УДК 62-50:681.5.01 DOI: 10.17587/mau.21.555-565

Г. А. Рустамов, д-р техн. наук, проф., gazanfar.rustamov@gmail.com,
Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

Некоторые проблемы реализуемости при точном решении задач управления

Исследуются математические основы методологии синтеза в инженерной интерпретации ряда популярных систем управления с обратной связью и причины нереализуемости результатов из-за появления в уравнениях синтеза операторов чистого дифференцирования и источников нарушения грубости различного вида.

Глобальная причина все более ускоренного расхождения теории управления с практикой связывается с воздействием на креативное мышление таких факторов, как мутация, несовместимость, случайность, нечеткость, асимметричность, лежащих в основе эволюции синергетических систем.

Как "методологический кризис", так и ряд на первый взгляд незначимых нженерных неувязок приводят к снижению задуманной эффективности разрабатываемых систем управления. Наблюдается тенденция решения этой практической проблемы путем ее чрезмерной математизации. В результате возникает нонсенс — "чем больше математики, тем хуже", что приводит к "математическому лабиринту", для выхода из которого все больше усложняется математический аппарат, вплоть до создания новой теории.

Показано, что использование даже "правильных" математических соотношений, являющихся основой метода синтеза, нередко приводит к нарушению реализуемости и грубости. Отмечается, что неучет важных плохо формализуемых технических показателей и условий грубости (робастности) при постановке задачи не позволяет получить конструктивное решение и является одной из основных причин расхождения теоретических результатов и практики.

Рассматривается ряд популярных направлений классической теории управления с обратной связью: инверсный подход — метод компенсации, составляющий основу построения астатических, инвариантных, робастных и других компенсационных систем; методы синтеза систем с конечным временем установления; методы оценивания и управления, основанные на концепции "обратных задач динамики"; предельные системы с большим коэффициентом усиления.

Нарушение различных видов реализуемости и грубости демонстрируется на конкретных примерах, апробируемых на MATLAB/Simulink. Компьютерное исследование позволило сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

Ключевые слова: *методологический кризис, теория управления, симбиоз, синергетика, реализуемость, грубость, инверсия, финитное управление, обратные задачи динамики, предельные системы*

Что нам дано мы понимаем,
что не дано — выдумываем
...

Введение

Толчком к написанию данной работы явилась обзорная статья Н. Б. Филимонова "Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления" [1]. В этой статье обсуждаются особенности методологического кризиса при чрезмерной математизации современной теории управления (ТУ), в результате которой на передний план выдвигается расхождение теоретических положений и практических потребностей. Анализированы причины возникновения кризиса. Отмечается, что путем преодоления подобного кризиса может стать "достижение органического единства математической формализации с физической закономерностью".

По-видимому, сегодня не существует рецепт для определения "органического единства". Можно ли с единой точки зрения взглянуть на математический формализм, реализуемость и работоспособность? Существует понятие "симбиоз" (полезная форма совместного сосуществования участников — мутуализм), который подчинен диалектическим законам природы и может явиться источником идей применительно к антропогенным системам.

Математика занимается не только вычислениями, но также нередко позволяет раскрыть закономерности, априори недоступные при мысленном моделировании происходящих процессов. Тем не менее, чрезмерная математизация нередко приводит к уклонению от ос-

новной цели человеческой деятельности — использования результатов на практике. Применительно к ТУ "магическая" сила математики ослабевает, поскольку ТУ имеет прикладную направленность.

Одной из основных причин, приводящих к тупиковой ситуации, является тот факт, что не принимаемые на первый взгляд всерьез технические показатели, такие как эксплуатационные характеристики, технологичность изготовления, вес и габаритные размеры (особенно для подвижных и летательных аппаратов), работоспособность, энергия, затраченная на управление и многое другое, плохо поддаются формализации, и их достижение скорее всего является инженерной и конструкторской, нежеле математической, задачей, и поэтому часто такие задачи решаются отдельно. При этом нарушается одно из основных свойств системы — целостность. На сегодняшний день для традиционной математики затруднительно одновременно учитывать все эти технические требования совместно с математическими методами, составляющими основу постановки задачи синтеза. Кроме того, во многих постановках используются различные предположения, нередко искажаемые в реальных условиях. Эти предположения часто направлены не на улучшение реализуемости и работоспособности, а на получение "явного вида решения", демонстрируя этим главенствующую роль математической науки. Одним из многочисленных примеров является работа [2], в которой для системы 2-го порядка полученный H_∞-оптимальный робастный регулятор имеет 10-й порядок. При синтезе ряда основных классов робастных систем предполагается, что номинальная модель неопределенного объекта известна.

Как "методологический кризис", так и ряд на первый взгляд незначимых инженерных неувязок приводят к снижению задуманной эффективности разрабатываемых систем управления. Наблюдается тенденция решения этой проблемы путем чрезмерной математизации физической проблемы. В результате возникает нонсенс — "чем больше математики, тем хуже", что приводит к "математическому лабиринту", для выхода из которого все более усложняется математический аппарат вплоть до создания новой теории (примером может быть, H_∞-теория). Многие решения, скорее, имеют теоретическую значимость, нежели являются готовыми к воплощению в системотехнической среде. Для получения работоспособного и недорогого системотехнического решения сложные математические результаты часто подвергаются различным упрощениям, что снижает пользу от применения сложных обременительных математических методов, используемых как при постановке, так и при решении задачи.

Не опираясь на строгие математические определения, которые нередко являются бесполезными при проектировании реальных систем, дадим некоторые понятные инженерные определения.

Реализуемость. Под реализуемостью понимается возможность физического воплощения алгоритма управления, представленного на языке формальных понятий. Однако даже удачное системотехническое решение не гарантирует работоспособность системы в реальных условиях, поскольку могут не выполняться показатели грубости, робастности (грубость в большом), адаптируемости и другие "жизненно важные требования", не обнаруживаемые в номинальных режимах.

Работоспособность — способность системы выполнять предъявляемые требования в реальных условиях.

Дифференцируемость. Появление операторов чистого дифференцирования в уравнениях управления является неустранимым феноменом, поскольку связано с методологией описания динамических систем дифференциальными уравнениями (И. Ньютон). При такой структуре управления его компоненты могут непосредственно компенсировать неугодные составляющие динамики объекта, в модели которого также имеются аналогичные операторы дифференцирования — "сородичи". Такое удачное сочетание математической формализации с физической закономерностью для линейных систем однозначно проявляется при решении задач модального управления. Тем не менее, и здесь проблема реализуемости операторов дифференцирования остается в силе.

