

Г. К. Шадрин, канд. техн. наук, shadrin.g.k@yandex.ru,

Восточно-Казахстанский технический университет им. Д. Серикбаева, г. Усть-Каменогорск, Казахстан

Синтез алгоритма управления нелинейным объектом на основе коррекции динамики объекта и компенсации возмущений¹

Предложен новый подход для решения задачи управления нелинейным нестационарным многоканальным объектом с сосредоточенными параметрами и аддитивными возмущениями. Уравнения объекта представлены в векторно-матричном виде с числом выходных переменных, равным числу управляющих воздействий. Поставлена задача управления выходом объекта в условиях доступности для контроля выходных переменных и переменных состояния. Уравнения объекта предварительно преобразовываются к линейному виду с параметрами, зависящими от состояния, времени и управляющих воздействий (форма State Dependent Coefficient, SDC). Затем используется метод коррекции динамики объекта и компенсации возмущений. Проработан вариант преобразования к форме SDC на основе метода Е. А. Барбашина. Введены определения обратных моделей объекта по каналам отработки задания и возмущений. Представлены алгебраические уравнения, решением которых определяются функциональные матрицы обратных моделей. Введены определения фильтров-эталонов, позволяющих совместно с обратными моделями выполнить физическую реализацию управляющего устройства. Рассмотрены уравнения, которым должны удовлетворять матрицы фильтров-эталонов.

На примерах выяснено, что часть коэффициентов фильтров-эталонов можно задавать произвольно. На основе метода коррекции динамики объекта и компенсации возмущений с использованием обратных моделей и фильтров-эталонов построен физически реализуемый алгоритм управления данным объектом. Составляющие итогового алгоритма находятся алгебраическими преобразованиями функциональных матриц математической модели объекта и фильтров-эталонов. Представлены уравнения, воспроизводящие процессы в замкнутой системе управления. Из уравнений следует асимптотическая устойчивость этой системы и соответствие переходных процессов своим фильтрам-эталонам. Несмотря на то, что при построении системы использован принцип компенсации, получена многоканальная система, работающая по принципу обратной связи. Преимуществом данного подхода является простая процедура структурного синтеза алгоритма управления по физически наглядным исходным данным. На примерах показана эффективность полученных алгоритмов. Компьютерным моделированием показано соответствие поведения систем заданным требованиям. Намечены дальнейшие направления исследований.

Ключевые слова: система управления, многомерный нелинейный объект, компенсация возмущений, обратная модель, фильтр-эталон, алгоритм управления

Введение

По своей физической природе практически все процессы как объекты управления являются нелинейными, нестационарными и многомерными. Для построения систем управления этими процессами целесообразно использовать также нелинейные методы, учитывающие многоканальность и нестационарность объекта. Однако теория нелинейных систем управления пока не располагает универсальными инженерными методами структурного синтеза для таких объектов, есть лишь проработки для отдельных их классов [1–4]. Распространенным приемом является "обычная" линеаризация объекта в области рабочей точки и применение хорошо развитых линейных методов синтеза ([1–6] и др.). Другой подход заключается в линеаризации обратной связью [3, 4, 7, 20] и применяется в основ-

ном для аффинных систем. Далее опять используются линейные методы. После такой линеаризации не нужно автоматически или вручную подстраиваться под новый режим, но преобразования, связанные с этим подходом сложны, нетривиальны и применимы далеко не для всех объектов [3–5, 8]. Распространен также прием, заключающийся в представлении нелинейного объекта в виде линейной модели с параметрами, зависящими от состояния (State Dependent Coefficient, SDC) ([9–12, 21] и др.), и последующем составлении и решении уравнения Риккати, параметры которого также зависят от состояния (SDRE-метод). Метод связан со значительным объемом вычислений в процессе управления.

В данной статье также используется структура объекта в виде SDC, но задача управления решается по-иному. Здесь используется метод коррекции динамики объекта и компенсации возмущений, предложенный в работе [13], обладающий рядом преимуществ, среди которых можно отметить физическую наглядность зада-

¹Работа поддержана КН МОиН РК № AP 05130525.

ния исходных данных, получение многоканального алгоритма управления алгебраическими методами в аналитической форме, отсутствие статической ошибки регулирования. Метод частично проработан для линейных систем с постоянными параметрами [13, 14] и др., однако при использовании алгебраических преобразований функциональных матриц [17] он вполне может быть “приспособлен” для объектов в форме SDC. Представление объектов достаточно общего вида в форме SDC может быть выполнено сравнительно простыми средствами на основе метода, развитого Е. А. Барбашиным [15, 16].

В статье основное внимание обращено на практическое применение предлагаемого метода синтеза, поэтому доказательства утверждений и теорем опущены, но представлены четыре характерных примера. Доказательства могут быть выполнены несложным путем подстановок и преобразований алгебраических векторно-матричных уравнений.

Постановка задачи

Рассматривается нелинейный нестационарный многоканальный объект управления с аддитивными возмущениями

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}'_0 &= \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t), \mathbf{y}'_0 = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}_0, t); \\ \dot{\mathbf{x}}_0 &= \dot{\mathbf{x}}'_0 + \mathbf{f}_x, \quad \mathbf{y}_0 = \mathbf{y}'_0 + \mathbf{f}_y, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{X}_0 \subset \mathbf{R}^n$ — вектор состояния; $\mathbf{u} \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^m$ — вектор управления; $\mathbf{y}_0 \in \mathbf{Y}_0 \subset \mathbf{R}^m$ — вектор выхода; $t \in T \subset \mathbf{R}$ — время; $\mathbf{X}_0, \mathbf{U}, \mathbf{Y}_0, T$ — заданные множества; $\boldsymbol{\beta}(\cdot) \in \mathbf{R}^n$, $\boldsymbol{\alpha}(\cdot) \in \mathbf{R}^m$ — заданные векторные функции; $\mathbf{f}_y \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{f}_x \in \mathbf{R}^n$ — неизвестные векторные возмущающие воздействия. Переменные и функции в соотношениях (1) ограничены в областях своего определения. Другие требования к ним определяются отдельно для каждого класса объектов или конкретного объекта. Доступными для контроля являются $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0$. Объект (1) должен быть управляем по состоянию на множестве \mathbf{X}_0 .

