathbf{g}_j \tilde{\mathbf{a}}) v^{*2}) + s_{j+7,i} (\mathbf{g}_j \mathbf{a})^2 v^{*2}) \right) - K_{Mi} K_{yi} i_{pi} U_i = \dot{v}^* \left[R_i ((H_i^* + J_{Ei} i_{pi}^2) \mathbf{g}_i \mathbf{a} + \sum_{j=1}^3 (s_{j+4,i} \mathbf{g}_j) \mathbf{a}) \right] + v^{*2} \left[R_i ((H_i^* + J_{Ei} i_{pi}^2) (\mathbf{a}^T \mathbf{G}_i \mathbf{a} + \mathbf{g}_i \tilde{\mathbf{a}}) + \sum_{j=1}^3 ((s_{j,i} \mathbf{g}_j) \mathbf{a} \mathbf{g}_i \mathbf{a} + s_{j+4,i} (\mathbf{a}^T \mathbf{G}_j \mathbf{a} + \mathbf{g}_j \tilde{\mathbf{a}}) + s_{j+7,i} (\mathbf{g}_j \mathbf{a})^2)) \right] + v^* (K_{Mi} K_{\omega i} i_{pi}^2 \mathbf{g}_i \mathbf{a} + (R_i s_{4,i} - K_{Mi} K_{yi} i_{pi} U_i) = \dot{v}^* a_i + v^{*2} b_i + v^* c_i + d_i = 0, \quad i \neq j. \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned}
a_i &= [R_i((H_i^* + J_{Ei}i_{pi}^2)\mathbf{g}_i\mathbf{a} + \sum_{j=1}^3 (s_{j+4,i}\mathbf{g}_j)\mathbf{a})], \\
b_i &= [R_i((H_i^* + J_{Ei}i_{pi}^2)(\mathbf{a}^T\mathbf{G}_i\mathbf{a} + \mathbf{g}_i\tilde{\mathbf{a}}) + \\
&+ \sum_{j=1}^3 ((s_{j,i}\mathbf{g}_j)\mathbf{a}\mathbf{g}_i\mathbf{a} + s_{j+4,i}(\mathbf{a}^T\mathbf{G}_j\mathbf{a} + \mathbf{g}_j\tilde{\mathbf{a}}) + s_{j+7,i}(\mathbf{g}_j\mathbf{a})^2))], \\
c_i &= K_{Mi}K_{\omega i}i_{pi}^2\mathbf{g}_i\mathbf{a}, \\
d_i &= R_i s_{4,i} - K_{Mi}K_{yi}i_{pi}U_i, \quad i \neq j.
\end{aligned}$$

Решая нелинейные дифференциальные уравнения первого порядка (17), в которых вместо U_i ($i = \overline{1,3}$) подставляются их предельно допустимые значения, при которых любой из электроприводов ММ будет находиться в преднасыщенном состоянии, можно определить предельно допустимое значение v^* . При перемещении РИ по траектории с этой скоростью согласно (4), (5) и (8) будут автоматически формироваться программные сигналы q_i^* для следящих электроприводов всех степеней подвижности ММ.

4. Описание работы системы формирования программной скорости движения РИ ММ

Ниже рассмотрен алгоритм формирования предельно скоростного движения РИ по траектории, заранее задаваемой параметрическими сплайнами (4), и описана работа системы, реализующей этот алгоритм.

Выполнение алгоритма начинается с построения в рабочей области ММ с помощью выражения (4) программной траектории движения РИ в СК, связанной с его основанием, и расчета программных сигналов q_i^* (5), соответствующих исходному положению программной точки ($k = 0$ и $\tau = 0$).

Перемещение этой точки по построенной программной траектории начинается после расчета значения начальной скорости $v^*(\Delta t)$, где $\Delta t > 0$ — шаг дискретизации системы. Для расчета $v^*(\Delta t)$ с начальным условием $v^*(0) = 0$ для всех трех степеней подвижности ММ формируются три пары уравнений (17), и в них в слагаемые d_i вместо значений U_i ($i = \overline{1,3}$) подставляются их предельно допустимые значения с противоположными знаками. Все эти уравнения решаются на шаг Δt и определяются соответствующие им шесть значений скорости $v^*(\Delta t)$. Из них выбирается то, которое

в своей паре (для i -го электропривода) является максимальным, но не превышающим наибольшего значения в других парах, при котором хотя бы один электропривод находится в преднасыщенном состоянии, а остальные — в отдалении от насыщения. Именно выбранное значение $v^*(\Delta t)$ используется для последующего расчета $d\tau/dt$ (8) при определении нового значения τ и соответствующего ему положения программной точки (4) и координат $q_i^*(\Delta t)$ (5). При этом величина v^* не должна превышать и предельно допустимого значения для конкретного вида работы.

