

А. П. Голуб, вед. инженер, holub.imech@gmail.com,
Ю. Д. Селюцкий, канд. физ.-мат. наук, доц., seliutski@imec.msu.ru,
НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, г. Москва

Двухзвенный маятник в упругом подвесе¹

Рассматривается двухзвенный маятник, упруго закрепленный в потоке среды. Получены условия асимптотической устойчивости для тривиального положения равновесия (когда оба звена направлены вдоль потока). Численно исследованы предельные циклы, возникающие в системе. Проведены эксперименты в аэродинамической трубе НИИ механики МГУ. Данные, полученные в ходе эксперимента, качественно совпадают с результатами численного моделирования.

Ключевые слова: автоколебания, аэроупругость, предельные циклы, ветроэнергетическая установка, устойчивость

Системы твердых тел, которые движутся под действием сил упругости и аэродинамической (или гидродинамической) нагрузки, называются аэроупругими системами и представляют большой интерес с точки зрения фундаментальных исследований и приложений (в частности, в области авиастроения и гражданского строительства). Активные исследования таких систем начались в 30-х годах прошлого века, но даже сейчас они еще далеки от завершения, что связано с достаточно сложной природой и существенно нелинейным характером сил, действующих на тело со стороны среды.

В большинстве работ рассматривается тело (имеющее крыловидную форму или плохобтекаемое), которое упруго устанавливается в потоке таким образом, что оно имеет одну вращательную и одну поступательную степень свободы. В такой системе влияние упругих и аэродинамических сил при определенных обстоятельствах может привести к появлению колебаний (регулярных или близких к хаотическим). Некоторые вопросы описания и управления такими колебаниями обсуждаются в работах [1–4]. Кроме того, изучается динамика обтекаемых тел в течениях, в частности, в [5, 6].

Вообще говоря, такое движение считается нежелательным, поскольку может привести к разрушению объекта. Вместе с тем наличие таких колебаний, означает, что данная система может использоваться для преобразования энергии потока в полезную энергию. Принимая во внимание непрерывное увеличение нагрузки на экосистемы, наблюдающееся в большинстве стран мира, необходимо расширять сферу использования возобновляемой энергии, в частности энергии движущихся сред, чтобы преобразовывать ее в электричество или другие виды полезной энергии.

Это стимулирует поиск новых вариантов устройств, подходящих для этой цели.

Наиболее распространенные ветро- и гидроэлектростанции преобразуют движение воздуха или воды во вращение рабочего элемента (вертикально или горизонтально установленной турбины).

Однако в последнее время различные группы исследователей разрабатывают и другие типы устройств для преобразования энергии потока [7–14]. В этих установках рабочий элемент совершает не вращательное, а колебательное движение. Важной задачей при разработке таких систем преобразования энергии является выбор и анализ механических систем, которые могут использоваться в качестве рабочих элементов.

Известно, что двухзвенный маятник, находящийся в поле силы тяжести, демонстрирует широкий спектр колебательных режимов, включая хаотические [15, 16]. Высокая нелинейность аэродинамической нагрузки позволяет ожидать, что динамика двухзвенного маятника, помещенного в поток среды, также будет достаточной для того, чтобы этот объект можно было применять в качестве преобразователя энергии потока. В настоящей работе исследуются некоторые особенности поведения такого маятника.

Математическая модель системы

Рассмотрим двухзвенный аэродинамический маятник, который представляет собой двухзвенный маятник, второе звено которого несет тонкое крыло с симметричным аэродинамическим профилем. Вся система помещается в поток с постоянной скоростью V и монтируется таким образом, что обе оси маятника вертикальны. В отличие от работы [17], мы предполагаем, что оба звена маятника снабжены линейными спиральными пружинами (рис. 1).

Введем систему отсчета O_1XY , ось абсцисс которой направлена по скорости потока. Выберем угол

¹ Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (проекты 17-08-01366, 18-01-00538).

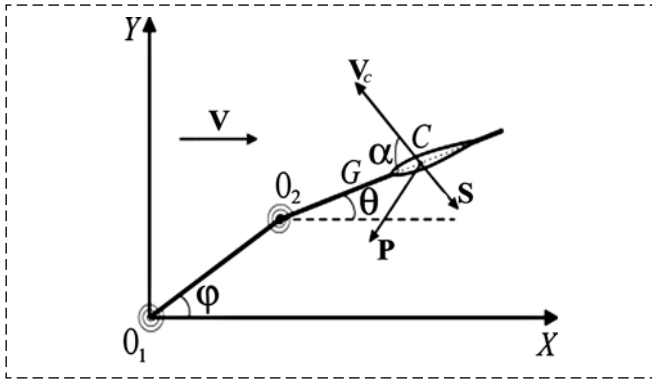


Рис. 1. Двухзвенный аэродинамический маятник в упругом закреплении (вид сверху)

между этой осью и первым звеном и угол между этой осью и вторым звеном в качестве обобщенных координат. Предположим, что пружины не напряжены, когда оба этих угла равны нулю, т. е. звенья ориентированы "вдоль потока".

