О. И. Борисов¹, канд. техн. наук, доц., borisov@itmo.ru, **А. Р. Даль²**, аспирант, andreas.r.dahl@ntnu.no, **А. А. Пыркин**¹, д-р техн. наук, проф., pyrkin@itmo.ru,

Ф. Б. Громова¹, аспирант, мл. науч. сотр., fbkarashaeva@itmo.ru, **Р. Щетне**², PhD, проф., roger.skjetne@ntnu.no,

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет ИТМО", г. Санкт-Петербург, ²Норвежский университет естественных и технических наук (NTNU), г. Тронхейм

Последовательный компенсатор в задаче удержания положения надводного судна¹

Настоящая работа посвящена решению задачи удержания положения надводного судна с использованием метода последовательного компенсатора. Для описания движения надводного судна в плоскости рассматривается динамическая модель в параллельных координатах с тремя степенями свободы, соответствующими продольному, поперечному и вращательному движениям. Принимается, что для обеспечения полноценного маневрирования надводное судно оборудовано несколькими исполнительными приводами, конкретная конфигурация которых учитывается соответствуюшим распределителем упоров. Таким образом, без потери обшности в рамках синтеза регулятора принимается. что многомерная структура системы характеризуется тремя входными и тремя выходными сигналами, которые, кроме того, содержат перекрестные связи между поперечным и вращательным движениями. Предполагается, что модель надводного судна содержит параметрические и сигнальные неопределенности, представленные неизвестными физическими параметрами масс и демпфирования и неизмеримыми производными регулируемых сигналов. Решаемая задача предполагает функционирование надводного судна в нестационарной среде, оказывающей влияние на объект в виде внешних возмущающих воздействий. Приведено решение задачи удержания заданного положения надводного судна с использованием метода последовательного компенсатора, который представляет собой робастный регулятор по выходу, построенный на основе приниипа сильной обратной связи. Проведен анализ устойчивости системы частного характера применительно к рассматриваемому приложению. В рамках анализа перекрестные связи рассматриваются как ограниченные возмущения, что позволяет показать в системе свойства экспоненциальной устойчивости. Особое внимание в статье уделено проведению экспериментальных исследований системы динамического позиционирования в лаборатории морской кибернетики (Marine Cybernetics laboratory, MC lab) Центра автономных морских операций и систем (Centre for autonomous marine operations and systems, AMOS) Норвежского университета технических и естественных наук (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU). В рамках экспериментальных исследований отработаны два сценария: удержание положения при воздействии внешних возмущений и удержание положения в "тесте четырех углов". Проведенные эксперименты иллюстрируют работоспособность разработанной системы динамического позиционирования при практическом применении к физической модели надводного судна.

Ключевые слова: робастное управление, последовательный компенсатор, надводное судно, удержание заданного положения, динамическое позиционирование

Введение

Удержание судном заданного положения посредством активной тяги движителей является частным случаем задачи динамического позиционирования [1, раздел 1]. Эта проблема сохраняет свою актуальность для судов, характер выполняемой работы которых предполагает сохранение заданного положения в те-

чение продолжительного времени (например, оффшорные суда, танкеры, судна обеспечения водолазных работ и др.) или смену положения с высокой точностью (например, дреджеры, суда-кабелеукладчики и др.) [2, раздел 2]. При решении этой задачи важно учитывать ряд факторов, присущих окружающей среде и условиям функционирования. Например, из внешних возмущений, действующих на судно, доступны измерению только характеристики ветра (скорость и направление), в то время как течение, морское волнение, контакт судна со льдом [3], качка или дрейф вычисляются из эмпирических характеристик с учетом соответствующей динамической модели движения надводного судна [4]. Последняя, в свою очередь, отличается многомерной структурой с перекрестными связями между подсистема-

¹ Раздел "Синтез закона управления" настоящей работы выполнен при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00403). Разделы "Анализ устойчивости замкнутой системы" и "Экспериментальные исследования" настоящей работы выполнены при финансовой поддержке Исследовательского совета Норвегии (RCN) в рамках программы "Морские и береговые операции" (MAROFF), проект 210670 (D2V). Экспериментальные исследования выполнены в Центре AMOS NTNU, поддерживаемом RCN в рамках финансирования Центров передового опыта, проект 223254 (AMOS).

ми, параметрической неопределенностью и недоступностью измерений производных регулируемых переменных. При разработке системы управления необходимо, кроме того, обеспечить удобство и простоту настройки параметров регулятора и учесть необходимость экономного использования вычислительных ресурсов бортового контроллера.

В статье предлагается решение задачи удержания положения надводного судна с использованием метода последовательного компенсатора [5], который основан на теореме о пассификации [6, 7] и представляет собой робастный регулятор по выходу с высоким коэффициентом усиления. Настоящее исследование является продолжением работы [8], где для описания динамики надводного судна использовалась линеаризованная модель Номото первого порядка. В настоящей работе рассмотрена более сложная динамическая модель, характеризующаяся многомерной структурой с перекрестными связями по поперечному и вращательному движениям, кроме того, в работе проведен анализ устойчивости системы частного характера применительно к рассматриваемому приложению. В рамках анализа перекрестные связи рассматриваются как ограниченные возмущения, что позволяет показать в системе свойства экспоненциальной устойчивости. Особое внимание в статье уделено проведению экспериментальных исследований системы динамического позиционирования в лаборатории морской кибернетики (Marine Cybernetics laboratory, MC lab) Центра автономных морских операций и систем (Centre for autonomous marine operations and systems, AMOS) Норвежского университета технических и естественных наук (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU) [9, раздел 3.2; 10, раздел 2.2; 11, раздел IV.A].

Постановка задачи

Для решения задачи удержания положения надводного судна введем соответствующие допущения о малых скоростях и о малом значении угла рыскания, в силу которых рассмотрим динамическую модель надводного судна в параллельных координатах [12, раздел 7.5.3]:

$$\dot{x} = u; \tag{1}$$

$$\dot{y} = v; \tag{2}$$

$$\dot{\psi} = r; \tag{3}$$

$$m_{11}\dot{u} = X_{u}u + X; \tag{4}$$

$$m_{22}\dot{v} + m_{23}\dot{r} = Y_{\nu}v + Y_{r}r + Y;$$
 (5)

$$m_{32}\dot{v} + m_{33}\dot{r} = N_{\nu}v + N_{r}r + N,$$
 (6)

где (x, y) — координаты смещения судна в продольном и поперечном направлениях; ψ — курсовой угол судна; u, v, r — соответственно скорости продольного, поперечного и вращательного движений; $m_{11}, m_{22}, m_{23}, m_{32}, m_{33}$ — параметры масс; X_u, Y_v, Y_r, N_v, N_r — параметры демпфирования; X, Y, N — соответственно силы и момент тяги, создаваемые исполнительными приводами для продольного, поперечного и вращательного движений.