В последующем во время движения ММ только на входе выбранного электропривода будет формироваться предельное значение U_i , а входные напряжения других электроприводов будут определяться их регуляторами, обеспечивая согласованное движение всех степеней подвижности ММ и точное перемещение РИ по заданной траектории.

Расчет значений $v^*(N\Delta t)$ ($N = 2, 3, \dots, K$, где K определяет последнее положение программной точки) для следующего и последующих дискретных моментов времени осуществляется аналогично. Но шесть уравнений (17) будут формироваться уже с учетом текущего положения программной точки на траектории, координат $q_i^*((N-1)\Delta t)$ ММ (5) и текущего значения $v^*((N-1)\Delta t)$, используемого в качестве очередного начального условия. Эта процедура повторяется до начала торможения РИ в конце траектории.

В результате для каждого реального дискретного момента времени t будут рассчитаны программные сигналы $q_i^*(t)$, которые после запуска ММ в реальном масштабе времени будут поступать на входы его следящих электроприводов, обеспечивая предельно быстрое движение РИ, при котором все электроприводы ММ будут работать в линейной зоне усиления без входа в режим насыщения.

На рис. 2 показана обобщенная схема системы формирования программной скорости

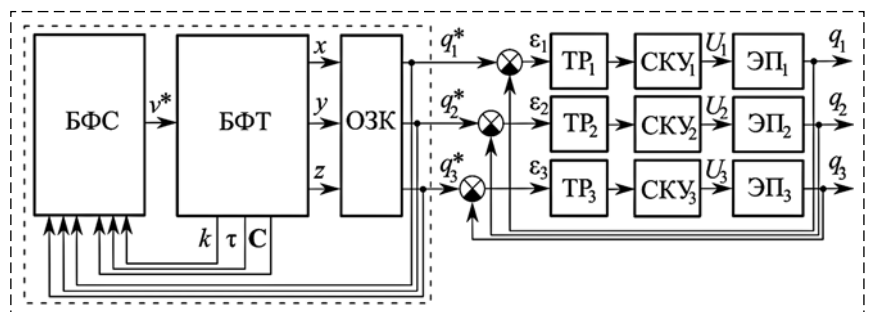


Рис. 2. Схема системы формирования программной скорости движения РИ ММ
Fig. 2. Scheme of the system of formation of reference movement speed of the multilink manipulator working tool

движения РИ ММ. На этом рисунке введены следующие обозначения: БФС — блок формирования $v^*(t)$; БФТ — блок задания траектории движения РИ (программных значений x, y, z) в СК $Oxyz$; $C = \{A_{x,k}, A_{y,k}, A_{z,k}, B_{x,k}, B_{y,k}, B_{z,k}, C_{x,k}, C_{y,k}, C_{z,k}, D_{x,k}, D_{y,k}, D_{z,k}\}$ — массив коэффициентов, описывающих k -й сплайн; ОЗК — блок решения обратной задачи кинематики (формирования программных значений обобщенных координат q_i^* ($i = \overline{1,3}$)); ЭП _{i} ($i = \overline{1,3}$) — электроприводы постоянного тока с усилителями мощности, обеспечивающие повороты соответствующих степеней подвижности ММ; ТР _{i} ($i = \overline{1,3}$) — типовые регуляторы, обеспечивающие требуемые показатели качества работы каждого замкнутого электропривода; СКУ _{i} ($i = \overline{1,3}$) — самонастраивающиеся корректирующие устройства, стабилизирующие параметры каждого электропривода при взаимовлияниях между степенями подвижности движущегося ММ [1]; ε_i ($i = \overline{1,3}$) — ошибки соответствующих ЭП _{i} .