Чтобы описать аэродинамическую нагрузку на крыло, воспользуемся квазистатическим подходом, в рамках которого предполагается, что аэродинамическая нагрузка на крыло зависит только от мгновенного состояния движения системы. Эту нагрузку можно разложить на силу лобового сопротивления S и подъемную силу P , приложенные в середине C хорды крыла, а также аэродинамический крутящий момент M_z вокруг этой точки.

Сила сопротивления направлена вдоль воздушной скорости V_c точки C , а подъемная сила перпендикулярна ей. Тогда указанные компоненты аэродинамической нагрузки могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \rho s V_c^2 C_d(\alpha), P = \frac{1}{2} \rho s V_c^2 C_l(\alpha), \\ M_z &= \frac{1}{2} \rho s b V_c^2 C_m(\alpha). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность воздуха; s — характерная площадь крыла; b — длина хорды крыла; $C_d(\alpha)$ и $C_l(\alpha)$ — безразмерные коэффициенты силы сопротивления и подъемной силы соответственно; $C_m(\alpha)$ — безразмерный коэффициент аэродинамического момента относительно точки C ; α — мгновенный угол атаки, т.е. угол между V_c и хордой крыла. Поскольку профиль крыла симметричный, то выполнены следующие условия:

$$C_d(\alpha) = C_d(-\alpha); C_l(\alpha) = -C_l(-\alpha); C_m(\alpha) = -C_m(-\alpha).$$

Угол атаки и V_c определяются из следующих кинематических соотношений:

$$\begin{aligned} V_c \cos \alpha &= V \cos \theta + L_1 \dot{\phi} \sin(\phi - \theta); \\ V_c \sin \alpha &= V \sin \theta + L_1 \dot{\phi} \cos(\phi - \theta) + R \dot{\theta}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь R — расстояние между точкой соединения первого и второго звеньев и точкой C ; L_1 — длина первого звена.

Учитывая вышесказанное, уравнения движения можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} (J_1 + mL_1^2) \ddot{\phi} + mL_1 L_2 \cos(\theta - \phi) \ddot{\theta} - \\ - mL_1 L_2 \sin(\theta - \phi) \dot{\theta}^2 = -\frac{\rho s V_c L_1}{2} C_d(\alpha) \times \\ \times (V \sin \phi + L_1 \dot{\phi} + R \cos(\theta - \phi) \dot{\theta}) + \\ + \frac{\rho s V_c L_1}{2} C_l(\alpha) (-V \cos \phi + R \sin(\theta - \phi) \dot{\theta}) - \\ - K_1 \phi + K_2(\theta - \phi); \\ (J_2 + mL_2^2) \ddot{\theta} + mL_1 L_2 \cos(\theta - \phi) \ddot{\phi} + \\ + mL_1 L_2 \sin(\theta - \phi) \dot{\phi}^2 = -\frac{\rho s V_c R}{2} C_d(\alpha) \times \\ \times (V \sin \theta + R \dot{\theta} + L_1 \cos(\theta - \phi) \dot{\phi}) + \\ + \frac{\rho s V_c R}{2} C_l(\alpha) (-V \cos \theta + L_1 \sin(\theta - \phi) \dot{\phi}) + \\ + \frac{\rho s V_c b}{2} C_m(\alpha) - K_2(\theta - \phi). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь J_1 — момент инерции первого звена относительно неподвижной оси; J_2 — центральный момент инерции второго звена; m — масса второго звена; L_1 — длина первого звена; L_2 — расстояние от шарнира между первым и вторым звеньями до центра масс второго звена; $K_{1,2}$ — коэффициенты жесткости пружин, установленных в местах соединения звеньев.

Обедразмерим систему, введя безразмерное время $\tau = V_0 t / b$ (где V_0 — скорость набегающего потока), и введем безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} u = \frac{V}{V_0}, u_c = \frac{V_c}{V_0}, j_{1,2} = \frac{2J_{1,2}}{\rho s b^3}, m = \frac{2m}{\rho s b}, \\ l_{1,2} = \frac{L_{1,2}}{b}, r = \frac{R}{b}, k_{1,2} = \frac{2K_{1,2}}{\rho s V_0^2 b}. \end{aligned}$$