Физические параметры объекта принимаются неизвестными. Измерению доступны только регулируемые переменные x, y и ψ . Целью управления является обеспечение выполнения следующего целевого условия:

$$\lim_{t\to\infty}\eta(t)=\eta_d,$$

где $\eta = [x \ y \ \psi]^T$ и $\eta_d = [x_d \ y_d \ \psi_d]^T$ — векторы, содержащие, соответственно, текущие и желаемые координаты надводного судна в плоскости. Для решения поставленной задачи воспользуемся методом последовательного компенсатора [5].

Синтез закона управления

Заметим, что модель (1)—(6) состоит из двух независимых подсистем: (1), (4) — для продольного движения; (2), (3), (5), (6) — для поперечного и вращательного движений, связанных перекрестными связями. Рассмотрим каждую из них отдельно.

Выполним синтез управления продольным движением судна. Запишем модель (1), (4) в виде

$$m_{11}\ddot{x}=X_u\dot{x}+X,$$

откуда, разрешая уравнение относительно x и применяя оператор дифференцирования $p=\frac{d}{dt},$ получим модель

$$x = \frac{1}{m_{11}p^2 - X_u p} X = \frac{b_x(p)}{a_x(p)} X,$$
 (7)

в которой относительная степень передаточной функции $\frac{b_x(p)}{a_x(p)}$ равна $\rho_x=2$. Согласно ра-

боте [5, выражение (7)] выберем закон управления вида

$$X = -\alpha_x(p)\mu_x(x - \varepsilon_x), \tag{8}$$

где $\alpha_x(p)$ — произвольный гурвицев полином степени $\rho_x - 1 = 1$; μ_x — коэффициент, выбранный из условия гурвицевости полинома $a_x(p) + \mu_x b_x(p) \alpha_x(p)$; $\varepsilon_x = x - \hat{x}$ — невязка наблюдателя вида

$$\dot{\hat{x}} = \sigma_x(-k_x\hat{x} + k_x x) = \sigma_x k_x \varepsilon_x, \tag{9}$$

где k_x — коэффициент, выбранный исходя из обеспечения асимптотической устойчивости наблюдателя (9) относительно \hat{x} ; σ_x — коэффициент, выбранный для достижения экспоненциальной устойчивости из условия $\sigma_x > \mu_x$ и, согласно работе [5, выражение (24)], выполнения соотношения

$$-2n_{x}k_{x}\sigma + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta}n_{x}^{2}c_{x}^{\mathsf{T}}A_{x}A_{x}^{\mathsf{T}}c_{x} + + n_{x}^{2}c_{x}^{\mathsf{T}}b_{x}b_{x}^{\mathsf{T}}c_{x} + 1 \leq -R_{\hat{x}},$$
(10)

где n_x — константа, удовлетворяющая скалярному уравнению Ляпунова

$$2n_{x}(-k_{x}) = -Q_{\hat{x}},\tag{11}$$

 $Q_{\hat{x}} > 0$ и $R_{\hat{x}} > 0$ — положительные константы; A_x , b_x , c_x — матрицы модели замкнутой системы (7)—(8) в пространстве состояний; константа δ удовлетворяет равенству

$$-Q_x + \delta P_x b_x b_x^{\mathsf{T}} P_x + \delta I = -R_x, \tag{12}$$

где $R_x = R_x^{\mathsf{T}} > 0$ — положительно-определенная матрица и P_x — матрица, удовлетворяющая уравнению Ляпунова

$$A_{\mathbf{r}}^{\mathsf{T}} P_{\mathbf{r}} + P_{\mathbf{r}} A_{\mathbf{r}} = -Q_{\mathbf{r}},\tag{13}$$

где $Q_x = Q_x^{\mathsf{T}} > 0$ — положительно-определенная матрица.

Перейдем к синтезу управления поперечным и вращательным движением судна. Запишем модель (2), (3), (5), (6) в виде

$$\begin{split} m_{22} \dot{v} &= Y_{v} v + Y_{r} r + Y - m_{23} \dot{r}; \\ m_{33} \dot{r} &= N_{v} v + N_{r} r + N - m_{32} \dot{v}, \end{split}$$

откуда, разрешая уравнения относительно y и ψ и снова применяя оператор дифференцирования $p=\frac{d}{dt}$, получим две подсистемы с перекрестными связями

$$y = \frac{Y + \left(Y_r - m_{23} \frac{1}{m_{33}} N_r\right) p \psi - m_{23} \frac{1}{m_{33}} N}{\left(m_{22} - m_{23} \frac{1}{m_{33}} m_{32}\right) p^2 - \left(Y_v - m_{23} \frac{1}{m_{33}} N_v\right) p} = (14)$$

$$= \frac{b_y(p)}{a_y(p)} Y + \frac{c_y(p)}{a_y(p)} \psi + \frac{1}{a_y(p)} d_N;$$

$$\psi = \frac{N + \left(N_{v} - m_{32} \frac{1}{m_{22}} Y_{v}\right) p y - m_{32} \frac{1}{m_{22}} Y}{\left(m_{33} - m_{32} \frac{1}{m_{22}} m_{23}\right) p^{2} - \left(N_{r} - m_{32} \frac{1}{m_{22}} Y_{r}\right) p} = \frac{b_{\psi}(p)}{a_{\psi}(p)} N + \frac{c_{\psi}(p)}{a_{\psi}(p)} y + \frac{1}{a_{\psi}(p)} d_{Y}, \tag{15}$$

в которых $d_N = -m_{23} \frac{1}{m_{33}} N$ и $d_Y = -m_{32} \frac{1}{m_{22}} Y$ — взаимные воздействия одной подсистемы на другую при приведении их в движение. Эти перекрестные связи рассматриваются как ограниченные возмущения. Относительные степени передаточных функций $\frac{b_y(p)}{a_y(p)}$ и $\frac{b_\psi(p)}{a_\psi(p)}$ равны $\rho_v = 2$ и $\rho_w = 2$.

