

И. Б. Фуртат, д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр., cainenash@mail.ru,
А. Н. Нехороших, аспирант, becks94@mail.ru,
П. А. Гущин, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., guschin.p@mail.ru,
Ю. В. Чугина, канд. техн. наук, мл. науч. сотр.,
Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург

Синхронизация электроэнергетической сети в условиях высокочастотных помех измерения¹

Рассмотрена задача робастной синхронизации электроэнергетической сети с неизвестными параметрами. Измерению доступны углы нагрузки каждого генератора сети с наложенной аддитивной высокочастотной помехой. Синтезирован алгоритм, позволяющий уменьшить влияние помехи на сигналы измерения и обеспечить синхронизацию сети в нормальном режиме работы и аварийных ситуациях, связанных с внезапным изменением проводимости линий электропередач. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма.

Ключевые слова: электроэнергетическая сеть, помехи измерения, запаздывание, аварийная ситуация

Введение

В теории автоматического управления не теряет актуальности задача повышения надежности и эффективности управления процессами генерации электроэнергии. Согласно работе [1] общая надежность функционирования энергосети обеспечивается за счет надежности энергоснабжения, для чего необходимо поддерживать бесперебойность поставки электроэнергии конечным потребителям и синхронное взаимодействие всех составляющих электроэнергетической системы. Эффективность работы сети можно повысить путем улучшения качества регулирования компонентов сети, в частности, электрических генераторов. Это позволит снизить требуемые резервы мощностей и уменьшить вероятность возникновения блэкаута (blackout).

На сегодняшний день предложено достаточно больше число подходов, реализующих качественное управление сетью электрических генераторов. Рассмотренный в работе [2] децентрализованный алгоритм управления использует линеаризацию обратной связью и робастный алгоритм управления для стабилизации сети генераторов. Работа [3] посвящена стабилизации электрического генератора путем снижения полной энергии системы. В статье [4] ис-

пользуется синергетический подход для синтеза нелинейного адаптивного управления, которое обеспечивает поддержание уровня вырабатываемого напряжения независимо от расхода электроэнергии, вызванного изменением нагрузки. Авторы в работе [5] проводят аналогию между генераторами, подключенными к общей шине, и связанными маятниками и предлагают алгоритм синхронизации сети за счет ограничения разности поворота углов роторов, основанный на энергетическом подходе. В статьях [6, 7] решена задача синхронизации сети в условиях параметрической неопределенности и измерения только части вектора состояния генераторов.

Однако алгоритмы, рассмотренные в работах [2–7], могут оказаться малоэффективными в условиях дефицита измерительной информации и помех измерения. Проблема заключается в том, что при расчете сигнала управления искомое значение оценки производной регулируемой переменной может существенно отличаться от ее истинного значения. При этом ошибка накапливается при последующей оценке производных. Данная проблема связана как с дифференцированием высокочастотного шума, так и с наличием большого коэффициента усиления в системе управления при построении робастных систем управления [8–13].

В качестве частичного решения данной проблемы в работах [8, 10, 11] предлагалось адаптивно настраивать коэффициент усиления наблюдателя. В начальный момент функционирования системы в целях увеличения сходимости процессов коэффициент наблюдателя выставлялся большим, тогда как к установив-

¹Результаты раздела "Алгоритм фильтрации высокочастотной помехи измерения" получены при поддержке гранта Президента Российской Федерации (№ МД-1054.2020.8, Соглашение № 075-15-2020-184) в ИПМаш РАН. Результаты раздела "Синтез алгоритма управления" получены в ИПМаш РАН при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-79-10104).

шему режиму он уменьшался. В статьях [12, 13] предложен новый наблюдатель, который является расширением классического наблюдателя с большим коэффициентом усиления [14] на случай наличия высокочастотных помех измерения. При этом размерность нового наблюдателя в два раза больше по сравнению с работой [14]. Увеличение размерности наблюдателя, рассмотренного в работах [12, 13], связано с введением дополнительных дифференциальных уравнений, компенсирующих влияние высокочастотных помех измерения. Однако для расчета параметров наблюдателя в работах [12, 13] необходимо разрешить алгебраическое уравнение степени $2\gamma - 2$, где γ — относительная степень объекта управления [15], причем от решения данного уравнения одновременно зависит качество оценки производных и качество фильтрующих свойств. Такой подход удобен для доказательства работоспособности системы управления, но не для ее расчета и технической реализации. Особенно данная проблема существенна при управлении большим числом взаимосвязанных объектов.

В работе [16], в отличие от работ [12, 13], было предложено разделить фильтрующие и оценивающие функции на два независимых алгоритма. В результате, по сравнению с работами [8, 10–13], это позволило: 1) улучшить качество фильтрации высокочастотной помехи; 2) сделать независимым расчет параметров фильтра и параметров наблюдателя; 3) для оценки производных использовать любой из существующих наблюдателей. Таким образом, применение алгоритма, представленного в работе [16], упрощает расчет и реализацию системы управления и повышает качество управления по сравнению с алгоритмами, рассмотренными в работах [8, 10–13].

В настоящей статье синтезирован алгоритм робастной синхронизации электроэнергетической сети с неизвестными параметрами и в условиях измерения только углов нагрузки с аддитивно наложенной высокочастотной помехой. Для синтеза системы управления используется подход, рассмотренный в работе [16], позволяющий независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки стабилизации выходной переменной. Получены условия, гарантирующие устойчивость системы. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма.

Постановка задачи

Будем рассматривать модель электроэнергетической сети [2, 5–7, 17], в которой электро-механическая модель сети генераторов описывается следующей системой уравнений:

- *уравнения движения роторов:*

$$\Delta\dot{\delta}_i(t) = \omega_i(t), \quad 2H_i\dot{\omega}_i(t) = -D_i\omega_i(t) - \omega_0\Delta P_{ei}(t), \quad (1)$$

$$i = \overline{1, k};$$

- *уравнения контуров возбуждения:*

$$\tau'_{d0i}\dot{E}'_{qi}(t) = E_{fi}(t) - E'_{qi}(t) - (x_{di} - x'_{di})I_{di}(t), \quad (2)$$

$$\tau'_{q0i}\dot{E}'_{di}(t) = -E'_{di}(t) + (x_{qi} - x'_{di})I_{qi}(t), \quad i = \overline{1, k};$$

- *уравнения статорных контуров:*

$$I_{qi}(t) = E'_{qi}(t)G_{ii} + E'_{di}(t)B_{ii} +$$

$$+ \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)G_{ij} + E'_{dj}(t)B_{ij}) \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)) +$$

$$+ \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)B_{ij} - E'_{dj}(t)G_{ij}) \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \quad (3)$$

$$I_{di}(t) = -E'_{qi}(t)B_{ii} + E'_{di}(t)G_{ii} +$$

$$+ \sum_{j \in N_i} (-E'_{qj}(t)B_{ij} + E'_{dj}(t)G_{ij}) \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)) +$$

$$+ \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)G_{ij} + E'_{dj}(t)B_{ij}) \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)),$$