Уравнения (2) и (3) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} u_c \cos \alpha &= u \cos \theta + l_1 \dot{\phi} \sin(\phi - \theta); \\ u_c \sin \alpha &= u \sin \theta + l_1 \dot{\phi} \cos(\phi - \theta) + r \dot{\theta}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (j_1 + \mu l_1^2) \ddot{\phi} + \mu l_1 l_2 \ddot{\theta} \cos(\theta - \phi) - \mu l_1 l_2 \dot{\theta}^2 \sin(\theta - \phi) = \\ = -u_c l_1 C_d(\alpha) (u \sin \phi + l_1 \dot{\phi} + r \dot{\theta} \cos(\theta - \phi)) + \\ + u_c l_1 C_l(\alpha) (-u \cos \phi + r \dot{\theta} \sin(\theta - \phi)) - k_1 \phi + k_2(\theta - \phi); \\ (j_2 + \mu l_2^2) \ddot{\theta} + \mu l_1 l_2 \ddot{\phi} \cos(\theta - \phi) + \mu l_1 l_2 \dot{\phi}^2 \sin(\theta - \phi) = \\ = -u_c r C_d(\alpha) (u \sin \theta + r \dot{\theta} + l_1 \dot{\phi} \cos(\theta - \phi)) + \\ + u_c r C_l(\alpha) (-u \cos \theta + l_1 \dot{\phi} \sin(\theta - \phi)) + \\ + u_c^2 C_m(\alpha) - k_2(\theta - \phi). \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения (4)–(5) образуют замкнутую систему уравнений движения маятника.

Положения равновесия и предельные циклы

Для крыла с симметричным профилем существует тривиальное положение равновесия: $\varphi \equiv 0$, $\theta \equiv 0$. Это ситуация, когда оба звена направлены вдоль потока. Заметим, что система уравнений (4)–(5) может иметь и другие неподвижные точки, которые соответствуют "косым" положениям равновесия. Число таких положений возрастает с уменьшением жесткости пружин или увеличением скорости ветра. Однако здесь мы ограничимся анализом положения равновесия "вдоль потока".

Уравнения движения, линеаризованные в окрестности этого положения равновесия, выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} (j_1 + \mu l_1^2)\ddot{\varphi} + \mu l_1 l_2 \ddot{\theta} &= -u l_1 C_{d0}(u\varphi + l_1 \dot{\varphi} + r\dot{\theta}) - \\ &- u^2 l_1 C_l^\alpha(u\theta + l_1 \dot{\varphi} + r\dot{\theta}) - k_1 \varphi + k_2(\theta - \varphi); \\ (j_2 + \mu l_2^2)\ddot{\theta} + \mu l_1 l_2 \ddot{\varphi} &= \\ &= -u(r - r_0)(C_l^\alpha + C_{d0})(u\theta + l_1 \dot{\varphi} + r\dot{\theta}) - k_2(\theta - \varphi). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $C_{d0} = C_d(0)$; $C_l^\alpha = C_l'(\alpha)|_{\alpha=0}$; r_0 — расстояние от S до центра давления крыла: $r_0 = C_m^\alpha / (C_l^\alpha + C_{d0})$, и $C_m^\alpha = C_m'(\alpha)|_{\alpha=0}$. Предположим, что расстояние от шарнира между звеньями до переднего края лопасти всегда положительно и, следовательно, $r - r_0 > 0$.

Критерии асимптотической устойчивости этого положения равновесия в общем случае очень громоздки. Поэтому обсудим более подробно некоторые частные случаи.

Вначале рассмотрим маятник без пружин: $k_1 = k_2 = 0$. Предположим, что крыло достаточно тонкое. В этом случае, как известно из статических экспериментов, коэффициент лобового сопротивления при малых углах атаки мал: $C_{d0} \ll 1$.

Тогда для двух корней характеристического полинома можно записать следующие приближенные выражения:

$$\begin{aligned} l_{1,2} &= \pm iu \sqrt{\frac{C_{d0}(r - r_0)}{j_1(r - r_0) - ml_1^2(l_2 - r + r_0)}} - u(r - r_0) \times \\ &\times l_1 \frac{j_1(r - r_0) - j_2 l_1 - ml_1(l_2 + l_1)(l_2 - r + r_0)}{(j_1(r - r_0) - ml_1^2(l_2 - r + r_0))^2} + o(C_{d0}). \end{aligned}$$

Другие два корня вычисляются из следующего уравнения с точностью до $o(1)$:

$$\begin{aligned} (j_1 ml_2^2 + j_2 ml_1^2 + j_1 j_2) l_{3,4}^2 + u C_l^\alpha (ml_1^2(l_2 - r) \times \\ \times (l_2 - r + r_0) + j_1 r(r - r_0) + j_2 l_1^2) l_{3,4} + \\ + u^2 C_l^\alpha (j_1(r - r_0) - ml_1^2(l_2 - r + r_0)) = 0. \end{aligned}$$

Пусть выполнено неравенство:

$$j_1(r - r_0) - j_2 l_1 - ml_1(l_2 + l_1)(l_2 - r + r_0) > 0. \quad (7)$$

Тогда нетрудно показать, что действительные части всех корней характеристического многочлена отрицательны и рассматриваемое равновесие асимптотически устойчиво. И, наоборот, если неравенство (7) не выполняется, то это равновесие неустойчиво.