Грубость и робастность. Грубость — это свойство системы сохранять качественные показатели (устойчивость, управляемость, наблюдаемость, адаптируемость и др.) при малых вариациях возмущений. Один из универсальных методов исследования грубости динамических систем основывается на понятии грубости по Андронову—Понтрягину, именуемом "топологической грубостью" [3, 4]. Метод базируется на сравнении топологии фазовых траекторий возмущенной и невозмущенной систем.

Используются такие показатели, как грубость нулевой степени, грубость в малом, структурная грубость [5]. Первоисточником для сегодняшнего понимания проблемы грубости (в общем случае робастности) является статья [6]. Эта работа положила начало обсуждению проблемы робастного управления для неопределенных систем. Под термином "робастность" понимается сохранение требуемых показателей качества и запасов устойчивости при изменении реквизитов системы в широком диапазоне. Основным отличием робастных систем от адаптивных является то, что в них самонастройка регулятора не осуществляется. Тем не менее, необходимость наличия номинальной модели неопределенного объекта является методическим недостатком.

Впервые нарушение грубости в системах автоматического регулирования было обнаружено акад. Б. Н. Петровым в 1958 г. [7]. Обычно при проектировании тестирование системы на возможные нарушения грубости не проводится. При эксплуатации же проявление негрубости может привести к непредсказуемым результатам.

Причиной противоречивости ТУ, а также других теорий, и практики, по-видимому, связано с эволюционными процессами, протекающими в синергетических системах: мутацией, несовместимостью, случайностью, хаотичностью, нечеткостью, необратимостью, неповторяемостью, асимметрией и пр. [8].

В монографии [9] утверждается, что "по-видимому, свойство симметрии выступает как одно из важнейших проявлений связей материального мира". Принцип симметрии принимается за основу методологии познания.

Симметрия — это вре́менное состояние (форма) процессов и объектов материального мира, поддерживающее их как "систему". Поскольку симметрия — это временное явление, то возможны более глобальные феномены, которые можно использовать для построения антропогенных систем.

Покажем пример достижения положительного эффекта в результате нарушения симметрии в задаче релейного управления двойным интегратором $\ddot{y} = u$. При $u = \pm k$ фазовые траектории системы являются противоположными симметрическими параболами, которые при переключении по оси абсцисс замыкаются, образуя замкнутую траекторию (отвечающую во временной области незатухающим колебаниям). Ясно, что таким способом переключения невозможно достичь начала координат. Нарушение симметрии в смысле переключения не по оси абсцисс, а по искривленному пространству (в данном примере — прямая линия, проходящая через начало координат), позволяет достичь начала координат. При этом движение происходит в скользящем режиме при конечном значении переключаемых коэффициентов $\pm k$ [10—13]. Здесь нарушение симметрии позволило решить основную задачу стабилизации.

В данной статье исследуются особенности реализации задач управления, связанные с появлением операторов чистого дифференцирования в законе управления, а также с нарушением грубости и робастности. Рассматриваются следующие классические методы ТУ:

а) *метод инверсии,* являющийся основой синтеза линейных компенсационных систем;

б) *методы синтеза систем с обратной связью* с конечным временем стабилизации;

в) *методы синтеза,* основанные на концепции "обратных задач динамики";

г) *методы синтеза предельных систем* управления с большим коэффициентом усиления.

Рассмотренные в данной статье методы с физической точки зрения можно трактовать как очень простые и где-то наивные, имеющие представленные ниже соответствующие практические аналогии:

а) метод инверсии — *коллапс*;

б) методы синтеза систем с конечным временем стабилизации — *торможение на льду*;

в) методы синтеза, основанные на концепции "обратных задач динамики", — *нарушение причинно-следственной последовательности или короткое замыкание информации* (математическая аналогия — *тождество*);

г) методы синтеза предельных систем управления с большим коэффициентом усиления — *метод грубой силы.*

Взятые из практики соответствующие физические аналогии образно выражают потенциальный риск, скрывающийся в методологии указанных направлений, который может привести к непредказуемым результатам, в частности к потере реализуемости и работоспособности. Тем не менее, в настоящее время их конструктивные вариации играют важную роль в проектировании различных систем управления.

Целью данной статьи является демонстрирация характерных примеров, в которых раскрываются причины нарушения грубости при использовании указанных методов синтеза си-

стем управления. Представленные примеры не отличаются строгими аналитическими исследованиями и обобщениями, однако являются образцами инженерной мысли, которые позволяют познать важные проблемы реализуемости систем управления с обратной связью.

Инверсный подход — метод компенсации

Методологической основой метода инверсии (обратного преобразования) является простой прием обращения передаточных функций (ПФ) объекта по различным каналам системы. При такой конструкции можно без особого труда добиться сокращения реальной ПФ с реализованной в корректирующем устройстве — инверсной. Подавление таким образом динамики канала позволяет теоретически получить широко известные условия абсолютной управляемости и инвариантности [14].

К методу инверсии можно отнести и "избирательную компенсацию", заключающуюся в инверсии не самой ПФ, а неугодных нулей и полюсов, подлежащих к сокращению, по Н. Б. Филимонову — "управление нулями и полюсами" [16]. В технической интерпретации "сокращение" понимается как *компенсация*. Так, для наделения системы астатическим свойством, которое характеризуется нулевой статической ошибкой, в знаменатель ПФ регулятора следует включить только неустойчивые и нейтральные полюсы ($\mathrm{Re}(s_i) \geqslant 0$) входных сигналов (уставки и внешнего возмущения). При этом механизм сокращения состоит в том, что полюсы регулятора одновременно являются нулями замкнутой системы, и происходит сокращение. Поскольку математическая основа метода "инверсии" и "избирательной компенсации" одинакова и упирается в операцию "сокращение", то соответствующие задачи целесообразно объединить в едином классе — "методе компенсации".

Основы ряда классических задач синтеза САР с заданными инженерными (первичными) динамическими показателями впервые заложены в труде [15]. В работе [16] развивается методология аналитического конструирования компенсационных регуляторов на основе канонической структуры Р. Калмана. Задача синтеза охватывает широкий класс линейных объектов, в том числе неминимально-фазовых (объектов, неустойчивых по управлению). Глубина анализа приводит к простым соотношениям, позволяющим обойти сложные математические трудности и построить физически понятный компенсационный регулятор, востребованный в инженерных приложениях. Исследуются причины возникновения источников паразитной динамики, проявляющиеся в результате сокращения нулей и полюсов.