$$V_{ii}(t) = \sqrt{(E'_{qi}(t) - I_{di}(t)x'_{di})^2 + (I_{qi}(t)x_{qi})^2},$$

$$E_{fi}(t) = k_{ci}u_{fi}(t), \quad \Delta P_{ei}(t) = P_{ei}(t) - P_{mi}(t),$$

$$P_{ei}(t) = E'_{qi}(t)I_{qi}(t) + E'_{di}(t)I_{di}(t),$$

$$Q_{ei}(t) = E'_{qi}(t)I_{di}(t) - E'_{di}(t)I_{qi}(t) -$$

$$- (I_{qi}^2(t) + I_{di}^2(t))x'_{di}, \quad i = \overline{1, k}.$$

Здесь k — число генераторов в сети; N_i — множество генераторов, смежных с i -м генератором. Следующие обозначения представлены для каждого i -го генератора: $\Delta\delta_i(t) = \delta_i(t) - \delta_i^0$; $\delta_i(t)$ — угол поворота ротора относительно его синхронной оси вращения (угол нагрузки), рад; δ_i^0 — угол нагрузки генератора в рабочем режиме, рад; $\omega_i(t)$ — относительная скорость ротора, рад/с; ω_0 — скорость ротора в синхронном режиме, рад/с; H_i — коэффициент инерции, с; D_i — коэффициент демпфирования, отн. ед.; $P_{ei}(t)$ — активная электрическая мощность, отн. ед.; $P_{mi}(t)$ — механическая мощность, отн. ед.; τ'_{d0i} — переходная постоянная времени вдоль продольной оси при разомкнутом статоре, с; τ'_{q0i} — переходная постоянная времени вдоль поперечной оси при разомкну-

том статоре, с; $E'_{qi}(t)$ — переходная ЭДС вдоль поперечной оси, отн. ед.; $E'_{di}(t)$ — переходная ЭДС вдоль продольной оси, отн. ед.; $E_{fi}(t)$ — эквивалентная ЭДС возбуждения, отн. ед.; $I_{qi}(t)$ — ток вдоль поперечной оси, отн. ед.; $I_{di}(t)$ — ток вдоль продольной оси, отн. ед.; G_{ii} и B_{ii} — собственные активная и реактивная проводимости i -го генератора, отн. ед.; G_{ij} и B_{ij} — взаимные активная и реактивная проводимости между i -м и j -м генераторами, отн. ед.; x'_{di} — переходное реактивное сопротивление вдоль продольной оси, отн. ед.; x_{di} — реактивное сопротивление вдоль продольной оси, отн. ед.; x_{qi} — реактивное сопротивление вдоль поперечной оси, отн. ед.; $V_{ii}(t)$ — напряжение на зажимах статора, отн. ед.; k_{ci} — коэффициент усиления напряжения возбуждения, отн. ед.; $u_{fi}(t)$ — напряжение на обмотке возбуждения ротора, отн. ед.; $Q_{ei}(t)$ — реактивная мощность, отн. ед.

Отметим, что уравнения (1)–(3) получены с учетом ряда модельных предположений и упрощений [17]. На практике динамика работы генераторного агрегата может оказаться сложнее, нежели описываемая уравнениями (1)–(3). Тем не менее, существует ряд работ (см. например [1–7, 17]), посвященных решению аналогичных задач управления и использующих при тестировании разрабатываемых алгоритмов модель (1)–(3).

В отличие от работ [2–7] рассмотрим случай, когда в электроэнергетической сети доступны измерению зашумленные углы нагрузки генераторов, т. е.

$$e_i(t) = \delta_i(t) + \vartheta_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (4)$$

где $\vartheta_i(t) \in R$ — ограниченная высокочастотная погрешка измерения.

Требуется разработать алгоритм управления, который обеспечит подстройку работы каждого генератора под свой участок сети, чтобы исключить их перегрузку. С этой целью предлагается использовать непрерывный децентрализованный закон управления, который обеспечит выполнение следующего целевого условия:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\Delta \delta_i(t)| < \Delta_1 \quad \text{для любых } i = \overline{1, k}, \quad (5)$$

где $\Delta_1 > 0$, $\delta_i(t) \in (-\pi/2, \pi/2)$. Кроме того, остальные основные характеристики генераторов должны лежать в допустимых пределах.

Сформулированная задача решается с учетом следующих предположений.

Предположение 1. Неизвестные параметры D_i , H_i , τ'_{d0i} , τ'_{q0i} , x_{di} , x_{qi} , x'_{di} , k_{ci} , G_{ij} , B_{ij} модели (1)–(3) принадлежат известному ограниченному множеству Ξ .

Предположение 2. Аварийные режимы связаны с внезапным изменением проводимости линий передачи.

Предположение 3. Орграф, ассоциированный с сетью, имеет ориентированное остовное дерево.

Преобразование модели электроэнергетической сети

Выпишем уравнения производных активной $\Delta P_{ei}(t)$ и реактивной $Q_{ei}(t)$ мощностей согласно уравнениям (2), (3) [2, 5]:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{P}_{ei}(t) = & - \left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}} \right) \Delta P_{ei}(t) + \\ & + \frac{1}{\tau'_{d0i}} k_{ci} I_{qi}(t) u_{fi}(t) + E'_{qi}(t) \dot{I}_{qi}(t) + \\ & + E'_{di}(t) \dot{I}_{di}(t) + \gamma_{1i}(t); \\ \dot{Q}_{ei}(t) = & - \left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}} \right) Q_{ei}(t) + \\ & + \frac{1}{\tau'_{d0i}} k_{ci} I_{di}(t) u_{fi}(t) - (2I_{qi}(t)x'_{di} + E'_{di}(t)) \dot{I}_{qi}(t) - \\ & - (2I_{di}(t)x'_{di} - E'_{qi}(t)) \dot{I}_{di}(t) + \gamma_{2i}(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_{1i}(t) = & \frac{1}{\tau'_{d0i}} E'_{di}(t) I_{di}(t) + \frac{1}{\tau'_{q0i}} E'_{qi}(t) I_{qi}(t) - \\ & - \left(\frac{x_{di} - x'_{di}}{\tau'_{d0i}} - \frac{x_{qi} - x'_{di}}{\tau'_{q0i}} \right) I_{qi}(t) I_{di}(t) - \\ & - \left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}} \right) P_{mi}(t); \\ \gamma_{2i}(t) = & - \frac{1}{\tau'_{d0i}} E'_{di}(t) I_{qi}(t) + \frac{1}{\tau'_{q0i}} E'_{qi}(t) I_{di}(t) - \\ & - \left(\frac{x_{di}}{\tau'_{d0i}} + \frac{x'_{di}}{\tau'_{q0i}} \right) I_{di}^2(t) - \left(\frac{x_{qi}}{\tau'_{q0i}} + \frac{x'_{di}}{\tau'_{d0i}} \right) I_{qi}^2(t). \end{aligned}$$

Введем обозначения

$$z_i(t) = [\Delta \delta_i(t), \omega_i(t), \Delta P_{ei}(t), Q_{ei}(t)]^T;$$

$$U_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D_i}{2H_i} & -\frac{\omega_0}{2H_i} & 0 \\ 0 & 0 & -\left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}}\right) \end{bmatrix};$$

$$V_{1i}(t) = [0, 0, k_{ci}I_{qi}(t)/(\tau'_{d0i}), 0]^T;$$

$$V_{2i}(t) = [0, 0, 0, k_{ci}I_{di}(t)/(\tau'_{d0i})]^T;$$

$$W = [1, 0, 0, 0];$$

$$\zeta_{1i}(t) = \frac{\tau'_{d0i}}{k_{ci}I_{qi}(t)} [E'_{qi}(t)\dot{I}_{qi}(t) + E'_{di}(t)\dot{I}_{di}(t) + \gamma_{1i}(t)];$$

$$\zeta_{2i}(t) = \frac{\tau'_{d0i}}{k_{ci}I_{di}(t)} [-(2I_{qi}(t)x'_{di} + E'_{di}(t))\dot{I}_{qi}(t) - (2I_{di}(t)x'_{di} - E'_{qi}(t))\dot{I}_{di}(t) + \gamma_{2i}(t)].$$