Для синтеза алгоритма управления в данной статье используется метод коррекции динамики объекта и компенсации возмущений. Идея метода согласно работе [13] заключается во включении последовательно с объектом управления его обратной математической модели и вычитании из соответствующих переменных обратной модели всех внешних аддитивных воздействий. Недоступные для контроля воздействия оцениваются по рассогласованию соответствующих переменных объекта и обратной модели. Для возможности реализации управляющего устройства в цепи внешних воздействий обратной модели включены фильтры-эталонные, определяю-

щие динамику поведения системы управления. Исходные уравнения (1) объекта управления должны быть представлены в форме SDC:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}'_0 \\ \mathbf{y}'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) & \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) & \mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t)$, $\mathbf{C}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t)$, $\mathbf{D}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t)$ — функциональные матрицы соответствующих размерностей.

Таким образом, нужно простыми средствами привести объект (1) к форме (2) и методом коррекции динамики объекта и компенсации возмущений, предложенным в работе [13], разработать алгоритм управления, обеспечивающий воспроизведение задания $\mathbf{y} \in \mathbf{Y}_0 \subset \mathbf{R}^m$ на выходе этого объекта в условиях действия аддитивных возмущений $\mathbf{f}_y, \mathbf{f}_x$ с точностью до заданных эталонных динамических систем.

Преобразование уравнений объекта управления к форме SDC

$$\text{Введя обозначения } \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}(\mathbf{z}, t) \\ \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{z}, t) \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, t),$$

запишем систему (1) в виде $\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}'_0 \\ \mathbf{y}'_0 \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)$. Представим согласно методу Е. А. Барбашина [15, 16] функцию $\mathbf{f}(\mathbf{z}, t)$ как $\mathbf{f}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{L}(\mathbf{z}, t)\mathbf{z}$, причем

$$\mathbf{L}(\mathbf{z}, t) = \int_0^1 \mathbf{J}(\theta\mathbf{z}, t) d\theta; \quad \mathbf{J}(\mathbf{z}, t) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{z}, t)}{\partial \mathbf{z}}. \quad (3)$$

Тогда (1) получаем в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}'_0 \\ \mathbf{y}'_0 \end{bmatrix} = \mathbf{L}(\mathbf{z}, t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Распишем матрицу Якоби в соотношении (3):

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{z}, t) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t)}{\partial \mathbf{x}_0} & \frac{\partial \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t)}{\partial \mathbf{u}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}_0, t)}{\partial \mathbf{x}_0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) & \mathbf{J}_2(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{J}_3(\mathbf{x}_0, t) & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно выражениям (3), (5) имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{L}(\mathbf{z}, t) &= \begin{bmatrix} \int_0^1 \mathbf{J}_1(\theta\mathbf{x}_0, \theta\mathbf{u}, t) d\theta & \int_0^1 \mathbf{J}_2(\theta\mathbf{x}_0, \theta\mathbf{u}, t) d\theta \\ \int_0^1 \mathbf{J}_3(\theta\mathbf{x}_0, t) d\theta & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) & \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}_0, t) & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) в (4), получаем уравнения объекта управления (1) в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_0 \\ \dot{\mathbf{y}}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) & \mathbf{B}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{C}(\mathbf{x}_0, t) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_0 = \dot{\mathbf{x}}'_0 + \mathbf{f}_{\mathbf{x}}, \quad \dot{\mathbf{y}}_0 = \dot{\mathbf{y}}'_0 + \mathbf{f}_{\mathbf{y}}.$$

Замечание 1. Первообразные функции в (6) при нижнем пределе интегрирования должны быть равны нулю.

Рассмотренное преобразование уравнений (1) к виду (7) не единственное [12, 19], но предложенный алгоритм отличается простотой и, предположительно, достаточной универсальностью.

Определение обратных моделей и фильтров-эталонов

В дальнейшем для краткости записи вместо $(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, t)$ используется обозначение (\cdot) .

Определение 1. Систему

$$\mathbf{x} = \mathbf{E}(\cdot)\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}(\cdot)\mathbf{y}'_{\phi}, \quad \mathbf{u}_1 = \mathbf{G}(\cdot)\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{H}(\cdot)\mathbf{y}'_{\phi}, \quad (8)$$

где $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ — вектор переменных состояния; $\mathbf{y}'_{\phi} \in \mathbf{R}^m$ — вектор входных переменных; \mathbf{u}_1 — аддитивная составляющая вектора управления \mathbf{u} ; $\mathbf{E}(\cdot)$, $\mathbf{F}(\cdot)$, $\mathbf{G}(\cdot)$, $\mathbf{H}(\cdot)$ — матрицы соответствующих размерностей, назовем обратной моделью объекта управления по каналам отработки задания и $\mathbf{f}_{\mathbf{y}}$, если при $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1$, $\mathbf{x}_0(0) = \mathbf{x}(0)$ соблюдаются равенства $\mathbf{x}_0(t) = \mathbf{x}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}'_0(t) = \dot{\mathbf{x}}(t)$, $\dot{\mathbf{y}}'_0(t) = \dot{\mathbf{y}}_{\phi}(t)$.

Замечание 2. Принято, что ненулевая разность начальных условий для \mathbf{x}_0 и \mathbf{x} входит в состав возмущений объекта (1).

Утверждение 1. Матрицы $\mathbf{E}(\cdot)$, $\mathbf{F}(\cdot)$, $\mathbf{G}(\cdot)$, $\mathbf{H}(\cdot)$ могут быть найдены решением функциональных уравнений

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\cdot)\mathbf{E}(\cdot) + \mathbf{B}(\cdot)\mathbf{G}(\cdot) &= \mathbf{1}, & \mathbf{C}(\cdot)\mathbf{F}(\cdot) &= \mathbf{1}, \\ \mathbf{A}(\cdot)\mathbf{F}(\cdot) + \mathbf{B}(\cdot)\mathbf{H}(\cdot) &= \mathbf{0}, & \mathbf{C}(\cdot)\mathbf{E}(\cdot) &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (9)$$

В (9) и далее в матричных уравнениях нулем обозначены нулевые матрицы, а единицами — диагональные единичные матрицы соответствующих размерностей.