Условие (7) заведомо выполнено, если крыло установлено достаточно далеко от шарнира между звеньями. В этом случае равновесие "вдоль потока" асимптотически устойчиво. В то же время неравенство (7) нарушается, когда крыло находится достаточно близко к шарниру между звеньями. При этом имеет место неустойчивость.

Проанализируем влияние жесткости пружин на устойчивость. При сделанных предположениях граница области устойчивости в пространстве параметров может быть представлена в следующей форме:

$$A_2(k_1 - k_{11})(k_1 - k_{12}) = 0, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} A_2 &= (C_l^\alpha)^2 u^2 l_1^2 r(r - r_0)(j_2 + ml_2(l_2 - r)) \times \\ &\times (j_2 + ml_2(l_2 - r + r_0)); \\ k_{11} &= \frac{k_2(l_1 + r - r_0)(j_1(r - r_0) - j_2 l_1 - ml_1(l_2 + l_1)(l_2 - r + r_0))}{l_1(r - r_0) \times} \\ &\rightarrow \frac{-ml_1(l_1 + l_2)(l_2 - r + r_0)}{\times (j_2 + ml_2(l_2 - r + r_0))}; \\ k_{12} &= \frac{C_l^\alpha u^2 l_1(j_1 r(r - r_0) + j_2 l_1^2 + ml_1^2(l_2 - r)(l_2 - r + r_0))}{l_1 r(j_2 + ml_2(l_2 - r))} + \\ &+ \frac{k_2(l_1 + r)(j_1 r - j_2 l_1 - ml_1(l_1 + l_2)(l_2 - r))}{l_1 r(j_2 + ml_2(l_2 - r))}. \end{aligned}$$

При $r > j_2/ml_2 + l_2 + r_0$ величины k_{11} и k_{12} отрицательны, $A_2 > 0$, поэтому асимптотическая устойчивость имеет место для любых физически осмысленных значений коэффициентов жесткости. При $j_2/ml_2 + l_2 < r < j_2/ml_2 + l_2 + r_0$ коэффициент A_2 отрицательный. Это означает, что выражение (7) будет меньше нуля при достаточно больших k_1 (для любых значений k_2) и рассматриваемое положение равновесия будет неустойчивым.

Рассмотрим случай, когда вторая пружина отсутствует (т.е. $k_2 = 0$). Тогда границы области устойчивости с точностью до $o(1)$ определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned} r_1 = r_0, r_2 = r_0 + \frac{j_2 + ml_2^2}{ml_2}; \\ r_{3,4} = \frac{k(j_2 + ml_2^2) + 2ml_2 l_1^2 u^2 C_y^\alpha + u^2 C_y^\alpha r_0(j_1 + ml_1^2) \pm \sqrt{A}}{2(kml_2 + u^2 C_y^\alpha(j_1 + ml_1^2))}, \end{aligned}$$

где

$$A = (k(j_2 + ml_2^2) + C_y^\alpha u^2 r_0 (j_1 + ml_1^2))^2 - 4u^2 C_y^\alpha l_1^2 (u^2 C_y^\alpha (mj_2 + j_1 j_2 + ml^2 j_1) + kr_0 m^2 l_2^2).$$

Если r_0 достаточно мало, так что выполняется неравенство $r_0 < 2l_1 \sqrt{j_1 ml_2^2 + j_2 ml_1^2 + j_1 j_2} \times$

$\times (j_1 + ml_1^2)^{-1}$, то существует некоторое критическое значение k_* жесткости пружины в первом шарнире, такое что при $k < k_*$ величина A отрицательна, а при $k > k_*$ — положительна. На рис. 2 качественно изображены области устойчивости рассматриваемого положения равновесия на плоскости (r, l) при $k < k_*$ и $k > k_*$. Отметим, что область неустойчивости (выделена серой заливкой) уменьшается с увеличением жесткости.