Вначале рассмотрим работу системы, когда траектория движения РИ, представляемая в виде сплайнов, полностью известна и неизменна. В этом случае все ее параметры заносятся в БФТ. Перед началом движения РИ на выходе БФС (рис. 2) $v^* = 0$. Исходное положение РИ ММ в начале первого сплайна (исходные программные координаты — x_0, y_0 и z_0) рассчитывается с использованием выражения (4), определяется массивом коэффициентов C , когда $\tau = 0$ и $k = 0$, и формируется на выходе БФТ. На выходе блока ОЗК с использованием координат x_0, y_0 и z_0 формируются программные сигналы q_i^* ($i = \overline{1,3}$) (5), которые обрабатываются всеми следящими электроприводами ММ, и система приходит в исходное состояние.

Затем в БФС с учетом текущих значений τ, k и C вычисляются элементы векторов a (9) и $\tilde{a}$ (12), а с учетом q_i^* ($i = \overline{1,3}$) — элементы векторов g_i и матриц G_i ($i = \overline{1,3}$), входящих в выражения (9) и (13), а также H_i^* и $s_{j,i}, s_{4,i}, s_{j+4,i}, s_{j+7,i}$ ($j = \overline{1,3}, i = \overline{1,3}, j \neq i$), входящие в h_i^* (14) и $M_{внi}^*$ (15). Все эти элементы, векторы и матрицы используются в БФС при решении шести указанных выше уравнений (17) при различных предельных значениях U_i и начальном условии $v^*(0) = 0$. После выбора одного из шести решений $v^*(\Delta t)$ оно используется для расчета в БФТ очередных значений $d\tau/dt$ (8), τ, k, C и новых координат РИ $x(\Delta t), y(\Delta t), z(\Delta t)$ (4), которые поступают в блок ОЗК для вычисления $q_i^*(\Delta t)$ (5). Эти значения сохраняются в памяти блока ОЗК, но на входы следящих электроприводов не поступают.

Описанная процедура расчета новых значений $v^*(N\Delta t)$ и $q_i^*(N\Delta t)$ ($N = 1, 2, 3, \dots$), а также сохранения $q_i^*(N\Delta t)$ в памяти блока ОЗК продолжается по указанному алгоритму до конца заданной траектории движения РИ. После завершения определения последовательностей $v^*(N\Delta t)$ и $q_i^*(N\Delta t)$ ($i = \overline{1,3}, N = 1, 2, 3, \dots, K$) на выходы блока ОЗК в дискретные моменты времени с интервалами Δt начинают поступать текущие значения $q_i^*(N\Delta t)$, которые обрабатываются соответствующими следящими электроприводами ММ.

Если движение РИ выполняется в заранее неизвестной обстановке, требующей постоянной коррекции заданной траектории, то метод предварительного формирования фиксированной последовательности $q_i^*(N\Delta t)$ ($i = \overline{1,3}, N = 1, 2, 3, \dots, K$) использовать уже нельзя и необходимо рассчитывать значения $q_i^*(N\Delta t)$ непосредственно в процессе движения РИ. В результате система (рис. 2) должна успевать не только рассчитывать скорость v^* и все значения $q_i^*(N\Delta t)$ на каждом дискретном шаге, но и обрабатывать эти сигналы соответствующими следящими электроприводами. Для этого потребуется использовать достаточно мощные вычислительные средства.

Таким образом, при использовании системы (рис. 2) будет обеспечиваться предельно быстрое движение РИ ММ по траекториям, задаваемым сплайнами. Предложенный метод можно применять для формирования программных скоростей движения РИ ММ с любыми кинематическими схемами и с различным числом степеней подвижности. При этом будут только изменяться выражения, описывающие решение ОЗК (5), и выражения для определения значений параметров a_i, b_i, c_i, d_i , входящих в уравнение (17).

5. Исследование работы системы формирования программной скорости

При исследовании разработанной на основе предложенного метода системы формирования программной скорости рассматривалось движение РИ трехстепенного ММ (см. рис. 1) по траектории, показанной на рис. 3, представленной синусоидой с амплитудой 0,38 м, расположенной под углом 45° к горизонтальной плоскости. Основание ММ расположено в начале СК $Oxyz$.

