УДК 519.216 DOI: 10.17587/mau.21.521-529

Т. А. Алиев[1,2], д-р техн. наук, академик, telmancyber@gmail.com,
Н. Ф. Мусаева[2], д-р техн. наук, musanaila@gmail.com,
М. Т. Сулейманова[1], диссертант, metanet_suli@yahoo.com,
[1]Институт систем управления НАН Азербайджана, г. Баку,
[2]Азербайджанский архитектурно-строительный университет, г.Баку

Алгоритмы построения доверительного интервала для математического ожидания помехи и их применение для контроля динамики развития аварий[1]

Обсуждается разработка алгоритмов построения доверительного интервала для математического ожидания помехи зашумленного сигнала. Показано, что характеристики помехи можно использовать как информативные признаки начала зарождения дефекта технического объекта. Отмечено, что задача определения динамики изменения технического состояния объекта оказывается более важной, чем контроль начала возникновения неисправности, поскольку при незначительном развитии неисправности или отсутствии ее развития не возникает необходимость в остановке объекта на ремонт. Сильная же динамика развития дефекта требует принятия безотлагательных мер. Отмечено, что своевременное решение этой задачи особенно актуально для объектов нефте- и газодобычи и других подобных объектов.

Показано, что доверительные интервалы для характеристик помехи зашумленного сигнала могут быть использованы как информативные признаки определения динамики развития неисправности. Разработаны алгоритмы определения доверительного интервала для математического ожидания помехи.

Предложена технология определения скрытого периода зарождения неисправности технических объектов и динамики ее развития с использованием доверительного интервала для математического ожидания помехи. Для этого в момент времени, когда объект находится в нормальном состоянии, строится доверительный интервал для математического ожидания помехи, и составляется множество возможных значений, попавших в этот интервал. Через определенный промежуток времени эта процедура повторяется. Отмечено, что при возникновении неисправности ширина доверительного интервала увеличивается. Поэтому находится разность множеств возможных значений математического ожидания помехи в предыдущий и настоящий моменты времени. Устанавливается соответствие между значением этой разности и степенью развития повреждения. По разности множеств возможных значений математического ожидания помехи выявляется динамика развития неисправности во времени. Затем делаются соответствующие выводы типа "неисправность развивается с равномерной интенсивностью", "неисправность развивается интенсивно", "неисправность развивается очень интенсивно" и т.д. В зависимости от степени развития неисправности проводятся соответствующие профилактические или ремонтные работы с остановкой или без остановки работы объекта контроля.

Для проверки достоверности разработанного алгоритма построения доверительного интервала для математического ожидания помехи зашумленного сигнала и технологии определения скрытого периода зарождения неисправности технических объектов и динамики ее развития проведены вычислительные эксперименты с использованием средства компьютерной математики MATLAB.

Ключевые слова: *полезный сигнал, помеха, зашумленный сигнал, характеристики помехи, математическое ожидание помехи, доверительный интервал, степень неисправности объекта, динамика развития неисправности*

Введение

Известно, что техническое состояние объектов контроля отражают оценки статистических характеристик исследуемых процессов. Однако в работах [1—15] было показано, что для выявления раннего скрытого периода зарождения неисправностей объектов контроля целесообразнее вычислять характеристики не самого случайного сигнала, а его помехи, которая возникает в момент появления дефекта. Поэтому были разработаны алгоритмы вычисления дисперсии, среднего квадратического отклонения, функции плотности распределения, моментов высокого порядка помехи. Эти характеристики помехи были использованы как информативные признаки начала зарождения дефекта на раннем этапе.

Однако с помощью только этих оценок невозможно контролировать динамику развития неисправности с течением времени. В то же время во многих случаях динамика изменения технического состояния оказывается важнее, чем контроль начала возникновения неисправности. Это связано с тем, что в некоторых случаях, несмотря на то, что в техническом состоянии исследуемого объекта произошло изменение, динамика его развития может быть незначительной или полностью отсутствовать. В этих случаях не требуется останавливать объект на ремонт.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Научного Фонда Государственной Нефтяной Компании Азербайджанской Республики "SOCAR" в рамках научного проекта: "Разработка системы, обеспечивающей адекватность идентификации и раннюю диагностику нефтяных установок на основе позиционно-бинарной технологии".

В некоторых же случаях динамика развития неисправности может быть настолько интенсивной, что несвоевременное устранение возникшего дефекта может привести к аварии с катастрофическими последствиями. Это особенно важно для таких объектов, как установки бурения нефтяных скважин, установки добычи нефти с использованием штанговых глубинных насосных установок, компрессорные станции, морские платформы и т.д.

Вместе с тем исследования показали, что ширина доверительного интервала, в пределах которого с заданной вероятностью лежат вычисленные оценки статистических характеристик помехи, является важным информативным признаком изменения технического состояния объекта контроля.

В частности, традиционно предполагается, что помеха, которая появилась в результате возникновения дефекта, имеет нулевое математическое ожидание. Но при этом вопрос о вероятности, с которой математическое ожидание попадает в некоторый интервал, и о том, как меняется ширина этого интервала в зависимости от изменения технического состояния объекта контроля, не рассматривался.

Данная работа посвящена вопросам построения доверительного интервала для математического ожидания помехи зашумленного сигнала, которая возникает в результате появления дефекта, и использования этого интервала как информативного признака определения динамики развития неисправности.

Постановка задачи

Известно, что на сегодняшний день имеется множество методов, с помощью которых определяется доверительный интервал, в который попадают оценки статистических характеристик случайных сигналов с некоторой вероятностью [16, 17]. Эта задача особенно актуальна при обработке случайных зашумленных сигналов $g(t)$, поступающих от соответствующих датчиков в системах контроля, когда сигнал $g(t)$ состоит из полезной составляющей $x(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$: $g(t) = x(t) + \varepsilon(t)$, и можно вычислить только такие характеристики $g(t)$, как математическое ожидание m_g, дисперсию D_g, среднее квадратическое отклонение σ_g, корреляционную функцию $R_{gg}(\tau)$ по формулам [16, 17]:

$$m_g = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t); \tag{1}$$

$$D_g = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t) - m_g]^2; \tag{2}$$

$$\sigma_g = \sqrt{D_g}; \tag{3}$$

$$R_{gg}(\mu) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \overset{\circ}{g}(i\Delta t)\,\overset{\circ}{g}((i+\mu)\Delta t), \tag{4}$$

где $\overset{\circ}{g}(t) = g(t) - m_g$; Δt — шаг дискретизации; $\mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, ...$ — временной сдвиг.