Тем не менее, несмотря на "внешнюю простоту" практическая реализация компенсационных систем нередко наталкивается на принципиальные трудности, связанные с нарушением реализуемости. В качестве основных причин нереализуемости компенсационных систем можно выделить:

а) наличие оператора чистого дифференцирования различных порядков в составе найденного управления в случае отрицательного относительного порядка ПФ системы, $n - m < 0$;

б) неточное сокращение полюсов с нулями (параметрическая негрубость);

в) в инвариантных системах по возмущению кроме указанных выше причин — невыполнение необходимого соотношения между временами запаздывания по каналам управления и возмущения, приводящее к положительному временному сдвигу сигнала компенсации.

Причина нереализуемости кроется в самой методике синтеза:

- соотношение $n - m < 0$ (отрицательный относительный порядок) получается при обращении всех устойчивых передаточных функций, для которых $n > m$;
- сокращение происходит с реальными реквизитами объекта и заложенными в регулятор "копиями".

При изменении в ходе работы, например, параметров объекта происходит неточное сокращение, что является одной из основных причин нереализуемости.

Основная ограниченность компенсационного подхода связана с возможностью его применения лишь к классу устойчивых минимально-фазовых (отсутствие положительных нулей) объектов управления.

Перейдем к решению конкретных задач.

Нарушение грубости компенсационных систем

Нарушение грубости в инвариантных по возмущению системах. Покажем основную причину нарушения грубости контура компен-

сации. Наличие запаздываний τ_u, τ_f, соответственно, в каналах управления и возмущения объекта при $\tau_u \neq \tau_f$ может привести к неполному подавлению возмущения из-за появления временного сдвига сигнала компенсации. Для реализуемости компенсатора должно выполняться необходимое условие $\tau_u \leqslant \tau_f$, τ_u, $\tau_f \geqslant 0$ (см. пример 1). Физический смысл этого соотношения заключается в том, что для полной компенсации возмущения компенсирующий сигнал точно через временной интервал $\tau_k + \tau_u = \tau_f$ должен "перехватить" возмущение на выходе объекта. При нарушении равенства возможно проявление грубости малой степени. Кроме этого должно выполнятся общее условие реализуемости $n - m \geqslant 0$ передаточных функций, заданных в виде рациональной дроби.

Пример 1. Предположим, что ПФ объекта по управляющему и возмущающему каналам задана в виде

$$W_u^y(s) = \frac{2}{s+1}\mathbf{e}^{-\tau_u s},\ W_f^y = \frac{1}{s^2+0,4s+1}\mathbf{e}^{-\tau_f s}.$$

Пусть возмущение $f(t) = \sin(10t)$.

ПФ компенсатора

$$W_k(s) = \frac{W_f^y}{W_u^y} = 0,5\frac{s+1}{s^2+0,4s+1}\mathbf{e}^{-\tau_k s},\ \tau_k = \tau_f - \tau_u.$$

На рис. 1 представлены динамические характеристики контура компенсации.

При незначительном отклонении +0,1 запаздывания по каналу управления относительно номинального значения $\tau_u = 0$ происходит неточная компенсация, что свидетельствует о наличии малой степени грубости в контуре компенсации (рис. 1, кривая *2*). При $\tau_u > \tau_f$ в комбинированных системах в основном контуре, охваченном обратной связью, может произойти неустранимое путем настройки регулятора нарушение устойчивости. Причиной этого является то, что из-за $\tau_k < 0$ условие реализуемости компенсатора не выполняется. В этом случае можно использовать методы синтеза систем управления с большим запаздыванием [17, 18].

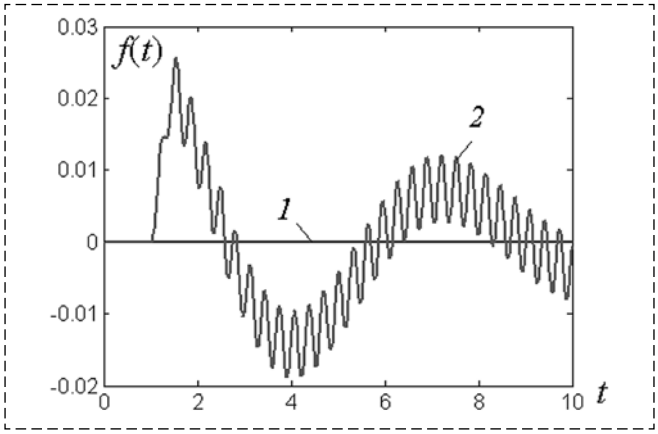

Рис. 1. Графики компенсированного возмущения:
1 — при $\tau_u = 0$, $\tau_f = 1$, $\tau_k = \tau_f - \tau_u = 1$; *2* — при $\tau_u = +0,1$, $\tau_f = 1$, $\tau_k = 1$

Fig. 1. Charts of compensated disturbance:
1 — at $\tau_u = 0$, $\tau_f = 1$, $\tau_k = \tau_f - \tau_u = 1$; *2* — at $\tau_u = +0,1$, $\tau_f = 1$, $\tau_k = 1$

Пример 2. *Неточное сокращение нулей с полюсами (компенсация положительного нуля объекта).* Рассмотрим неминимально-фазовый колебательный объект с ПФ

$$W_{ob}(s) = \frac{(s+1)(s-\tilde{z}_2)}{T^2s^2 + 2T\xi s + 1},\quad 0 < \xi < 1. \qquad (1)$$

Нули объекта $z_1 = -1$, $z_2 = \tilde{z}_2 = z_0 \pm \delta > 0$. Здесь z_0 — номинальное значение; δ — вариация от номинального значения.

Для компенсации вредного влияния положительного нуля $\tilde{z}_2$ объекта в знаменатель ПФ ПИ регулятора добавим множитель $(s - z_0)$. Тогда

$$W_p(s) = \frac{K_p s + K_u}{s(s - z_0)}. \qquad (2)$$

Здесь z_0 — номинальное значение положительного нуля, реализованного в регуляторе.