Определение 2. Систему

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{E}(\cdot)\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{F}(\cdot)\Delta\mathbf{y}'_{\phi}; \quad \Delta\mathbf{u} = \mathbf{G}(\cdot)\dot{\tilde{\mathbf{x}}} + \mathbf{H}(\cdot)\Delta\mathbf{y}'_{\phi}; \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \dot{\tilde{\mathbf{x}}} - \mathbf{f}_{\mathbf{x}_0}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}^n$ — вектор переменных состояния; $\Delta\mathbf{u}$ — аддитивная добавка к вектору управления \mathbf{u} ; $\mathbf{f}_{\mathbf{x}_0} \in \mathbf{R}^n$ — вектор оценки $\mathbf{f}_{\mathbf{x}}$; $\Delta\mathbf{y}'_{\phi} \in \mathbf{R}^m$ — вектор входных переменных, назовем обратной моделью объекта управления по каналам отработки $\mathbf{f}_{\mathbf{x}}$.

Замечание 3. Из-за необходимости дифференцирования векторов \mathbf{x} , $\tilde{\mathbf{x}}$ обратные модели (8), (10) не могут быть физически реализованы. Для возможности их реализации в состав системы управления включаются фильтры-эталоны.

Определение 3. Систему

$$\dot{\mathbf{x}}_{\phi} = \Phi_1(\cdot)\mathbf{x}_{\phi} + \Phi_2(\cdot)\mathbf{y}'_{\phi}; \quad \mathbf{y}'_{\phi} = \Phi_3(\cdot)\mathbf{x}_{\phi} + \Phi_4(\cdot)\mathbf{y}'_{\phi}, \quad (11)$$

где $\mathbf{x}_{\phi} \in \mathbf{R}^n$ — вектор переменных состояния; $\mathbf{y}'_{\phi} \in \mathbf{R}^m$ — вектор входных переменных; $\Phi_1(\cdot)$, $\Phi_2(\cdot)$, $\Phi_3(\cdot)$, $\Phi_4(\cdot)$ — матрицы соответствующих размерностей, назовем фильтром-эталонном по каналам отработки задания и $\mathbf{f}_{\mathbf{y}}$, если при $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_{\phi}(0)$ соблюдаются равенства $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_{\phi}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{x}}_{\phi}(t)$ и обеспечивается единичный коэффициент передачи в статике.

Замечание 4. Одинаковые начальные условия $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_{\phi}(0)$ легко выполняются, так как эти переменные являются частью алгоритма управления.

Утверждение 2. Матрицы $\Phi_1(\cdot)$, $\Phi_2(\cdot)$, $\Phi_3(\cdot)$, $\Phi_4(\cdot)$ удовлетворяют системе функциональных уравнений

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\cdot)\Phi_1(\cdot) + \mathbf{F}(\cdot)\Phi_3(\cdot) &= \mathbf{1}, & \mathbf{E}(\cdot)\Phi_2(\cdot) &= \mathbf{0}, \\ \Phi_3(\cdot)\Phi_1^{-1}(\cdot)\Phi_2(\cdot) &= -\mathbf{1}, & \Phi_4(\cdot) &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (12)$$

Определение 4. Систему

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}'_{\phi} = \Phi_{r1}(\cdot)\tilde{\mathbf{x}}'_{\phi}, \quad \Delta\mathbf{y}'_{\phi} = \Phi_{r3}(\cdot)\tilde{\mathbf{x}}'_{\phi}, \quad \dot{\tilde{\mathbf{x}}}'_{\phi} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}'_{\phi} - \mathbf{f}_{\mathbf{x}\phi}, \quad (13)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}'_{\phi} \in \mathbf{R}^n$ — вектор переменных состояния; $\mathbf{f}_{\mathbf{x}\phi} \in \mathbf{R}^n$ — вектор оценки $\mathbf{f}_{\mathbf{x}}$; $\Phi_{r1}(\cdot)$, $\Phi_{r3}(\cdot)$ — матрицы соответствующих размерностей, назовем фильтром-эталонном по каналам отработки $\mathbf{f}_{\mathbf{x}}$, если при $\tilde{\mathbf{x}}(0) = \tilde{\mathbf{x}}'_{\phi}(0)$ соблюдаются равенства $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}'_{\phi}(t)$, $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}'(t) = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}'_{\phi}(t)$.

Утверждение 3. Матрицы $\Phi_{r1}(\cdot)$, $\Phi_{r3}(\cdot)$ должны удовлетворять функциональному уравнению:

$$\mathbf{E}(\cdot)\Phi_{r1}(\cdot) + \mathbf{F}(\cdot)\Phi_{r3}(\cdot) = \mathbf{1}. \quad (14)$$

Замечание 5. Вычитание $\mathbf{f}_{\mathbf{x}_0}$ из $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}$ в (11) и $\mathbf{f}_{\mathbf{x}\phi}$ из $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}'_{\phi}$ в (13) соответствует методу коррекции динамики объекта и компенсации возмущений [13].

Замечание 6. Соотношения (12) и (14) не определяют однозначно все функции матриц фильтров-эталонов, оставшиеся степени свободы используются для придания замкнутой системе заданных свойств.

Разработка алгоритма управления

Из соотношений (7), (8) и (11) следует, что фильтр-эталон и обратная модель по каналам отработки задания и $\mathbf{f}_{\mathbf{y}}$ включены последовательно с объектом управления. Тогда согласно принятому методу синтеза

$$\mathbf{y}' = \mathbf{y} - \mathbf{f}_{y_0} \quad (15)$$

где \mathbf{f}_{y_0} — оценка \mathbf{f}_y , вычисляемая по формуле

$$\mathbf{f}_{y_0} = \mathbf{y}_0 - \mathbf{y}'_{\varphi}. \quad (16)$$

Фильтр-эталон и обратная модель по каналам обработки \mathbf{f}_x включены также последовательно и формируют $\Delta \mathbf{u}$, поэтому оценки \mathbf{f}_{x_0} , $\mathbf{f}_{x\varphi}$ в соотношениях (10), (13), вычисляются следующим образом:

$$\mathbf{f}_{x_0} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_0 - \dot{\tilde{\mathbf{x}}}', \mathbf{f}_{x\varphi} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_0 - \dot{\tilde{\mathbf{x}}}'_{\varphi}, \quad (17)$$

где $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_0 = \dot{\mathbf{x}}_0 - \dot{\mathbf{x}}$. Запишем управляющий сигнал \mathbf{u} и рассогласование $\boldsymbol{\varepsilon}$ в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \Delta \mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_0. \quad (18)$$

Уравнения (7), (8), (10), (11), (13) вместе с (15)—(18) представляют собой замкнутую систему управления, составленную по методу коррекции динамики объекта и компенсации возмущений. Алгоритм и процессы управления в этой системе определяются теоремами 1 и 2.