В работах [1—19] было показано, что помеха $\varepsilon(t)$, как правило, состоит из помехи $\varepsilon_1(t)$ от внешних факторов, а также от помехи $\varepsilon_2(t)$, которая возникла в момент зарождения повреждения: $\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$.

В работах [1—15] также отмечено, что характеристики помехи $\varepsilon_2(t)$ даже на ранней стадии появления неисправности меняются во времени в зависимости от степени и динамики развития повреждения и отражаются на значениях характеристик суммарной помехи $\varepsilon(t)$. Поэтому характеристики помехи $\varepsilon(t)$ являются информативным признаком начала зарождения дефекта и степени его изменения. В связи с этим были разработаны алгоритмы вычисления таких характеристик помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$, как дисперсия, среднее квадратическое отклонение, функция плотности распределения.

При этом традиционно предполагается, что помеха $\varepsilon(t)$ является стационарной, эргодической, имеет нулевое математическое ожидание $m_\varepsilon = 0$ и подчиняется нормальному закону распределения [1—17]:

$$N(\varepsilon; m_\varepsilon, \sigma_\varepsilon) = N(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon\sqrt{2\pi}}\mathbf{e}^{-\frac{(\varepsilon - m_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}. \tag{5}$$

Однако в реальности в указанных случаях строгое равенство $m_\varepsilon = 0$ нарушается и выполняется приближенное равенство $m_\varepsilon \approx 0$, и значение математического ожидания меняется в пределах некоторого доверительного интервала.

В данной работе показано, что ширина доверительного интервала для оценки математического ожидания помехи также является информативным признаком изменения состояния технических объектов.

Поэтому требуется разработать алгоритмы вычисления доверительного интервала для оценки математического ожидания помехи. Показана возможность применения нижних и верхних границ для определения ранней стадии возникновения неисправности технических объектов и динамики ее развития.

1. Разработка алгоритмов определения доверительного интервала математического ожидания помехи

Ниже предлагается технология определения доверительного интервала для математического ожидания помехи $\varepsilon(t)$. Известно, что доверительный интервал для оценки математического ожидания помехи при известном среднем квадратическом отклонении σ_ε составляет [16, 17]

$$\left(m_\varepsilon - z_p \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{N}};\ m_\varepsilon + z_p \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{N}}\right) \tag{6}$$

где N — объем выборки; z_p — критическое значение распределения, которое можно найти, задавая определенную доверительную вероятность $p = 1 - \alpha = \Phi(z)$; $\Phi(z)$ — функция Лапласа. Например, чтобы построить интервал, имеющий 95%-ный доверительный уровень, необходимо выбрать $\alpha = 0{,}05$; тогда для вероятности $p = 0{,}95$ имеем $z_{0,95} = 1{,}96$.

Из формулы (6) очевидно, что для определения доверительного интервала для математического ожидания помехи необходимо вычислить среднее квадратическое отклонение $\sigma_\varepsilon = \sqrt{D_\varepsilon}$ помехи. Для этого воспользуемся выражением (4) для вычисления корреляционной функции $R_{gg}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$.

Известно, что для стационарного случайного сигнала $g(t)$, обладающего свойством эргодичности, корреляционная функция вычисляется по выражению [16, 17]

$$\begin{aligned} R_{gg}(\mu) &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t)\,\mathring{g}((i+\mu)\Delta t) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathring{x}(i\Delta t)\,\mathring{x}((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathring{x}(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\,\mathring{x}((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t) = \\ &= R_{xx}(\mu) + R_{x\varepsilon}(\mu) + R_{\varepsilon x}(\mu) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu), \end{aligned} \tag{7}$$

где $\mathring{x}(t) = x(t) - m_x$, m_x — математическое ожидание $x(t)$.

Учитывая, что полезный сигнал $x(t)$ и помеха $\varepsilon(t)$ некоррелированны:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathring{x}(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t) = 0; \\ &\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\,\mathring{x}((i+\mu)\Delta t) = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

получаем

$$R_{gg}(\mu) = R_{xx}(\mu) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu). \tag{9}$$

Таким образом, корреляционная функция $R_{gg}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$ состоит из суммы корреляционных функций $R_{xx}(\mu)$ и $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ соответственно полезного сигнала $x(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$.

При этом на практике для инфранизкочастотных медленно протекающих технологических процессов, когда $\mu = \Delta t$ многократно мало по сравнению с временем наблюдения T, помеха $\varepsilon(t)$ формируется из высокочастотных спектров вследствие возникновения таких повреждений, как трещины, поломки, пробоины, деформации и т.д. в результате износа, коррозии, нагарообразования, накипи и т.д. и имеет более высокий спектр, чем сама полезная составляющая $x(t)$. Значение же полезной составляющей за промежуток времени Δt не успевает измениться, и $x(t + \Delta t)$ совпадает со значением $x(t)$, т. е.

$$x(t + \Delta t) = x(t). \tag{10}$$

Это равенство выполняется для случаев, когда T составляет, например, 10...20 ч, а Δt в зависимости от специфики исследуемого процесса — секунды или минуты. В этом случае шаг дискретизации Δt выбирается исходя из конечного времени корреляции τ_{end} помехи $\varepsilon(t)$ с полезным сигналом.