Электроприводы рассматриваемого ММ имеют следующие параметры: $R_i = 0,5$ Ом, $K_{Mi} = 0,04$ Н·м/А, $K_{\omega i} = 0,04$ В·с/рад, $K_{yi} = 1$,

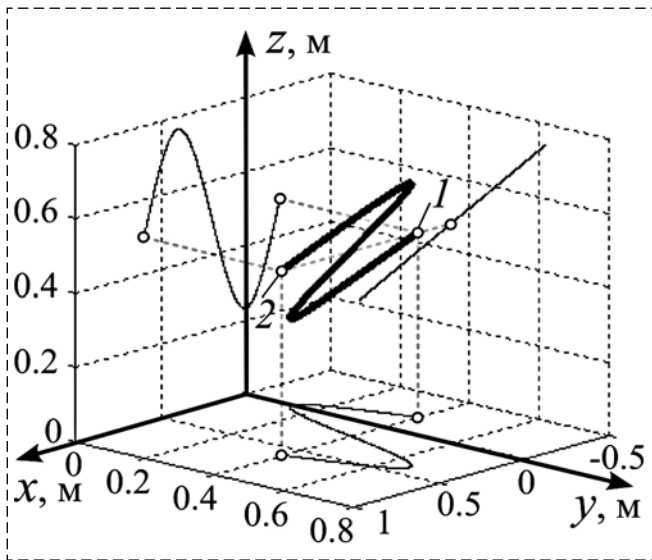


Рис. 3. Программная траектория
Fig. 3. Reference trajectory

$J_{Ei} = 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $i_{pi} = 100$ ($i = \overline{1,3}$). Номинальный момент инерции $J_{nom i}$ вала i -го электродвигателя и вращающихся частей редуктора, используемый в законе самонастройки (см. СКУ₁ на рис. 2) [1], равен $10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Длины звеньев ММ $l_1 = 0,5 \text{ м}$, $l_2 = 0,5 \text{ м}$, $l_3 = 0,5 \text{ м}$, массы этих звеньев $m_1 = 25 \text{ кг}$, $m_2 = 15 \text{ кг}$, $m_3 = 15 \text{ кг}$, масса груза $m_g = 5 \text{ кг}$. Моменты инерции J_{si} и J_{ni} i -х звеньев ММ относительно их продольных осей и осей, проходящих через центры масс и перпендикулярных их продольным осям, соответственно, равны $J_{s1} = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{s2} = 0,007 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{s3} = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{n2} = 0,55 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{n3} = 0,31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. В качестве ТР_{*i*} (см. рис. 2) использованы одинаковые типовые ПИД регуляторы, описываемые уравнениями: $U = k_p \varepsilon + k_I \int \varepsilon dt + k_d \dot{\varepsilon}$, $k_p = 1883$, $k_I = 130$, $k_d = 140$, где ε — ошибка управления соответствующего электропривода. Ограничения линейной зоны сигналов U_i всех электро-

приводов $\pm 22,5 \text{ В}$. Предельное значение сигнала U_i , вводимое в выражение (17), равно $\pm 20 \text{ В}$.

На рис. 4—5 показаны результаты исследования работы созданной системы.

Из приведенных графиков видно, что при перемещении РИ по гладкой траектории (см. рис. 3), составленной из четырех параметрических сплайнов (4), из точки 1 в точку 2 программные значения всех обобщенных координат q_i^* (рис. 4) изменялись плавно, а программная скорость движения v^* непрерывно настраивалась, неизменно обеспечивая поочередную работу одного из электроприводов (рис. 5, а) в преднасыщенном состоянии. При этом увеличение v^* происходило на участках траектории с малой кривизной, а уменьшение — при подходе к участкам с большой кривизной. Отклонение D характерной точки РИ ММ (см. рис. 4) от заданной траектории не превышало установленного значения $0,6 \text{ мм}$.

Если движение ММ происходит без подстройки v^* с ее предельным, но постоянным значением $0,25 \text{ м/с}$, при котором все электроприводы во время перемещения РИ по траектории (см. рис. 3) только подходят к границе линейной зоны, не входя в насыщение, и в следящей системе (см. рис. 4) используются те же самые типовые регуляторы ТР_{*i*}, то средняя скорость движения РИ по указанной траектории снижается более чем в 3 раза. Законы изменения U_i всех электроприводов ММ в этом случае при предельном, но постоянном значении v^* , показаны на рис. 5, б.

Снижение ошибки контурного управления РИ ММ возможно, но вместо типовых ТР_{*i*} необходимо использовать уже более качественные регуляторы [1].