Аналогично (8) выберем законы управления согласно работе [13, выражения (3)—(7)]:

$$Y = -\alpha_{v}(p)(\mu_{v} + \kappa_{v})(y - \varepsilon_{v}); \tag{16}$$

$$N = -\alpha_{\psi}(p)(\mu_{\nu} + \kappa_{\nu})(\psi - \varepsilon_{\psi}), \qquad (17)$$

где $\alpha_y(p)$ и $\alpha_\psi(p)$ — произвольные гурвицевы полиномы степеней $\rho_y-1=1$ и $\rho_\psi-1=1$; μ_y , μ_ψ — коэффициенты, выбранные из условия гурвицевости полиномов $a_y(p)+\mu_yb_y(p)\alpha_y(p)$ и $a_\psi(p)+\mu_\psi b_\psi(p)\alpha_\psi(p)$; κ_y , κ_ψ — коэффициенты, которые будут определены позднее; $\varepsilon_y=y-\hat{y}$, $\varepsilon_\psi=\psi-\hat{\psi}$ — невязки наблюдателей вида

$$\dot{\hat{y}} = \sigma_y(-k_y\hat{y} + k_yy) = \sigma_yk_y\varepsilon_y; \tag{18}$$

$$\dot{\widehat{\Psi}} = \sigma_{\Psi}(-k_{\Psi}\widehat{\Psi} + k_{\Psi}\Psi) = \sigma_{\Psi}k_{\Psi}\varepsilon_{\Psi}, \tag{19}$$

где k_y , k_ψ — коэффициенты, выбранные исходя из обеспечения асимптотической устойчивости наблюдателей (18), (19) относительно \hat{y} и $\hat{\psi}$; σ_y , σ_ψ — коэффициенты, выбранные для достижения экспоненциальной устойчивости из условий $\sigma_y > \mu_y$, $\sigma_\psi > \mu_\psi$ и выполнения соотношений [13, выражения (38) и (39)]

$$-2n_{y}\sigma_{y}k_{y} + \frac{1}{\delta}(\mu_{y} + \kappa_{y}) + \frac{1}{\delta}c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} + \\
+ \kappa_{y}c_{y}^{T}b_{y}b_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} + (\mu_{y} + \kappa_{y})c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} + \\
+ (\mu_{y} + \kappa_{y})b_{y}^{T}b_{y} + \kappa_{y}c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} \leq -R_{\hat{y}};$$

$$-2n_{\psi}\sigma_{\psi}k_{\psi} + \frac{1}{\delta}(\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) + \frac{1}{\delta}c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2} + \\
+ \kappa_{\psi}c_{\psi}^{T}b_{\psi}b_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2} + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2} +$$
(21)

где n_y , n_ψ — константы, удовлетворяющие скалярным уравнениям Ляпунова

 $+ (\mu_{\mathsf{W}} + \kappa_{\mathsf{W}}) b_{\mathsf{W}}^{\mathsf{T}} b_{\mathsf{W}} + \kappa_{\mathsf{W}} c_{\mathsf{W}}^{\mathsf{T}} c_{\mathsf{W}} n_{\mathsf{W}}^{2} \leq - R_{\widehat{\mathsf{W}}},$

$$2n_{v}(-k_{v}) = -Q_{\hat{v}}; \tag{22}$$

$$2n_{\rm w}(-k_{\rm w}) = -Q_{\widehat{\rm w}},\tag{23}$$

 $Q_{\hat{y}} > 0, Q_{\hat{\psi}} > 0$ и $R_{\hat{y}} > 0, R_{\hat{\psi}} > 0$ — положительные константы; A_y , b_y , c_y , q_y и A_ψ , b_ψ , c_ψ , q_ψ — матрицы моделей замкнутых систем (14), (16) и (15), (17) в пространстве состояний; константа δ ограничена $0 < \delta < 0.5$ и совместно с коэффициентами κ_y и κ_ψ удовлетворяет равенствам [13, выражения (35) и (36)]

$$-Q_{y} + \delta((\mu_{y} + \kappa_{y})c_{y}c_{y}^{\mathsf{T}} + A_{y}^{\mathsf{T}}A_{y}) + + \frac{1}{\kappa_{\psi}}(P_{y}q_{y}q_{y}^{\mathsf{T}}P_{y}^{\mathsf{T}} + c_{y}^{\mathsf{T}}q_{\psi}^{\mathsf{T}}q_{\psi}c_{y}) = -R_{y};$$
(24)

$$-Q_{y} + \delta((\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})c_{\psi}c_{\psi}^{T} + A_{\psi}^{T}A_{\psi}) + \frac{1}{\kappa_{y}}(P_{\psi}q_{\psi}q_{\psi}^{T}P_{\psi}^{T} + c_{\psi}^{T}q_{y}^{T}q_{y}c_{\psi}) = -R_{\psi},$$
(25)

где $R_y = R_y^{\mathrm{T}} > 0, R_{\psi} = R_{\psi}^{\mathrm{T}} > 0$ — положительно-определенные матрицы; P_y , P_{ψ} — матрицы, удовлетворяющие уравнениям Ляпунова

$$A_{v}^{\mathsf{T}} P_{v} + P_{v} A_{v} = -Q_{v}; \tag{26}$$

$$A_{\Psi}^{\mathrm{T}} P_{\Psi} + P_{\Psi} A_{\Psi} = -Q_{\Psi}, \tag{27}$$

где $Q_y = Q_y^{\mathrm{T}} > 0, Q_{\psi} = Q_{\psi}^{\mathrm{T}} > 0$ — положительно-определенные матрицы.

Анализ усточивости замкнутой системы

Без потери общности проанализируем устойчивость замкнутой системы по продольному движению в положении равновесия $(x, \hat{x}) = (0,0)$ [14, раздел 4.1; 15, раздел 3.1]. Подставляя закон управления (8) в модель (7), получим замкнутую систему

$$x = \frac{\mu_x b_x(p) \alpha_x(p)}{a_x(p) + \mu_x b_x(p) \alpha_x(p)} \varepsilon_x,$$

которая эквивалентна модели в пространстве состояний

$$\dot{z}_{x} = A_{x}z_{x} + b_{x}\varepsilon_{x}; \tag{28}$$

$$x = c_x^{\mathrm{T}} z_x, \tag{29}$$

где z_x — вектор состояния.

Вычислим производную невязки наблюдателя

$$\dot{\varepsilon}_x = \dot{x} - \sigma_x (-k_x \hat{x} + k_x x) = \dot{x} - \sigma_x k_x \varepsilon_x, \quad (30)$$

которая будет использована позднее.

