

Г. Р. Галимова, аспирант¹, инженер-конструктор², gulshat.galimova.1995@mail.ru,
В. Г. Волков, аспирант¹, главный специалист², vgvolkov93@mail.ru,
И. З. Ахметзянов, канд. техн. наук, доц.¹, главный специалист², Akhmetzyanov.IZ@kamaz.ru,
¹ФГАОУ ВО "Казанский (Приволжский) федеральный университет", г. Казань,
²Научно-технический центр ПАО "КАМАЗ", г. Набережные Челны

Упреждающее многосвязное управление движением автопоезда по криволинейной траектории

Рассматривается задача движения автопоезда по криволинейной траектории с оптимальной скоростью. Для решения задачи предлагается алгоритм управления, основанный на стратегии многосвязного упреждающего управления. Упреждающее управление предполагает вычисление последовательности управляющих воздействий путем решения задачи оптимального управления на фиксированном конечном горизонте для текущего состояния нестационарной нелинейной системы. В качестве управляющих воздействий используются угол поворота управляемых колес автомобиля-тягача и ускорение автопоезда. Продольная и поперечная динамика описывается неявной нелинейной математической моделью в непрерывном времени. Построение дискретной линейной нестационарной модели для прогнозирования, описывающей динамику отклонения системы от опорной траектории, основывается на дискретизации исходной системы методом Эйлера и вычислении явных аналитических выражений для ее якобиана с помощью пакета символьных вычислений системы MATLAB. Опорная траектория и соответствующие опорные значения вектора состояний вычисляются с помощью известных геометрических методов, использующих информацию о координатах траектории и ее кривизне. При вычислении опорной скорости учитываются ее ограничения по заносу и опрокидыванию. Для тестирования предлагаемого алгоритма разработана компьютерная модель в среде имитационного моделирования Simulink. Представлены результаты тестирования движения автопоезда по заданной траектории при различных значениях опорной скорости. Показано, что алгоритм обеспечивает достаточно высокую точность следования опорной траектории, поддержание скорости, близкой к ее опорному значению, и малые значения угла складывания при значениях опорной скорости не более 18 м/с и радиусах кривизны поворотов не менее 250 м. Разработанный алгоритм в дальнейшем может быть использован для разработки систем активной помощи водителю и автономных автопоездов.

Ключевые слова: упреждающее управление, многосвязное управление, продольная динамика автомобиля, поперечная динамика автомобиля, следование траектории, автопоезд

Введение

В настоящее время автопоезда активно применяются в коммерческих грузоперевозках, что связано с их высокой экономической эффективностью. Согласно экспертным оценкам применение автопоездов позволяет снизить себестоимость транспортировки грузов на средних и больших дистанциях на 30 % [1]. Однако управление автопоездом является достаточно сложной задачей, поскольку требует учета динамики как автомобиля-тягача, так и полуприцепа, а также их ограниченной маневренности. В связи с данным обстоятельством весьма актуальной является проблема разработки для них систем активной помощи водителю и полностью автономных автопоездов.

Создание автономных транспортных средств (АТС) [2] является одним из ключевых направлений исследований в промышленности и науке. Как правило, в архитектуре АТС выделяют системы, отвечающие за восприятие, локализацию, планирование пути и управление движением [3]. В частности, система управле-

ния движением должна обеспечивать следование ТС траектории, сгенерированной системой планирования пути, с оптимальной скоростью. Для этого необходимо обеспечить управление продольным и боковым движением ТС.

Для управления продольным движением ТС часто используются системы "круиз-контроль" (КК) и "адаптивный круиз-контроль" (АКК). Обзор этапов развития систем АКК представлен, например, в работе [4]. В работе [5] описана реализация АКК на основе метода скользящего режима и приведено экспериментальное подтверждение его эффективности. Нелинейные методы управления, например, второй (прямой) метод Ляпунова (см., например, работу [6]) и адаптивное управление (см., например, работу [7]), также применяются для управления продольным движением ТС.

Обзор методов управления боковым движением ТС и их реализаций представлен в работе [8]. Среди них можно отметить метод Стэнли [9] и линейно-квадратичное управление. Для повышения эффективности управления боковым движением могут использоваться и другие

подходы. Так, в работе [10] управление осуществляется с помощью нечеткого регулятора, для настройки которого применяются генетические алгоритмы. Основным недостатком такого подхода является необходимость создания репрезентативного набора данных для обучения регулятора. В работе [11] также рассматривается система рулевого управления, основанная на нечеткой логике. Разработанный нечеткий регулятор сравнивается с упреждающим, отмечается, что его ошибка управления в меньшей степени зависит от скорости движения автомобиля. Однако следует отметить, что одним из основных недостатков данного подхода является необходимость создавать базы правил, основанные на экспертных оценках.

Во всех приведенных выше исследованиях задачи управления продольным и боковым движением ТС рассматривались независимо друг от друга, иными словами, применялась развязанная стратегия управления. В многосвязной стратегии управления они решаются совместно, что позволяет учитывать их взаимовлияние, но увеличивает вычислительную сложность получаемого алгоритма. В литературе предложены различные методы многосвязного управления. Например, в работе [12] было предложено решение, основанное на рекурсивном синтезе (Backstepping). В статье [13] описано решение, основанное на теории управляемых нелинейных систем (Flat systems), недостатком которого является сложность идентификации параметров при быстром изменении динамики ТС.

В последнее время получили распространение системы упреждающего управления (Model Predictive Control, MPC), которые могут использоваться как в развязанных (например, в качестве регулятора бокового движения ТС [14–16]), так и в многосвязных системах управления [17]. В MPC последовательность управляющих воздействий вычисляется путем решения задачи оптимального управления на фиксированном конечном горизонте для текущего состояния нестационарной нелинейной системы [18]. Благодаря этому MPC хорошо подходит для управления движением автопоезда, которое описывается достаточно сложными и существенно нелинейными законами.