Принимая во внимание соотношение (4), перепишем уравнения (1) и (6) в форме

$$\dot{z}_i(t) = U_i z_i(t) + V_{1i}(t)(u_{fi}(t) + \zeta_{1i}(t)) + V_{2i}(t)(u_{fi}(t) + \zeta_{2i}(t)); \quad (7)$$

$$\Delta\delta_i(t) = Wz_i(t); e_i(t) = \delta_i(t) + \vartheta_i(t), \quad i = \overline{1, k}.$$

Перепишем уравнение (7) в операторной форме на базе тройки матриц (U_i, V_{1i}, W) :

$$Q_i(p)\Delta\delta_i(t) = R_{1i}(p, t)(u_{fi}(t) + \zeta_{1i}(t)); \quad (8)$$

$$e_i(t) = \delta_i(t) + \vartheta_i(t), \quad i = \overline{1, k}$$

Здесь $Q_i(p)$, $R_{1i}(p, t)$ — дифференциальные операторы, полученные при переходе от уравнений (7) к уравнениям (8) при фиксированном t [6, 7], $\deg Q_i(p) = 4$, $\deg R_{1i}(p, t) = 1$, $p = d/dt$ — оператор дифференцирования.

Замечание. Представление уравнения (7) в операторной форме на базе тройки матриц (U_i, V_{2i}, W) приводит к дифференциальному оператору $R_{2i}(p, t) \equiv 0$, поэтому функция $\zeta_{2i}(t)$ исключена из рассмотрения.

Разложим $R_{1i}(p, t)$ на следующие составляющие [6, 7]:

$$R_{1i}(p, t) = R_{i0}(p) + \Delta R_i(p, t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (9)$$

где $R_{i0}(p)$ — линейный дифференциальный оператор первого порядка, такой что $R_{i0}(\lambda)$ — гурвицевый, λ — комплексная переменная, коэффициент. Подставив соотношение (9) в уравнения (8), получим

$$Q_i(p)\Delta\delta_i(t) = R_{i0}(p)u_{fi}(t) + \beta_i(t), \quad (10)$$

$$e_i(t) = \delta_i(t) + \vartheta_i(t), \quad i = \overline{1, k},$$

где $\beta_i(t) = \Delta R_i(p, t)u_{fi}(t) + R_{1i}(p, t)\zeta_{1i}(t)$ — функция, содержащая в себе неопределенности модели i -го генератора.

Алгоритм фильтрации высокочастотной помехи измерения

Ради простоты обоснования работоспособности фильтра высокочастотных помех измерения предположим, что $\delta_i(t)$ — ограниченный сигнал. Для выделения информации о сигнале $\delta_i(t)$ из сигнала $e_i(t)$ рассмотрим алгоритм вида

$$\mu_i \dot{\xi}_i(t) = G_i \xi_i(t) + B_i e_i(t); \quad (11)$$

$$\hat{e}_i(t) = L_{r,i} \xi_i(t); \quad \xi_i(0) = 0, \quad i = \overline{1, k},$$

где $\xi_i = [\xi_{1,i}, \xi_{2,i}, \dots, \xi_{r,i}]^T$;

$$G_i = \begin{bmatrix} -\sigma_{1,i}^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sigma_{2,i}^{-1} & -\sigma_{2,i}^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{3,i}^{-1} & -\sigma_{3,i}^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{r,i}^{-1} & -\sigma_{r,i}^{-1} \end{bmatrix},$$

$\sigma_{ji} > 0$, $j = \overline{1, r}$; $B_i = [\sigma_{1,i}^{-1}, 0, \dots, 0]^T$; $\mu_i > 0$ — малый параметр. Здесь и далее матрица $L_{r,i} = [0, \dots, 0, 1]$ имеет соответствующую размерность.

Утверждение 1. Пусть сигнал $\delta_i(t)$ — ограниченный, и для $\vartheta_i(t)$ выполнено следующее соотношение:

$$\mu_i^{-1} \lim_{t \rightarrow \infty} \left| \int_0^t e^{\mu_i^{-1} G_i(t-s)} B_i \vartheta_i(s) ds \right| < \Delta_2, \quad i = \overline{1, k}, \quad (12)$$

где $\Delta_2 > 0$ — достаточно малое число. Тогда существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu_i \leq \mu_0$ выполнено условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{e}_i(t) - \delta_i(t)| < \Delta_3, \quad i = \overline{1, k}. \quad (13)$$

Здесь $\Delta_3 > 0$ — достаточно малое число.

Доказательство утверждения 1. Рассмотрим систему (11), на вход которой вместо сигнала $e_i(t)$ подается сигнал $\delta_i(t)$:

$$\mu_i \dot{\tilde{\xi}}_i(t) = G_i \tilde{\xi}_i(t) + B_i \delta_i(t), \quad (14)$$

$$\tilde{e}_i(t) = L_{r,i} \tilde{\xi}_i(t), \quad \tilde{\xi}_i(0) = 0, \quad i = \overline{1, k}.$$

Для анализа системы (14) воспользуемся леммой 1 [19].

Лемма 1. Рассмотрим систему

$$h\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad (15)$$

где $x(t) \in R^s$, $f(x(t), u(t))$ — функция липшицева по $x(t)$ и $u(t)$, $u(t)$ — ограниченный сигнал, $h > 0$ — достаточно малое число. Пусть система (15) асимптотически устойчива при $u(t) = 0$. Рассмотрим множество $\Omega = \{x : f(x, u) = 0\}$. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует $h_0 > 0$ такое, что при $h < h_0$ выполнено следующее условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(x(t), \Omega) < \varepsilon.$$

Здесь $\text{dist}(\cdot)$ — функция расстояния.

Проверим условия леммы 1 для системы (14). При $\delta_i(t) = 0$ система (14) асимптотически устойчива. Подставив $\mu_i = 0$ в (14), получим $G_i \tilde{\xi}_i(t) = -B_i \delta_i(t)$ или $\tilde{\xi}_{1,i}(t) = \delta_i(t)$ и $\tilde{\xi}_{j,i}(t) = \tilde{\xi}_{j+1,i}(t)$, $j = \overline{1, r-1}$, т. е. $\tilde{e}_i(t) = \delta_i(t)$. Тогда согласно лемме 1 существует $\mu_i > 0$ такое, что при $\mu_i \leq \mu_0$ выполнено условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{e}_i(t) - \delta_i(t)| < \Delta_4, \quad i = \overline{1, k}, \quad (16)$$

где $\Delta_4 > 0$ — достаточно малое число.