Теорема 1. Алгоритм управления объектом (7) при наблюдении (8), (10), (11), (13), (15)—(18) записывается в виде

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{\varphi} &= \mathbf{R}_1(\cdot)\mathbf{x}_{\varphi} + \Phi_2(\cdot)\boldsymbol{\varepsilon}; \\ \mathbf{u} &= \mathbf{R}_3(\cdot)\mathbf{x}_{\varphi} + \mathbf{N}_1(\cdot)\tilde{\mathbf{x}}_{0\varphi} + \mathbf{P}(\cdot)\boldsymbol{\varepsilon}; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1(\cdot) &= \Phi_1(\cdot) + \Phi_2(\cdot)\Phi_3(\cdot); \\ \mathbf{R}_3(\cdot) &= \mathbf{N}(\cdot) + \mathbf{P}(\cdot)\Phi_3(\cdot); \mathbf{P}(\cdot) = \mathbf{G}(\cdot)\Phi_2(\cdot); \\ \mathbf{N}(\cdot) &= \mathbf{G}(\cdot)\Phi_1(\cdot) + \mathbf{H}(\cdot)\Phi_3(\cdot); \\ \mathbf{N}_1(\cdot) &= \mathbf{G}(\cdot)\Phi_{r1}(\cdot) + \mathbf{H}(\cdot)\Phi_{r3}(\cdot); \\ \tilde{\mathbf{x}}_{0\varphi} &= \mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{\varphi}; \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_0. \end{aligned} \quad (20)$$

Теорема 2. Процессы управления объектом (7) посредством регулятора (19) описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{\varphi} &= \Phi_1(\cdot)\mathbf{x}_{\varphi} - \Phi_2(\cdot)\mathbf{C}(\cdot)\tilde{\mathbf{x}}_{0\varphi} + \Phi_2(\cdot)(\mathbf{y} - \mathbf{f}_y); \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_{0\varphi} &= \Phi_{r1}(\cdot)\tilde{\mathbf{x}}_{0\varphi} + \mathbf{f}_x; \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= -\Phi_3(\cdot)\mathbf{x}_{\varphi} - \mathbf{C}(\cdot)\tilde{\mathbf{x}}_{0\varphi} + \mathbf{y} - \mathbf{f}_y. \end{aligned} \quad (21)$$

Примеры

Пример 1. Одномерный объект управления задан в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}'_0 &= ax_0u^3, y'_0 = x_0^2, \\ y_0 &= y'_0 + f_y, \dot{x}_0 = \dot{x}'_0 + f_x, \end{aligned} \quad (22)$$

где $x_0 > 0$. Требуется разработать управляющее устройство, которое, изменяя u , поддерживает значение y_0 на заданном уровне $y > 0$ с точностью до фильтров-эталонов.

Приводим объект (22) к виду (7), для чего по выражениям (5) и (6) вычисляем

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{z}) &= \begin{bmatrix} au^3 & 3ax_0u^2 \\ 2x_0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{L}(\mathbf{z}) &= \begin{bmatrix} \int_0^1 \theta^3 au^3 d\theta & \int_0^1 \theta^3 3x_0u^2 d\theta \\ 0 & 0 \\ \int_0^1 2x_0\theta d\theta & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}au^3 & \frac{3}{4}ax_0u^2 \\ x_0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

В итоге преобразованное уравнение (22) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \dot{x}'_0 \\ y'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}au^3 & \frac{3}{4}ax_0u^2 \\ x_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ u \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Используя (23), составляем систему (9):

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}au^3\mathbf{E}(\cdot) + \frac{3}{4}ax_0u^2\mathbf{G}(\cdot) &= 1, x_0\mathbf{F}(\cdot) = 1, \\ \frac{1}{4}au^3\mathbf{F}(\cdot) + \frac{3}{4}ax_0u^2\mathbf{H}(\cdot) &= 0, x_0\mathbf{E}(\cdot) = 0, \end{aligned}$$

откуда получаем

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(\cdot) & \mathbf{F}(\cdot) \\ \mathbf{G}(\cdot) & \mathbf{H}(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x_0} \\ 4 & -\frac{u}{3x_0^2} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Обозначим для данного примера

$$\begin{bmatrix} \Phi_1(\cdot) & \Phi_2(\cdot) \\ \Phi_3(\cdot) & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1(\cdot) & \varphi_2(\cdot) \\ \varphi_3(\cdot) & 0 \end{bmatrix}; \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{r1}(\cdot) \\ \Phi_{r3}(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{r1}(\cdot) \\ \varphi_{r3}(\cdot) \end{bmatrix}.$$

Используя (24), (25), составляем систему (12):

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_0}\varphi_3(\cdot) = 1, \varphi_3(\cdot)\frac{1}{\varphi_1(\cdot)}\varphi_2(\cdot) &= -1, \\ \text{или } \varphi_3(\cdot) = x_0, \varphi_2(\cdot) &= -\varphi_1(\cdot)\frac{1}{x_0}. \end{aligned} \quad (26)$$

В (26) назначаем $\varphi_1(\cdot)$ свободным коэффициентом φ_1 , тогда $\varphi_3(\cdot) = x_0$, $\varphi_2(\cdot) = -\varphi_1\frac{1}{x_0}$. Записывая (14) и назначая $\varphi_{r1}(\cdot)$ свободным коэффициентом φ_{r1} , аналогично получаем $\varphi_{r3}(\cdot) = x_0$. Таким образом, имеем

$$\begin{bmatrix} \Phi_1(\cdot) & \Phi_2(\cdot) \\ \Phi_3(\cdot) & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & -\varphi_1\frac{1}{x_0} \\ x_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{r1}(\cdot) \\ \Phi_{r3}(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{r1} \\ x_0 \end{bmatrix}.$$