Тогда для указанных производственных объектов при выполнении условия (10) получаем:

$$R_{xx}(\Delta t) = R_{xx}(0).$$

Так как шаг дискретизации Δt выбран исходя из конечного времени корреляции τ_{end} помехи, то корреляционную функцию $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ можно представить в виде [3—15]

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) = \begin{cases} R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) & \text{при } \mu = 0; \\ 0 & \text{при } \mu \geqslant \Delta t. \end{cases} \tag{11}$$

Поэтому получаем:

$$R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t) = R_{\varepsilon\varepsilon}(0). \tag{12}$$

Тогда оценку дисперсии D_ε^* помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$ можно вычислить как

$$D_\varepsilon^* = R_{\varepsilon\varepsilon}(0) = R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t) \tag{13}$$

или

$$\begin{aligned} D_\varepsilon^* = R_{\varepsilon\varepsilon}^*(0) &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t)\,\mathring{g}(i\Delta t) - \\ &- \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t)\,\mathring{g}((i+1)\Delta t). \end{aligned} \tag{14}$$

Однако в работах [1—15] была выведена более общая формула вычисления дисперсии помехи для реальных объектов:

$$D^*_\varepsilon = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathring{g}(i\Delta t)\,\mathring{g}(i\Delta t) -$$
$$- 2\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathring{g}(i\Delta t)\,\mathring{g}((i+1)\Delta t) + \quad (15)$$
$$+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathring{g}(i\Delta t)\,\mathring{g}((i+2)\Delta t).$$

Естественно, что среднее квадратическое отклонение σ^*_ε помехи $\varepsilon(t)$ будет определяться по выражению [16, 17]:

$$\sigma^*_\varepsilon = \sqrt{D^*_\varepsilon}. \quad (16)$$

Тогда с учетом выражения (6) и условия $m_\varepsilon = 0$ можно вычислить доверительный интервал для математического ожидания m^*_ε помехи:

$$\left(m_\varepsilon - z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}};\ m_\varepsilon + z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}}\right) \quad (17)$$

или

$$m_\varepsilon - z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}} \leqslant m^*_\varepsilon \leqslant m_\varepsilon + z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}}.$$

Так как $m_\varepsilon = 0$, то получаем

$$-z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}} \leqslant m^*_\varepsilon \leqslant z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}}. \quad (18)$$

Так как математическое ожидание не может быть отрицательным числом, то нижний предел доверительного интервала ограничивается нулем, а верхний предел — числом $z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}}$. Следовательно,

$$0 \leqslant m^*_\varepsilon \leqslant z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}}. \quad (19)$$

Таким образом, нижняя граница доверительного интервала для математического ожидания помехи равна

$$m^*_{\varepsilon n} = 0, \quad (20)$$

а верхняя граница

$$m^*_{\varepsilon v} = z_p\frac{\sigma^*_\varepsilon}{\sqrt{N}}. \quad (21)$$

Построив доверительный интервал для математического ожидания через определенные моменты времени, можно не только выявить скрытый период момента зарождения дефекта, но и определить динамику его развития.

2. Технология определения скрытого периода зарождения неисправности технических объектов и динамики ее развития с использованием доверительного интервала для математического ожидания помехи

Известно, что обычно доверительный интервал используют для того, чтобы с заданной вероятностью утверждать, в каком диапазоне находится истинное значение статистической характеристики [16—18]. Согласно известной формуле (6) доверительный интервал для математического ожидания можно сузить или расширить за счет снижения уровня значимости или увеличения объема выборки или наоборот. Это делается для того, чтобы определить, насколько значение оценки точно, так как чем у́же доверительный интервал, тем точнее значение оценки математического ожидания.

Однако в предлагаемом алгоритме ширина доверительного интервала для математического ожидания помехи при постоянном уровне значимости и объеме выборки используется как информативный признак для контроля динамики развития неисправности технического объекта. Остановимся на этом вопросе подробнее.

1. В момент времени t_0, когда объект находится в нормальном состоянии, вычисляются оценки дисперсии $D^*_{\varepsilon-t_0}$ и среднего квадратического отклонения $\sigma^*_{\varepsilon-t_0}$ помехи по выражениям (13)—(16).

Вычисляется верхний предел $m^*_{\varepsilon v-t_0}$ доверительного интервала для математического ожидания помехи $m^*_{\varepsilon-t_0}$ в момент t_0: $m^*_{\varepsilon v-t_0} = z_p\frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_0}}{\sqrt{N}}$. Нижний предел всегда остается равным нулю $m^*_{\varepsilon n-t_0} = 0$.

Строится доверительный интервал

$$0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_0} \leqslant z_p\frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_0}}{\sqrt{N}}. \quad (22)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_0, попавших в построенный доверительный интервал:

$$M^*_{\varepsilon-t_0} = \left\{m^*_{\varepsilon-t_0}\,\middle|\,m^*_{\varepsilon n-t_0} \leqslant m^*_{\varepsilon-t_0} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_0}\right\} \text{ или}$$
$$M^*_{\varepsilon-t_0} = \left\{m^*_{\varepsilon-t_0}\,\middle|\,0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_0} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_0}\right\} \quad (23)$$

2. Через определенный промежуток времени в момент t_1 заново вычисляются оценки дисперсии $D^*_{\varepsilon-t_1}$ и среднего квадратического отклонения $\sigma^*_{\varepsilon-t_1}$ помехи.

Вычисляется оценка верхнего $m^*_{\varepsilon v-t_1}$ предела доверительного интервала для математического ожидания помехи $m^*_{\varepsilon v-t_1} = z_p \frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_1}}{\sqrt{N}}$, и строится доверительный интервал

$$0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_1} \leqslant z_p \frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_1}}{\sqrt{N}}. \quad (24)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_1:

$$M^*_{\varepsilon-t_1} = \left\{ m^*_{\varepsilon-t_1} \middle| m^*_{\varepsilon n-t_1} \leqslant m^*_{\varepsilon-t_1} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_1} \right\} \text{ или}$$
$$M^*_{\varepsilon-t_1} = \left\{ m^*_{\varepsilon-t_1} \middle| 0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_1} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_1} \right\}. \quad (25)$$

3. Следует отметить, что при возникновении неисправности значение среднего квадратического отклонения помехи возрастает. Тогда при постоянном уровне значимости и объеме выборки значение оценки верхнего предела $m^*_{\varepsilon v-t_1}$ доверительного интервала для математического ожидания помехи в момент времени t_1 будет больше верхнего предела доверительного интервала для математического ожидания $m^*_{\varepsilon-t_0}$ в момент t_1. Очевидно, что в этом случае доверительный интервал (24) в момент времени t_1 будет шире, чем доверительный интервал (22) в момент времени t_0.