Рассмотрим сигнал $e_i(t)$, который состоит из сигнала $\delta_i(t)$ и помехи $\vartheta_i(t)$. Найдем условие, при котором будет выполнено условие (13). Принимая во внимание (11) и (14), составим ошибку рассогласования $\zeta_i(t) = \xi_i(t) - \tilde{\xi}_i(t)$ в виде

$$\dot{\zeta}_i(t) = \frac{1}{\mu_i} G_i \zeta_i(t) + \frac{1}{\mu_i} B_i \vartheta_i(t); \quad (17)$$

$$\hat{e}_i(t) - \tilde{e}_i(t) = L_{r,i} \zeta_i(t), \quad i = \overline{1, k}.$$

Найдем решение первого уравнения (17) в форме

$$\begin{aligned} \zeta_i(t) &= e^{\mu_i^{-1} G_i t} \zeta_i(0) + \mu_i^{-1} \int_0^t e^{\mu_i^{-1} G_i (t-s)} B_i \vartheta_i(s) ds = \\ &= \mu_i^{-1} \int_0^t e^{\mu_i^{-1} G_i (t-s)} B_i \vartheta_i(s) ds, \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (18)$$

Если выполнено условие (12), то из (18) следует, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\zeta_i(t)| < \Delta_2, \quad i = \overline{1, k}. \quad (19)$$

Рассмотрим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} |e_i(t) - \delta_i(t)| &\leq |\hat{e}_i(t) - \tilde{e}_i(t)| + |\tilde{e}_i(t) - \delta_i(t)| \leq \\ &\leq |\zeta_i(t)| + |\tilde{e}_i(t) - \delta_i(t)|, \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (20)$$

Очевидно, что для условия (13) будет справедлив следующий предельный переход:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{e}_i(t) - \delta_i(t)| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} |\zeta_i(t)| + \lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{e}_i(t) - \delta_i(t)|, \quad (21)$$

$$i = \overline{1, k}.$$

Пусть $\Delta_2 + \Delta_4 \leq \Delta_3$. Принимая во внимание (16) и (19), получим оценку (13) из неравенства (21). Утверждение 1 доказано.

Пусть помеха $\vartheta_i(t)$ представлена мультигармоническим сигналом

$$\vartheta_i(t) = \sum_{j=1}^v A_{j,i} \sin(\omega_{j,i} t + \phi_{j,i}), \quad (22)$$

где $A_{j,i}$, $\omega_{j,i}$ и $\phi_{j,i}$ — амплитуда, частота и фаза j -й гармоники. Например, формула (22) может быть получена при разложении ограниченной помехи в ряд Фурье с последующим извлечением частичной суммы ряда. Данная техника, например, используется для решения ряда задач в электротехнике [20], информатике [21], теории управления [22] и т.д.

Следствие 1. Пусть выполнены условия предположений, функция $\delta_i(t)$ — ограниченная, и помеха $\vartheta_i(t)$ представлена соотношением (22). Тогда существует $\mu_0 > 0$ такое, что при $\mu_i \leq \mu_0$ выполнено соотношение

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{e}_i(t) - \delta_i(t)| &\leq \\ &\leq \sum_{j=1}^v A_{j,i} \left(\prod_{l=1}^r \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_{j,i}^2 \mu_i^2 \sigma_{l,i}^2}} \right) + \Delta_4. \end{aligned} \quad (23)$$

Оценка (23) следует из выражения (18), если подставить вместо $\vartheta_i(t)$ выражение (22) и проинтегрировать его по частям r раз. Подробно данная процедура описана в работе [16].

Синтез алгоритма управления

Для дальнейшего синтеза системы управления воспользуемся алгоритмом работы [8]. Согласно постановке задачи производные $e_i(t)$ не доступны измерению. Тогда зададим закон управления в форме

$$\begin{aligned} u_{fi}(t) &= -\alpha_i (d_{0,i} \bar{e}_i(t) + d_{1,i} \bar{e}_i^{(1)}(t) + d_{2,i} \bar{e}_i^{(2)}(t)), \\ i &= \overline{1, k}, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\alpha_i > 0$, коэффициенты $d_{0,i}$, $d_{1,i}$, $d_{2,i}$ выбираются так, чтобы полином $D_i(\lambda) = d_{2,i} \lambda^2 + d_{1,i} \lambda + d_{0,i}$ был гурвицев (λ — комплексная переменная в преобразовании Лапласа); $\bar{e}_i^{(k)}(t)$ — оценка k -й производной сигнала $\hat{e}_i(t)$, $k = 0, 1, 2$.

Подставив соотношение (24) в (10), получим

$$F_i(p)\Delta\delta_i(t) = \alpha_i R_{i0}(p)g_i(t) + \alpha_i R_{i0}(p)D_i(p)\psi_i(t) + f_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \quad (25)$$

где $F_i(p) = Q_i(p) + \alpha_i R_{i0}(p)D_i(p)$, $g_i(t) = D_i(p)\hat{e}_i(t) - \sum_{j=0}^2 d_{j,i}\bar{e}_i^{(j)}(t)$, $\psi_i(t) = \delta_i(t) - \hat{e}_i(t)$, $f_i(t) = \beta_i(t) - \alpha_i d_{0,i}\delta_i^0$. Значение сигнала $g_i(t)$ зависит от качества оценивания производных сигнала $\hat{e}_i(t)$, значение сигнала $\psi_i(t)$ — от качества фильтрации алгоритма (11). Поскольку известно множество Ξ (предположение 1), то всегда существуют число α_i и полином $D_i(\lambda)$, такие что полином $F_i(\lambda)$ будет гурвицевым.

Для реализации закона управления (24) воспользуемся следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \bar{e}_i(t) &= \hat{e}_i(t); \quad \bar{e}_i^{(1)}(t) = \frac{\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-h)}{h}; \\ \bar{e}_i^{(2)}(t) &= \frac{\bar{e}_i^{(1)}(t) - \bar{e}_i^{(1)}(t-h)}{h}, \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (26)$$

Подставив (26) в (24), получим

$$u_{fi}(t) = -\alpha_i \sum_{j=0}^2 \left[\frac{d_j}{h^j} \sum_{l=0}^j (-1)^l C_j^l \hat{e}(t-lh) \right], \quad i = \overline{1, k}, \quad (27)$$

где $C_j^l = \frac{j!}{l!(j-l)!}$.

Утверждение 2. Пусть выполнены условия предположений 1–3, сигнал $\vartheta_i(t)$ ограничен, если $r \geq 2$, и ограничен вместе с его 2 — r производными, если $r < 2$. Тогда существуют числа $\alpha > 0$ и $h > 0$ такие, что система управления, представленная алгоритмом фильтрации помехи (11) и законом управления (27), обеспечивает выполнение целевого условия (5) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Доказательство утверждения 2. Следуя работе [6], в доказательстве будем рассматривать интервалы времени штатного режима работы электроэнергетической сети и после аварийных ситуаций. Преобразуем уравнение (25) к следующей форме:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i(t) &= A_i \varepsilon_i(t) + \alpha_i B_{1,i} g_i(t) + \\ &+ \alpha_i B_{2,i} \psi_i(t) + B_{3,i} f_i(t); \\ \Delta\delta_i(t) &= J_{3,i} \varepsilon_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \end{aligned} \quad (28)$$

где $\varepsilon_i = [\varepsilon_{1,i}, \varepsilon_{2,i}, \varepsilon_{3,i}]^T$, $e_i^{(j)}(t) = \varepsilon_{j+1,i}(t)$, $i = 0, 1, 2$, матрицы A_i , $B_{1,i}$, $B_{2,i}$, $B_{3,i}$ получены при переходе от (25) к (28), $J_{3,i} = [1, 0, 0]$.