ПФ замкнутой системы

$$W_g^y(s) = \frac{W_p W_{ob}}{1 + W_p W_{ob}}. \qquad (3)$$

Подставляя соотношение (1) и (2) в выражение (3), получим:

$$W_g^y(s) = \frac{M(s)}{D(s)} =$$

$$= \frac{(s+1)(s-\tilde{z}_2)(K_p s + K_u)}{s(s-z_0)(T^2s^2 + 2T\xi s + 1) + (s+1)(s-\tilde{z}_2)(K_p s + K_u)}.$$

При $\delta = 0 \Rightarrow \tilde{z}_2 = z_0$ происходит точное сокращение положительного нуля объекта с соответствующим полюсом регулятора, в результате чего характеристическое уравнение системы принимает вид

$$D(s) = T^2s^3 + (2T\xi + K_p)s^2 + (1 + K_p + K_u)s + K_u = 0.$$

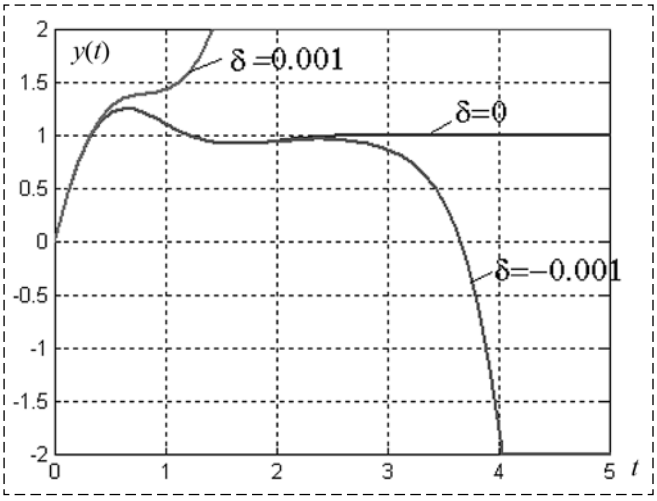

Рис. 2. Переходные процессы при неточном сокращении
Fig. 2. Transients with inaccurate contraction

Все коэффициенты этого уравнения положительны, и необходимое условие устойчивости выполняется. При сколь угодно малом изменении положительного нуля объекта $\tilde{z}_2 = z_0 \pm \delta$ сокращение выполняется не точно. В результате в характеристическом уравнении системы появляются отрицательные коэффициенты.

На рис. 2 показан процесс нарушения грубости, который в данном случае выражается в потере устойчивости при сколь угодно малом значении δ. Моделирование в *MATLAB Simulink* выполнено при уставке $g = 1(t)$ (единичный скачок) для следующего значения параметров:

$$T = 1 \text{ с}, \xi = 0,2, K_p = 4, K_u = 10,$$
$$z_0 = 3, \delta = \pm 0,001.$$

При точном сокращении (компенсации положительного нуля) выход системы равняется уставке $y = g = 1(t)$, а при сколь угодно малой вариации номинального значения положительного нуля объекта наблюдается нарушение устойчивости системы.

Можно привести ряд примеров синтеза системы с желаемой ПФ и задач прямого восстановления состояния, где при неточном сокращении неугодных составляющих наблюдается нарушение грубости.

Переходные процессы с конечной длительностью

Рассматриваемый в статье тип нарушения грубости встречается в задачах синтеза стабилизирующего финитного управления на основе метода *l*-моментов [19, с. 121—230] и финитного управления, синтезированного на основе функции (функционала) управляемости [20—24].

Финитная стабилизация на основе l-моментов. В этих задачах нарушение грубости наблюдается при наложении на переменные состояния x помехи $\xi(t)$ со сколь угодно малой дисперсией [25]. При этом коэффициенты усиления в точке равновесия $x(T) = 0$ стремятся к бесконечности из-за деления на нуль $k(T) = \frac{0+\xi}{0} \to \infty$. Следовательно, по мере приближения к точке равновесия значение управления будет беспредельно возрастать.

Пример 3. В работе [19] для управления двойным интегратором $\dot{x} = x_2$, $\dot{x}_2 = u$ получено финитное стабилизирующее управление с обратной связью:

$$u(x,t) = -\frac{6}{(T-t)^2}x_1 - \frac{4}{T-t}x_2.$$

На рис. 3, *а*, *б* показаны результаты компьютерного моделирования при $T = 1$ с, $x_0 = (2\ 0)^{\mathrm{T}}$ и наложение на координату $x_1(t)$ помехи $\xi(t)$ с малой дисперсией $D = 10^{-5}$.

По мере приближения $t \to T = 1$ с амплитуда управляющего сигнала беспредельно возрастает, что приводит к нереализуемости при решении прикладных задач. При наложении ограничения на $u(t)$ наблюдается нарушение устойчивости.

Стабилизация за конечное время с использованием функции (*функционала*) *управляемости* [20—24]. В этих задачах, как и в предыдущей, потенциальным источником негрубости являются дробные коэффициенты усиления, которые в точке равновесия $x(T) = 0$ приводят к неопределенности вида $u(T) = x/\theta(x) = 0/0$. В стохастическом случае, когда $\tilde{x} = x + \xi$, в результате деле-

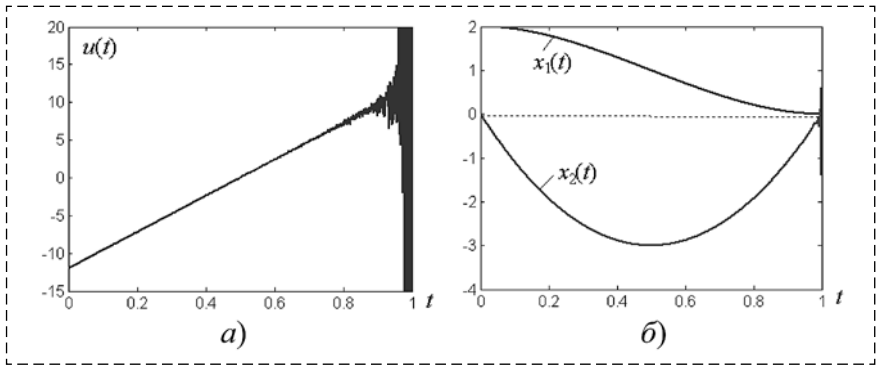

Рис. 3. Сигнал управления (*а*) и переходные характеристики (*б*) в негрубой системе
Fig. 3. Control signal (*а*) and transient features (*б*) in a shallow system

ния на 0 управление стремится к бесконечности. Компьютерное исследование на конкретных примерах показало, что при детерминированном варианте знаменатель $\theta(x)$ сходится к нулю раньше, чем одна из компонент числителя x. При этом управление также стремится к бесконечности.