Выберем функцию Ляпунова из класса квадратичных форм в виде

$$V_{x} = z_{x}^{\mathsf{T}} P_{x} z_{x} + n_{x} \varepsilon_{x}^{2}. \tag{31}$$

Выбор функции удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидат-функциям Ляпунова [14, глава 4; 15, определение 3.7; 16, раздел 5.3.1]: $V_x = 0$ при $(x, \hat{x}) = (0, 0)$, поскольку при $z_x = 0$ в соответствии с (29) имеем x = 0, а при $\varepsilon_x^2 = 0$ имеем $x = \hat{x}$. Кроме того, $V_x \ge 0$ при $(x, \hat{x}) \ne (0, 0)$ в силу квадратичной формы V_x .

Вычислим производную по времени функции V_x с учетом соотношений (28)—(30):

$$\dot{V}_{x} = z_{x}^{\mathsf{T}} (A_{x}^{\mathsf{T}} P_{x} + P_{x} A_{x}) z_{x} + 2 \cdot z_{x}^{\mathsf{T}} P_{x} b_{x} \cdot \varepsilon_{x} + 2 \cdot n_{x} \varepsilon_{x} c_{x}^{\mathsf{T}} A_{x} \cdot z_{x} + 2 \cdot n_{x} \varepsilon c_{x}^{\mathsf{T}} b_{x} \cdot \varepsilon_{x} - 2 n_{x} k \sigma \varepsilon_{x}^{2},$$

$$(32)$$

где для второго, третьего и четвертого слагаемых используется неравенство Юнга [17] вида

$$0 \le \left(\sqrt{\delta a} - \frac{b}{\sqrt{\delta}}\right)^2 = \delta a^2 + \frac{b^2}{\delta} - 2ab \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2ab \le \delta a^2 + \frac{b^2}{\delta}$$
(33)

относительно компонентов, разделенных знаком умножения в формуле (32). В результате получим

$$\dot{V}_{x} \leqslant -z_{x}^{\mathsf{T}} Q_{1x} z_{x} + \delta z_{x}^{\mathsf{T}} P_{x} b_{x} b_{x}^{\mathsf{T}} P_{x} z_{x} +
+ \frac{1}{\delta} \varepsilon^{2} + \frac{1}{\delta} n_{x}^{2} \varepsilon_{x}^{2} c_{x}^{\mathsf{T}} A_{x} A_{x}^{\mathsf{T}} c_{x} + \delta z_{x}^{\mathsf{T}} z_{x} +
+ n_{x}^{2} \varepsilon_{x}^{2} c_{x}^{\mathsf{T}} b_{x} b_{x}^{\mathsf{T}} c_{x} + \varepsilon_{x}^{2} - 2n_{x} k \sigma_{x} \varepsilon_{x}^{2},$$
(34)

где выражение (13) подставлено в первое слагаемое, а $\delta = 1$ — в шестое и седьмое слагаемые. Наконец, подставляя (12) в слагаемые при $z_x^{\mathsf{T}} z_x$ и (10) — в слагаемые при ϵ_x^2 , получим

$$\dot{V}_{x} \leqslant -z_{x}^{\mathsf{T}} R_{x} z_{x} - R_{\hat{x}} \varepsilon_{x}^{2} \leqslant -\lambda_{\min} V_{x}, \tag{35}$$

где $\lambda_{\min} > 0$ — наименьшее из собственных чисел R_{χ} и $R_{\hat{\chi}}$. Из неравенства (35) следует, что система экспоненциально устойчива.

Проанализируем устойчивость замкнутых систем по поперечному и вращательному движениям. Начнем с упрощенного случая, пренебрегая в (14) и (15) взаимными воздействиями одной подсистемы на другую при приведении их в движение, т.е. при $d_N=0$ и $d_Y=0$. Подставляя законы управления (16), (17) соответственно в модели (14), (15), получим замкнутые системы

$$y = \frac{b_{y}(p)\alpha_{y}(p)}{a_{y}(p) + \mu_{y}b_{y}(p)\alpha_{y}(p)} \left(-\kappa_{y}y + (\mu_{y} + \kappa_{y})\varepsilon_{y}\right) + \frac{c_{y}(p)}{a_{y}(p) + \mu_{y}b_{y}(p)\alpha_{y}(p)} \psi;$$

$$\psi = \frac{b_{\psi}(p)\alpha_{\psi}(p)}{a_{\psi}(p) + \mu_{\psi}b_{\psi}(p)\alpha_{\psi}(p)} \left(-\kappa_{\psi}\psi + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})\varepsilon_{\psi}\right) + \frac{c_{\psi}(p)}{a_{\psi}(p) + \mu_{\psi}b_{\psi}(p)\alpha_{\psi}(p)} y,$$

которые эквивалентны моделям в пространстве состояний

$$\dot{z}_y = A_y z_y + b_y (-\kappa_y y + (\mu_y + \kappa_y) \varepsilon_y) + q_y \psi;$$
(36)

$$y = c_{\nu}^{\mathrm{T}} z_{\nu}; \tag{37}$$

$$\dot{z}_{\psi} = A_{\psi} z_{\psi} + b_{\psi} (-\kappa_{\psi} \psi + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) \varepsilon_{\psi}) + q_{\psi} y; (38)$$

$$\Psi = c_{\mathsf{W}}^{\mathsf{T}} z_{\mathsf{W}}, \tag{39}$$

где z_v , z_w — векторы состояния.

Вычислим производные невязок наблюдателей:

$$\dot{\varepsilon}_{v} = \dot{y} - \sigma_{v}(-k_{v}\hat{y} + k_{v}y) = \dot{y} - \sigma_{v}k_{v}\varepsilon_{v}; \quad (40)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\psi} = \dot{\psi} - \sigma_{\psi}(-k_{\psi}\hat{\psi} + k_{\psi}\psi) = \dot{\psi} - \sigma_{\psi}k_{\psi}\varepsilon_{\psi} \quad (41)$$

которые будут использованы позднее.

Выберем функцию Ляпунова из класса квадратичных форм аналогично (31):

$$V = z_{\nu}^{\mathsf{T}} P_{\nu} z_{\nu} + z_{\nu}^{\mathsf{T}} P_{\nu} z_{\nu} + n_{\nu} \varepsilon_{\nu}^{2} + n_{\nu} \varepsilon_{\nu}^{2}. \tag{42}$$

Следовательно, (42) удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидат-функциям Ляпунова, аналогично (31).