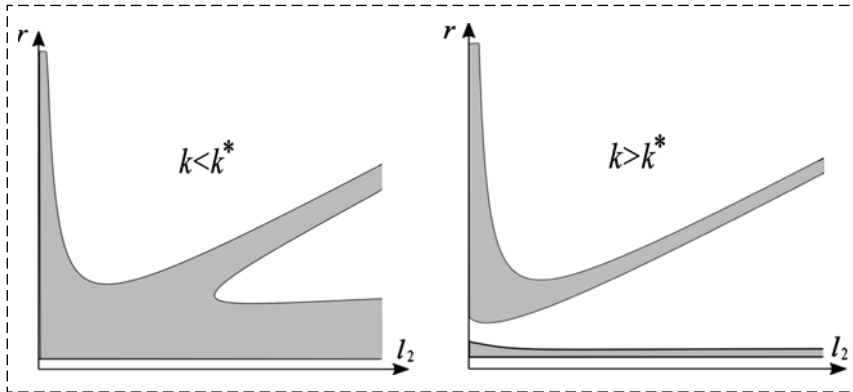


Рис. 2. Область устойчивости при разных коэффициентах жесткости

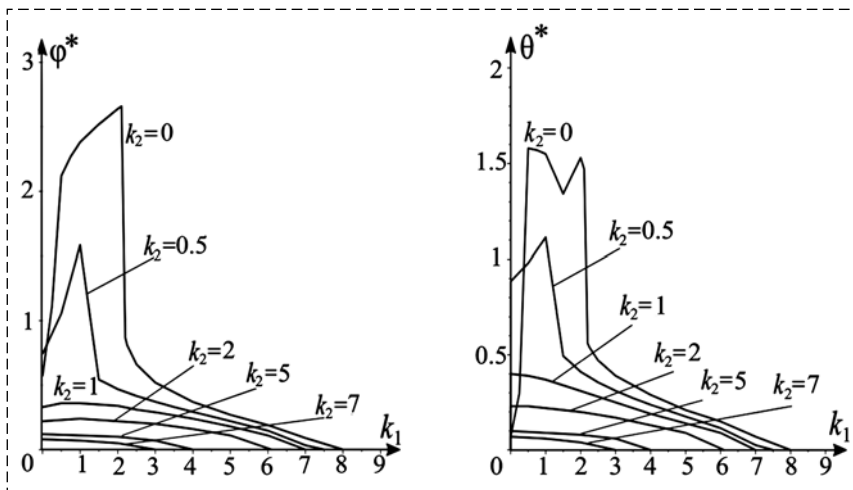


Рис. 3. Амплитуды колебаний, в зависимости от коэффициентов жесткости

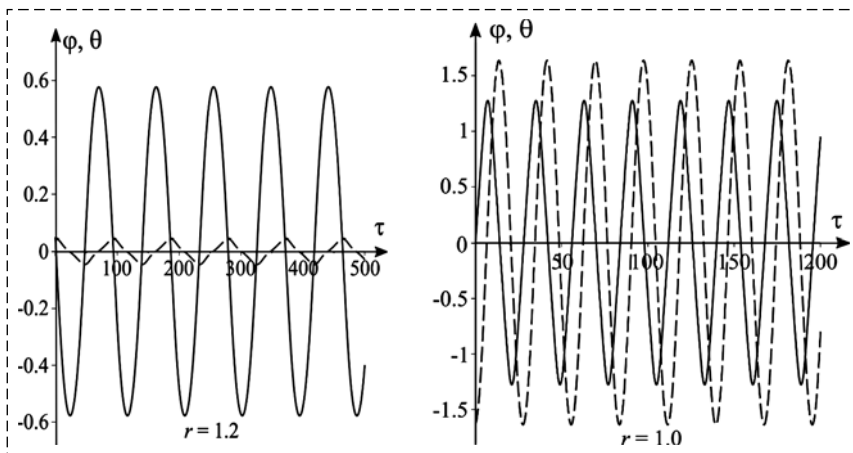


Рис. 4. Предельные циклы, возникающие при различных значениях r : сплошная линия соответствует φ , штриховая соответствует θ

Отметим, что с точки зрения отбора энергии потока необходимо выбирать параметры системы таким образом, чтобы положение равновесия было неустойчивым.

Когда положение равновесия "вдоль потока" становится неустойчивым, в системе возникают колебания. Для их исследования проведено численное моделирование для следующих значений параметров: $j_1 = 10, j_2 = 10, m = 10, l_1 = 1, l_2 = 1, r = 1,2, u = 1$. Для определения аэродинамических характеристик использовался профиль NACA0015 [18].

На рис. 3 показаны зависимости амплитуд φ^*, θ^* первого и второго звеньев соответственно от коэффициентов жесткости.

Заметим, что вторая пружина, вообще говоря, оказывает стабилизирующее действие на систему. Тем не менее, увеличение жесткости первой пружины может привести к значительному увеличению амплитуды колебаний маятника.

В отсутствие пружин в системе есть два предельных цикла. Зависимость углов от времени показана на рис. 4 (сплошная линия для первого звена, штриховая для второго). Для первого цикла (при больших r) амплитуда первого звена относительно велика, при этом отклонение второго звена от оси потока невелико. В циклах второго типа, которые возникают при небольших r , оба звена колеблются с большими амплитудами (причем θ^* может быть больше φ^*). В области малых r колебания становятся нерегулярными.

Экспериментальные исследования

Для изучения динамики аэродинамического маятника была проведена серия экспериментов. Испытания проводили в дозвуко-



Рис. 5. Двухзвенный аэродинамический маятник в аэродинамической трубе

вой аэродинамической трубе А10 НИИ механики МГУ (размер поперечного сечения рабочей области 0,8 м).