Таким образом, целью данной работы является разработка упреждающего многосвязного алгоритма управления продольным и боковым движением автопоезда по криволинейной траектории.

Постановка задачи

Управление движением ТС является сложной задачей, которая требует анализа взаимовлияния его продольной и поперечной динамики. Рассматривая задачу управления движением автопоезда, необходимо отметить, что она имеет дополнительные сложности, связанные с наличием полуприцепа. Известно [19], что при прохождении поворотов автопоезда, как правило, обладают значительно большей шириной динамического коридора по сравнению с одиночными автомобилями тех же габаритных размеров. Также вследствие действия внешних возмущений могут возникать существенные поперечные угловые колебания (так называемое "виляние") полуприцепа, что дополнительно увеличивает эту ширину. Более того, при движении на больших скоростях вышеописанные колебания могут оказаться неустраняемыми посредством изменения угла поворота управляемых колес без снижения скорости. Кроме того, следует отметить, что центр масс (ЦМ) автопоезда, как правило, расположен выше, чем у одиночных ТС, что повышает риск его опрокидывания при прохождении поворотов. Все это не только накладывает существенные ограничения на минимальный допустимый радиус поворотов, но и требует более точного планирования траектории и скорости движения при их прохождении.

Для описания движения автопоезда по криволинейной траектории в данной работе используется нелинейная математическая модель, сформированная с помощью уравнений Лагранжа второго рода. В качестве обобщенных координат используются положение седельно-сцепного устройства (ССУ) автопоезда, а также курсовые углы автомобиля-тягача и полуприцепа. Подробный вывод приведенной ниже системы уравнений представлен в работе [20]. При ее выводе были сделаны следующие основные предположения: автопоезд движется по идеально ровной опорной поверхности (совершает плоское движение); ССУ представляет собой идеальное цилиндрическое шарнирное соединение; угловыми перемещениями корпусов тягача и полуприцепа относительно продольной и поперечной осей симметрии можно пренебречь; углы увода и углы поворота колес всех осей автопоезда попарно равны между собой. Таким образом, предполагается, что основное влияние на динамику автопоезда оказывают силы реакции, возникающие в пятнах контак-

тов колес с опорной поверхностью. Отметим, что в целях дальнейшего упрощения модели, предложенной в работе [20], отдельные оси полуприцепа и действующие на них силы реакции заменены одной условной осью и равнодействующими силами реакций.

Используемая модель может быть записана в виде неявного матричного нелинейного дифференциального уравнения

$$\begin{bmatrix} \sigma(m_1 + m_2) & 0 & 0 & -m_2 d_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + m_2 & m_1 d_1 & -m_2 d_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 d_1 & J_1 + m_1 d_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_2 d_2 & 0 & J_2 + m_2 d_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{\omega}_{z1} \\ \dot{\omega}_{z2} \\ \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= (m_1 + m_2)v_y \omega_{z1} + m_1 d_1 \omega_{z1}^2 - \\ &- m_2 d_2 \omega_{z2}^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - F_w - R_{x1} \cos \delta + R_{x2} - \\ &- R_{y1} \sin \delta - R_{x3} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + R_{x3} \sin(\varphi_1 - \varphi_2); \\ F_2 &= -\sigma(m_1 + m_2)v_x \omega_{z1} + m_2 \omega_{z2}^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \\ &- R_{x1} \sin \delta + R_{y1} \cos \delta + R_{y2} + R_{x3} \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ &+ R_{x3} \cos(\varphi_1 - \varphi_2); \\ F_3 &= (\sigma - 1)(m_1 + m_2)v_x v_y - m_1 d_1 v_x \omega_{z1} - \\ &- R_{x1}(d_1 + l_1) \sin \delta + R_{y1}(d_1 + l_1) \cos \delta + \\ &+ R_{y2}(d_1 - l_2); \\ F_4 &= m_2 d_2 v_x \omega_{z1} - R_{y3}(d_2 + l_3); \\ F_5 &= v_x \cos \varphi_1 - v_y \sin \varphi_1; \\ F_6 &= v_x \sin \varphi_1 + v_y \cos \varphi_1; \\ F_7 &= \omega_{z1}; F_8 = \omega_{z2}. \end{aligned}$$

Здесь $[v_x \ v_y \ \omega_{z1} \ \omega_{z2} \ X \ Y \ \varphi_1 \ \varphi_2]^T$ — вектор состояния системы; v_x, v_y — продольная и боковая скорости автомобиля-тягача; $\varphi_1, \varphi_2, \omega_{z1}, \omega_{z2}$ — курсовые углы автомобиля-тягача и полуприцепа и их скорости изменения; X, Y — координаты ССУ; δ — угол поворота управляемых колес; σ — коэффициент учета вращающихся масс; m_1, m_2, J_1, J_2 — массы и моменты инерции автомобиля-тягача и полуприцепа, соответственно; d_1, d_2 — расстояния от ССУ до ЦМ автомобиля-тягача и полуприцепа; F_w — сила аэродинамического сопротивления; R_{xj} и R_{yj} — продольные и боковые составляющие сил реакции для j -й оси

автопоезда; l_j — расстояние от j -й оси до ЦМ соответствующего звена автопоезда.

Продольные составляющие сил реакции R_{xj} описываются следующими выражениями:

$$\begin{cases} R_{x1} = f_1 N_1; \\ R_{x2} = \sigma(m_1 + m_2)a - f_2 N_2; \\ R_{x3} = f_3 N_3, \end{cases} \quad (2)$$

где f_j — коэффициенты сопротивления качению колес j -й оси автопоезда; N_j — нормальная составляющая силы реакции дороги, действующая на колеса j -й оси автопоезда. Отметим, что a в соотношениях (2) представляет собой

желаемое продольное ускорение ТС без учета действующих на него сил сопротивления и не сводится к простому дифференцированию по времени v_x , а $\sigma(m_1 + m_2)a$ соответствует вызывающей его силе тяги. При этом предполагается, что данное ускорение обеспечивается системой управления тяговой динамикой ТС более низкого уровня посредством формирования соответствующих запросов крутящего и тормозного моментов. Такой подход имеет место при разработке алгоритмов управления продольным движением ТС [21], поскольку позволяет не учитывать сложности, связанные с нелинейностью и нестационарностью процессов выработки и преобразования крутящего момента.