Перепишем систему (11) в виде дифференциальных уравнений:

$$\prod_{j=1}^r (\mu_i \sigma_{j,i} p + 1) \hat{e}_i(t) = e_i(t), \quad i = \overline{1, k}. \quad (29)$$

Преобразуем дифференциальные уравнения (29) к виду

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i(t) &= M_i \theta_i(t) + N_i e_i(t); \\ \hat{e}_i(t) &= J_{r,i} \theta_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \end{aligned} \quad (30)$$

где $\theta_i = [\theta_{1,i}, \dots, \theta_{r,i}]^T$, $\hat{e}_i^{(j)} = \theta_{j+1,i}$, $j = \overline{0, r-1}$, матрица M_i и вектор N_i получены при переходе от (29) к (30). Здесь и далее $J_{r,i} = [1, 0, \dots, 0]$ — матрица соответствующей размерности.

Рассмотрим два случая, которые зависят от размерности фильтра (11).

1. Пусть $r < 2$. Перепишем оператор $D_i(p)$ в виде

$$D_i(p) = \rho_{1,i}^T [p^2 \dots p^r] + \rho_{2,i}^T [p^{r-1} \dots 1], \quad i = \overline{1, k}, \quad (31)$$

где $\rho_{1,i}$ и $\rho_{2,i}$ — векторы с соответствующими коэффициентами оператора $D_i(p)$. Принимая во внимание (25), перепишем функцию $g_i(t)$ в виде

$$\begin{aligned} g_i(t) &= \sum_{j=1}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} \theta_i^{(j)}(t) + \\ &+ \rho_{2,i}^T \theta_i(t) - \sum_{j=0}^2 \frac{d_{j,i}}{h^j} J_{r,i} \theta_i(t) - \\ &- \sum_{j=1}^2 \left[\frac{d_{j,i}}{h^j} \sum_{l=1}^j (-1)^l C_j^l J_{r,i} \theta_i(t-lh_i) \right], \quad i = \overline{1, k}, \end{aligned} \quad (32)$$

где $\rho_{1,j,i}$ — j -я компонента вектора $\rho_{1,i}$. Принимая во внимание (30), найдем j -ю производную ($1 \leq j \leq 3$) от $\theta_i(t)$ в виде

$$\begin{aligned} \theta_i^{(j)}(t) &= M_i^j \theta_i(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i e_i^{(l)}(t) = \\ &= M_i^j \theta_i(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i \delta_i^{(l)}(t) + \\ &+ \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i \vartheta_i^{(l)}(t) = M_i^j \theta_i(t) + \\ &+ \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i K_{l+1,i} \varepsilon_i(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i \vartheta_i^{(l)}(t), \\ &i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (33)$$

где $K_{j,i}$ — матрица размерности 1×3 с нулевыми элементами за исключением j -го, который равен 1.

Подставив (33) в (32), получим

$$g_i(t) = \sum_{j=1}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} \left(M_i^j \theta_i(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i K_{l+1,i} \varepsilon_i(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i \vartheta_i^{(l)}(t) \right) + \rho_{2,i}^T \theta_i(t) - \sum_{l=0}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} J_{r,i} \theta_i(t) - \sum_{l=1}^2 \left[\frac{d_{l,i}}{h_i^l} \sum_{j=1}^l (-1)^j C_l^j J_{r,i} \theta_i(t - j h_i) \right], \quad i = \overline{1, k}. \quad (34)$$

Из (34) следует, что при $r < 2$ требуется ограниченность производных функции $\vartheta_i(t)$ до $2 - r$ включительно. С учетом (34) преобразуем уравнение (28) к виду

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i(t) = & A_i \varepsilon_i(t) + \alpha_i B_{1,i} \left(\sum_{j=1}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} \times \right. \\ & \times \left(M_i^j \theta_i(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i K_{l+1,i} \varepsilon_i(t) + \right. \\ & \left. \left. + \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i \vartheta_i^{(l)}(t) \right) + \right. \\ & \left. + \rho_{2,i}^T \theta_i(t) - \sum_{l=0}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} J_{r,i} \theta_i(t) \right) - \\ & - \alpha_i B_{1,i} \left[\sum_{l=1}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} \sum_{j=1}^l (-1)^j C_l^j J_{r,i} \theta_i(t - j h_i) \right] + \\ & + \alpha_i B_{2,i} J_{3,i} \varepsilon_i(t) - \alpha_i B_{2,i} J_{r,i} \theta_i(t) + B_{3,i} f_i(t), \\ & i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (35)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{p,i}(t) &= [\varepsilon_i^T(t), \theta_i^T(t)]^T; \\ A_{11,i} &= A_i + \alpha_i B_{1,i} \sum_{j=1}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} \times \\ & \times \sum_{l=0}^{j-1} M_i^{j-l-1} N_i K_{l+1,i} + \alpha_i B_{2,i} J_{3,i}; \\ A_{12,i} &= \alpha_i B_{1,i} \left(\sum_{j=r}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} M_i^r + \right. \\ & \left. + \rho_{2,i}^T - \sum_{l=0}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} J_{r,i} \right) - \alpha_i B_{2,i} J_{r,i}; \\ A_{p,i} &= \begin{bmatrix} A_{11,i} & A_{12,i} \\ N_i J_{n,i} & M_i \end{bmatrix}; \\ F_{lj,i} &= \begin{bmatrix} 0 & (-1)^{j+1} \alpha_i B_{1,i} \frac{d_{l,i}}{h_i^l} C_l^j J_{r,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ l &= 1, 2, \quad j = \overline{1, i}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_i(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ N_i \end{bmatrix} \vartheta_i(t) + \\ & + \sum_{j=1}^{3-r} \sum_{l=0}^{j-1} \begin{bmatrix} \alpha_i B_{1,i} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} M_i^{j-l-1} N_i \\ 0 \end{bmatrix} \vartheta_i^{(l)}(t) + \\ & + \begin{bmatrix} B_{3,i} \\ 0 \end{bmatrix} f_i(t), \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned}$$

Здесь $\varphi_i(t)$ — ограниченная функция в силу ограниченности характеристик сети в нормальном режиме работы и послеаварийных режимах [6]. С учетом обозначений перепишем системы (30) и (35) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{p,i}(t) &= A_{p,i} \varepsilon_{p,i}(t) + \\ & + \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l F_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t - j h_i) + \varphi_i(t), \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (36)$$

Рассмотрим функционал Ляпунова—Красовского вида

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^k \left[\varepsilon_{p,i}^T(t) P_i \varepsilon_{p,i}(t) + \right. \\ & \left. + \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l \int_{t-jh_i}^0 \varepsilon_{p,i}^T(t+s) N_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t+s) ds \right], \end{aligned} \quad (37)$$

где $P_i = P_i^T > 0$ — решение уравнения $A_{p,i}^T P_i + P_i A_{p,i} = -Q_i$, $Q_i = Q_i^T > 0$, $N_{lj,i} = N_{lj,i}^T > 0$. Взяв от функционала (37) производную по времени вдоль траекторий системы (36), получим

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^k \left[-\varepsilon_{p,i}^T(t) Q_i \varepsilon_{p,i}(t) + 2 \varepsilon_{p,i}^T(t) P_i + \right. \\ & + \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l F_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t - j h_i) + 2 \varepsilon_{p,i}^T(t) P_i \varphi_i(t) + \\ & + \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l (\varepsilon_{p,i}^T(t) N_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t) - \\ & \left. - \varepsilon_{p,i}^T(t - j h_i) N_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t - j h_i)) \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Оценим сверху слагаемые в (38):

$$\begin{aligned} 2 \varepsilon_{p,i}^T(t) P_i \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l F_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t - j h_i) &\leq \\ &\leq 3 \chi_i \varepsilon_{p,i}^T(t) P_i^2 \varepsilon_{p,i}(t) + \\ &+ \chi_i^{-1} \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l \varepsilon_{p,i}^T(t - j h_i) F_{lj,i}^T F_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t - j h_i); \\ 2 \varepsilon_{p,i}^T(t) P_i \varphi_i(t) &\leq \chi_i \varepsilon_{p,i}^T(t) P_i^2 \varepsilon_{p,i}(t) + \chi_i^{-1} |\varphi_i(t)|^2, \\ i &= \overline{1, k}, \end{aligned}$$