Вычислим производную по времени функции V с учетом (36)—(41):

$$\dot{V} = z_{y}^{\mathsf{T}} (A_{y}^{\mathsf{T}} P_{y} + P_{y} A_{y}) z_{y} - 2 z_{y}^{\mathsf{T}} c_{y} \kappa_{y} y +
+ 2 \cdot z_{y}^{\mathsf{T}} c_{y} \cdot (\mu_{y} + \kappa_{y}) \cdot \varepsilon_{y} + 2 \cdot z_{y}^{\mathsf{T}} P_{y} q_{y} \cdot \psi +
+ z_{\psi}^{\mathsf{T}} (A_{\psi}^{\mathsf{T}} P_{\psi} + P_{\psi} A_{\psi}) z_{\psi} - 2 z_{\psi}^{\mathsf{T}} c_{\psi} \kappa_{\psi} \psi +
+ 2 \cdot z_{\psi}^{\mathsf{T}} c_{\psi} \cdot (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) \cdot \varepsilon_{\psi} + 2 \cdot z_{\psi}^{\mathsf{T}} P_{\psi} q_{\psi} \cdot y -
- 2 n_{y} \sigma_{y} k_{y} \varepsilon_{y}^{2} + 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{\mathsf{T}} \cdot A_{y} z_{y} -
- 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{\mathsf{T}} b_{y} \cdot \kappa_{y} \cdot y +
+ 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{\mathsf{T}} \cdot b_{y} \cdot (\mu_{y} + \kappa_{y}) \cdot \varepsilon_{y} +
+ 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{\mathsf{T}} \cdot q_{y} \psi - 2 n_{\psi} \sigma_{\psi} k_{\psi} \varepsilon_{\psi}^{2} +
+ 2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{\mathsf{T}} \cdot A_{\psi} z_{\psi} - 2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{\mathsf{T}} b_{\psi} \cdot \kappa_{\psi} \cdot \psi +
+ 2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{\mathsf{T}} b_{\psi} \cdot (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) \cdot \varepsilon_{\psi} + 2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{\mathsf{T}} \cdot q_{\psi} y,$$

где использованы соотношения $P_y b_y = c_y$ и $P_\psi b_\psi = c_\psi$, которые выполняются в соответствии с леммой Якубовича—Калмана—Попова [14, лемма 6.2], поскольку передаточные функции (14)—(15) строго положительно вещественны в результате обеспечения гурвицевости полинома знаменателя. Далее, применяя выражения (37), (39) и неравенство (33) с параметрами κ_y и κ_w вместо δ , получим

$$\dot{V} \leqslant -z_{y}^{\mathsf{T}}Q_{y}z_{y} - 2\kappa_{y}y^{2} + \delta(\mu_{y} + \kappa_{y})z_{y}^{\mathsf{T}}c_{y}c_{y}^{\mathsf{T}}z_{y} +
+ \frac{1}{\delta}(\mu_{y} + \kappa_{y})\varepsilon_{y}^{2} + \frac{1}{\kappa_{\psi}}z_{y}^{\mathsf{T}}P_{y}q_{y}q_{y}^{\mathsf{T}}P_{y}^{\mathsf{T}}z_{y} + \kappa_{\psi}\psi^{2} -
- z_{\psi}^{\mathsf{T}}Q_{\psi}z_{\psi} - 2\kappa_{\psi}\psi^{2} + \delta(\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})z_{\psi}^{\mathsf{T}}c_{\psi}c_{\psi}^{\mathsf{T}}z_{\psi} +
+ \frac{1}{\delta}(\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})\varepsilon_{\psi}^{2} + \frac{1}{\kappa_{y}}z_{\psi}^{\mathsf{T}}P_{\psi}q_{\psi}q_{\psi}^{\mathsf{T}}P_{\psi}^{\mathsf{T}}z_{\psi} + \kappa_{y}y^{2} -
- 2n_{y}\sigma_{y}k_{y}\varepsilon_{y}^{2} + \frac{1}{\delta}c_{y}^{\mathsf{T}}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} + \delta z_{y}^{\mathsf{T}}A_{y}^{\mathsf{T}}A_{y}z_{y} +
+ \kappa_{y}c_{y}^{\mathsf{T}}b_{y}b_{y}^{\mathsf{T}}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} + \kappa_{y}y^{2} + (\mu_{y} + \kappa_{y})c_{y}^{\mathsf{T}}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} +
+ (\mu_{y} + \kappa_{y})b_{y}^{\mathsf{T}}b_{y}\varepsilon_{y}^{2} + \kappa_{y}c_{y}^{\mathsf{T}}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} +
+ \frac{1}{\kappa_{y}}z_{\psi}^{\mathsf{T}}c_{\psi}^{\mathsf{T}}q_{y}^{\mathsf{T}}q_{y}c_{\psi}z_{\psi} - 2n_{\psi}\sigma_{\psi}k_{\psi}\varepsilon_{\psi}^{2} +
+ \frac{1}{\delta}c_{\psi}^{\mathsf{T}}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + \delta z_{\psi}^{\mathsf{T}}A_{\psi}^{\mathsf{T}}A_{\psi}z_{\psi} +
+ \kappa_{\psi}c_{\psi}^{\mathsf{T}}b_{\psi}b_{\psi}^{\mathsf{T}}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + \kappa_{\psi}\psi^{2} +
+ (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})c_{\psi}^{\mathsf{T}}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})b_{\psi}^{\mathsf{T}}b_{\psi}\varepsilon_{\psi}^{2} +
+ \kappa_{\psi}c_{\psi}^{\mathsf{T}}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + \frac{1}{\kappa_{\psi}}z_{\psi}^{\mathsf{T}}c_{\psi}^{\mathsf{T}}q_{\psi}^{\mathsf{T}}q_{\psi}c_{y}z_{y},$$

где (26) и (27) подставлены в первое и седьмое слагаемые, а $\delta = 1$ — в 18-е, 19-е, 27-е и 28-е слагаемые.

Наконец, сокращая слагаемые при y^2 и ψ^2 и подставляя (20), (21), (24), (25) соответственно в слагаемые при ε_y^2 , ε_ψ^2 , $z_y^\mathrm{T} z_y$ и $z_\psi^\mathrm{T} z_\psi$, получим

$$\dot{V} \leq -z_{y}^{T} R_{y} z_{y} - z_{\psi}^{T} R_{\psi} z_{\psi} - R_{\hat{y}} \varepsilon_{y}^{2} - R_{\hat{\psi}} \varepsilon_{\psi}^{2} \leq -c_{3} z^{2},$$
 (45)

где $c_3 = \min(\lambda_{\min}(R_y), \lambda_{\min}(R_{\psi}), R_{\hat{y}}, R_{\hat{\psi}})$ и $z = [z_y^{\mathsf{T}} \quad z_\psi^{\mathsf{T}} \quad \epsilon_y \quad \epsilon_\psi]^{\mathsf{T}}$. Из (45) следует, что система без учета перекрестных связей экспоненциально устойчива.