Поэтому находится разность множеств возможных значений математического ожидания помехи $M^*_{\varepsilon-t_1}$ в момент времени t_1 и возможных значений математического ожидания помехи $M^*_{\varepsilon-t_0}$ в момент времени t_0:

при $m^*_{\varepsilon v-t_1} > m^*_{\varepsilon v-t_0}$

$$M^*_{\varepsilon-t_0-t_1} = M^*_{\varepsilon-t_1} \backslash M^*_{\varepsilon-t_0} := M^*_{\varepsilon-t_1} \cap \overline{M^*_{\varepsilon-t_0}} =$$
$$= \left\{ m^*_{\varepsilon-t_1} \middle| m^*_{\varepsilon-t_1} \in M^*_{\varepsilon-t_1} \text{ и } m^*_{\varepsilon-t_1} \notin M^*_{\varepsilon-t_0} \right\}, \quad (26)$$

т. е. тех значений математического ожидания, которые входят в множество $M^*_{\varepsilon-t_1}$, но не входят в множество $M^*_{\varepsilon-t_0}$.

Устанавливается соответствие между значением разности $M^*_{\varepsilon-t_0-t_1}$ и степенью повреждения.

4. Через некоторое время в момент t_2 заново вычисляются оценки дисперсии $D^*_{\varepsilon-t_2}$ и среднего квадратического отклонения $\sigma^*_{\varepsilon-t_2}$ помехи.

Если $\sigma^*_{\varepsilon-t_2} = \sigma^*_{\varepsilon-t_1}$, то динамика развития неисправности не наблюдается, т. е. объект находится в стабильном неисправном состоянии.

Если $\sigma^*_{\varepsilon-t_2} > \sigma^*_{\varepsilon-t_1}$, то вычисляется оценка верхнего $m^*_{\varepsilon v-t_2}$ предела доверительного интервала для математического ожидания помехи в момент t_2: $m^*_{\varepsilon v-t_2} = z_p \frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_2}}{\sqrt{N}}$, и строится доверительный интервал

$$0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_2} \leqslant z_p \frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_2}}{\sqrt{N}}. \quad (27)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_2:

$$M^*_{\varepsilon-t_2} = \left\{ m^*_{\varepsilon-t_2} \middle| m^*_{\varepsilon n-t_2} \leqslant m^*_{\varepsilon-t_2} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_2} \right\} \text{ или}$$
$$M^*_{\varepsilon-t_2} = \left\{ m^*_{\varepsilon-t_2} \middle| 0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_2} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_2} \right\}. \quad (28)$$

Находится разность множеств возможных значений математического ожидания помехи $M^*_{\varepsilon-t_2}$ в момент времени t_2 и возможных значений математического ожидания помехи $M^*_{\varepsilon-t_1}$ в момент времени t_1:

при $m^*_{\varepsilon v-t_2} > m^*_{\varepsilon v-t_2}$

$$M^*_{\varepsilon-t_1-t_2} = M^*_{\varepsilon-t_2} \backslash M^*_{\varepsilon-t_1} := M^*_{\varepsilon-t_2} \cap \overline{M^*_{\varepsilon-t_1}} =$$
$$= \left\{ m^*_{\varepsilon-t_2} \middle| m^*_{\varepsilon-t_2} \in M^*_{\varepsilon-t_2} \text{ и } m^*_{\varepsilon-t_2} \notin M^*_{\varepsilon-t_1} \right\}, \quad (29)$$

т. е. тех значений математического ожидания помехи, которые входят в множество $M^*_{\varepsilon-t_2}$, но не входят в множество $M^*_{\varepsilon-t_1}$.

5. Затем сравниваются разности $M^*_{\varepsilon-t_1-t_2}$ и $M^*_{\varepsilon-t_0-t_1}$. Если разность $M^*_{\varepsilon-t_1-t_2} = M^*_{\varepsilon-t_0-t_1}$, то неисправность развивается с равномерной интенсивностью. Если $M^*_{\varepsilon-t_1-t_2} > M^*_{\varepsilon-t_0-t_1}$, то неисправность развивается интенсивно, а если $M^*_{\varepsilon-t_1-t_2} \gg M^*_{\varepsilon-t_0-t_1}$, то неисправность развивается очень интенсивно. Тогда в зависимости от степени динамики развития неисправности следует провести соответствующие профилактические или ремонтные работы с остановкой или без остановки работы исследуемого объекта контроля.

6. После проведения ремонтных работ в момент времени t_3 заново вычисляется верхний предел $m^*_{\varepsilon v-t_3}$ доверительного интервала для математического ожидания помехи:

$$m^*_{\varepsilon v-t_3} = z_p \frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_3}}{\sqrt{N}}.$$

Строится доверительный интервал

$$0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_3} \leqslant z_p \frac{\sigma^*_{\varepsilon-t_3}}{\sqrt{N}}. \quad (30)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_3, попавших в построенный доверительный интервал:

$$M^*_{\varepsilon-t_3} = \left\{ m^*_{\varepsilon-t_3} \middle| m^*_{\varepsilon n-t_3} \leqslant m^*_{\varepsilon-t_3} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_3} \right\} \text{ или}$$
$$M^*_{\varepsilon-t_3} = \left\{ m^*_{\varepsilon-t_3} \middle| 0 \leqslant m^*_{\varepsilon-t_3} \leqslant m^*_{\varepsilon v-t_3} \right\}. \quad (31)$$

Так как при отсутствии неисправности значение среднего квадратического отклонения помехи уменьшается, то при постоянном уровне значимости и объеме выборки значение оценки верхнего предела $m^*_{\varepsilon\nu-t_3}$ доверительного интервала для математического ожидания помехи в момент времени t_3 оказывается меньше верхнего предела доверительного интервала для математического ожидания помехи в моменты t_1 и t_2 и будет приближаться к значению $m^*_{\varepsilon\nu-t_0}$ в момент t_0. Очевидно, что в этом случае доверительный интервал (31) в момент времени t_3 будет у́же, чем доверительные интервалы (24), (27) в моменты времени t_1 и t_2.