Поперечные составляющие сил реакции R_{yj} при малых значениях углов увода определяются по следующим формулам:

$$R_{yj} = k_{\alpha j} \alpha_j, \quad (3)$$

где $k_{\alpha j}$ и α_j — коэффициент сопротивления уводу и угол увода колес j -й оси автопоезда.

При этом углы увода α_j , требуемые для расчета сил реакции R_{yj} по формулам (3), вычисляются из известных кинематических соотношений:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \delta - \arctg \frac{v_y + \omega_{z1} l_1}{v_x}; \\ \alpha_2 = \arctg \frac{\omega_{z1} l_2 - v_y}{v_x}; \\ \alpha_3 = \arctg \frac{\omega_{z2} l_3 - v_x \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - v_y \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{v_x \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - v_y \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}. \end{cases} \quad (4)$$

Для вычисления силы аэродинамического сопротивления F_w берется стандартное соотношение

$$F_w = k_w A v_x^2, \quad (5)$$

где k_w — коэффициент сопротивления воздуха; A — площадь лобового сечения.

Таким образом, при решении задачи управления автопоездом, который описывается моделью (1)–(5), целью является вычисление желаемого продольного ускорения a и угла поворота управляемых колес δ , которые позволяют ему следовать заданной траектории движения.

Метод упреждающего управления

На сегодняшний день имеется большое число методов, разработанных для управления движением одиночных ТС. Однако без модификаций данные методы могут не обеспечивать требуемое качество управления движением автопоезда, поскольку он является более сложным объектом управления, который имеет большее число степеней свободы, большую многосвязность и более сильные ограничения на управляющие воздействия. Одним из подходов, который успешно применяется при решении задач управления движением одиночных ТС и может быть распространен на случай управления автопоездом благодаря возможности учета вышеописанных факторов, является многосвязное упреждающее управление [22].

Упреждающее управление основано на решении на каждой итерации алгоритма задачи оптимизации с ограничениями на конечном горизонте прогнозирования. Горизонт прогнозирования представляет собой временной интервал, на котором вычисляются будущие изменения состояния объекта управления на основе его математической модели. Решением задачи на каждой итерации является последовательность оптимальных управляющих воздействий для всех точек горизонта прогнозирования. Первый элемент данной последовательности подается на объект управления в качестве управляющего воздействия, после чего осуществляется перемещение горизонта прогнозирования на один шаг вперед и происходит переход на следующую итерацию.

Введем следующие обозначения:

$$\tilde{\mathbf{z}}_i = \mathbf{z}_i - \mathbf{z}_i^{ref}, \quad \tilde{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_i^{ref},$$

где $\tilde{\mathbf{z}}_i$ и $\tilde{\mathbf{u}}_i$ — отклонения от опорного состояния и опорных управляющих воздействий; $\mathbf{z}_i$ и $\mathbf{u}_i$ — спрогнозированные состояния объекта управления и управляющие воздействия, соответственно. Индексом $(\cdot)^{ref}$ здесь и далее обозначены опорные значения, индексом $(\cdot)_i$ — номера точек горизонта прогнозирования.

Тогда целевая функция задачи упреждающего управления может быть представлена в следующем виде:

$$\min_{\mathbf{u}_i} \sum_{i=1}^{H_p} \tilde{\mathbf{z}}_i^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{z}}_i + \sum_{i=0}^{H_c} \tilde{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}_i,$$

где H_p — горизонт прогнозирования; H_c — горизонт управления; $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$ — матрицы весовых коэффициентов. Стоит отметить, что в стандартной постановке задачи упреждающего управления, как правило, берется $H_c = H_p$, однако на практике для снижения вычислительной сложности достаточно часто принимается $H_c < H_p$.

Важным преимуществом упреждающего управления является возможность накладывать ограничения на состояния и управляющие воздействия:

$$\mathbf{C} \mathbf{z}_i + \mathbf{D} \mathbf{u}_i \leq \mathbf{b},$$

где $\mathbf{C}$ и $\mathbf{D}$ — матрицы для формирования ограничений; $\mathbf{b}$ — вектор ограничений на состояния и управляющие воздействия.

Для прогнозирования состояния объекта управления, как правило, используется модель в пространстве состояний. В целях повышения точности прогнозирования можно использовать нестационарную модель в пространстве состояний. В этом случае $\mathbf{z}_{i+1}$ будет вычисляться по формуле

$$\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{A}_i \mathbf{z}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i.$$

Таким образом, задача упреждающего управления движением автопоезда может быть сформулирована следующим образом:

$$\min_{\mathbf{u}_i} \sum_{i=1}^{H_p-1} \tilde{\mathbf{z}}_i^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{z}}_i + \sum_{i=0}^{H_c} \tilde{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}_i, \quad (6)$$

при условиях

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_0 &= \mathbf{z}(0), \\ \tilde{\mathbf{z}}_{i+1} &= \mathbf{A}_i \tilde{\mathbf{z}}_i + \mathbf{B}_i \tilde{\mathbf{u}}_i, \\ |\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i| &\leq \Delta \mathbf{u}, \\ |\mathbf{u}_i| &\leq \mathbf{u}_{\max}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{z} = [v_x \ v_y \ \omega_{z1} \ \omega_{z2} \ X \ Y \ \varphi_1 \ \varphi_2]^T$; $\mathbf{u} = [a \ \delta]^T$; $\Delta \mathbf{u}$, $\mathbf{u}_{\max}$ — векторы максимальных изменений и максимальных значений управляющих воздействий, соответственно.

При такой формулировке ключевую роль играет вычисление векторов опорных состояний и управляющих воздействий, а также матриц нестационарной модели в пространстве состояний, используемой для прогнозирования.