Далее заметим, что

$$|c_1||z||^2 \le V \le |c_2||z||^2$$

где $c_1 = \min(\lambda_{\min}(P_y), \lambda_{\min}(P_\psi), n_y, n_\psi),$ $c_2 = \max(\lambda_{\max}(P_y), \lambda_{\max}(P_\psi), n_y, n_\psi),$ и

$$\left\| \frac{\partial V}{\partial z} \right\| \le c_4 \|z\|,\tag{46}$$

где $c_4 = 2 \cdot \max(\lambda_{\max}(P_y), \lambda_{\max}(P_\psi), n_y, n_\psi).$ Перейдем к полноценному случаю, учитывая в (14) и (15) взаимные воздействия одной подсистемы на другую при приведении их в движение, т.е. при $d_N \neq 0$ и $d_Y \neq 0$. Проанализируем ограничения на d_Y и d_N с учетом существования физических пределов насыщения $Y_{\rm max}$ и $N_{\rm max}$ на исполнительные приводы:

$$||d_Y|| \le \sqrt{\left(m_{23} \frac{1}{m_{33}} Y_{\text{max}}\right)^2};$$

 $||d_N|| \le \sqrt{\left(m_{32} \frac{1}{m_{22}} N_{\text{max}}\right)^2}.$

Тогда производная по времени функции Ляпунова (42) примет вид

$$V \leq -c_3 ||z^2|| + \left\| \frac{\partial V}{\partial z} \right\| d_{\max},$$

где $d_{\max} \ge \|d_Y\| + \|d_N\|$ — верхняя граница суммы возмущений, обусловленных перекрестными связями. Вводя константу $0 < \theta < 1$ и подставляя (46), получим

$$V \le -(1-\theta)c_3||z||^2 - \theta c_3||z||^2 + c_4||z||d_{\max}$$

откуда видно, что сумма последних двух членов отрицательна в том случае если

$$||z|| > \frac{c_4 d_{\text{max}}}{\theta c_3}.$$
 (47)

При выполнении условия (47) имеем

$$V \leq -(1-\theta)c_3||z||^2,$$

откуда следует локальная экспоненциальная устойчивость системы. Траектории д ограничены как

$$||z(t)|| \le \frac{c_4}{c_3} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \frac{d_{\text{max}}}{\theta}$$

в пределах конечного интервала времени [14, лемма 9.2].

Экспериментальные исследования

Апробация разработанной системы динапозиционирования проводилась с использованием физической модели надводного судна "C/S Inocean Cat I Drillship" (рис. 1) в AMOS, NTNU. Модель, выполненная в масштабе 1:90, имеет длину 2,578 м, ширину 0,44 м, массу 124,65 кг [18]. Судно оснащено шестью азимутальными подруливающими устройствами, три из которых расположены в носовой части и три — в кормовой [10, глава 2].

Параметры модели (1)—(6) применительно к рассматриваемому судну приведены в таблице.



Рис. 1. Физическая модель надводного судна "C/S Inocean Cat I Drillship" B AMOS, NTNU

Fig. 1. Physical model of the surface vessel "C/S Inocean Cat I Drillship" at AMOS, NTNU

Параметры физической модели надводного судна "C/S Inocean Cat I Drillship" B AMOS, NTNU

Parameters of the physical models of the surface vessel "C/S Inocean Cat I Drillship" at AMOS, NTNU

Параметр масс	Значение	Параметр демпфирования	Значение
$m_{11} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{32} \\ m_{33}$	124,658 99,030 -0,525 -0,157 47,987	$egin{array}{c} X_u \ Y_v \ Y_r \ N_v \ N_r \end{array}$	$ \begin{array}{r} -2,332 \\ -4,673 \\ -7,250 \\ 0,000 \\ -1,657 \cdot 10^{-2} \end{array} $

Сформируем систему динамического позиционирования на базе регуляторов (8), (9), (16)—(19). Полиномы регуляторов выбраны как $\alpha_x(p) = \alpha_y(p) = \alpha_\psi(p) = p + 1$. Параметры регуляторов выбраны как $k_x = k_y = k_\psi = 1$, $\sigma_x = \sigma_y =$ $\sigma_w = 10$, $\mu_x = 15$, $\mu_y = \mu_w = 20$, $\kappa_x = \kappa_w = 0$.

В рамках экспериментальных исследований отработаны два сценария: удержание положения при воздействии внешних возмущений и удержание положения в "тесте четырех углов". Видеозапись экспериментов приведена в [19].

Имитация возмущающего воздействия осуществлялась в виде толчка в корпус судна с помощью отпорного крюка. Результаты эксперимента представлены на рис. 2. Заданное положение выбрано как $\eta_d = [1,5 -1,5 \ 0]^T$. Выполнены три толчка в разные части судна: носовая, средняя и кормовая части. На рис. 2

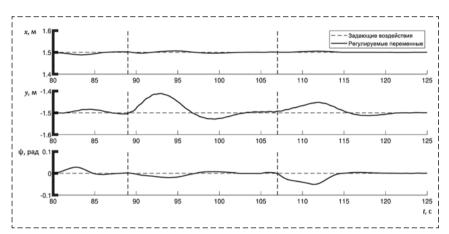


Рис. 2. Удержание положения при воздействии внешних возмущений

Fig. 2. Station-keeping under external disturbances

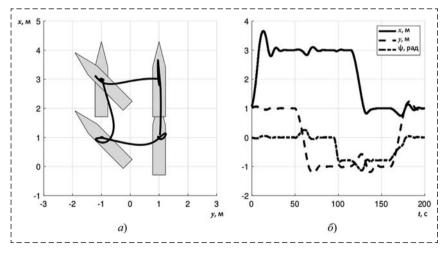


Рис. 3. Удержание положения в "тесте четырех углов": траектория движения судна в декартовых координатах (а) и графики переходных процессов координат судна (δ)

Fig. 3. Station-keeping in the "4 corner test": the movement trajectory in Cartesian coordinates (a) and the transient response plots of the vessel coordinates (δ)

соответствующие переходные процессы разделены вертикальными штриховыми линиями. Как ожидалось, желаемое положение судна восстанавливается после каждого возмущения. Кроме того, на графиках можно заметить характерную взаимосвязь между поперечным и вращательным движением судна.