Таким образом, сравнивая значения разностей множеств возможных значений математического ожидания помехи $M^*_{\varepsilon-t_i}$ в момент времени t_i и возможных значений математического ожидания помехи $M^*_{\varepsilon-t_{i+1}}$ в момент времени t_{i+1}, можно делать вывод о динамике развития неисправности.

3. Результаты вычислительного эксперимента и сравнительного анализа

Для проверки достоверности алгоритма вычисления доверительного интервала для математического ожидания помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$ были выполнены вычислительные эксперименты с использованием средства компьютерной математики MATLAB, которые проводились следующим образом.

Сначала был сформирован полезный сигнал $x(t)$. Известно, что любой стационарный случайный процесс $x(t)$ на бесконечном интервале T можно сколь угодно точно аппроксимировать линейной комбинацией гармонических колебаний со случайной амплитудой и фазой [10]. В общем виде совокупность функций

$$x_k(t) = \sum_{\nu=1}^{n}\left(a_{\nu k}\cos\left(\frac{2\pi\nu}{T}t + \phi_{1\nu k}\right) + \right.$$
$$\left. + b_{\nu k}\sin\left(\frac{2\pi\nu}{T}t + \phi_{2\nu k}\right)\right)$$

характеризует собой случайный процесс, если известны функции распределения вероятности коэффициентов $a_{\nu k}$, $b_{\nu k}$ и фаз $\phi_{1\nu k}$, $\phi_{2\nu k}$ [10]. Поэтому при проведении вычислительных экспериментов был смоделирован полезный случайный сигнал

$$x(t) = 40\sin\left(2\pi\frac{(k\cdot 0,2)^n}{T} + \phi\right) + 100$$

в виде возмущенной гармонической дискретной функции с начальной фазой ϕ, которая имеет равномерное распределение вероятностей, где $k \in [0, K]$, $K = 300$, показатель степени $n = 1{,}5$; период сигнала $T = 100$; начальная фаза ϕ задавалась в виде rand(size(k))$\cdot\pi$ /3, где функция rand(size(k)) формирует вектор, соразмерный с вектором k, элементами которого являются случайные величины, распределенные по равномерному закону в интервале (0, 1) [10].

Допускалось, что полезный сигнал — стационарный эргодический процесс, и $x(t)$ − одна из его реализаций.

С помощью генератора случайных чисел были сформированы нормально распределенные помехи $\varepsilon_i(t)$ с заданными значениями средних квадратических отклонений $\sigma_{\varepsilon i} = \sqrt{D_{\varepsilon i}}$ и нулевым математическим ожиданием $m_{\varepsilon i} = 0$. Предполагается, что это есть истинные помехи в моменты времени t_i. Для простоты эксперимента для трех моментов времени t_1, t_2 и t_3 были сформированы три помехи $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ с заданными значениями средних квадратических отклонений $\sigma^*_{\varepsilon_1} = 18,45$, $\sigma^*_{\varepsilon_2} = 23,06$, $\sigma^*_{\varepsilon_3} = 27,67$ и нулевым математическим ожиданием $m_\varepsilon = 0$. Затем формировались зашумленные сигналы $g_1(t) = x(t) + \varepsilon_1(t)$, $g_2(t) = x(t) + \varepsilon_2(t)$, $g_3(t) = x(t) + \varepsilon_3(t)$.

После этого были вычислены оценки средних квадратических отклонений помехи по предложенным алгоритмам (13)—(16), которые составили $\sigma^*_{\varepsilon_1} = 19,193$, $\sigma^*_{\varepsilon_2} = 23,267$, $\sigma^*_{\varepsilon_3} = 27,441$. Из приведенных результатов очевидно, что эти значения практически совпадают с заданными значениями $\sigma^*_{\varepsilon_1} = 18,45$, $\sigma^*_{\varepsilon_2} = 23,06$, $\sigma^*_{\varepsilon_3} = 27,67$. Поэтому вычисленные оценки $\sigma^*_{\varepsilon_1}, \sigma^*_{\varepsilon_2}, \sigma^*_{\varepsilon_3}$ можно использовать для определения доверительного интервала для математического ожидания помехи.

Затем были вычислены верхние границы доверительного интервала для математического ожидания для всех трех помех $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ по выражениям

$$m^*_{\varepsilon\nu_1} = z_p\frac{\sigma^*_{\varepsilon_1}}{\sqrt{N}},\ m^*_{\varepsilon\nu_2} = z_p\frac{\sigma^*_{\varepsilon_2}}{\sqrt{N}},\ m^*_{\varepsilon\nu_3} = z_p\frac{\sigma^*_{\varepsilon_3}}{\sqrt{N}}, \quad (32)$$

и определены доверительные интервалы в моменты времени t_1, t_2 и t_3:

$$0 \leqslant m^*_{\varepsilon_1} \leqslant m^*_{\varepsilon\nu_1},\ 0 \leqslant m^*_{\varepsilon_2} \leqslant m^*_{\varepsilon\nu_2},\ 0 \leqslant m^*_{\varepsilon_3} \leqslant m^*_{\varepsilon\nu_3}. \quad (33)$$

Таким образом, были получены следующие значения верхних границ доверительного интервала: $m^*_{\varepsilon\nu_1} = 3,07$, $m^*_{\varepsilon\nu_2} = 3,6907$, $m^*_{\varepsilon\nu_3} = 4,4289$, и построены доверительные интервалы для математического ожидания помехи:

$$0 \leqslant m^*_{\varepsilon_1} \leqslant 3,07,\ \ 0 \leqslant m^*_{\varepsilon_2} \leqslant 3,69,\ \ 0 \leqslant m^*_{\varepsilon_1} \leqslant 4,42.$$