Подставляя (27) в (20), находим $\mathbf{R}_1(\cdot) = 0$, $\mathbf{N}(\cdot) = \frac{4}{3ax_0u^2}\varphi_1 - \frac{u}{3x_0}$, $\mathbf{N}_1(\cdot) = \frac{4}{3ax_0u^2}\varphi_{r1} - \frac{u}{3x_0}$, $\mathbf{P}(\cdot) = -\frac{4}{3ax_0^2u^2}\varphi_1$, $\mathbf{R}_3(\cdot) = -\frac{u}{3x_0}$, и после преобразований получаем уравнения регулятора (19) для данного примера:

$$\dot{x}_\varphi = -\frac{\varphi_1}{x_0}\varepsilon, \quad u = \sqrt[3]{\frac{1}{ax_0}\left(\varphi_{r1}\tilde{x}_{0\varphi} - \frac{\varphi_1}{x_0}\varepsilon\right)}, \quad (28)$$

$$\tilde{x}_{0\varphi} = x_0 - x_\varphi, \quad \varepsilon = y - y_0.$$

Подставляя функции из (23), (27) в (21), определяем уравнения, описывающие процессы в замкнутой системе управления:

$$\dot{x}_\varphi = \varphi_1x_\varphi + \varphi_1\tilde{x}_{0\varphi} - \varphi_1\frac{1}{x_0}(y - f_y), \quad (29)$$

$$\dot{\tilde{x}}_{0\varphi} = \varphi_{r1}\tilde{x}_{0\varphi} + f_x, \quad \varepsilon = -x_0x_\varphi - x_0\tilde{x}_{0\varphi} + y - f_y.$$

Исследование качества регулирования и параметрической чувствительности выполнено методом компьютерного моделирования и заключается в анализе переходных процессов в системе, составленной из соотношений (22) и (28) при изменении коэффициента a в (22).

На рис. 1 показаны переходные процессы при номинальных значениях $a = 1$, $\varphi_1 = -1$, $\varphi_{r1} = -2$ в (28), исходном задании $y = 9$ и значениях a в (22), равных 0,5, 1, 1,5. Ступенчатые внешние воздействия амплитудой пять единиц здесь разнесены во времени: через одну секунду y , затем f_y и наконец f_x . Анализ показывает соответствие этих процессов уравнениям (29).

Пример 2. Имеем технологическую емкость с жидкостью и сливным трубопроводом. В емкость подается управляемый поток жидкости.

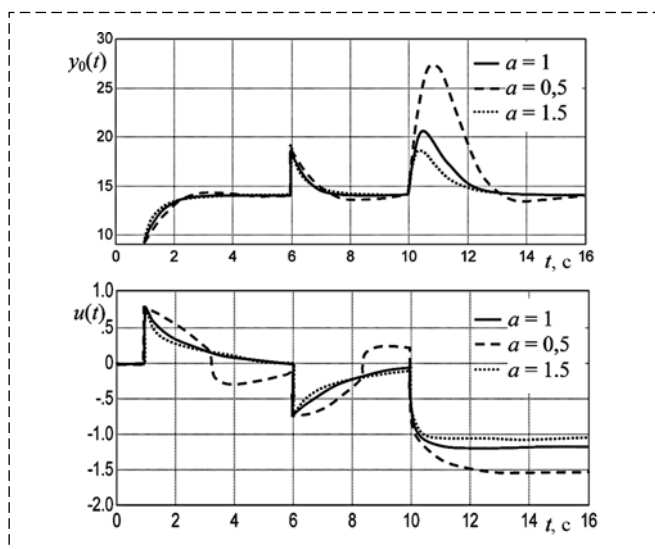


Рис. 1. Графики изменения $y_0(t)$ и $u(t)$ в системе (22), (28) при разных a

Fig. 1. Graphs of $y_0(t)$ and $u(t)$ in (22), (28) for different values of a

Требуется, изменяя входной поток, поддерживать заданный вес жидкости в емкости в условиях действия возмущений. Данный объект описывается уравнениями [18]

$$\frac{dx_0}{dt} = -a\sqrt{x_0} + bu, \quad y_0 = cx_0, \quad (30)$$

где x_0, y_0 — уровень и вес жидкости в емкости; u — входной поток жидкости, $x_0 > 0$. Возмущения в (30) не показаны. Коэффициенты a, b, c зависят от параметров емкости, жидкости и сливного трубопровода. Преобразуя (30) посредством (5) и (6), получаем

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ y'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ax_0^{-1/2} & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ u \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Используя соотношения (9), (12), (14), (31) и назначая φ_1, φ_{r1} свободными коэффициентами, находим параметры обратной модели и фильтров-эталонов:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(\cdot) & \mathbf{F}(\cdot) \\ \mathbf{G}(\cdot) & \mathbf{H}(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{b} & \frac{ax_0^{-1/2}}{cb} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_1(\cdot) & \Phi_2(\cdot) \\ \Phi_3(\cdot) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & -\varphi_1\frac{1}{c} \\ c & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \Phi_{r1}(\cdot) \\ \Phi_{r3}(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{r1} \\ c \end{bmatrix}.$$

Тогда регулятор (19) для данного примера принимает вид

$$\dot{x}_\varphi = -\frac{\varphi_1}{c}\varepsilon,$$

$$u = \frac{1}{b}\left(ax_0^{-1/2}x_\varphi + (\varphi_{r1} + ax_0^{-1/2})\tilde{x}_{0\varphi} - \frac{1}{c}\varphi_1\varepsilon\right), \quad (32)$$

$$\tilde{x}_{0\varphi} = x_0 - x_\varphi, \quad \varepsilon = y - y_0,$$

а процессы в замкнутой системе управления описываются уравнениями

$$\dot{x}_\varphi = \varphi_1x_\varphi + \varphi_1\tilde{x}_{0\varphi} - \varphi_1\frac{1}{c}(y - f_y),$$

$$\dot{\tilde{x}}_{0\varphi} = \varphi_{r1}\tilde{x}_{0\varphi} + f_x, \quad (33)$$

$$\varepsilon = -cx_\varphi - c\tilde{x}_{0\varphi} + y - f_y.$$

На рис. 2 показаны результаты исследования качества регулирования и чувствительности системы управления на компьютерной модели, состоящей из уравнений (30) и (32). Здесь, как и в примере 1, ступенчатые изменения y, f_y и f_x амплитудой пять единиц разнесены во времени. При моделировании в (32) приняты расчетные значения $a = b = c = 1$, $\varphi_1 = \varphi_{r1} = -1$ и исходное задание $y = 3$. Коэффициенты a, b, c в (30) поочередно изменялись на $\pm 50\%$ от своих номинальных значений. Здесь также процессы соответствуют (33).