Из рис. 4 видно, что при моделировании в системе в некоторые моменты времени теряется плавность изменения v^* (например, момент времени $2,05 \text{ с}$). Это связано с пренебрежением в якорных цепях электроприводов ММ (см. уравнения (3)) их индуктивностью. Это позволило в созданном методе резко снизить объем вычислений при настройке текущего значения v^* . Однако в реальных электроприводах индуктивность присутствует и, как показали проведенные исследования, при увеличении ее значения возможен выход некоторых электроприводов ММ из линейной зоны их работы. Для исклю-

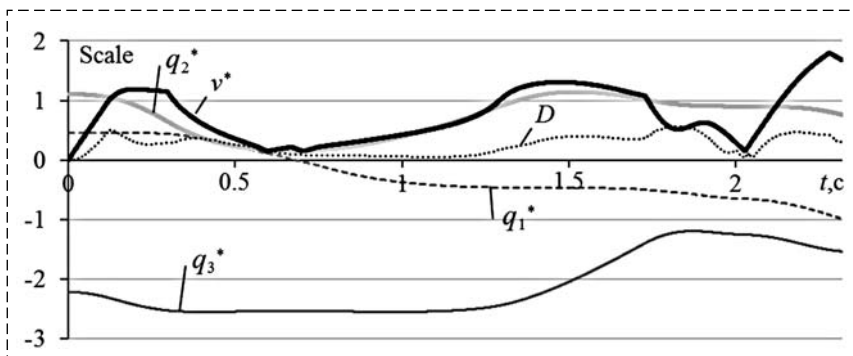


Рис. 4. Законы изменения q_i^* , $i = \overline{1,3}$, v^* и D (scale $q_i^* = 1 \text{ рад}$; $v^* = 1 \text{ м/с}$; $D = 1 \text{ мм}$)
Fig. 4. Behavior of q_i^* , $i = \overline{1,3}$, v^* and D (scale $q_i^* = 1 \text{ рад}$; $v^* = 1 \text{ м/с}$; $D = 1 \text{ мм}$)

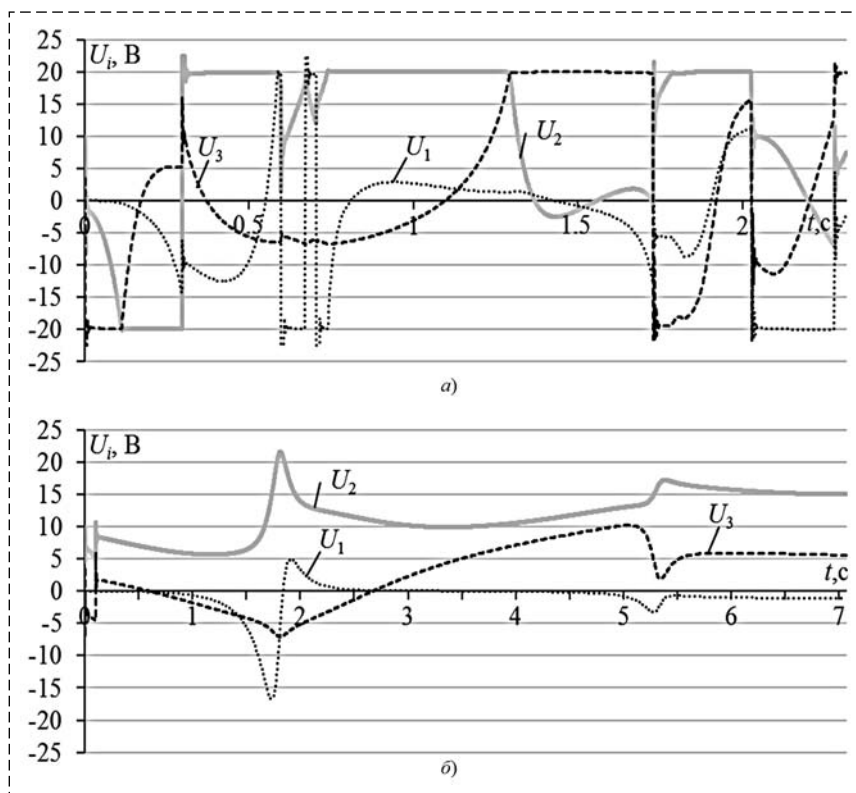


Рис. 5. Законы изменения U_i , $i = 1, 3$

Fig. 5. Behavior of U_i , $i = 1, 3$

чения этой ситуации в выражении (17) следует просто уменьшить величину U_i . Это приведет к незначительному уменьшению v^* , но производительность работы синтезированной системы все равно останется более чем в три раза выше производительности системы с постоянным предельным значением v^* , при котором будет полностью исключен выход электроприводов за пределы линейной зоны их работы и обеспечена заданная динамическая точность движения РИ по предписанной траектории.