Звенья маятника изготовлены в виде рамок из стальных трубок (рис. 5). Крыло изготовлено из пенополистирола и имеет стандартный профиль NASA0015. Оно может быть закреплено в разных положениях по отношению ко второму звену.

Испытания проводили при различных значениях скорости потока (от 5 до 15 м/с) и разных расстояниях между центральной точкой крыла и шарниром между звеньями (от 8 до 14 см). По-

ложение звеньев маятника регистрировали с использованием высокоскоростной камеры.

Массовые и инерционные характеристики крыла таковы, что условие (7) асимптотической устойчивости равновесия "вдоль потока" не выполняется.

На рис. 6, 7 приведены результаты эксперимента. Показана зависимость амплитуд φ^* , θ^* колебаний звеньев маятника от скорости набегающего потока (рис. 6) и зависимость частоты колебаний ω от скорости ветра V (рис. 7). Черным цветом на рис. 6 обозначены амплитуды первого звена, а серым — амплитуды второго. Различные кривые соответствуют разным положениям крыла.

Очевидно, существуют два разных типа предельных циклов при разных диапазонах параметра r (т. е. при разных расстояниях от крыла до первого звена). При относительно малых r амплитуда колебаний обоих звеньев практически не зависит от скорости ветра и немного уменьшается с ростом r . Амплитуда колебаний первого звена меньше, чем второго, а их частота линейно возрастает с увеличением V . Зарегистрированные циклы качественно соответствуют циклам, полученным при численном моделировании и показанным на рис. 4, б.

С ростом r возникает другой тип циклов, в которых φ^* больше θ^* . Следует отметить, что φ^* возрастает при увеличении скорости ветра (что может быть связано с трением, оказывающим существенное влияние на затухание в области малых углов). Частота колебаний в этих циклах значительно ниже, чем в предыдущем примере. Циклы второго типа качественно соответствуют циклам, показанным на рис. 4, а.

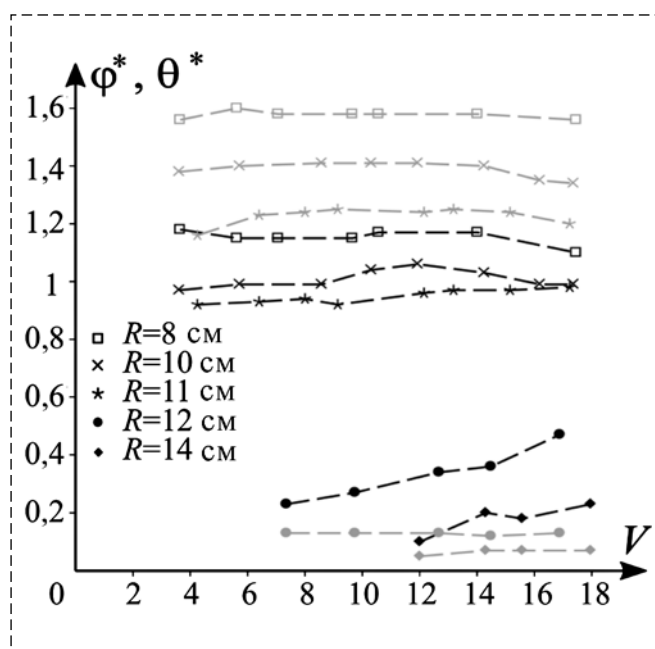


Рис. 6. Зависимость амплитуд колебаний от скорости ветра (черным — φ , серым — θ)

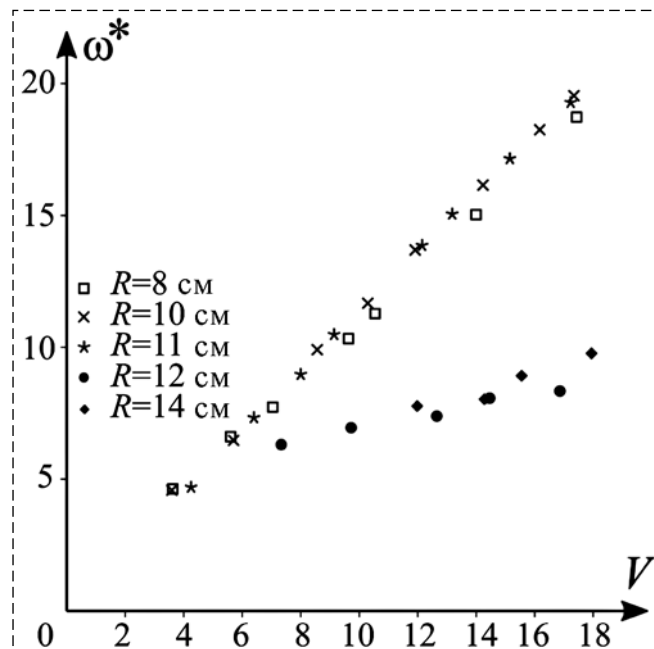


Рис. 7. Зависимость частот колебаний от скорости ветра

Выводы

Исследована динамика двухзвенного аэродинамического маятника в упругом закреплении. Получены условия асимптотической устойчивости положения равновесия "вдоль потока". Исследуется влияние положения крыла и коэффициентов жесткости пружин на устойчивость.