Вычисление вектора опорных состояний системы осуществляется на основе координат (X, Y) и кривизны траектории k . На каждом шаге выбираются H_p опорных точек на траектории, генерируемой системой планирования пути. В качестве первой опорной точки ($i = 1$) выбирается ближайшая точка на траектории. Последующие $H_p - 1$ точек выбираются из условия

$$\min_i \{ \sqrt{[X^{ref}(i) - X^{ref}(i-1)]^2 + [Y^{ref}(i) - Y^{ref}(i-1)]^2} - S \}, \quad (7)$$

где S — расстояние между опорными точками, вычисляемое по формуле

$$S = vT_s,$$

где v — текущая скорость автопоезда; T_s — шаг выборки. Для простоты обозначений в этом разделе номера опорных точек указываются в скобках. Таким образом, $X^{ref}(i)$ и $Y^{ref}(i)$ обозначают опорные координаты автопоезда в i -й точке траектории.

Опорный курсовой угол автомобиля-тягача $\varphi_1^{ref}(i)$ вычисляется как тангенс угла наклона касательной в ней. Опорным значением для курсового угла полуприцепа $\varphi_2^{ref}(i)$ будем считать опорный курсовой угол автомобиля-тягача, иными словами, будем предполагать, что желаемый угол складывания $\Delta\varphi^{ref}(i) = \varphi_1^{ref}(i) - \varphi_2^{ref}(i)$ равен нулю.

Элементы векторов опорных угловых скоростей автомобиля-тягача ω_{z1}^{ref} и полуприцепа ω_{z2}^{ref} вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \omega_{z1}^{ref}(i) &= (\varphi_1^{ref}(i+1) - \varphi_1^{ref}(i))/T_s; \\ \omega_{z2}^{ref}(i) &= (\varphi_2^{ref}(i+1) - \varphi_2^{ref}(i))/T_s, \end{aligned} \quad (8)$$

где $i = \overline{1, H_p - 1}$. Значения $\omega_{z1}^{ref}(H_p)$ и $\omega_{z2}^{ref}(H_p)$ принимаются равными нулю.

Вычисление опорной скорости выполняется в два этапа. На первом этапе определяется максимально допустимая безопасная скорость $v_s(i)$ в каждой точке горизонта прогнозирования.

Максимальной допустимой безопасной скоростью будем считать 90 % от наименьшей из критических скоростей по заносу $v_d(i)$ и по опрокидыванию $v_r(i)$:

$$\begin{aligned} v_d(i) &= \sqrt{g\mu/k(i)}; \\ v_r(i) &= \sqrt{(gB)/(2hk(i))}; \\ v_s(i) &= 0,9 \min(v_d(i), v_r(i)), \end{aligned} \quad (9)$$

где g — ускорение свободного падения; μ — коэффициент сцепления с дорогой; B — колея автопоезда; h — высота ЦМ автопоезда.

На втором этапе формируется профиль опорной скорости с учетом дополнительных ограничений. Ограничение скорости может быть обусловлено не только кривизной траектории, но и правилами дорожного движения, а также желаниями водителя, особенностями перевозимого груза. Для учета данных факторов введено ограничение по скорости v_{lim} . Таким образом, в качестве первого приближения опорную скорость можно взять как

$$v^{ref}(i) = \min(v_s(i), v_{lim}). \quad (10)$$

Однако при вычислении опорной скорости необходимо также учитывать ограничения, накладываемые на ускорение, поэтому профиль опорной скорости корректируется, чтобы удовлетворять следующим условиям:

$$a_{\min} \leq [v^{ref}(i) - v^{ref}(i-1)]/T_s \leq a_{\max}, \quad (11)$$

где $a_{\min}$, $a_{\max}$ — минимально и максимально допустимые ускорения, соответственно.

Опорная боковая скорость $v_y^{ref}(i)$ берется равной нулю в каждой точке траектории. Следовательно, опорная продольная скорость равна опорной скорости автопоезда

$$v_x^{ref}(i) = v^{ref}(i). \quad (12)$$

Вычисление вектора опорных управляющих воздействий осуществляется на основе вектора опорных состояний системы. Опорное ускорение $a^{ref}(i)$ вычисляется по формуле

$$a^{ref}(i) = [v_x^{ref}(i+1) - v_x^{ref}(i)]/T_s. \quad (13)$$

Опорный угол поворота управляемых колес $\delta^{ref}(i)$ определяется из кинематических соотношений для автопоезда

$$\delta^{ref}(i) = \arctg(L[\varphi_1^{ref}(i+1) - \varphi_1^{ref}(i)]/S), \quad (14)$$

где L — длина автопоезда. Значения управляющих воздействий в точках с индексами больше H_c принимаются равными нулю.

Как было отмечено ранее, для решения задачи (6) помимо вычисления опорных состояний и управляющих воздействий требуется вычисление матриц нестационарной модели в пространстве состояний $\mathbf{A}_i$ и $\mathbf{B}_i$. Для их получения осуществляется дискретизация модели (1)–(5) с помощью прямого метода Эйлера. Поскольку матрица коэффициентов в левой части выражения (1) является невырожденной [20], система дифференциальных уравнений приводится к явному виду. Затем на ее основе с помощью пакета символьных вычислений Symbolic Math Toolbox среды MATLAB аналитически вычисляется якобиан системы и строится нестационарная линейная модель в пространстве состояний

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \left. \frac{\partial f(\mathbf{z}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{z}} \right|_{\mathbf{z}_i=\mathbf{z}_i^{ref}, \mathbf{u}_i=\mathbf{u}_i^{ref}}, \\ \mathbf{B}_i &= \left. \frac{\partial f(\mathbf{z}_i, \mathbf{u}_i)}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{z}_i=\mathbf{z}_i^{ref}, \mathbf{u}_i=\mathbf{u}_i^{ref}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, можно сформулировать следующий пятишаговый алгоритм управления движением автопоезда

Шаг 1. Вычисление опорных состояний $\mathbf{z}_i^{ref}$ по формулам (7)–(12) и управляющих воздействий $\mathbf{u}_i^{ref}$ по формулам (13) и (14).