Сравнение быстродействия работы предложенной системы с другими аналогичными системами [12, 13] при обеспечении схожей точности их работы показывает ее существенное преимущество за счет полного исключения входов всех электроприводов в режим насыщения и значительного уменьшения времени прохождения по заданным гладким траекториям.

Заключение

В статье рассмотрен новый метод автоматического формирования предельно высокой (переменной) программной скорости движения РИ различных ММ по траекториям, формируемым параметрическими сплайнами третьего порядка. Эта скорость обеспечивает постоянное нахождение

хотя бы одного электропривода ММ в преднасыщенном состоянии (в линейной зоне работы всех используемых электроприводов) при неизменном сохранении высокой динамической точности управления.

Список литературы

1. Филаретов В. Ф., Зуев А. В., Губанков А. С. Управление манипуляторами при выполнении различных технологических операций, М.: Наука, 2018. 232 с.
2. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами: Учеб. для вузов, М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. 400 с.
3. Valente A., Baraldo S., Carpanzano E. Smooth trajectory generation for industrial robots performing high precision assembly processes // *CIRP Annals — Manufacturing Technology*. 2017. Vol. 66, N. 1. P. 17–20.
4. Besset P., Bearee R. FIR filter-based online jerk-constrained trajectory generation // *Control Engineering Practice*. 2017. Vol. 66. P. 169–180.
5. Haschke R., Weitnauer E., Ritter H. On-Line planning of time-optimal, jerk-limited trajectories // *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2008. P. 3248–3253.
6. Shen P., Zhang X., Fang Y. Real-time acceleration-continuous path-constrained trajectory planning with built-in tradability between cruise and time-optimal motions. *ArXiv*, 2018. P. 1–12.
7. Шомло Я., Подураев Ю. В., Луканин В. С., Соколов А. Г. Автоматическое планирование и управление контурными движениями манипуляционных роботов // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2001. № 3. С. 28–33.
8. Bobrow J. E., Dubowsky S., Gibson J. S. Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths // *The International Journal of Robotics Research*. 1985. Vol. 4, N. 3. P. 3–17.
9. Soon Y. J., Yun J. Ch., PooGyeon P., Seung G. Ch. Jerk limited velocity profile generation for high speed industrial robot trajectories // *IFAC Proceedings Volumes*. 2005. Vol. 38, N. 1. P. 595–600.
10. Коренченков А. А. Синтез алгоритма оптимального по быстродействию траекторного управления манипуляционными роботами // *Известия КБНЦ РАН*. 2011. Т. 39, № 1. С. 142–147.
11. Чудинов В. А., Бруданов А. М. Оптимальное формирование траекторий движения манипуляционных роботов с использованием динамического программирования // *International Scientific Journal*. 2016. № 7. С. 133–136.
12. Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А., Коноплин А. Ю. Метод синтеза системы автоматического управления режимом движения схвата манипулятора по сложным пространственным траекториям // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2012. № 6. С. 47–54.
13. Филаретов В. Ф., Губанков А. С. Система формирования предельно высокой скорости движения рабочего органа многостепенного манипулятора по произвольной траектории // *Информационно-измерительные и управляющие системы*. 2013. Т. 11, № 4. С. 19–25.
14. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001. 604 с.
15. Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V. The formation of motion laws for mechatronics objects along the paths with the desired speed // *Proc. of International Conference on Computer, Control, Informatics and Its Applications, Jakarta, Indonesia*. 2016. P. 93–96.

The Method of Formation the Reference Speed of Movement of the Working Tool of Multilink Manipulator

V. F. Filaretov, filaretov@inbox.ru, A. S. Gubankov, gubankov@iacp.dvo.ru,

I. V. Gornostaev, gornostaev_iv@mail.ru,

Institute of Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation

Corresponding author: **Gornostaev I. V.**, Post Graduate Student, Institute of Automation and Control Processes, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: gornostaev_iv@mail.ru