"Тест четырех углов" ("4 corner test") предполагает последовательный обход надводным судном заданных положений для проверки чисто продольного, поперечного и вращательного движений, а также их комбинаций [20]. Результаты эксперимента приведены на рис. 3. Как видно из графиков, переходный процесс устойчив по всем регулируемым переменным. Колебания в окрестности положений равновесия могут быть обусловлены такими физическими факторами, как шумы измерений, нерегулярные воз-

мущения, перекрестные связи, неучтенная динамика и ограничения исполнительных приводов, однако их амплитуда пренебрежимо мала.

Заключение

В настоящей работе разработана система динамического позиционирования на базе метода последовательного компенсатора для решения задачи удержания положения надводного судна. Проанализирована устойчивость системы в частном виде применительно к динамической модели надводного судна с учетом перекрестных связей между подсистемами поперечного и вращательного движений. Работоспособность разработанной системы подтверждена результатами экспериментальных исследований в AMOS, NTNU.

В дальнейшем могут быть исследованы такие задачи, как влияние непрекращающегося возмущающего воздействия, взаимосвязь между параметрами регулятора и компенсацией возмущений, а также эффекты неучтенной динамики и ограничений исполнительных приводов.

Благодарности

Авторы благодарны ведущему инженеру Торгейр Вал (NTNU), аспирантам Юн Бьерне и Миккел Еске Норгор Соренсен (NTNU), а также студенту Бенедикте Элизе Флегум (NTNU) за содействие в проведении экспериментальный исследований.

Настоящему международному научному сотрудничеству содействовал Норвежский университетский центр в Санкт-Петербурге (Представительство Университета Осло), финансируемый и работающий при поддержке норвежских университетов гг. Осло, Берген, Тромсе и Тронхейм.

Список литературы

- 1. **Balchen J. G., Jenssen N. A., Mathisen E., Sælid S.** A Dynamic Positioning System Based on Kalman Filtering and Optimal Control // Modeling, Identification and Control. 1980. Vol. 1, N. 3. P. 135—163. URL: https://doi.org/10.4173/mic.1980.3.1
- 2. **Breivik M., Kvaal S., Østby P.** From Eureka to K-Pos: Dynamic Positioning as a Highly Successful and Important Marine Control Technology // IFAC 10th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft (MCMC). 2015. Vol. 48, N. 16. URL: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.01.001.
- 3. **Skjetne R., Imsland L., Løset S.** The Arctic DP research project: Effective stationkeeping in ice // Modeling, Identification and Control. 2014. Vol. 35, N. 4. P. 191—210. URL: https://doi.org/10.4173/mic.2014.4.1.
- 4. Романенко Н. Г., Головко С. В., Сундетов Р. И. Система динамического позиционирования для оптимального управления буксиром-толкачем с буксируемым грузом // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2016. Т. 62, № 2. С. 24—29.
- 5. **Бобцов А. А.** Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108—117.
- 6. **Фрадков А. Л.** Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. 1974. № 12. С. 96—103.
- 7. **Фрадков А. Л.** Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта // Сиб. мат. журн. 1976. № 2. С. 436—446.

- 8. Власов С. М., Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А., Бобцов А. А. Алгоритмы адаптивного и робастного управления по выходу роботизированным макетом надводного судна // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 1. С. 18—25. URL: https://doi.org/10.17587/mau.17.18-25.
- 9. **Johansen T. A., Hovd M.** The Department of Engineering Cybernetics at NTNU: From 1994 Into the Future // Modeling, Identification and Control. 2009. Vol. 30, N. 3. P. 127—132. URL: https://doi.org/10.4173/mic.2009.3.3.
- 10. **Frederich P.** Constrained Optimal Thrust Allocation for C/S Inocean Cat I Drillship (Master thesis). Norwegian University of Science and Technology. 2016.
- 11. Lyngstadaas O. N., Sæterdal T. E., Sørensen M. E. N., Breivik M. Improvement of Ship Motion Control Using a Magnitude-Rate Saturation Model // IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA). 2018. URL: https://doi.org/10.1109/CCTA.2018.8511451.
- 12. **Fossen T. I.** Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. John Wiley & Sons, 2011. URL: https://doi.org/10.1002/9781119994138.
- 13. **Bobtsov A. A., Faronov M. V., Furtat I. B., Pyrkin A. A., Arustamov S. A.** Adaptive Control of Linear MIMO Systems // Proceedings of the 6th International Congress on Ultra Modern elecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). 2014. P. 584—589. URL: https://doi.org/10.1109/ICUMT. 2014.7002166.
 - 14. Khalil H. K. Nonlinear Systems. 3rd ed. Pearson, 2002.
- 15. **Slotine J.-J. E., Li W.** Applied Nonlinear Control. New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- 16. **Sastry S.** Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control. New York:. Springer-Verlag, 1999. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3108-8.
- 17. **Young W. H.** On Classes of Summable Functions and their Fourier Series // Proceedings of the Royal Society, Part A. 1912. Vol. 87. P. 225—229. URL: https://doi.org/10.1098/rspa.1912.0076.
- 18. **Bjørnø J., Heyn H.-M., Skjetne R., Dahl A. R., Frederich P.** Modeling, parameter identification and thruster-assisted position mooring of C/S Inocean CAT I Drillship // ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 2017. Vol. 7B: Ocean Engineering. 2017. URL: https://doi.org/10.1115/OMAE2017-61896.
- 19. **Station-Keeping** by the Consecutive Compensator. (2019) YouTube video, added by itmo4robots [Online]. URL: https://youtu.be/HIBanvOUEJk [Accessed 2019-04-17].
- 20. Skjetne R., Sørensen M. E. N., Breivik M., Værnø S. A. T., Brodtkorb A. H., Sørensen A. J., Kjerstad Ø. K., Calabrò V., Vinje B. O. AMOS DP research cruise 2016: Academic full-scale testing of experimental dynamic positioning control algorithms onboard R/V Gunnerus // ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 2017. URL: https://doi.org/10.1115/OMAE2017-62045.

Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: borisov@itmo.ru

Consecutive Compensator in Station-Keeping of a Surface Vessel

O. I. Borisov¹, borisov@itmo.ru, A. R. Dahl², andreas.r.dahl@ntnu.no, A. A. Pyrkin¹, pyrkin@itmo.ru, F. B. Gromova¹, fbkarashaeva@itmo.ru, R. Skjetne², skjetne@ntnu.no,

1 ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation,

2 Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway

Corresponding author: Borisov O. I., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, ITMO University, St.