Шаг 2. Вычисление по формулам (15) матриц $\mathbf{A}_i$ и $\mathbf{B}_i$ нестационарной модели в пространстве состояний, описывающих поведение автопоезда в каждой точке горизонта прогнозирования.

Шаг 3. Вычисление оптимального управления $\mathbf{u}_i^* = [a_i^*, \delta_i^*]^T$ путем решения задачи упреждающего управления (6).

Шаг 4. Вычисление желаемого продольного ускорения $a^* = a_0^*$ и угла поворота управляемых колес $\delta^* = \delta_0^*$.

Шаг 5. Конец алгоритма.

Результаты компьютерного моделирования

Для тестирования предложенного алгоритма управления продольным и боковым движением была разработана компьютерная модель в среде имитационного моделирования Simulink. Для моделирования работы системы планирования пути использовался алгоритм, осуществляющий построение опорной траектории в виде набора клотоид на основе базовых точек маршрута и радиусов скругления в данных точках. Численные значения параметров модели были выбраны приближенными к ха-

рактеристикам реального автопоезда, состоящего из автомобиля-тягача КАМАЗ и полуприцепа НЕФАЗ: $m_1 = 7000$ кг; $m_2 = 15\,000$ кг; $J_1 = 15\,000$ кг·м²; $J_2 = 20\,000$ кг·м²; $l_1 = 1,2$ м; $l_2 = 2,38$ м; $l_3 = 4,34$ м; $d_1 = 1,815$ м; $d_2 = 4,34$ м; $k_{\alpha 1} = 50\,000$ Н/рад; $k_{\alpha 2} = k_{\alpha 3} = 150\,000$ Н/рад.

Большую роль при разработке алгоритма упреждающего управления играет выбор матриц весовых коэффициентов $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$. В данной работе они выбирались исходя из следующих соображений. При прохождении криволинейных участков, как правило, приоритет имеет удержание ТС на опорной траектории, даже если для этого приходится снижать скорость. Исходя из этого наибольший вес присвоен элементам матрицы $\mathbf{Q}$, которые соответствуют координатам автопоезда, а второй по величине — продольной скорости автопоезда. Весовые коэффициенты остальных переменных состояния (прочие элементы матрицы $\mathbf{Q}$) и управляющих воздействий (матрица $\mathbf{R}$) взяты равными между собой и имеющими меньший вес. Для снижения влияния размерностей курсовых углов автомобиля-тягача и полуприцепа, а также угла поворота управляемых колес на целевую функцию использовались масштабирующие коэффициенты.

Для решения задачи оптимизации (6) используется MPC-решатель пакета Model Predictive Control Toolbox среды MATLAB. Параметры MPC-решателя:

$$\begin{aligned} T_s &= 0,01 \text{ с}; H_p = 26; H_c = 5; \\ \mathbf{Q} &= \text{diag}\{0,15, 0,1, 0,1, 0,1, 1, 1, 0,1, 0,1\}; \\ \mathbf{R} &= \text{diag}\{0,1, 0,1\}. \end{aligned}$$