Пример 4. В работе [20] для двойного интегратора $\dot{x} = x_2$, $\dot{x}_2 = u$ получено ограниченное управление:

$$u = -4,16\theta^{-2}x_1 - 2,53\theta^{-1}x_2, \ |u| \leqslant 0,4, \qquad (4)$$

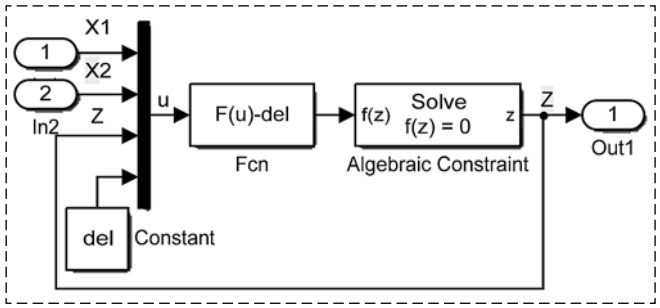

Рис. 4. Схема решения алгебраического уравнения с использованием блока "*Algebraic Constraint*"

Fig. 4. Scheme for solving an algebraic equation using the "*Algebraic Constraint*" block

где $\theta(x)$ — функция управляемости, которая подобно функции Ляпунова сходится к нулю по мере приближения системы к точке $x = 0$.

Функция управляемости при $a_0 = 0,5$ определяется как положительное решение алгебраического уравнения

$$\theta^4 - 30,16\theta^2 x_2^2 - 99,24\theta x_1 x_2 - 118,7x_1^2 = 0. \quad (5)$$

При моделировании системы *Simulinк* для решения уравнения (5) использован функциональный блок"*Algebraic Constraint*".

На рис. 4 показана схема решения. Здесь $x_1(t)$, $x_2(t)$ — решение дифференциального уравнения объекта при начальном условии $x_1(0) = x_{10}$, $x_2(0) = x_{20}$. $F(z, x)$ — левая часть уравнения (5), $z \equiv \theta$. Данная схема имеет самостоятельное применение и может быть использована при решении алгебраических уравнений с коэффициентами, зависящими от внешних переменных.

На рис. 5 показаны результаты моделирования системы. Как видно, ограничение на управление выполняется: $|u| \leqslant 0,4$.

В момент времен $T = 3,95$ с управление стремится к бесконечности. При начальных

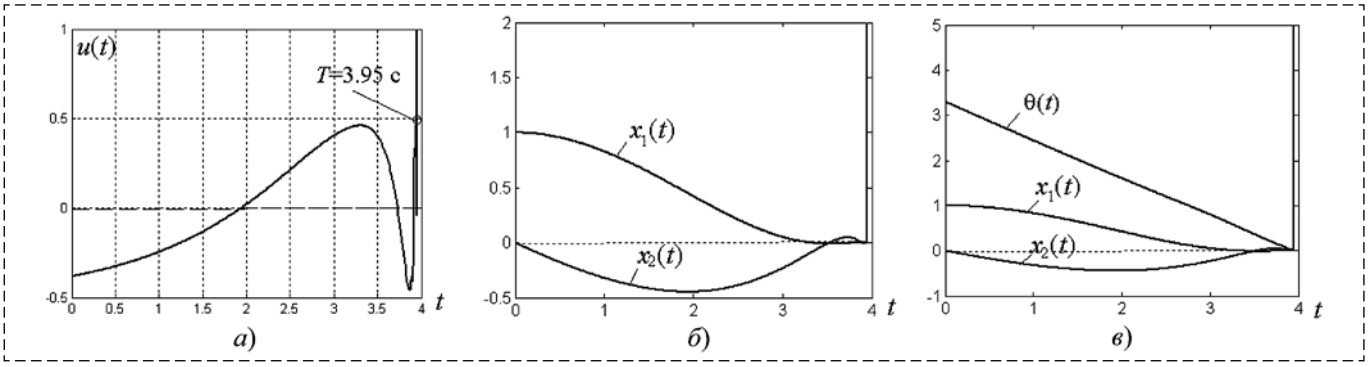

Рис. 5. Динамические характеристики системы

Fig. 5. System dynamic characteristics

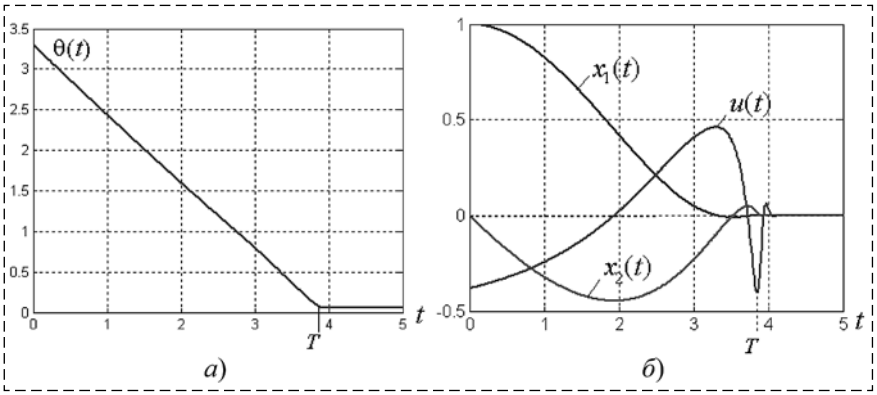

Рис. 6. Характеристики системы после регуляризации

Fig. 6. System characteristics after regularization

условиях $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$ значение управления $u(T) = u_1(T) + u_2(T) = -1,8 \cdot 10^4 - 1,04 \cdot 10^{13} = |1,0400 \cdot 10^{13}|$ не реализуемо.

От возникновения чрезмерно большего значения управления можно избавиться путем добавления в уравнение (5) корректирующего члена δ. В этом случае уравнение (5) при $t \geqslant T$ принимает вид $\theta^4 - \delta = 0$, его решение незначительно отличается

от нуля. В результате устраняется неопределенность вида $u(T) = 0/0$.

На рис. 6 при $\delta = 10^{-5}$ показаны характеристики скорректированной системы.

Как видно, после регуляризации всплеск управляющей функции не наблюдается.

Обратные задачи динамики в задачах управления

Обоснованный симметричностью материального мира, этот подход связан с изменением направления временного континуума [9] и может вызвать нарушение грубости относительно временного сдвига между реальным выходом и реализуемой в регуляторе "копией".

Управление на основе старшей производной [26—28]. В этих задачах используется производная высшего порядка наблюдаемой переменной, которая является точной оценкой правой стороны уравнения неопределенного объекта.

Управление, содержащее старшую производную, имеет вид

$$u = K[F(x, g) - y^{(n)}(t)]. \qquad (6)$$

Такая конструкция обеспечивает *инвариантность* по отношению к функциональным неопределенностям объекта. Желаемые динамические показатели задаются путем соответствующего выбора эталонной модели $F(x, g)$, где g — вход системы (уставка).

В пределе при $K \to \infty$ достигается желаемое (эталонное) движение в форме

$$y^{(n)} + F(x, g) = 0.$$

Результаты компьютерного моделирования показывают, что при конечном K сколь угодно малая задержка старшей производной $y^{(n)}(t - \tau)$, реализованная в регуляторе, приводит к потере грубости. В данном методе нарушение грубости проявляется в потере устойчивости внутреннего контура.