где $\chi_i > 0$ — малое число. С учетом оценок перепишем (38) в виде

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^k \left[-\varepsilon_{p,i}^T(t) W_i \varepsilon_{p,i}(t) - \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l \varepsilon_{p,i}^T(t - jh_i) R_{lj,i}^T R_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t - jh_i) \right] + \tau, \quad (39)$$

где

$$W_i = Q_i - 4\chi_i P_i^2 - \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l N_{lj,i};$$

$$R_{lj,i} = N_{lj,i} - \chi_i^{-1} F_{lj,i}^T F_{lj,i}; \quad \tau = \sup_t \sum_{i=1}^k \chi_i^{-1} |\varphi_i(t)|^2.$$

Очевидно, что существуют α_i и χ_i такие, что $W_i > 0$ и $R_{lj,i} > 0$. Оценим (39) в виде

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^k \lambda_{\min}(W_i) \varepsilon_{p,i}^T(t) \varepsilon_{p,i}(t) + \tau. \quad (40)$$

Здесь $\lambda_{\min}(W_i)$ — наименьшее собственное число матрицы W_i . Следовательно, выбором α_i , χ_i , Q_i и $N_{lj,i}$ такими что $W_i > 0$, $R_{lj,i} > 0$, можно обеспечить выполнение целевого условия (5).

2. Пусть $r \geq 2$. Перепишем оператор $D_i(p)$ в виде $D_i(p) = \rho_i^T [p^2 \ p \ 1]$. Принимая во внимание (27), перепишем функцию $g_i(t)$ в виде

$$g_i(t) = \rho_i^T \theta_i(t) - \sum_{l=0}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} J_{r,i} \theta_i(t) - \sum_{l=1}^2 \left[\frac{d_{l,i}}{h_i^l} \sum_{j=1}^l (-1)^j C_l^j J_{r,i} \theta_i(t - jh_i) \right], \quad i = \overline{1, k}. \quad (41)$$

С учетом (41) преобразуем уравнение (28) к виду

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i(t) = & A_i \varepsilon_i(t) + \alpha_i B_{1,i} \left(\rho_i^T \theta_i(t) - \sum_{l=0}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} J_{r,i} \theta_i(t) \right) - \\ & - \alpha_i B_{1,i} \left[\sum_{l=1}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} \sum_{j=1}^l (-1)^j C_l^j J_{r,i} \theta_i(t - jh_i) \right] + \\ & + \alpha_i B_{2,i} J_{3,i} \varepsilon_i(t) - \alpha_i B_{2,i} J_{r,i} \theta_i(t) + B_{3,i} f_i(t), \end{aligned} \quad (42)$$

$$i = \overline{1, k}.$$

Перепишем системы (30) и (42) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{p,i}(t) = & A_{p,i} \varepsilon_{p,i}(t) + \\ & + \sum_{l=1}^2 \sum_{j=1}^l F_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t - jh_i) + \varphi_i(t), \quad i = \overline{1, k}, \end{aligned} \quad (43)$$

где

$$A_{p,i} = \begin{bmatrix} A_i + \alpha_i B_{2,i} J_{3,i} & \alpha_i B_{1,i} \left(\rho_i^T - \sum_{l=0}^2 \frac{d_{l,i}}{h_i^l} J_{r,i} \right) - \alpha_i B_{2,i} J_{r,i} \\ N_i J_{n,i} & M_i \end{bmatrix};$$

$\varphi_i(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ N_i \end{bmatrix} \theta_i(t) + \begin{bmatrix} B_{3,i} \\ 0 \end{bmatrix} f_i(t)$ — ограниченная функция; структура матрицы $F_{lj,i}$ соответствует структуре матрицы $F_{lj,i}$ в (36). Поскольку структура системы (43) подобна структуре системы (36), то дальнейшее доказательство второго случая аналогично доказательству первого случая. Утверждение 2 доказано.

Пример

Рассмотрим электроэнергетическую сеть S , состоящую из трех электрических генераторов (рис. 1, см. вторую сторону обложки). На рис. 1 G_i — генератор, T_i — трансформатор, K_i — выключатель фидера генератора, K_{ij} — выключатель линии передачи; $i, j = \{1, 2, 3, n\}$, n — нагрузка.

При моделировании рассмотрим аварийную ситуацию, связанную с изменением сопротивления линии электропередач, развивающуюся по следующему сценарию:

1) до момента времени $t_1 = 5$ с матрицы активной и реактивной проводимости сети равны

$$G^0 = \begin{bmatrix} 0,846 & 0,287 & 0,210 \\ 0,287 & 0,420 & 0,213 \\ 0,210 & 0,213 & 0,277 \end{bmatrix},$$

$$B^0 = \begin{bmatrix} -2,988 & 1,513 & 1,226 \\ 1,513 & -2,724 & 1,088 \\ 1,226 & 1,088 & -2,368 \end{bmatrix};$$

2) в момент времени $t_1 = 5$ с происходит обрыв линий электропередач, приводящий к короткому замыканию; сеть разбивается на две подсети — S_1 , состоящую из генераторов G_1 и G_3 , и S_2 , которую составляет генератор G_2 :

$$G^1 = \begin{bmatrix} 0,657 & 0,000 & 0,070 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,070 & 0,000 & 0,174 \end{bmatrix},$$

$$B^1 = \begin{bmatrix} -3,816 & 0,000 & 0,631 \\ 0,000 & -5,486 & 0,000 \\ 0,631 & 0,000 & -2,796 \end{bmatrix};$$

3) спустя девять периодов обращения роторов генераторов в аварийном режиме в момент времени $t_2 = 5,18$ с происходит восстановление исходной топологии сети путем включения резервной линии ключами K_{23} и K_{32} :

$$G^2 = \begin{bmatrix} 0,181 & 0,138 & 0,191 \\ 0,138 & 0,389 & 0,199 \\ 0,191 & 0,199 & 0,273 \end{bmatrix},$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} -2,229 & 0,726 & 1,079 \\ 0,726 & -1,953 & 1,229 \\ 1,079 & 1,229 & -2,342 \end{bmatrix}.$$

Математические модели генераторов G_i , $i = 1, 2, 3$, сети S определены уравнениями (1)–(3), для которых класс неопределенностей Ξ задан неравенствами: $1 \leq D_i \leq 5$ отн. ед.; $1 \leq H_i \leq 25$ с; $5 \leq \tau'_{d0i} \leq 9$ с; $0,001 \leq \tau'_{q0i} \leq 0,7$ с; $0,1 \leq x_{di} \leq 1,5$ отн. ед.; $0,05 \leq x_{qi} \leq 1,5$ отн. ед.; $0,05 \leq x'_{di} \leq 0,2$ отн. ед.; $1 \leq k_{ci} \leq 3$ отн. ед.; $0 \leq G_{ij}^k \leq 1$ отн. ед.; $-6 \leq B_{ij}^k \leq 2$ отн. ед.; $i, j = 1, 2, 3$; $k = 0, 1, 2$.