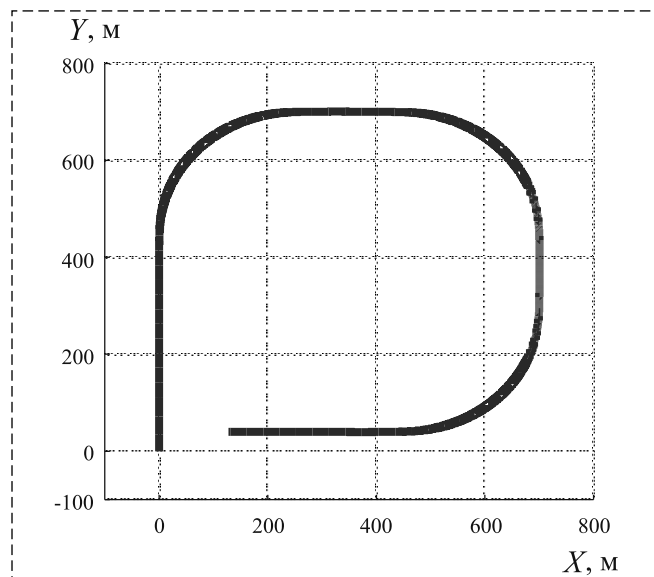


Рис. 1. Опорная траектория
Fig. 1. Reference path

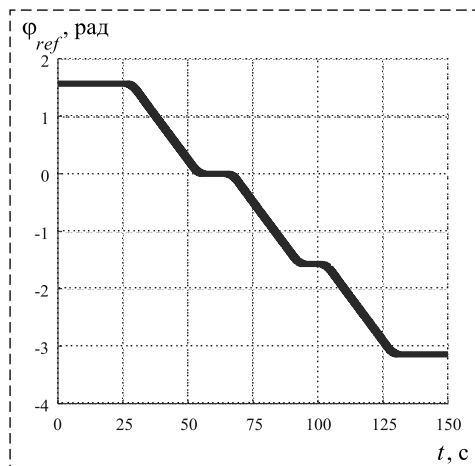


Рис. 2. Опорный курсовой угол
Fig. 2. Reference yaw angle

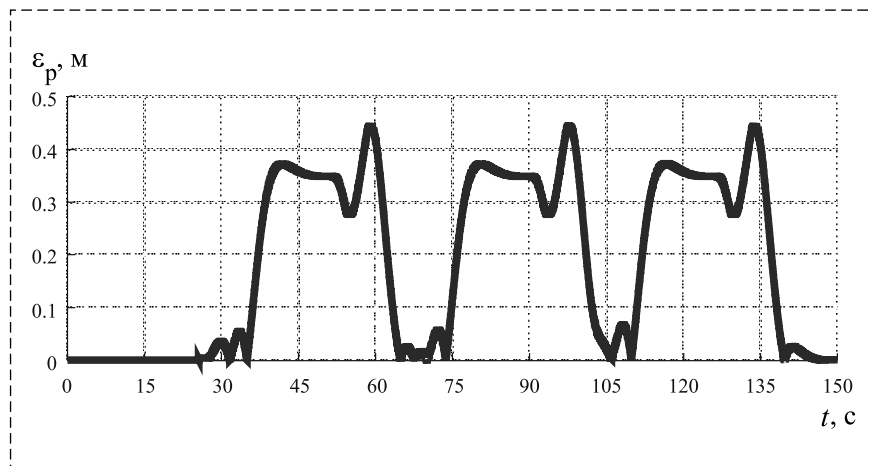


Рис. 3. Отклонение автопоезда от опорной траектории
Fig. 3. Deviation of the road train from the reference path

Была проведена серия компьютерных экспериментов для оценки работоспособности представленного алгоритма. Тестирование проводили при желаемых скоростях от 10 до 24 м/с на траектории с радиусом кривизны порядка 250 м (рис. 1), что сопоставимо с рекомендуемым для автомагистралей значением [23]. Результаты моделирования движения автопоезда с желаемой скоростью 16 м/с приведены на рис. 2, 3 и рис. 4–8 (см. вторую сторону обложки). Кроме того, проводили тестирование на траекториях с радиусами кривизны от 150 до 300 м при желаемой скорости 16 м/с.

Обсуждение

Графики на рис. 2–8 показывают, что алгоритм обеспечивает достаточно высокую точность следования опорной траектории и поддержание скорости, близкой к ее опорному значению. Наибольшие отклонения от опорной продольной скорости (рис. 5, см. вторую сторону обложки) наблюдаются на начальном этапе моделирования. Они вызваны высоким значением продольного ускорения (рис. 7, см. вторую сторону обложки) (на уровне насыщения), однако, так как начальное состояние автопоезда задается равным опорному, причины возникновения этого явления требуют дальнейшего изучения.

Кроме того, следует отметить, что вычисленный упреждающим алгоритмом для прохождения по опорной траектории угол поворота управляемых колес автопоезда значительно отличается от опорного значения (рис. 8, см. вторую сторону обложки). По-видимому, это связано с тем, что для его вычисления исполь-

зовалась простая формула (14), учитывающая только кинематические соотношения и, строго говоря, справедливая лишь для случая, когда угол складывания автопоезда равен нулю.

В целом, результаты компьютерных испытаний показывают, что с увеличением скорости или уменьшением радиуса кривизны траектории возрастает и ошибка между опорными и фактическими значениями состояний и управляющих воздействий. По-видимому, это связано с увеличением влияния нелинейных составляющих движения автопоезда. В целом разработанный алгоритм демонстрирует высокую точность следования траектории при желаемых скоростях до 18 м/с на траекториях с радиусом кривизны не менее 250 м. Таким образом, использование даже простых формул для расчета опорных курсовых углов полуприцепа и углов поворота управляемых колес позволяет добиться хороших результатов на траекториях с радиусами кривизны поворотов, сопоставимыми с рекомендуемыми для автомагистралей значениями.

Заключение

В представленной работе предложен упреждающий алгоритм управления продольным и боковым движением автопоезда, обеспечивающий движение по траектории, сгенерированной системой планирования пути, с оптимальной скоростью. Построена дискретная линейная нестационарная модель для прогнозирования отклонений автопоезда от опорного состояния. Представлены формулы для вычисления векторов опорных состояний и управляющих воздействий. Результаты компьютерного моделиро-

вания показывают работоспособность предложенного алгоритма. В дальнейшем предлагается рассмотреть возможность вычисления опорного курсового угла полуприцепа и опорного угла поворота управляемых колес с учетом угла складывания автопоезда. Разработанный алгоритм может быть использован на практике в качестве основы при разработке систем активной помощи водителю и автономных автопоездов.