Изучаются предельные циклы, возникающие в системе при определенных значениях параметров. Проанализирована зависимость их амплитуды от жесткости пружин.

Эксперименты с таким маятником проводили в аэродинамической трубе Института механики МГУ. В ходе испытаний были определены характеристики колебательных режимов для разных скоростей ветра и различных положений крыла на втором звене. Показано, что экспериментальные данные качественно согласуются с результатами численного моделирования.

Список литературы

1. Strganac T. W., Ko J., Kurdila A. J. Identification and Control of Limit Cycle Oscillations in Aeroelastic Systems // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2000. Vol. 23, Iss. 6. P. 1127–1133.
2. Dimitriadis G., Li J. Bifurcation behavior of airfoil undergoing stall flutter oscillations in low-speed wind tunnel // AIAA Journal. 2009. Vol. 47, Iss. 11. P. 2577–2596.
3. Климина Л. А., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д. О динамике ветроэнергетической установки с рабочим элементом на основе механизма антипараллелограмма // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 8. С. 536–540.
4. Gao M., Cai G. Robust fault-tolerant control for wing flutter under actuator failure // Chinese Journal of Aeronautics. 2016. Vol. 29, Iss. 4. P. 1007–1017.
5. Mannini C., Marra A. M., Bartoli G. VIV-galloping instability of rectangular cylinders: Review and new experiments. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2014. Iss. 132. P. 109–124.

6. Xu K., Ge Y., Zhang D. Wake oscillator model for assessment of vortex-induced vibration of flexible structures under wind action // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2014. Iss. 136. P. 192–200.
7. Jones K. D., Davids S. T., Platzer M. F. Oscillating-wing power generation // 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference. 1999. P. 1–6.
8. Isoc T., Leach F., Bobean C., Pavel V., Vadan I. Study and design of a wing oscillating wind system // Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), 2011 7th International Symposium. 2011. P. 1–4.
9. Barrero-Gil A., Pindado S., Avila S. Extracting energy from vortex-induced vibrations: a parametric study. Appl. Math. Model. 2012. Vol. 36, Iss. 7. P. 3153–3160.
10. Klimina L. A., Samsonov V. A., Hwang S. S., Lin K. H., Lin C. H. Application of the Poincare-Pontryagin theorem to analysis of a dynamical model of a wind powered car // International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), IEEE. 2016. P. 1–3.
11. Abdelkefi A. Aeroelastic energy harvesting. A review // International Journal of Engineering Science. 2016. Iss. 100. P. 112–135.
12. Klimina L., Dosaev M., Selyutskiy Yu. Asymptotic analysis of the mathematical model of a wind-powered vehicle // Applied Mathematical Modelling. Elsevier BV. 2017. Vol. 46. P. 691–697.
13. Dosaev M., Klimina L., Selyutskiy Y. Wind Turbine Based on Antiparallel Link Mechanism. New Trends in Mechanism and Machine Science, Mechanisms and Machine Science // Springer International Publishing. 2017. Vol. 43. P. 543–550.
14. Klimina L. A., Lokshin B. Ya., Selyutskiy Yu. D., Garziera R. Necessary and sufficient conditions of existence of periodical motions in the model of a hinge mechanism in a flow // Procedia Engineering. 2017. Vol. 199. P. 826–831.
15. Zhou Z., Whiteman C. Motions of a double pendulum // Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. 1996. Vol. 26. Iss. 7. P. 1177–1191.
16. Awrejcewicz J., Sendkowski D. Geometric analysis of the dynamics of a double pendulum // Journal of Mechanics of Materials & Structures. 2007. Vol. 2, Iss. 8. P. 1421–1430.
17. Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D. On dynamics of double pendulum in airflow // Proc. of the 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference. 2008. P. 4.
18. Sheldahl R. E., Klimas P. C. Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil sections Through 180 Degree Angle of Attack for Use in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines // Sandia National Laboratories. Albuquerque. 1981. P. 118.