Пример 5. Для простоты рассмотрим параметрически неопределенный объект 1-го порядка:

$$\dot{y}(t) = -ay + bu,\ y(0) = 0,$$
$$a = [1\ 2\ 5], b = [1\ 2\ 4].$$

Пусть имеется запаздывание старшей производной $y^{(n)}(t)$, $n = 1$, реализованное в регуляторе. Тогда управление (6) принимает вид $u = K(F + \dot{y}(t - \tau))$. Выбираем $K = 100$, $\tau = 0{,}0001$ с. Уставкой является "единичный скачок" $g = 1(t)$. Для данной уставки $F = 1 - y$. При единичном входе для обеспечения астатизма достаточно использовать ПИ регулятор $F = -\left(k_p\varepsilon + k_u\int_0^t \varepsilon dt\right)$, $\varepsilon = g - y$ — ошибка регулирования. Параметры настройки $k_p = 1{,}41$, $k_u = 1$ соответствуют эталонному полиному Баттерворса 2-го порядка.

На рис. 7 показаны переходные характеристики системы при $\tau = 0$ с (*а*) и $\tau = 10^{-4}$ с (*б*).

Несмотря на весьма малое значение времени задержки τ производной $\dot{y}(t)$, используемой в регуляторе, наблюдается потеря грубости, что отражается в нарушении устойчивости системы (рис. 7, *б*).

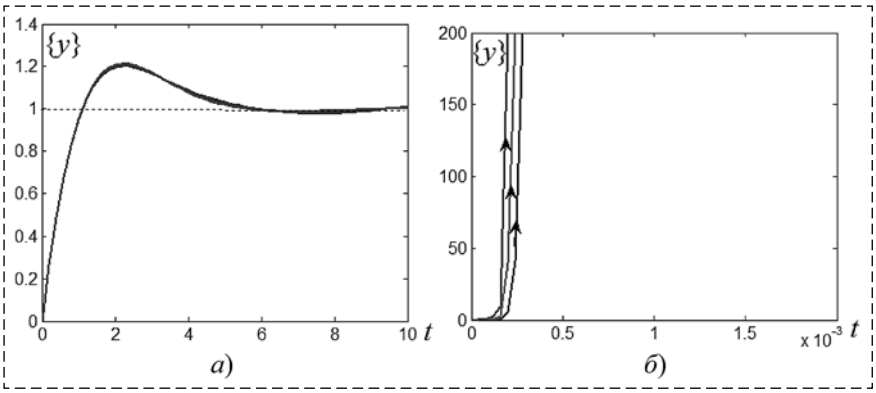

Рис. 7. Динамические характеристики системы
Fig. 7. Dynamic characteristics of the system

Предельные системы с большим коэффициентом усиления

Одним из направлений теории управления, основу которого заложил М. В. Мееров [31] и которое не подвергается чрезмерной математизации, является теория K_∞-робастных систем. В основе этого метода лежит диалектическая закономерность — зависимость статической ошибки от коэффициента усиления разомкнутой системы [26, 32]. Тем не менее, результат синтеза предельных систем с большим коэффициентом усиления на основе функции Ляпунова приводит к физически нереализуемому пропорционально-дифференциальному ПД$^{n-1}$ закону управления [33, 34]. Подобный регулятор в определенном смысле можно отнести к полиномиальным

регуляторам [35] с ПФ $W = R(s)/C(s)$ при $\deg C(s)\ 0 \Rightarrow C(s) = c_0$, где $c_0 = 1/K$.

Для обеспечения реализуемости операторов дифференцирования в отличие от известных аналоговых аппроксимаций целесообразно использовать шумоподавляющий дискретный аналог производной [36].

Методически улучшение реализуемости регулятора может быть достигнуто путем подбора подходящей функции Ляпунова.

Заключение

В работе на основе аналитических и компьютерных исследований получены следующие основные результаты:

- основной причиной все более ускоренного расхождения между теорией и практикой управления является нарушение системного подхода при постановке задач управления, при котором не выполняется критерий "целостности". Немаловажную роль играет также воздействие на креативное мышление таких диалектических процессов эволюции мироздания, как несовместимость, случайность, нечеткость, хаотичность, асимметричность;
- показано, что использование даже "правильных" математических соотношений, являющихся основой метода синтеза, нередко приводит к физически некорректным результатам в смысле нарушения грубости; неучет технических требований, не согласующихся с математическими канонами не позволяет получить адекватное решение и является одной из причин расхождения теории и практики;
- приведены некоторые аналогии:
  инверсный или компенсационный метод — *коллапс*; управление с конечным временем установления — *торможение на льду*; метод "обратных задач динамики" — *короткое замыкание информации*; метод синтеза предельных систем с большим коэффициентом усиления — *метод грубой силы*. Взятые из практики соответствующие физические аналогии образно выражают потенциальный риск, скрывающийся в методологии указанных популярных направлений синтеза систем управления, приводящий к их нереализуемости.
- наряду с аналитическим анализом на конкретных примерах показаны особенности нарушения грубости: в инвариантных системах контура компенсации; при компенсации положительного нуля; при использовании старшей производной, в финитных системах с обратной связью.

Теоретические положения обоснованы путем решения модельных задач с использованием *MATLAB/Simulink*. Компьютерное исследование позволило сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