Accepted on June, 30, 2020

Abstract

The solution of task of increasing the productivity of robotic systems containing multilink manipulators is presented in this paper. Their actuators have power limitations. To solve this task, a method has been developed for automatic formation of extremely high reference speeds of their working tools. This method allows to maintain a set dynamic control accuracy, taking into account interactions between all degrees of freedom of these manipulators and restrictions on input signals of their electric drives. The created method consists in calculating the maximum allowable speed of the working tool of the manipulator. The main feature of the method is conditions for selecting required data for quick calculation of all necessary control parameters. A system for forming the speed of the working tool of the manipulator with three rotational degrees of freedom was synthesized based on the proposed method. These degrees of freedom are driven by DC motors. This manipulator can move working tools along arbitrary smooth spatial trajectories formed using third-order parametric splines. The performed simulation confirmed the high efficiency of the proposed method in comparison with other known methods for forming the reference speed. This method provides significant increasing of the reference speed of the working tools due to continuous operation of at least one of the manipulator electric drives near the saturation zone of its power amplifier without entering it. At the same time, the system speed was increased without reducing dynamic accuracy. The created method can be used to generate the extremely high reference speed of the working tools of manipulators with any kinematic schemes and various numbers of degrees of freedom.

Keywords: multilink manipulator, restrictions, speed formation, high accuracy, reference signals

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (№ 20-38-70161, 20-08-00701, 19-08-00347).

For citation:

Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V. The Method of Formation the Reference Speed of Movement of the Working Tool of Multilink Manipulator, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 12, pp. 696–705.

DOI: 10.17587/mau.21.696-705

References

1. Filaretov V. F., Zuev A. V., Gubankov A. S. Manipulator control during various technological operations, Moscow, Nauka, 2018, 232 p. (in Russian).
2. Zenkevich S. L., Yushchenko A. S. Robot control. Fundamentals of manipulating robot control, Moscow, Bauman MSTU Publ., 2000, 400 p. (in Russian).
3. Valente A., Baraldo S., Carpanzano E. Smooth trajectory generation for industrial robots performing high precision assembly processes, *CIRP Annals — Manufacturing Technology*, 2017, vol. 66, no. 1, pp. 17–20.
4. Besset P., Bearee R. FIR filter-based online jerk-constrained trajectory generation, *Control Engineering Practice*, 2017, vol. 66, pp. 169–180.
5. Haschke R., Weitnauer E., Ritter H. On-Line planning of time-optimal, jerk-limited trajectories, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2008, pp. 3248–3253.
6. Shen P., Zhang X., Fang Y. Real-time acceleration-continuous path-constrained trajectory planning with built-in tradability between cruise and time-optimal motions, *ArXiv*, 2018, pp. 1–12.
7. Shomlo Ja., Poduraev Ju. V., Lukanin B. C., Sokolov A. G. Automatic planning and control of contour movements of manipulating robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2001, no. 3, pp. 28–33 (in Russian).
8. Bobrow J. E., Dubowsky S., Gibson J. S. Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths, *The International Journal of Robotics Research*, 1985, vol. 4, no. 3, pp. 3–17.
9. Soon Y. J., Yun J. Ch., PooGyeon P., Seung G. Ch. Jerk limited velocity profile generation for high speed industrial robot trajectories, *IFAC Proceedings Volumes*, 2005, vol. 38, no. 1, pp. 595–600.
10. Korenchenkov A. A. Time-optimal path control algorithm synthesis of robotic manipulators, *Izvestiya KBNC RAN*, 2011, vol. 39, no. 1, pp. 142–147 (in Russian).
11. Chudinov V. A., Brudanov A. M. Optimization of trajectories robotic manipulator using dynamic programming, *International Scientific Journal*, 2016, no. 7, pp. 133–136 (in Russian).
12. Filaretov V. F., Yukhimets D. A., Konoplin A. Yu. Method of synthesis of system of automatic control of manipulator's gripper movement mode on difficult spatial trajectories, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 6, pp. 47–54 (in Russian).
13. Filaretov V. F., Gubankov A. S. Formation of extremely high-speed motion of the effector of a multi-joint manipulator by arbitrary trajectory, *Informacionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy*, 2013, vol. 11, no. 4, pp. 19–25 (in Russian).
14. Rogers D. F., Adams J. A. Mathematical elements for computer graphics, McGraw-Hill, 1976, 239 p.
15. Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V. The formation of motion laws for mechatronics objects along the paths with the desired speed, *Proc. of International Conference on Computer, Control, Informatics and Its Applications, Jakarta, Indonesia*, 2016, pp. 93–96.