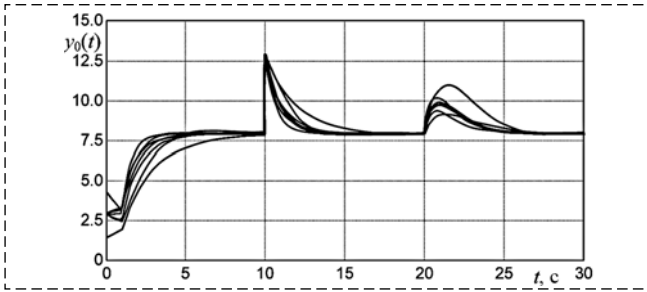


Рис. 2. Графики изменения $y_0(t)$ в системе (30), (32) при вариациях a, b, c в (30)

Fig. 2. Graphs of $y_0(t)$ in (30), (32) for different a, b, c values in (30)

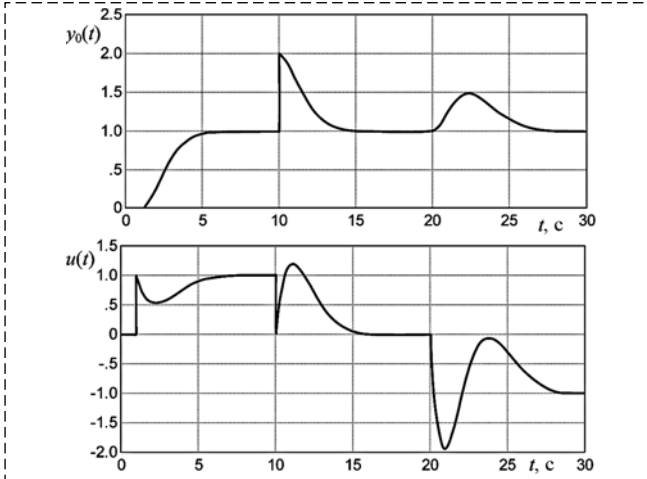


Рис. 3. Графики изменения $y_0(t)$ и $u(t)$ в системе (34), (37)

Fig. 3. Graphs of $y_0(t)$ and $u(t)$ in (34), (37)

Пример 3. Имеем нестационарный линейный объект управления

$$\begin{aligned} \dot{x}_{01} &= (a_{01} + kt)x_{01} + a_2x_{02} + u - f_{x1}, \\ \dot{x}_{02} &= x_{01} - f_{x2}, \\ y_0 &= c_1x_{01} + c_2x_{02} - f_y, \end{aligned} \quad (34)$$

где $t > 0$. Составляя и решая уравнения (9), (12), (14) для (34) и назначая $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_{r1}, \varphi_{r2}$ свободными коэффициентами, находим матрицы обратной модели и фильтров-эталонов:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(\cdot) & \mathbf{F}(\cdot) \\ \mathbf{G}(\cdot) & \mathbf{H}(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{c_1}{c_2} & \frac{1}{c_2} \\ 1 & -(a_{01} + kt) + a_2 \frac{c_1}{c_2} & -\frac{a_2}{c_2} \end{bmatrix}; \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_1(\cdot) & \Phi_2(\cdot) \\ \Phi_3(\cdot) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & -\frac{\varphi_2}{c_2} \\ 1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & 0 \end{bmatrix}; \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{r1}(\cdot) \\ \Phi_{r3}(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{r1} & \varphi_{r2} \\ 1 & 0 \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix}.$$

Подставляя выражения (35), (36) в (20), получаем уравнения (19) алгоритма управления:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\varphi 1} &= \left(\varphi_1 - \frac{c_1}{c_2} \varphi_2 \right) x_{\varphi 1} - \frac{\varphi_2}{c_2} \varepsilon, \\ \dot{x}_{\varphi 2} &= x_{\varphi 1}, \quad \varepsilon = y - y_0, \\ u &= \left(\varphi_1 - (a_{01} + kt) - \frac{c_1}{c_2} \varphi_2 \right) x_{\varphi 1} - a_2 x_{\varphi 2} + \end{aligned} \quad (37)$$

$$+ (\varphi_{r1} - (a_{01} + kt)) \tilde{x}_{0\varphi 1} + (\varphi_{r2} - a_2) \tilde{x}_{0\varphi 2} - \frac{\varphi_2}{c_2} \varepsilon,$$

$$\tilde{x}_{0\varphi 1} = x_{01} - x_{\varphi 1}, \quad \tilde{x}_{0\varphi 2} = x_{02} - x_{\varphi 2}.$$

На рис. 3 показаны переходные функции, полученные на компьютерной модели системы (34), (37). Здесь единичные ступенчатые изменения y, f_y и f_{x2} , как и ранее, разнесены во времени. При моделировании принято: $a_{01} + kt = -1 + 0,2t, a_2 = -1, c_1 = 0, c_2 = 1, \varphi_1 = \varphi_{r1} = -1,73, \varphi_2 = \varphi_{r2} = -1$. Отметим, что данный объект управления без регулятора через пять секунд становится неустойчивым.

Пример 4. Двухканальный неустойчивый объект управления задан в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}'_{01} &= x_{01}x_{02} + u_1, \quad y'_{01} = x_{01}, \\ \dot{x}'_{02} &= x_{01}^2 + x_{02}^2 + u_2, \quad y'_{02} = x_{02}, \\ y_{01} &= y'_{01} + f_{y1}, \quad \dot{x}_{01} = \dot{x}'_{01} + f_{x1}, \\ y_{02} &= y'_{02} + f_{y2}, \quad \dot{x}_{02} = \dot{x}'_{02} + f_{x2}, \end{aligned} \quad (38)$$

где $x_1 > 0, x_2 > 0$. Требуется, как и ранее разработать управляющее устройство, которое, изменяя u_1, u_2 , поддерживает значения y_{01}, y_{02} на заданном уровне с точностью до фильтров-эталонов. Должна быть обеспечена автономность системы по каналам управления.