Elastically Mounted Double Aerodynamics Pendulum

A. P. Holub, holub.imech@gmail.com, Y. D. Selyutskiy, seliutski@imec.msu.ru,
Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, 119192, Russian Federation

Corresponding author: Holub Andrew P., Leading Engineer, Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation, e-mail: holub.imech@gmail.com

Accepted on March 02, 2018

Consider a double aerodynamic pendulum that represents a double pendulum, the second link of which carries a thin wing with symmetrical airfoil. The entire system is placed in flow with the constant speed V and mounted in such a way that both axes of the pendulum are vertical. We assume that both joints of the pendulum are equipped with linear spiral springs. Systems of rigid bodies that move under the combined action of elastic forces and aerodynamic (or hydrodynamic) load are called aeroelastic systems and are of great interest from the point of view of basic research and applications (especially in the areas of aerospace and civil engineering). An elastically mounted double-link aerodynamic pendulum is considered. It is assumed that the flow acts only upon the second link of the system. Conditions of asymptotic stability of the trivial

equilibrium "along the flow" (when both links are stretched along the flow) are obtained. Influence of position of the wing and of coefficients of structural stiffness upon the stability is discussed. Limit cycles are studied that arise in the system for a certain range of values of parameters. Dependence of their amplitude on coefficients of stiffness is analyzed. Experiments with such pendulum are performed in the wind tunnel of the Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, where parameters of periodic motions are registered for different wind speeds, and different locations of the wing with respect to the second link. It is shown that experimental data is in qualitative agreement with results of numerical simulation.

Keywords: auto-oscillations, aeroelasticity, limit cycles, wind power station, stability

Acknowledgements: This work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects 17-08-01366, 18-01-00538.

For citation:

Holub A. P., Selyutskiy Y. D. Elastically Mounted Double Aerodynamics Pendulum, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 380—386.

DOI: 10.17587/mau.19.380-386

References

1. Strganac T. W., Ko. J., Kurdila A. J. Identification and Control of Limit Cycle Oscillations in Aeroelastic Systems, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, vol. 23, iss. 6, pp. 1127—1133.
2. Dimitriadis G., Li J. Bifurcation behavior of airfoil undergoing stall flutter oscillations in low-speed wind tunnel, *AIAA Journal*, 2009, vol. 47, iss. 11, pp. 2577—2596.
3. Klimina L. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. *O dinamike vetroenergeticheskoy ustanovki s rabochim elementom na osnove mehanizma antiparallelogramma* (Dynamics of a wind power stations with a working element based on the parallelogram mechanism), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 536—540 (in Russian).
4. Gao M., Cai G. Robust fault-tolerant control for wing flutter under actuator failure, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2016, vol. 29, iss. 4, pp. 1007—1017.
5. Mannini C., Marra A. M., Bartoli G. VIV-galloping instability of rectangular cylinders: Review and new experiments, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2014, iss. 132, pp. 109—124.
6. Xu K., Ge Y., Zhang D. Wake oscillator model for assessment of vortex-induced vibration of flexible structures under wind action, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2014, iss. 136, pp. 192—200.
7. Jones K. D., Davids S. T., Platzer M. F. Oscillating-wing power generation, *3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, 1999, pp. 1—6.
8. Isoc T., Leach F., Bobean C., Pavel V., Vadan I. Study and design of a wing oscillating wind system, *Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE)*, 2011 7th International Symposium, 2011, pp. 1—4.
9. Barrero-Gil A., Pindado S., Avila S. Extracting energy from vortex-induced vibrations: a parametric study, *Appl. Math. Model.*, 2012, vol. 36, iss. 7, pp. 3153—3160.
10. Klimina L. A., Samsonov V. A., Hwang S. S., Lin K. H., Lin C. H. Application of the Poincare-Pontryagin theorem to analysis of a dynamical model of a wind powered car, *International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference)*, IEEE, 2016, pp. 1—3.
11. Abdelkefi A. Aeroelastic energy harvesting. A review, *International Journal of Engineering Science*, 2016, iss. 100, pp. 112—135.
12. Klimina L., Dosaev M., Selyutskiy Yu. Asymptotic analysis of the mathematical model of a wind-powered vehicle, *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier BV, 2017, vol. 46, pp. 691—697.
13. Dosaev M., Klimina L., Selyutskiy Y. Wind Turbine Based on Antiparallel Link Mechanism. New Trends in Mechanism and Machine Science, Mechanisms and Machine Science, *Springer International Publishing*, 2017, vol. 43, pp. 543—550.
14. Klimina L. A., Lokshin B. Ya., Selyutskiy Yu. D., Garziera R. Necessary and sufficient conditions of existence of periodical motions in the model of a hinge mechanism in a flow, *Procedia Engineering*, 2017, vol. 199, pp. 826—831.
15. Zhou Z., Whiteman C. Motions of a double pendulum, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 1996, vol. 26, iss. 7, pp. 1177—1191.
16. Awrejcewicz J., Sendkowski D. Geometric analysis of the dynamics of a double pendulum, *Journal of Mechanics of Materials & Structures*, 2007, vol. 2, iss. 8, pp. 1421—1430.
17. Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D. On dynamics of double pendulum in airflow, *Proc. of the 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference*, 2008, pp. 4.
18. Sheldahl R. E., Klimas P. C. Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil sections Through 180 Degree Angle of Attack for Use in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines, Sandia National Laboratories. Albuquerque, 1981, 118 p.