Список литературы

1. **Автомобильный справочник BOSCH**/Пер. с англ. М.: За рулем. 2004. 992 с.
2. **Cheng H.** Autonomous Intelligent Vehicles Theory Algorithms and Implementation. London: Springer Science & Business Media, 2011.
3. **Ziegler J. et al.** Making Bertha drive — An autonomous journey on a historic route // IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine. 2014. Т. 6, № 2. С. 8—20. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.640.1737&rep=rep1&type=pdf>.
4. **Xiao L., Gao F.** A comprehensive review of the development of adaptive cruise control systems // Vehicle System Dynamics. 2010. Т. 48, № 10. С. 1167—1192. URL: https://www.researchgate.net/profile/Lingyun_Xiao/publication/2453096.
5. **Nouveliere L., Mammar S.** Experimental vehicle longitudinal control using a second order sliding mode technique // Control Engineering Practice. 2007. Т. 15, № 8. С. 943—954. URL: <http://aramis.iup.univ-evry.fr:8080/~smam/publications/publis2003/ACC2003-1.pdf>.
6. **El Majdoub K., Giri F., Ouadi H., Dugard L., Zara F.** Vehicle longitudinal motion modeling for nonlinear control // Control Engineering Practice. 2012. Т. 20, № 1. С. 69—81. URL: <http://www.edream.ma:8080/jspui/bitstream/123456789/1666/1/Vehicle%20longitudinal%20motion%20modeling%20for%20nonlinear%20control.pdf>.
7. **Волков В. Г., Демьянов Д. Н.** Синтез и нейросетевая реализация ПИ регулятора адаптивного круиз-контроля грузового автомобиля // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 11. С. 707—713.
8. **Snider J. M. et al.** Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking // Robotics Institute, Pittsburgh, PA, Tech. Rep. CMU-RITR-09-08. 2009. URL: https://www.ri.cmu.edu/pub_files/2009/2/Automatic_Steering_Methods_for_Autonomous_Automobile_Path_Tracking.pdf.
9. **Thrun S. et al.** Stanley: The robot that won the DARPA Grand Challenge // Journal of field Robotics. 2006. Т. 23, № 9. С. 661—692. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/rob.20147>.
10. **Onieva E. et al.** Automatic lateral control for unmanned vehicles via genetic algorithms // Applied Soft Computing. 2011. Т. 11, № 1. С. 1303—1309. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.710.4608&rep=rep1&type=pdf>.
11. **Алексеев К. Б., Малявин А. А., Палагута К. А.** Сравнительный анализ предикторного и нечеткого управления движением автомобиля // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 5. С. 36—45.
12. **Nehaoua L., Nouvelière L.** Backstepping based approach for the combined longitudinal-lateral vehicle control // Intelligent Vehicles Symposium (IV), 2012 IEEE. IEEE, 2012. С. 395—400. URL: <http://nehsetl.free.fr/nehhaoua2012.pdf>.
13. **Menhour L. et al.** Algebraic nonlinear estimation and flatness-based lateral/longitudinal control for automotive vehicles // Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2011 14th International IEEE Conference on. IEEE, 2011. С. 463—468. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.940.6891&rep=rep1&type=pdf>.
14. **Attia R., Orjuela R., Basset M.** Combined longitudinal and lateral control for automated vehicle guidance // Vehicle System Dynamics. 2014. Т. 52, № 2. С. 261—279. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01027591/document>.
15. **Falcone P. et al.** A hierarchical model predictive control framework for autonomous ground vehicles // American Control Conference, 2008. IEEE, 2008. С. 3719—3724. URL: <https://folk.ntnu.no/skoge/prost/proceedings/acc08/data/papers/1111.pdf>.
16. **Kevin T. et al.** Predictive control approach to autonomous vehicle steering // American Control Conference, 2006. IEEE, 2006. С. 6. URL: <https://borrelli.me.berkeley.edu/pdf/pub/pub-27.pdf>.
17. **Kühne F., Lages W. F., Silva J. M. G.** Mobile robot trajectory tracking using model predictive control // II IEEE latin-american robotics symposium. 2005. URL: <https://pdfs.semanticscholar.org/390f/82152011352de1d74185b3581167a30909f8.pdf>.
18. **Zeilinger M.** Real-time model predictive control: Ph.D. Thesis. ETH Zurich, 2011. 177 p.
19. **Афанасьев Л. Л., Дьяков А. Б., Иларионов В. А.** Конструктивная безопасность автомобилей. М., 2013. 212 с.
20. **Волков В. Г., Демьянов Д. Н., Карабцев В. С.** Разработка и исследование математической модели плоского движения автомобиля с полуприцепом // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 7. С. 29—43.
21. **Rajamani R.** Vehicle dynamics and control. Springer Science & Business Media. 2012. 496 p.
22. **Olsson C.** Model complexity and coupling of longitudinal and lateral control in autonomous vehicles using model predictive control. 2015.
23. **СП 42.13330.2011** Градостроительство. Планировка и застройка городских и сельских поселений. Актуализированная редакция СНиП 2.07.01-89* (с Поправкой и Изменением N 1).

Predictive Coupled Control of the Road Train Longitudinal and Lateral Motion on a Curved Path

G. R. Galimova, gulshat.galimova.1995@mail.ru, **V. G. Volkov**, vgvolkov93@mail.ru,

I. Z. Akhmetzyanov, Akhmetzyanov.IZ@kamaz.ru

Kazan Federal University, Kazan, 420008, Naberezhnye Chelny Institute, Russian Federation, KAMAZ PTC, Naberezhnye Chelny, 423800, Scientific and Technical Center, Russian Federation

Corresponding author: **Galimova G. R.**, Postgraduate Student, Kazan Federal University, Kazan, 420008, Naberezhnye Chelny Institute, Russian Federation, e-mail: gulshat.galimova.1995@mail.ru

Accepted on August 10, 2020

Abstract

In this paper, we consider the problem of a road train path-following on a curved path with an optimal velocity. To solve the problem, we propose a control algorithm based on the coupled model predictive control strategy. Model predictive control assumes the computation of a control sequence by solving an optimal control problem on a finite horizon for a current state of a nonlinear

time-varying system. We use the truck steering angle and road train acceleration as control inputs. We describe the road train longitudinal and lateral dynamics using an implicit nonlinear model in continuous time. To derive a discrete linear time-varying state-space prediction model describing the deviations of system dynamics from a reference path we use the Euler method to discretize the original system and compute analytical formulae for its Jacobian by MATLAB Symbolic Math Toolbox. We calculate the reference path and corresponding reference values of the state vector applying the well-known geometric techniques, which utilize the path coordinates and its curvature information. We take the reference values of a truck and a semitrailer yaw angles to be equal. Thus, the reference value of the jackknifing angle is zero. The calculations of reference velocity take into account its skid and rollover limits. To validate the proposed path-following algorithm on the road train we design a simulation model in Simulink. The paper presents the simulation results of testing the movement of a road train along a given path for various values of the reference speed. We show that the algorithm provides high enough reference path-following accuracy, vehicle reference speed tracking, and low values of the jackknifing angle on the speed values up to 18 m/s and curvature radii down to 250 m. The proposed algorithm can be used in ADAS-systems and autonomous vehicles development.

Keywords: model predictive control, coupled control, vehicle longitudinal dynamics, vehicle lateral dynamics, path following, road train

For citation:

Galimova G. R., Volkov V. G., Akhmetzyanov I. Z. Predictive Coupled Control of the Road Train Longitudinal and Lateral Motion on a Curved Path, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 11, pp. 630—638.