Список литературы

1. **Филимонов Н. Б.** Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 5. С. 291—299.
2. **Владимиров И. Г., Курдюков А. П., Семенов А. В.** Анизотропия сигналов и энтропия линейных стационарных систем // Доклады РАН. 1995. Т. 342, № 3. С. 87—96.
3. **Андронов А. А., Понтрягин Л. С.** Грубые системы // Доклады АН СССР. 1937. Т. 14, № 5. С. 247—250.
4. **Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э.** Теория колебаний. М.: Наука, 1981. С. 341—359.
5. **Александров А. Г.** Синтез регуляторов многомерных систем. М.: Машиностроение, 1986. 272 с.
6. **Doyle J. C., Stein G.** Multivariable feedback Design: Concepts for a Classical Modern Synthesis // IEEE Traus. Auto. Control. 1981. Vol. AC26, N. 1.
7. **Петров Б. Н.** О реализуемости условий инвариантности. В кн. Теория инвариантности и ее применение в автоматических устройствах // Труды 1-го Всесоюзного совещания по теории инвариантности. Киев, 16—20 октября, 1958. М.: Из-во АН СССР, 1959. С. 59—80.
8. **Ушаковская Е. Д.** Синергетика и причины эволюции вселенной. URL: http:/spkurdyumov.narod.ru/Ushakovskaya.htm.
9. **Крутько П. Д.** Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М.: Машиностроение, 2004. 576 с.
10. **Utkin V. I.** Sliding Modes in Optimization and Control Problems. Springer Verlag, New York, 1992. 387 p.
11. **DeCarlo R. A., Zak S. H., Matthews G. P.** Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial // Journal IEEE. 1988. Vol. 76, N. 3. P. 212—232.
12. **Емельянов С. В., Коровин С. К.** Новые типы обратных связей: Управление в условияхнеопределенности. М.: Наука, 1997. 352 с.
13. **Рустамов Г. А. Намазов М. В., Гасымов А. Ю., Рустамов Р. Г.** Управление динамическими объектами в условиях неопределенности в точечном скользящем режиме // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 12. С. 714—722.
14. **Goodwin G. C., Graebe S. F., Salgado M. E.** Control System Design. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458. 2002. 908 p.
15. **Солодовников В. В., Филимонов Н. Б.** Динамическое качество систем автоматического регулирования. М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1987. 84 с.
16. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Управление нулями и полюсами в задачах синтеза систем регулирования. Ч. I. Компенсационный подход // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 8. С. 453—460.
17. **Стопакевич А. А.** Проектирование робастных регуляторов с большим запаздыванием // Восточно-европейский журнал передовых технологий. 2016. Т. 1, № 2(79). С. 48—56.
18. **Rustamov Q. A.** Robust Control Design For Uncertain Objects with Time Delay on the State //Automatic Control and Computer Sciences. Vol. 50, N. 3. P. 133—140.

19. **Красовский Н. Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968. С. 121—230.

20. **Гавриляко В. М., Коробков В. И., Скляр Г. М.** Синтез ограниченного управления динамическими системами во всем пространстве с помощью функции управляемости // Автоматика и телемеханика. 1986. № 11. С. 30—36.

21. **Коробков В. И.** Общий подход к решению задачи синтеза ограниченных управлений в задаче управляемости // Матем. сборник. 1979. Т.109, № 4. С. 582—606.

22. **Коробков В. И.** Решение задачи синтеза с помощью функции управляемости // Докл. АН СССР. 1979. Т. 248, № 5. С. 1051—1055.

23. **Коробков В. И., Скляр Г. М.** Решение задачи синтеза с помощью функционала управляемости для систем в бесконечномерных пространствах // Докл. АН СССР. 1983. № 5. С. 11—14.

24. **Крутинь В. И.** Стабилизация выходных сигналов линейных управляемых систем за конечное время // Автоматика и телемеханика. 1988. № 10. С. 63—67.

25. **Рустамов Г. А., Намазов М. Б., Мисриханов Л. М.** Нарушение грубости в системах автоматического регулирования // The 1st International Conference on Control and Optimization with Industrial Applikations (COLA — 2005), Baku, Azerbaijan.

26. **Востриков А. С.** Проблема синтеза регуляторов для систем автоматики: состояние и перспективы // Автометрия. 2010. 46, № 2. С. 3—19.

27. **Востриков А. С., Французова А. Г.** Синтез ПИД-регуляторов для нелинейных нестационарных объектов // Автометрия. 2015. № 5. С. 53—60.

28. **Востриков А. С.** Старшая производная и большие коэффициенты усиления в задаче управления нелинейными нестационарными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 2—7.

29. **Но Н. F., Wong Y. K., Rad A. B.** Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach // Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System. 2001. P. 6—11.

30. **Lee H., Tomizuka M.** Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley. Depertament of Mechanical Engineering. September. 1995. P. 95—32.

31. **Мееров М. В.** Синтез структур систем автоматического управления высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.

32. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движения в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2(95). С. 2—10.

33. **Рустамов Г. А.** K_∞-робастные системы управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 7. С. 435—443.

34. **Рустамов Г. А.** Анализ методов построения робастных систем управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 363—373

35. **Тарарыкин С. В., Аполонский В. В., Терехов А. И.** Исследование влияния структуры и параметров полиномиальных регуляторов "входа-выхода" на робастные свойства синтезированных систем. // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. Т. 152, № 11. С. 2—9.

36. **Фуртат И. Б., Нехороших А. Н.** Робастное управление линейными мультиагентными системами с использованием левых разностей для оценки производных // УБС. 2017. Вып. 65. С. 41—59.

Some Feasibility Problems in the Exact Solution of Control Exercises

G. A. Rustamov, gazanfar.rustamov@gmail.com,
Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan

Corresponding autor: **Rustamov Gazanfar A.,** Professor, Dr. Sci. Tech., Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan, e-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Accepted on May 19, 2020

Abstract

There is studied the mathematical foundations of the synthesis methodology in the engineering interpretation of a number of popular feedback control systems and the reasons for the impracticability of the results due to the appearance in the synthesis equations of pure differentiation operators and sources of various types of roughness violation. The global reason for the increasingly accelerated divergence of control theory from practice is associated with the impact on creative thinking such as mutation, incompatibility, randomness, fuzziness, asymmetry which underlies the evolution of synergetic systems. Both the "methodological crisis" and a number of seemingly insignificant engineering inconsistencies lead to a decrease in the planned efficiency of the developed control systems. There is a tendency to solve this practical problem through its excessive mathematization. As a result, there is nonsense — "the more mathematics, the worse", which leads to a "mathematical labyrinth", to exit from which the mathematical apparatus becomes more and more complicated until the creation of a new theory. It is shown that the use of even "correct" mathematical relations, which are the basis of the synthesis method, often leads to a violation of feasibility and rudeness. It is cited that the neglect of important poorly formalized technical indicators and the conditions of rudeness (robustness) when setting the problem does not allow us to obtain a constructive solution and is one of the main reasons for the discrepancy between theoretical results and practice. A number of popular directions of the classical theory of feedback control are considered: an inverse approach-compensation method, which forms the basis for constructing astatic, invariant, robust and other compensation systems; synthesis methods for systems with a finite settling time; assessment and control methods based on the concept of "inverse dynamics problems"; high gain limit systems. Violation of various types of feasibility and rudeness is demonstrated by specific examples tested on Matlab / Simulink. Computer research has made it possible to draw a number of positive conclusions that have important applied value.

Keywords: *methodological crisis, control theory, symbiosis, synergetics, realizability, rudeness, inversion, finite control, inverse problems of dynamics, limit systems*

For citation:

Rustamov G. A. Some Feasibility Problems in the Exact Solution of Control Exercises, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 10, pp. 555—565.