Из приведенных результатов следует, что ширина доверительного интервала для мате-

Результаты экспериментов при определении доверительного интервала для математического ожидания помехи в различные моменты времени

Results of the experiments to determine the confidence interval for the mathematical expectation of the noise at different instants of time

Параметры								
σ_{ε_1}	$\sigma^*_{\varepsilon_1}$	$\Delta\sigma_{\varepsilon_1}$, %	σ_{ε_2}	$\sigma^*_{\varepsilon_2}$	$\Delta\sigma_{\varepsilon_2}$, %	σ_{ε_3}	$\sigma^*_{\varepsilon_3}$	$\Delta\sigma_{\varepsilon_3}$, %
22,677	23,215	2,32	27,21	27,46	0,89	31,75	31,75	0,01
Параметры								
$m_{\varepsilon\nu_1}$	$m^*_{\varepsilon\nu_1}$	$\Delta m_{\varepsilon\nu_1}$, %	$m_{\varepsilon\nu_2}$	$m^*_{\varepsilon\nu_2}$	$\Delta m_{\varepsilon\nu_2}$, %	$m_{\varepsilon\nu_3}$	$m^*_{\varepsilon\nu_3}$	$\Delta m_{\varepsilon\nu_3}$, %
4,44	4,55	2,37	5,33	5,38	0,8967	6,22	6,22	0,01

матического ожидания помехи с течением времени t_2—t_1 и t_3—t_2 увеличилась. По разностям

$$M^*_{\varepsilon_2-\varepsilon_1} = M^*_{\varepsilon_2} \backslash M^*_{\varepsilon_1} := M^*_{\varepsilon_2} \cap \overline{M^*_{\varepsilon_1}} = \\ = \left\{ m^*_{\varepsilon_2} \middle| m^*_{\varepsilon_2} \in M^*_{\varepsilon_2} \text{ и } m^*_{\varepsilon_2} \notin M^*_{\varepsilon_1} \right\}; \qquad (34)$$

$$M^*_{\varepsilon_3-\varepsilon_2} = M^*_{\varepsilon_3} \backslash M^*_{\varepsilon_2} := M^*_{\varepsilon_3} \cap \overline{M^*_{\varepsilon_2}} = \\ = \left\{ m^*_{\varepsilon_3} \middle| m^*_{\varepsilon_3} \in M^*_{\varepsilon_3} \text{ и } m^*_{\varepsilon_3} \notin M^*_{\varepsilon_2} \right\}, \qquad (35)$$

т. е. по разностям 3,69 − 3,07 и 4,42 − 3,69 после соответствующего обучения судят о динамике развития неисправности в системе контроля. При этом математическое ожидание помехи равно нулю и не меняется со временем, а меняется доверительный интервал. Поэтому доверительный интервал является более информативным признаком изменения технического состояния объекта контроля.

Аналогичные результаты получены и при проведении других вычислительных экспериментов. Например, смоделирован полезный случайный сигнал

$$x(t) = 20\cos\left(2\pi\frac{(k\cdot 0,5)^{n_1}}{T} + \phi_1\right) + \\ + 25\sin\left(2\pi\frac{(k\cdot 1,5)^{n_2}}{T} + \phi_2\right) + 100$$

в виде возмущенной гармонической дискретной функции с амплитудами и начальными фазами ϕ_1, ϕ_1, которые имеют равномерное распределение вероятностей (или с равномерной плотностью вероятности), где $k \in [0, K]$, $K = 200$, показатели степеней $n_1 = 1,5$, $n_2 = 0,5$; период сигнала $T = 100$; амплитуды задаются в виде rand(size(k)), rand(size(k)); начальные фазы ϕ_1, ϕ_2 — в виде rand(size(k))π/3, rand(size(k))π/3 [10]. Помехи сформированы аналогично помехам первого эксперимента со средними квадратическими отклонениями $\sigma_{\varepsilon_1} = 22,677$, $\sigma_{\varepsilon_2} = 27,21$, $\sigma_{\varepsilon_3} = 31,75$. Результаты вычислительных экспериментов приведены в таблице.

Таким образом, из результатов множества вычислительных экспериментов очевидно, что увеличение ширины доверительного интервала для математического ожидания помехи является достаточно эффективным информативным признаком контроля динамики развития неисправности.

Заключение

Разработанные в работе алгоритмы построения доверительного интервала для математического ожидания помехи позволяют не только определить начало скрытого периода появления неисправности, но также определить динамику ее развития. При этом в качестве информативного признака принимается ширина доверительного интервала для математического ожидания помехи, которая меняется во времени в соответствии с развитием дефекта. Применение разработанных алгоритмов в системах контроля позволит повысить эффективность функционирования этих систем [18—22].

Список литературы

1. **Aliev T.** Noise Control of the Beginning and Development Dynamics of Accidents. Springer, 2019, 201 p. DOI 10.1007/978-3-030-12512-7.

2. **Aliev T. A.** Digital Noise Monitoring of Defect Origin, Springer, New York, 2007. 223 p. DOI 10.1007/978-0-387-71754-8.

3. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T.** Density Function of Noise Distribution as an Indicator for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Unit (SRPU) // Journal of Automation and Information Sciences. 2017. Vol. 49. N. 4. P. 1—11. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i4.10.

4. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** Technologies for Early Monitoring of Technical Objects Using the Estimates of Noise Distribution Density // Journal of Automation and Information Sciences. 2019 Vol. 51, N. 9. P. 12—23. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i9.20.

5. **Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Сулейманова М. Т., Газызаде Б. И.** Чувствительные алгоритмы выявления степени развития неисправности штанговой глубинной насосной установки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 2. С. 94—102. DOI: 10.17587/mau.18.91-102.

6. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** An algorithm for eliminating microerrors of noise in the solution of statistical dynamics problems // Automation and remote control. 1998. Vol. 59 (2), N. 5. P. 679—688.

7. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I.** Analytic representation of the density function of normal distribution of noise // Journal of Automation and Information Sciences. 2015. Vol. 47(8), N. 4. P. 24—40. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v47.i8.30.

8. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I.** Technology for calculating the parameters of the density function of normal distribution of the useful component in a noisy process // Journal of Automation and Information Sciences. 2016. Vol. 48, No. 4. P. 35—55. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v48.i4.50.

9. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I.** Algorithms of building a model of the noisy process by correction of the law of its distribution // Journal of Automation and Information Sciences. 2017. Vol. 49, N. 9. P. 61—75. DOI: 10.1615/ JAutomatInfScien.v49.i9.50.

10. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T.** Algorithms for Indicating the Beginning of Accidents Based on the Estimate of the Density Distribution Function of the Noise of Technological Parameters // Automatic Control and Computer Science. 2018. Vol. 52, N. 3. P. 231—242. DOI: 10.3103/S0146411618030021.

11. **Musaeva N. F.** Robust method of estimation with "contaminated" coarse errors // Automatic Control and Computer Sciences. 2003. Vol. 37, N. 6. P. 50—63. URL: https:// elibrary.ru/contents.asp?id=33405883.

12. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** Statistical identification with error balancing // Journal of computer and systems sciences international. 1996. Vol. 34, N. 5. P. 119—124.

13. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** Algorithms for improving adequacy of statistical identification // Journal of computer and systems sciences International. 1997. Vol. 36, N. 3. P. 363—369. URL: https://www.tib.eu/en/search/id/olc%3A1518633188/Algorithms-for-Improving-Adequacy-of-Statistical.

14. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I.** Algorithm of application of high-order moments of the useful component as a diagnostic indicator of changes in the technical state // Journal of Automation and Information Sciences. 2018. Vol. 50, N. 11. P. 29—43. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i11.30.

15. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I.** Algorithms for calculating high-order moments of the noise of noisy signals // Journal of Automation and Information Sciences. 2018. Vol. 50, N. 6. P. 1—13. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i6.10.

16. **Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.** Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: КНОРУС, 2013. 448 с.

17. **Иванова В. М., Калинина В. Н., Нешумова Л. А., Решетникова И. О.** Математическая статистика. М.: Высшая Школа, 1975. 398 с.

18. **Миловзоров Г. В., Ильин А. П., Редькина Т. А.** Методы диагностирования состояния глубинного насосного оборудования на основе результатов динамометрирования // Вестник Ижевского государственного технического университета им. Калашникова М. Т. 2019. Т. 22, № 4. С. 64—72. DOI: 10.22213/2413-1172-2019-4-64-72.

19. **Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А., Базылев Д. Н., Синетова М. М.** Адаптивный наблюдатель магнитного потока для неявнополюсного синхронного двигателя с постоянными магнитами в условиях шумов в измерениях силы тока и напряжения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 4. С. 215—218. DOI: 10.17587/mau.20.215-218.

20. **Жирабок А. Н., Овчинников Д. Ю., Филатов А. Л., Шумский А. Е., Яценко Н. А.** Диагностирование нелинейных динамических систем непараметрическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 8. С. 508—515. DOI: 10.17587/mau.19.508-515.

21. **Peihua Qiu, Wendong Li & Jun Li.** A New Process Control Chart for Monitoring Short-Range Serially Correlated Data // Technometrics, 2020. Vol. 62, N. 1. P. 71—83. DOI: 10.1080/00401706.2018.1562988.

22. **Mammadova M. H., Jabrayilova Z. G.** Decision-making support in human resource management based on multi-objective optimization // TWMS Journal of pure and applied mathematics. 2018. Vol. 9, N. 1. P. 52—72. WOS:000432938900005.

Algorithms for Constructing the Confidence Interval for the Mathematical Expectation of the Noise and their Application in the Control of the Dynamics of Accident Development

T. A. Aliev[1,2], telmancyber@gmail.com, **N. F. Musaeva**[2], musanaila@gmail.com,
M. T. Suleymanova[1], metanet_suli@yahoo.com

[1]Institute of Control Systems (Azerbaijan National Academy of Sciences), AZ1141, Baku, Republic of Azerbaijan
[2]Azerbaijan University of Architecture and Construction, AZ1073, Baku, Republic of Azerbaijan

Corresponding author: **Musaeva Naila F.**, Doctor of Engineering,
Azerbaijan University of Architecture and Construction, AZ1073, Baku, Republic of Azerbaijan,
e-mail: musanaila@gmail.com

Accepted on April 02, 2020

Abstract

The paper deals with the development of algorithms for constructing the confidence interval for the mathematical expectation of the noise of a noisy signal. It is noted that the noise characteristics can be used as informative attributes of the beginning of the initiation of a defect in a technical object. It is also indicated that the problem of determining the dynamics of changes in the technical condition of an object is more important than the control of the onset of a malfunction. This is based on the fact that with a slight development of a malfunction or lack of development, there is no need to stop the object's operation for repair. In contrast, strong dynamics of development of a defect requires urgent action. It is noted that a timely solution to this problem is especially relevant for oil and gas production facilities and other similar facilities. It is shown that confidence intervals for the noise characteristics of a noisy signal can be used as informative attributes of determining the dynamics of a malfunction. Algorithms for determining the confidence interval for the mathematical expectation of the noise are developed. Technologies are proposed for determining the latent period of the initiation of the malfunction of technical objects and the dynamics of its development using the confidence interval for the mathematical expectation of the noise. To this end, at the instant of time when the object is in a normal state, a confidence interval is constructed for the mathematical expectation of the noise, and a set of possible values that fall into this interval is compiled. After a certain period of time, this procedure is repeated. It is noted that when a malfunction occurs, the width of the confidence *interval increases. Therefore, the difference between the sets of possible values of the mathematical expectation of the noise at the previous and current instants is found. A correspondence is established between the value of this difference and the degree of damage development. By determining each time the differences of the sets of possible values of the mathematical expectation of the noise, the dynamics of the development of the malfunction in time is revealed. Then the corresponding conclusions are made, such as "the malfunction develops with uniform intensity", "the malfunction develops intensively", "the malfunction develops very intensively", etc. Depending on the degree of malfunction development, appropriate preventive or repair work is carried out with or without stopping the operation of the control object. To verify the reliability of the developed algorithm for constructing the confidence interval for the mathematical expectation of the noise of a noisy signal and the technology for determining the latent period of initiation of malfunction of technical objects and the dynamics of its development, computational experiments are carried out using the MATLAB computing environment.*

Keywords: *useful signal, noise, noisy signal, noise characteristics, mathematical derivation of noise, confidence interval, degree of object's malfunction, dynamics of malfunction development.*

Acknowledgements: The study has been carried out with the financial support of the Science Fund of the State Oil Company of the Azerbaijan Republic within the framework of the research project "Development of a system for adequate identification and early diagnostics on the basis of the position-binary technology".