Преобразуя (38) с использованием соотношений (5) и (6), получаем

$$\begin{bmatrix} \dot{x}'_{01} \\ \dot{x}'_{02} \\ y'_{01} \\ y'_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5x_{02} & 0,5x_{01} & 1 & 0 \\ x_{01} & x_{02} & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Задавая матрицы свободных коэффициентов в виде

$$\Phi_1(\cdot) = \begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 \\ 0 & \varphi_2 \end{bmatrix}, \quad \Phi_{r1}(\cdot) = \begin{bmatrix} \varphi_{r1} & 0 \\ 0 & \varphi_{r2} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

используя (39), по выражениям (9), (13) находим

$$\begin{aligned} \Phi_2(\cdot) &= \begin{bmatrix} -\varphi_1 & 0 \\ 0 & -\varphi_2 \end{bmatrix}, \quad \Phi_3(\cdot) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \Phi_{r3}(\cdot) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}(\cdot) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\cdot) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\mathbf{G}(\cdot) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}(\cdot) = \begin{bmatrix} -0,5x_{02} & -0,5x_{01} \\ -x_{01} & -x_{02} \end{bmatrix}.$$

Отметим, что для обеспечения автономности по каналам управления коэффициенты в (40) на неглавных диагоналях приняты равными нулю.

Регулятор для объекта (38), определенный подстановкой (40), (41) в (19), (20), после преобразований принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\varphi 1} &= -\varphi_1 \varepsilon_1, & \dot{x}_{\varphi 2} &= -\varphi_2 \varepsilon_2, \\ u_1 &= -x_{02} x_{01} + \varphi_{r1} \tilde{x}_{0\varphi 1} - \varphi_1 \varepsilon_1, \\ u_2 &= -(x_{01}^2 + x_{02}^2) + \varphi_{r2} \tilde{x}_{0\varphi 2} - \varphi_2 \varepsilon_2, \\ \tilde{x}_{0\varphi 1} &= x_{01} - x_{\varphi 1}, & \tilde{x}_{0\varphi 2} &= x_{02} - x_{\varphi 2}, \\ \varepsilon_1 &= y_1 - y_{01}, & \varepsilon_2 &= y_2 - y_{02}, \end{aligned} \quad (42)$$

где $\varphi_1 < 0$, $\varphi_2 < 0$, $\varphi_{r1} < 0$, $\varphi_{r2} < 0$; y_1, y_2 — задания соответственно для y_{01} и y_{02} . Процессы в замкнутой двухканальной системе регулирования согласно (21) описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\varphi 1} &= \varphi_1 x_{\varphi 1} + \varphi_1 \tilde{x}_{0\varphi 1} - \varphi_1 (y_1 - f_{y1}), \\ \dot{x}_{\varphi 2} &= \varphi_2 x_{\varphi 2} + \varphi_2 \tilde{x}_{0\varphi 2} - \varphi_2 (y_2 - f_{y2}), \\ \dot{\tilde{x}}_{0\varphi 1} &= \varphi_{r1} \tilde{x}_{0\varphi 1} + f_{x1}, & \dot{\tilde{x}}_{0\varphi 2} &= \varphi_{r2} \tilde{x}_{0\varphi 2} + f_{x2}, \\ \varepsilon_1 &= -x_{\varphi 1} - \tilde{x}_{0\varphi 1} + (y_1 - f_{y1}), \\ \varepsilon_2 &= -x_{\varphi 2} - \tilde{x}_{0\varphi 2} + (y_2 - f_{y2}). \end{aligned} \quad (43)$$

Компьютерное моделирование системы, составленной из соотношений (38) и (42), показало соответствие ее поведения при внешних воздействиях уравнениям (43).

Заключение

При разработке данного алгоритма управления обратную связь и интегральную составляющую в алгоритме управления нигде не постулировали, использовали лишь принцип компенсации. Эти связь и составляющая появились при оценке аддитивных возмущений на переменные объекта управления и вычитании после фильтрации этих оценок из соответствующих переменных обратной модели. Благодаря такому подходу удалось разработать процедуру структурного синтеза алгоритма управления многоканальным нелинейным нестационарным объектом. В полученной замкнутой системе проводится коррекция собственной динамики объекта управления посредством его обратных математических моделей и замена этой динамики желаемой динамикой фильтров-эталонов. "Платой" за такое решение является необходимость информации о выходных переменных и переменных состояния объекта. Применение наблюдателей состояния требует дополнительной проработки. Легкость и наглядность синтеза регуляторов показана в общем слу-

чае и на простых примерах. Определение фильтров-эталонов в общем случае является неформальным и требует дальнейших исследований.

Полученный алгоритм благодаря своим преимуществам может найти применение для решения практических задач управления сложными линейными и нелинейными объектами.

Список литературы

1. **Квакернаак Х., Сиван Р.** Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977.
2. **Атанс. М., Фалб П.** Оптимальное управление. М.: Машиностроение, 1968.
3. **Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.** Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
4. **Ким Д. П.** Теория автоматического управления. Т.2. Многомерные, нелинейные оптимальные и адаптивные системы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5. **Khalil N. K.** Nonlinear systems. New Jersey, Prentice Hall, 2002.
6. **Albertos P., Sala A.** Multivariable control systems. Springer-Verlag London, 2004.
7. **Isidori A.** Nonlinear control systems. Berlin: Springer, 1995.
8. **Nijmeijer H., van der Schaft A. J.** Nonlinear Dynamical Control Systems. Springer-Verlag. New York, 1990.
9. **Афанасьев В. Н.** Управление нелинейными объектами с параметрами, зависящими от состояния // АИТ. 2011. № 4. С. 43—56.
10. **Friedland B.** Quasi Optimal Control and the SDRE Method. Proc // 17th IFAC Sympos. Automat. Control Aerospace. Toulouse, France, 2007.
11. **Skogestad S., Postlethwaite I.** Multivariable Feedback Control. Wiley, NY, 1996.
12. **Shamma J. S., Cloutier J. R.** Existence of SDRE Stabilizing Feedback // IEEE Transactions on Automatic Control. 2003. N. 48(3).
13. **Шадрин Г. К.** Физический подход к построению систем управления на основе компенсации динамики объекта и возмущений // АИТ. 2016. № 7. С. 33—46.
14. **Шадрин Г. К., Порубов Д. А., Шадрин М. Г.** Синтез алгоритма управления движением двухколесного робота методом компенсации динамики объекта и возмущений // Автоматика и программная инженерия. 2017. № 4(22). С. 10—15.
15. **Барбашин Е. А.** Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970.
16. **Подчукаев В. А.** Теория автоматического управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
17. **Бортакровский А. С., Пантелеев А. В.** Линейная алгебра в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005.
18. **Bao Jie, Lee Peter L.** Process Control. The Passive Systems Approach. Springer-Verlag London Limited, 2007.
19. **Yoshihiro Sakayanagi, Daisuke Nakayama, Shigeki Nakaura, Mitsuji Sampe.** Clarification of Free Parameters of State-dependent Coefficient Form: Effect on Solving State-dependent Riccati Inequality // Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea, July 6—11, 2008.
20. **Кабанов А. А.** Приближенная линеаризация обратной связи на основе сингулярно возмущенного подхода // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. № 8. С. 515—522.
21. **Афанасьев В. Н.** Гарантированное управление нелинейным объектом (на примере ядерного реактора на тяжелой воде) // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 5. С. 2—4.