Для фильтрации высокочастотной помехи используем алгоритм (11)

$$\hat{e}_i(e) = \frac{1}{(0,01p + 1)^4} e_i(t), i = \overline{1, 3}.$$

Пусть $\alpha_i = 0,4$; $d_{0,i} = 2$; $d_{1,i} = 3,5$; $d_{2,i} = 1$; $i = 1, 2, 3$. Тогда закон управления (24) можно записать в виде

$$u_{fi}(t) = -0,4(2\bar{e}_i(t) + 3,5\bar{e}_i^{(1)}(t) + \bar{e}_i^{(2)}(t)), i = \overline{1, 3}.$$

Для реализации наблюдателя (26) выберем параметр $h = 1/50$:

$$\begin{aligned} \bar{e}_i(t) &= e_i(t); \\ \bar{e}_i^{(1)}(t) &= 0,02[\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t - 1/50)]; \\ \bar{e}_i^{(2)}(t) &= 0,02[\bar{e}_i^{(1)}(t) - \bar{e}_i^{(1)}(t - 1/50)], \\ i &= \overline{1, 3}. \end{aligned}$$

Зададим параметры генераторов G_i , $i = 1, 2, 3$, сети S : общий — $\omega_0 = 314,159$ рад/с и отдельные:

1) генератор G_1 : $D_1 = 2$ отн. ед.; $H_1 = 23,64$ с; $\tau'_{d01} = 8,96$ с; $\tau'_{q01} = 0,001$ с; $x_{d1} = 0,1460$ отн. ед.; $x_{q1} = 0,0969$ отн. ед.; $x'_{d1} = 0,0608$ отн. ед.; $k_{c1} = 1$ отн. ед.; $P_{m1} = 0,7169$ отн. ед.; $P_{e1}(0) = 0,7169$ отн. ед.; $E'_{q1}(0) = 1,0563$ отн. ед.; $E'_{d1}(0) = 0,0242$ отн. ед.; $\delta_1(0) = 3,5859^\circ$; $\omega_1(0) = 0$ рад/с;

2) генератор G_2 : $D_2 = 2$ отн. ед.; $H_2 = 6,4$ с; $\tau'_{d02} = 6,00$ с; $\tau'_{q02} = 0,535$ с; $x_{d2} = 0,8958$ отн. ед.; $x_{q2} = 0,8645$ отн. ед.; $x'_{d2} = 0,1198$ отн. ед.;

$k_{c2} = 1$ отн. ед.; $P_{m2} = 1,6294$ отн. ед.; $P_{e2}(0) = 1,6294$ отн. ед.; $E'_{q2}(0) = 0,7887$ отн. ед.; $E'_{d2}(0) = 0,6934$ отн. ед.; $\delta_2(0) = 61,0532^\circ$; $\omega_2(0) = 0$ рад/с;

3) генератор G_3 : $D_3 = 2$ отн. ед.; $H_3 = 3,01$ с; $\tau'_{d03} = 5,89$ с; $\tau'_{q03} = 0,600$ с; $x_{d3} = 1,3125$ отн. ед.; $x_{q3} = 1,2578$ отн. ед.; $x'_{d3} = 0,1813$ отн. ед.; $k_{c3} = 1$ отн. ед.; $P_{m3} = 0,8506$ отн. ед.; $P_{e3}(0) = 0,8506$ отн. ед.; $E'_{q3}(0) = 0,7688$ отн. ед.; $E'_{d3}(0) = 0,6657$ отн. ед.; $\delta_3(0) = 54,0626^\circ$; $\omega_3(0) = 0$ рад/с.

Помеха измерения представляет собой сигнал следующего вида:

$$\begin{aligned} \vartheta_i(t) &= 0,5 \sin(10^5 t) + \\ &+ 0,5 \cos(10^5 t) + 0,05 \eta_i(t), i = \overline{1, 3}, \end{aligned}$$

где $\eta_i(t)$ — сигнал, моделируемый в MATLAB Simulink с помощью блока "Band-limited white noise" со спектральной плотностью $S_{\eta_i} = 10^{-5}$ рад²/Гц.

На рис. 2 и 3 (см. вторую сторону обложки) приведены переходные процессы по углам роторов $\delta_i(t)$ (рис. 2, а), относительным угловым скоростям $\omega_i(t)$ (рис. 2, б) и напряжениям на зажимах статоров $V_{ii}(t)$ (рис. 3), $i = 1, 2, 3$.

В течение интервала времени с $t_3 = 20$ с по $t_4 = 25$ с моделирование проводилось при отсутствии помехи измерения $\vartheta_i(t)$. В момент времени $t_4 = 25$ с снова появляются помехи, содержащие только гармоническую составляющую, т.е. $\vartheta_i(t) - \eta_i(t)$. Из рис. 3 видно, что при $\eta_i(t) = 0$ улучшается качество напряжения на зажимах статора $V_{ii}(t)$. Также видно, что эффект наличия гармонической помехи успешно устранен.

Результаты моделирования показали, что синтезированная система управления сетью электрических генераторов, когда измерения доступны только зашумленные показания углов нагрузки, обеспечивает лучшие показатели качества переходных процессов по сравнению со схемами работ [2, 5], где измерению доступен весь вектор состояния и частично известны параметры модели генераторов. Моделирование также показало, что алгоритм (11), (27) обеспечивает устойчивость замкнутой системы при наличии в системе (1)–(3) немоделируемой динамики, такой что $\deg Q_i(p) - \deg R_{ii}(p, t) \leq 3$ в (8). Также отметим, что в условиях случайных помех измерения нельзя гарантировать цель управления (3) в силу неограниченности помехи, однако результаты моделирования иллюстрируют удовлетворительные качества переходных процессов при ненулевых случайных сигналах $\eta_i(t)$.

Заключение

В статье синтезирован робастный алгоритм синхронизации электроэнергетической сети в условиях параметрической неопределенности и высокочастотных помех в измерениях выходной переменной. На базе работы [16] предложенный подход позволяет независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки синхронизации электроэнергетической сети. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма.