Accepted on April 03, 2020

Abstract

This paper addresses the problem of station-keeping of a surface vessel by means of the consecutive compensator approach. The horizontal motion of the vessel is described by a dynamic model. The model is set up in vessel parallel coordinates, with three degrees of freedom: longitudinal, transverse and rotational motion. It is assumed that the vessel is fully actuated, i.e. there is a sufficient number and type of actuators and a thrust allocation system to ensure full manoeuvrability. Thus, the control can be designed with the assumption of three independent inputs and three output signals. The longitudinal motion can be considered separately, but a cross-coupling exists between the transverse and rotational kinetics. There is uncertainty both in parameters and signals, due to the vessel mass, inertia, and damping, as well as the unmeasured derivatives. The proposed control ensures station-keeping when the vessel is subjected to external disturbances. The consecutive compensator, which is based on high-gain feedback, provides robustness. Stability analysis is presented considering the cross-terms as limited disturbances. This allows proof of exponential stability. Experimental results are included from the Marine Cybernetics Laboratory (MC lab) at the Centre for Autonomous Marine Operations and Systems (AMOS) at the Norwegian University of Science and Technology (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU). Two scenarios are investigated: the scaled vessel is subjected to external disturbance, and the vessel executes the "four corner test". The experiments illustrate the applicability of the method.

Keywords: robust control, consecutive compensator, surface vessel, station-keeping, dynamic positioning.

Acknowledgements: Section "Control Law Design" of this work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 19-19-00403). Sections "Stability Analysis of Closed-Loop System" and "Experimental Study" of this work were supported by the Research Council of Norway (RCN) under the Maritime and Coastal Operations (MAROFF) program, project 210670 (D2V). Experiments were carried out at the Centre for Autonomous Marine Operations and Systems, supported by RCN as part of the funding of the Centers of Excellence, project 223254 (AMOS).

For citation:

Borisov O. I., Dahl A. R., Pyrkin A. A., Gromova F. B., Skjetne R. Consecutive Compensator in Station-Keeping of a Surface Vessel, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 10, pp. 566—574.

DOI: 10.17587/mau.21.566-574

References

- 1. **Balchen J. G., Jenssen N. A., Mathisen E., Sælid S.** A Dynamic Positioning System Based on Kalman Filtering and Optimal Control, *Modeling, Identification and Control*, 1980, 1(3), pp. 135—163, available at: https://doi.org/10.4173/mic.1980.3.1.
- 2. **Breivik M., Kvaal S., Østby P.** From Eureka to K-Pos: Dynamic Positioning as a Highly Successful and Important Marine Control Technology, *IFAC 10th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft (MCMC)*, 2015, vol. 48 (16), available at: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.01.001.
- 3. **Skjetne R., Imsland L., Løset S.** The Arctic DP research project: Effective stationkeeping in ice, *Modeling, Identification and Control*, 2014, 35(4), pp. 191—210, available at: https://doi.org/10.4173/mic.2014.4.1.
- 4. Romamenko N. G., Golovko S. V., Stuydentov R. I. Dynamic positioning system for optimal control of a pusher with a towed load, *Vestnik Astrakhanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2016, vol. 62, no. 2, pp. 24—29 (in Russian).
- 5. **Bobtsov A. A.** Robust Output-Control for a Linear System with Uncertain Coefficients, *Avtomatika i Telemehanika*, 2002, no. 11, pp. 108—117 (in Russian).
- 6. **Fradkov A. L.** Synthesis of adaptive system of stabilization of linear dynamic plants, *Avtomatika i Telemehanika*, 1974, no. 12, pp. 96—103 (in Russian).
- 7. **Fradkov A. L.** Quadratic Lyapunov functions in the problem of adaptive stabilization of a linear dynamic object, *Sib. mat. zhurn*, 1976, no. 2, pp. 436—446 (in Russian).
- 8. Vlasov S. M., Borisov O. I., Gromov V. S., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A. Algorithms of Adaptive and Robust Output Control for a Robotic Prototype of a Surface Vessel, *Mekhatronika*, *Avto-*

- *matizatsiya, Upravlenie,* 2016, 17(1), pp. 18—25 (in Russian), doi: 10.17587/mau.17.18-25.
- 9. **Johansen T. A., Hovd M.** The Department of Engineering Cybernetics at NTNU: From 1994 Into the Future, *Modeling, Identification and Control*, 2009, 30(3), pp. 127—132, available at: https://doi.org/10.4173/mic.2009.3.3.
- 10. **Frederich P.** Constrained Optimal Thrust Allocation for C/S Inocean Cat I Drillship (Master thesis), Norwegian University of Science and Technology, 2016.
- 11. Lyngstadaas O. N., Sæterdal T. E., Sørensen M. E.N., Breivik M. Improvement of Ship Motion Control Using a Magnitude-Rate Saturation Model, *IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, 2018, available at: https://doi.org/10.1109/CCTA.2018.8511451.
- 12. **Fossen T. I.** Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control, John Wiley & Sons, 2011, available at: https://doi.org/10.1002/9781119994138.
- 13. **Bobtsov A. A., Faronov M. V., Furtat I. B., Pyrkin A. A., Arustamov S. A.** Adaptive Control of Linear MIMO Systems, *Proceedings of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*, 2014, pp. 584—589, available at: https://doi.org/10.1109/ICUMT.2014.7002166.
 - 14. Khalil H. K. Nonlinear Systems. 3rd ed., Pearson, 2002.
- 15. **Slotine J.-J. E., Li W.** Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, New Jersey, 1991.
- 16. **Sastry S.** Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control, Springer-Verlag, New York, 1999, available at: https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3108-8.
- 18. **Young W. H.** On Classes of Summable Functions and their Fourier Series, *Proceedings of the Royal Society, Part A*, 1912, vol. 87, pp. 225—229, available at: https://doi.org/10.1098/rspa.1912.0076.
- 18. **Bjørnø J., Heyn H.-M., Skjetne R., Dahl A. R., Frederich P.** Modeling, parameter identification and thruster-assisted position mooring of C/S Inocean CAT I Drillship, *ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 2017, vol. 7B: Ocean Engineering, 2017, available at: https://doi.org/10.1115/OMAE2017-61896.
- 19. **Station-Keeping** by the Consecutive Compensator (2019) YouTube video, added by itmo4robots [Online], available at: https://youtu.be/HIBanvOUEJk [Accessed 2019-04-17].
- 20. Skjetne R., Sørensen M. E. N., Breivik M., Værnø S. A.T., Brodtkorb A. H., Sørensen A. J., Kjerstad Ø. K., Calabrò V., Vinje B. O. AMOS DP research cruise 2016: Academic full-scale testing of experimental dynamic positioning control algorithms onboard R/V Gunnerus, ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, 2017, available at: https://doi.org/10.1115/OMAE2017-62045.