Synthesis of a Control Algorithm for Nonlinear Plant Using Correction of Controlled Plant Dynamics and Compensation of Perturbations

G. K. Shadrin, Associated Professor, shadrin.g.k@yandex.ru,

D Serikbayev East Kazakhstan Technical University, Ust-Kamenogorsk, Republic of Kazakhstan

Corresponding author: Shadrin G. K., Associated Professor, D Serikbayev East Kazakhstan Technical University, Ust-Kamenogorsk, Republic of Kazakhstan, e-mail: shadrin.g.k@yandex.ru

Accepted on August 06, 2020

Abstract

This paper introduces a new approach to control of nonlinear non-stationary multichannel plant with lumped parameters and additive perturbations. Controlled plant is represented as a set of equations in matrix-vector form, with number of output variables equal to the number of controlled variables. The problem is stated as follows: to control plant output provided that output variables and state variables are observable. Plant equations are converted into a state dependent coefficient (SDC) form, then method of correction of plant dynamics and compensation of perturbations is used. A variant of conversion to the SDC form based on E. A. Barabashin's method is suggested. Reverse models of the plant are defined with respect to reference and deviation channels. Algebraic equations are presented, which, when solved, yield reverse models. Definitions of etalon filters are introduced, allowing a physical implementation of a controller when used in conjunction with reverse models. Conditions to which matrices of etalon filters must conform are considered. It was found by examples that part of coefficients of etalon filters can be chosen arbitrarily. Using the method of correction of controlled plant dynamics and perturbations, utilizing reverse models and etalon filters, a physically implementable controller algorithm was constructed. Then it was transformed to physically implementable form using equivalent transformations. Components of the final algorithm are obtained by the means of algebraic transformations of functional matrices of the plant and etalon filter. Equations for closed control system are presented. It follows from these equations that system is asymptotically stable and that transient processes correspond with their respective etalon filters. Even though compensation method was used, a multichannel closed-loop control system was obtained. An advantage of suggested method is that it allows a simple procedure for the control algorithm synthesis using evident physical initial data. The efficacy of obtained algorithms was verified using several examples. Computer simulation showed that control systems are robust and comply with specified requirements. Directions for further research were suggested.

Keywords: control system, multi-variable nonlinear plant, disturbance compensation, inverse model, etalon filter, control algorithm

For citation:

Shadrin G. K. Synthesis of a Control Algorithm for Nonlinear Plant Using Correction of Controlled Plant Dynamics and Compensation of Perturbations, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 12, pp. 667–674.

DOI: 10.17587/mau.21.667-674

References

1. Kwakernaak H., Sivan R. Linear Optimal Control Systems, New Jersey, Wiley-Interscience, 1972.
2. Athans M., Falb P. Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications, New York, McGraw-Hill — Lincoln Laboratory publications, 1966.
3. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L. Nonlinear Adaptive Control of Complex Dynamic Systems, SPb., Nauka, 2000 (in Russian).
4. Kim D. P. Multidimensional Nonlinear Optimal and Adaptive Systems, vol. 2, Moscow, Fizmatlit, 2004 (in Russian).
5. Khalil N. K. Nonlinear Systems New Jersey, Prentice Hall, 2002.
6. Albertos P., Sala A. Multivariable Control Systems, Springer-Verlag, London, 2004.
7. Isidori A. Nonlinear Control Systems, Berlin, Springer, 1995.
8. Nijmeijer H., van der Schaft A. J. Nonlinear Dynamical Control Systems, Springer-Verlag, New York, 1990.
9. Afanas'ev V. N. Control of Nonlinear Plants With State-dependent Coefficients, *Autom. Remote Control*, 72:4 (2011), 713–726.
10. Friedland B. Quasi Optimal Control and the SDRE Method. Proc. 17th IFAC Sympos. Automat. Control Aerospace, Toulouse, France, 2007.
11. Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable Feedback Control, Wiley, NY, 1996.
12. Shamma J. S., Cloutier J. R. Existence of SDRE Stabilizing Feedback, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, No. 48(3).
13. Shadrin G. K. A Physics-Based Approach to Control Systems Design Using Compensation of Controlled Plant Dynamics and Perturbations, *Automation and Remote Control*, 2016, vol. 77, no. 7, pp. 1151–1162, DOI: 10.1134/S0005117916070031.
14. Shadrin G. K., Porubov D. A., Shadrin M. G. Synthesis of a Control Algorithm For a Two-Wheeled Robot Using Method of Compensation of Plant Dynamics And Perturbations, *Avtomatika i programnaya inzheneriya*, 2017, no. 4(22), pp. 10–15 (in Russian).
15. Barbashin E. A. Lyapunov Functions, Moscow, Nauka, 1970 (in Russian).
16. Podchukaev V. A. Theory of Automatic Control, Moscow, Fizmatlit, 2004 (in Russian).
17. Bortakovskij A. S., Pantelev A. V. Linear Algebra, Moscow, Vysshaya shkola, 2005 (in Russian).
18. Bao Jie, Lee Peter L. Process Control. The Passive Systems Approach, Springer-Verlag London Limited, 2007.
19. Yoshihiro Sakayanagi, Daisuke Nakayama, Shigeki Nakaura, Mitsuji Sampe. Clarification of Free Parameters of State-dependent Coefficient Form: Effect on Solving State-dependent Riccati Inequality, *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea*, July 6–11, 2008.
20. Kabanov A. A. Approximate feedback linearization based on the singular perturbations approach, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2015, 16(8):515–522 (in Russian), <https://doi.org/10.17587/mau.16.515-522>.
21. Afanas'ev V. N. Guaranteed Control of a Nonlinear Plant (as Exemplified by a Heavy Water Nuclear Reactor), *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2013, no. 5, pp. 2–4 (in Russian).