Список литературы

1. Дорофеев В. В., Макаров А. А. Активно-адаптивная сеть — новое качество ЕЭС России // Энергоэксперт. 2009. № 4. С. 28—35.
2. Gordon M., Hill D. J. Global transient stability and voltage regulation for multimachine power systems // IEEE Power and Energy Society General Meeting — Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century. 2008. P. 1—8.
3. Barabanov A., Dib W., Lamnabhi-Lagarrigue F., Ortega R. On transient stabilization of multi-machine power systems: a "globally" convergent controller for structure-preserving models // 17th World Congress, IFAC. Seoul. 2008. P. 9398—9403.
4. Кузьменко А. А. Нелинейное адаптивное управление турбогенератором // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 1. С. 112—119.
5. Dib W., Ortega R., Hill D. Transient stability enhancement of multi-machine power systems: synchronization via immersion of pendular system // Asian Journal of Control. 2014. V. 16, N. 1. P. 50—58.
6. Фрадков А. Л., Фуртат И. Б. Робастное управление сетью электрических генераторов // Автоматика и телемеханика. 2013. № 11. С. 100—113.
7. Фуртат И. Б., Чугина Ю. В. Компенсация возмущений в задаче управления сетью электрических генераторов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 1. С. 124—133.
8. Sanfelice R., Praly L. On the performance of highgain observers with gain adaptation under measurement noise // Automatica. 2011. Vol. 47. P. 2165—2176.
9. Boizot N., Busvelle E., Gauthier J. An adaptive high-gain observer for nonlinear systems // Automatica. 2010. Vol. 46. P. 1483—1488.
10. Ahrens J., Khalil K. High-gain observers in the presence of measurement noise: A switched-gain approach // Automatica. 2009. Vol. 45. P. 936—943.
11. Prasov A., Khalil H. A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework // IEEE Trans. Automat. Contr. 2013. Vol. 58, N. 3. P. 569—580.
12. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power // IEEE Trans. Automatic Control. 2015. Vol. 60, N. 11. P. 3059—3064.
13. Wang L., Astolfi D., Hongye S., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power // Proc. 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, MICNON 2015, Saint Petersburg, Russia. IFAC-PapersOnLine. Vol. 48, N. 11. P. 730—735.
14. Esfandiari F., Khalil H. K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems // International Journal of Control. 1992. Vol. 56, N. 5. P. 1007—1037.
15. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
16. Nekhoroshikh A., Furtat I. Robust Stabilization of Linear Plants under Uncertainties and High-Frequency Measurement Noises // Proc. of the 25th Mediterranean Conference on Control and Automation, Malta, 2017.
17. Anderson P. M., Fouad A. A. Power system control and stability. Iowa: Iowa State University Press, 1977.
18. Агаев Р. П., Чеботарев П. Ю. Матрица максимальных исходящих лесов орграфа и ее применения // АИТ. 2000. № 9. С. 15—43.
19. Furtat I. B., Fradkov A. L., Liberzon D. Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output // Automatica. 2015. Vol. 60. P. 239—244.
20. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. М.: Энергоатомиздат, 1984.
21. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970.
22. Воронов А. А. Теория автоматического управления. Часть 2. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. М.: Высшая школа, 1986.

Synchronization of the Electric Power Network in the Conditions of High-Frequency Measurement Noises

I. B. Furtat, cainenash@mail.ru, A. N. Nekhoroshikh, becks94@mail.ru,
P. A. Gushchin, gushchin.p@mail.ru, Y. V. Chugina, yofrid@mail.ru,
Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences,
St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: Furtat Igor B., Professor, Dr. of Tech. Sc., Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: cainenash@mail.ru

Accepted on May 15, 2020

The problem of robust synchronization of the electrical power network with unknown parameters is considered in the present paper. The load angles of each generator with superimposed additive high frequency noises are available for measurement. An algorithm has been synthesized to reduce the influence of noises on measurement signals and to ensure synchronization of the network in normal mode and in emergency situations associated with a sudden change in the con-

ductivity of power lines. To synthesize the control algorithm, the new approach is used which makes it possible to independently control the quality of noise filtering and the quality of the stabilization error of the output variable. The conditions guaranteeing the stability of the system are obtained. The simulation results have shown that the designed control system of a network of electric generators, when only noisy indications of load angles are available for measurement, provides better transient quality indicators compared to schemes of R. Ortega (France) and D. Hill (Australia), where the entire state vector is available to measurements and the parameters of the generator model are partially known. Modeling also showed that the proposed algorithm ensures the stability of a closed-loop system if there are unmodeled dynamics in network model. We also note that under conditions of random measurement noises, the control goal cannot be guaranteed due to the unlimited nature of the noises, however, the simulation results illustrate the satisfactory quality of transients with nonzero random signals in noises.

Keywords: electric power network, measurement interference, delay, emergency

Acknowledgements: The results of the section "Algorithm for filtering high-frequency measurement noises" were obtained with the support of a grant of President of Russian Federation (No. MD-1054.2020.8, Agreement No. 075-15-2020-184) at IPME RAS. The results of the section "Synthesis of the control algorithm" were obtained at IPME RAS with the support of the Russian Science Foundation (project No. 18-79-10104).

For citation:

Furtat I. B., Nekhoroshikh A. N., Gushchin P. A., Chugina Y. V. Synchronization of the Electric Power Network in the Conditions of High-Frequency Measurement Noises, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 10, pp. 584–594.

DOI: 10.17587/mau.21.584-594

References

1. Dorofeev V. V., Makarov A. A. Active-adaptive network — a new quality of the Unified Energy System of Russia, *Energoekspert*, 2009, no. 4, pp. 28–35.
2. Gordon M., Hill D. J. Global transient stability and voltage regulation for multimachine power systems, *IEEE Power and Energy Society General Meeting — Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 2008, pp. 1–8.
3. Barabanov A., Dib W., Lamnabhi-Lagarrigue F., Ortega R. On transient stabilization of multi-machine power systems: a "globally" convergent controller for structure-preserving models, *17th World Congress, IFAC*, Seoul 2008, pp. 9398–9403.
4. Kuzmenko A. A. Non-linear adaptive control of a turbo-generator, *News of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*, 2008, no. 1, pp. 112–119.
5. Dib W., Ortega R., Hill D. Transient stability enhancement of multi-machine power systems: synchronization via immersion of pendular system, *Asian Journal of Control*, 2014, vol. 16, no. 1, pp. 50–58.
6. Fradkov A. L., Furtat I. B. Robust control of a network of electric generators, *Automation and Remote Control*, 2013, no. 11, pp. 100–113.
7. Furtat I. B., Chugina Yu. V. Disturbance compensation in the problem of controlling a network of electric generators, *Izvestiya RAS. Theory and control systems*, 2016, no. 1, pp. 124–133.
8. Sanfelice R., Praly L. On the performance of highgain observers with gain adaptation under measurement noise, *Automatica*, 2011, vol. 47, pp. 2165–2176.
9. Boizot N., Busvelle E., Gauthier J. An adaptive high-gain observer for nonlinear systems, *Automatica*, 2010, vol. 46, pp. 1483–1488.
10. Ahrens J., Khalil K. High-gain observers in the presence of measurement noise: A switched-gain approach, *Automatica*, 2009, vol. 45, pp. 936–943.
11. Prasov A., Khalil H. A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2013, vol. 58, no. 3, pp. 569–580.
12. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power, *IEEE Trans. Automatic Control*, 2015, vol. 60, no. 11, pp. 3059–3064.
13. Wang L., Astolfi D., Hongye S., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power, *Proc. 1st IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems*, MICNON 2015, Saint Petersburg, Russia, IFAC-PapersOnLine, vol. 48, no. 11, pp. 730–735.
14. Esfandiari F., Khalil H. K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems, *International Journal of Control*, 1992, vol. 56, no. 5, pp. 1007–1037.
15. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L. Non-linear and adaptive control of complex dynamic systems, St. Petersburg, Science, 2000.
16. Nekhoroshikh A., Furtat I. Robust Stabilization of Linear Plants under Uncertainties and High-Frequency Measurement Noises, *Proc. of the 25th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Malta, 2017.
17. Anderson P. M., Fouad A. A. Power system control and stability, Iowa, Iowa State University Press, 1977.
18. Agaev R. P., Chebotarev P. Yu. Matrix of maximum outgoing forests of a digraph and its application, *Automatica*, 2000, no. 9, pp. 15–43.
19. Furtat I. B., Fradkov A. L., Liberzon D. Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output, *Automatica*, 2015, vol. 60, pp. 239–244.
20. Zhezhelenko I. V. Higher harmonics in power supply systems of industrial enterprises, Moscow, Energoatomizdat, 1984.
21. Fink L. M. Theory of discrete message transmission, Moscow, Soviet radio, 1970.
22. Voronov A. A. Theory of automatic control. Part 2. The theory of nonlinear and special automatic control systems, Moscow, High School, 1986.