DOI: 10.17587/mau.21.630-638

References

1. Bosch Automotive Handbook. 5th Edition. Stuttgart. Robert Bosch GmbH. 2000. 960 p.
2. Cheng, H. Autonomous Intelligent Vehicles Theory Algorithms and Implementation, London, Springer Science & Business Media, 2011.
3. Ziegler J., Dang T., Franke U., Lategahn H., Bender P., Schreiber M., Strauss T., Appenrodt N., Keller C., Kaus E., Stiller C., Herrtwich R., Rabe C., Pfeiffer D., Lindner F., Stein F., Erbs F., Enzweiler M., Knoppel C., Hipp J., Hauens M., Trepte M., Brenk C., Tamke A., Ghanaat M., Braun M., Joos A., Fritz H., Mock H., Hein M., Zeeb E. Making Bertha drive — An autonomous journey on a historic route, *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2014, vol. 6, no. 2, pp. 8—20, available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.640.1737&rep=rep1&type=pdf>.
4. Xiao L., Gao F. A comprehensive review of the development of adaptive cruise control systems, *Vehicle System Dynamics*, 2010, vol. 48, no. 10, pp. 1167—1192. URL: https://www.researchgate.net/profile/Lingyun_Xiao/publication/2453096.
5. Nouveliere L., Mammar S. Experimental vehicle longitudinal control using a second order sliding mode technique, *Control Engineering Practice*, 2007, vol. 15, no. 8, pp. 943—954, available at: <http://aramis.iup.univ-evry.fr:8080/~smam/publications/public2003/ACC2003-1.pdf>.
6. El Majdoub K., Giri F., Ouadi H., Dugard L., Zara F. Vehicle longitudinal motion modeling for nonlinear control, *Control Engineering Practice*, 2012, vol. 20, no. 1, pp. 69—81, available at: <http://www.edream.ma:8080/jspui/bitstream/123456789/1666/1/Vehicle%20longitudinal%20motion%20modeling%20for%20nonlinear%20control.pdf>.
7. Volkov V. G., Demyanov D. N. Synthesis and Approximation of Control in Adaptive Cruise Control Systems of Commercial Vehicles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, 19(11), 707—713 (in Russian).
8. Snider, J. M. Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking, Robotics Institute, Pittsburgh, PA, Tech. Rep. CMU-RITR-09-08. 2009, available at: https://www.ri.cmu.edu/pub_files/2009/2/Automatic_Steering_Methods_for_Autonomous_Automobile_Path_Tracking.pdf.
9. Thrun S., Montemerlo M., Dahlkamp H., Stavens D., Aron A., Diebel J., Fong P., Gale J. Halpenny M., Hoffmann G., Lau K., Oakley C., Palatucci M., Pratt V., Stang P., Strohband S., Dupont C., Jendrossek L., Koelen C., Markey C., Rummel C., Niekirk J., Jensen E., Alessandrini P., Bradski G., Davies B., Ettinger S., Kachler A., Nefian A., Mahoney P. Stanley: The robot that won the DARPA Grand Challenge, *Journal of field Robotics*, 2006, vol. 23, no. 9, pp. 661—692, available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/rob.20147>.
10. Onieva E., Naranjo J. E., Milanés V., Alonso J., García R., Pérez J. Automatic lateral control for unmanned vehicles via genetic algorithms, *Applied Soft Computing*, 2011, vol. 11, no. 1, pp. 1303—1309, available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.710.4608&rep=rep1&type=pdf>.
11. Alekseev K. B., Malyavin A. A., Palaguta K. A. Comparative analysis of model predictive and fuzzy control of vehicle motion, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 5, pp. 36—45 (in Russian).
12. Nehaoua L., Nouvelière L. Backstepping based approach for the combined longitudinal-lateral vehicle control, *Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, 2012 IEEE, 2012, pp. 395—400, available at: <http://nehsetl.free.fr/nehhoua2012.pdf>.
13. Menhour L., d'Andréa-Novet B., Boussard C., Fliess M., Mounier H. Algebraic nonlinear estimation and flatness-based lateral/longitudinal control for automotive vehicles, *Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2011 14th International IEEE Conference on. IEEE, 2011, pp. 463—468, available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.940.6891&rep=rep1&type=pdf>.
14. Attia R., Orjuela R., Basset M. Combined longitudinal and lateral control for automated vehicle guidance, *Vehicle System Dynamics*, 2014, vol. 52, no. 2, pp. 261—279, available at: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01027591/document>.
15. Falcone P., Borrelli F., Tseng H. E., Asgari J., Hrovat D. A hierarchical model predictive control framework for autonomous ground vehicles, *American Control Conference, 2008. IEEE*, 2008, pp. 3719—3724, available at: <https://folk.ntnu.no/skoge/prost/proceedings/acc08/data/papers/1111.pdf>.
16. Keviczky T., Falcone P., Borrelli F., Asgari J., Hrovat D. Predictive control approach to autonomous vehicle steering, *American Control Conference*, 2006. IEEE, 2006, pp. 6, available at: <https://borrelli.me.berkeley.edu/pdfpub/pub-27.pdf>.
17. Kühne F., Lages W. F., Silva J. M. G. Mobile robot trajectory tracking using model predictive control, *II IEEE latin-american robotics symposium*, 2005, available at: <https://pdfs.semanticscholar.org/390f/82152011352de1d74185b3581167a30909f8.pdf>.
18. Zeilinger M. Real-time model predictive control: Ph.D. Thesis, ETH Zurich, 2011, 177 p.
19. Afanasiev L. L., Dyakov A. B., Ilarionov V. A. Vehicle Design Safety, Moscow, 2013, 212 p.
20. Volkov V. G., Demyanov D. N., Karabtsev V. S. Development and Research of the Mathematical Model of Planar Motion of a Vehicle with a Semitrailer, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2018, vol. 10, no. 1, pp. 99—110 (in Russian).
21. Rajamani R. Vehicle dynamics and control, Springer Science & Business Media, 2012, 496 p.
22. Olsson C. Model complexity and coupling of longitudinal and lateral control in autonomous vehicles using model predictive control, 2015.
23. SP 42.13330.2011 Urban planning. Planning and development of cities and settlements. Updated version of SNiP 2.07.01-89 * (as Amended and Amended N 1) (in Russian).