DOI: 10.17587/mau.21.555-565

References

1. **Filimonov N. B.** Methodological Crisis of the "All Winning Mathematization" of the Modern Control Theory, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 291—301 (in Russian).
2. **Vladimirov I. Q., Kurdyukov A. P., Semyonov A. V.** Anisotropy of signals and entropy of linear stationary systems, *Reports of RAS*, 1995, vol. 342, no. 3, pp. 87—96 (in Russian).
3. **Andronov A. A., Pontryagin L. S.** Rough systems, *Reports of USSR's AOS*, 1937, vol. 14, no. 5, pp. 247—250 (in Russian).
4. **Andronov A. A., Vitt A. A., Khaykin S. E.** Oscillation theory, Moscow, Nauka, 1981, pp. 341—359 (in Russian).
5. **Aleksandrov A. G.** Synthesis of regulators of multidimensional systems, Moscow, Mashinostroyeniye, 1986, 272 p. (in Russian).
6. **Doyle J. C., Stein G.** Multivariable feedback Design: Concepts for a Classical Modern Synthesis, *IEEE Traus. Auto. Control*, 1981, vol. AC26, no. 1.
7. **Petrov B. N.** About feasibility of invariance conditions. Book of The theory of invariance and its application in automatic devices, Proceedings of the 1st All-Union Conference on Invariance Theory, Kiev, 16—20 October, 1958, Moscow, Publishing House of USSR's AoS. 1959, pp. 59—80 (in Russian).
8. **Ushakovskaya Y. D.** Synergetics and causes of the evolution of the universe, available at: http:/spkurdyumov.narod.ru/Ushakovskaya.htm (in Russian).
9. **Krutko P. D.** Inverse problems of dynamics in the theory of automatic control, Moscow, Mashinostroyeniye, 2004, 576 p. (in Russian).
10. **Utkin V. I.** Sliding Modes in Optimization and Control Problems, Springer Verlag, New York, 1992, 387 p.
11. **DeCarlo R. A., Zak S. H., Matthews G. P.** Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial, *Journal IEEE*, 1988, 76 (3), pp. 212—232.
12. **Yemelyanov S. V., Korovin S. K.** New types of feedback: Control in conditions of uncertainty, Moscow, Nauka,1997, 352 p. (in Russian).
13. **Rustamov G. A., Namazov M. V., Gasimov A. Y., Rustamov R. G.** Control of dynamic objects in the conditions of uncertainty in a point sliding mode, *Mekhatronika, Avtomatizasiya, Upravleniye,* 2019, vol. 20, no. 12, pp. 714—722 (in Russian).
14. **Goodwin G. C., Graebe S. F., Salgado M. E.** Control System Design, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2002, pp. 908.
15. **Solodovnikov V. V., Filimonov N. B.** Dynamic Quality of Automatic Control Systems, Moscow, Publishing house of BMSTU, 1987, 84 p. (in Russian).
16. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Control of Zeros and Poles in Problems of Synthesis of Regulation Systems. Part I. Compensation Approach, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 8, pp. 453—460.
17. **Stopakevich A. A.** Design of robust controllers with a large delay, *East European Journal of Advanced Technology*, 2016, vol. 1, no. 2(79), pp. 48—56 (in Russian).
18. **Rustamov Q. A.** Robust Control Design For Uncertain Objects with Time Delay on the State, *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 50, no. 3, pp. 133—140.
19. **Krasovskiy N. N.** Motion control theory, Mockow, Nauka, 1968, pp. 121—230 (in Russian).
20. **Gavrilyako V. M., Korobkov V. I., Sklyar G. M.** The synthesis of limited control of dynamic systems in the whole space using the controllability function, *Avtomatika i Telemekhanika,* 1986, no. 11, pp. 30—36 (in Russian).
21. **Korobkov V. I.** General approach to solving the problem of synthesis of bounded controls in the controllability problem, *Math collection,* 1979, vol. 109, no. 4, pp. 582—606 (in Russian).
22. **Korobkov V. I.** Solving the synthesis problem using the controllability function, *Reports of USSR's AoS*, 1979, vol. 248, no. 5, pp. 1051—1055 (in Russian).
23. **Korobkov V. I., Sklyar G. M.** Solution of the synthesis problem using the controllability functional for systems in infinite-dimensional spaces, *Reports of USSR's AOS,* 1983, no. 5, pp. 11—14 (in Russian).
24. **Kritun V. I.** Stabilization of the output signals of linear controlled systems in a finite time, *Avtomatika i Telemekhanika*, 1988, no. 10, pp. 63—67 (in Russian).
25. **Rustamov G. A., Namazov M. B., Misrikhanov L. M.** Rudeness violation in automatic control systems, *The 1st International Conference on Control and Optimization with Industrial Applikations (COLA — 2005)*, Baku, Azerbaijan.
26. **Vostrikov A. S.** The problem of the synthesis of regulators for automation systems: state and prospects, *Avtometrija*, 2010, vol. 46, no. 2, pp. 3—19 (in Russian).
27. **Vostrikov A. S., Francuzova A. G.** Synthesis of PID regulators for nonlinear nonstationary objects, *Avtometrija*, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 53—60 (in Russian).
28. **Vostrikov A. S.** The highest derivative and large coefficients in controlling the linear non-stationary objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2008, no. 5, pp. 2—7 (in Russian).
29. **Ho H. F., Wong Y. K., Rad A. B.** Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach, *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System*, 2001, pp. 6—11.
30. **Lee H., Tomizuka M.** Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley, Depertament of Mechanical Engineering, September, 1995, pp. 95—32.
31. **Meerov M. V.** Synthesis of structures of automatic control systems with high precision, Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).
32. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Large gain coefficients method and effect of the motion localization in the problem of synthesis of the automatic control systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2009, vol. 95. no. 2, pp. 2—10 (in Russian).
33. **Rustamov G. A.** K_∞-robust control systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2015, vol. 16, no. 7, pp. 435—442 (in Russian).
34. **Rustamov G. A.** Analysis of methods of design of robust control systems with high gain coefficient, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 6, pp. 363—373 (in Russian).
35. **Tararikyin S. V., Apolonskiy V. V., Terekhov A. I.** Investigation of the influence of the structure and parameters of polynomial input-output controllers on the robust properties of synthesized systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2013, vol. 152, no. 11, pp. 2—9 (in Russian).
36. **Furtat I. B., Nekhoroshikh A. N.** Robust control of linear multi-agent systems using left differences to estimate derivatives, *UBS*, 2017, iss. 65, pp. 41—49 (in Russian).