For citation:

Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Algorithms for Constructing the Confidence Interval for the Mathematical Expectation of the Noise and their Application in the Control of the Dynamics of Accident Development, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 9, pp. 521—529.

DOI: 10.17587/mau.21.521-529

References

1. **Aliev T.** Noise Control of the Beginning and Development Dynamics of Accidents. Springer, 2019, 201 p. DOI: 10.1007/978-3-030-12512-7.

2. **Aliev T. A.** Digital Noise Monitoring of Defect Origin, Springer, New York, 2007, 223 p. DOI: 10.1007/978-0-387-71754-8.

3. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T.** Density Function of Noise Distribution as an Indicator for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Unit (SRPU), *Journal of Automation and Information Sciences*, 2017, vol. 49, no. 4, pp. 1—11. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i4.10.

4. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** Technologies for Early Monitoring of Technical Objects Using the Estimates of Noise Distribution Density, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2019, vol. 51, no. 9, pp. 12—23. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i9.20.

5. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I.** Sensitive Algorithms for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Units, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, Moscow, 2017, vol. 18, no. 2, pp. 94—102 (in Russian)

6. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** An algorithm for eliminating microerrors of noise in the solution of statistical dynamics problems, *Automation and remote control,* 1998, vol. 59 (2), no. 5, pp. 679—688.

7. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I.** Analytic representation of the density function of normal distribution of noise, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2015, vol. 47(8), no. 4. pp. 24—40. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v47.i8.30.

8. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I.** Technology for calculating the parameters of the density function of normal distribution of the useful component in a noisy process, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2016, vol. 48, no 4, pp. 35—55. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v48.i4.50.

9. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms of building a model of the noisy process** by correction of the law of its distribution, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2017, vol. 49, no. 9, pp. 61—75. DOI: 10.1615/ JAutomatInfScien.v49.i9.50.

10. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T.** Algorithms for Indicating the Beginning of Accidents Based on the Estimate of the Density Distribution Function of the Noise of Technological Parameters, *Automatic Control and Computer Science,* 2018, vol. 52, no. 3, pp. 231—242. DOI: 10.3103/S0146411618030021.

11. **Musaeva N. F.** Robust method of estimation with "contaminated" coarse errors. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2003, vol. 37, no. 6, pp. 50—63, available at: https:// elibrary.ru/contents.asp?id=33405883.

12. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** Statistical identification with error balancing, *Journal of computer and systems sciences international,* 1996, vol. 34, no. 5, pp. 119—124.

13. **Aliev T. A., Musaeva N. F.** Algorithms for improving adequacy of statistical identification, *Journal of computer and systems sciences International*, 1997, vol. 36, no. 3, pp. 363—369, available at: https://www.tib.eu/en/search/id/olc%3A1518633188/.

14. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I.** Algorithm of application of high-order moments of the useful component as a diagnostic indicator of changes in the technical state, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2018, vol. 50, no. 11, pp. 29—43, available at: **https://** DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i11.30.

15. **Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms for calculating high-order moments of the noise of noisy signals,** *Journal of Automation and Information Sciences*, 2018, vol. 50, no. 6, pp. 1—13, available at: https:// DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i6.10.

16. **Ventsel Y. S., Ovcharov L. A.** The Theory of Random Processes and Its Engineering Applications, 5th ed., Moscow, KNORUS, 2013, 448 p. (in Russian).

17. **Ivanova V. M., Kalinina V. N., Neshumova L. A., Reshetnikova I. O.** Mathematical Statistics, Moscow, Vysshaya Shkola, 1975, 398 p. (in Russian).

18. **Milovzorov G. V., Ilyin A. P., Red'kina T. A.** Methods for Diagnosis of Downhole Pumping Equipment Condition Based on Dynamometry, *Vestnik Izhevskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta named by Kalashnikov M. T.* 2019, vol. 22, no. 4, pp. 64—72. DOI: 10.22213/2413-1172-2019-4-64-72 (in Russian).

19. **Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Vedyakov A. A., Bazylev D. N., Sinetova M. M.** Adaptive Flux Observer for Nonsalient PMSM with Noised Measurements of the Current and Voltage, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie.* 2019, vol. 20, no. 4, pp. 215—218. DOI: 10.17587/mau.20.215-218 (in Russian).

20. **Zhirabok A. N., Ovchinnikov D. Y., Filatov A. L., Shumsky A. Y., Yatsenko N. A.** Fault Diagnosis in Nonlinear Dynamic Systems by Non-Parametric Method. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenieб* 2018, vol. 19, no. 8, pp. 508—515 (in Russian). DOI: 10.17587/mau.19.508-515 (in Russian).

21. **Peihua Qiu, Wendong Li & Jun Li.** A New Process Control Chart for Monitoring Short-Range Serially Correlated Data, *Technometrics*, 2020, vol. 62, no. 1, pp. 71—83. DOI: 10.1080/00401706.2018.1562988

22. **Mammadova M. H., Jabrayilova Z. G.** Decision-making support in human resource management based on multi-objective optimization, *TWMS Journal of pure and applied mathematics*, 2018, vol. 9, no. 1, pp. 52—72, WOS:000432938900005.