

О. Ф. Опейко, канд. техн. наук, доц., oopeiko@bntu.by,
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Робастный синтез дискретных ПИД регуляторов для объектов с интервальными параметрами

Целью работы является робастный линейный синтез многоконтурной системы с одним входом и одним выходом с пропорционально интегрирующими дискретными (ПИ) регуляторами для объекта с параметрами, заданными на интервале. Параметрический синтез ПИ регуляторов основан на разделении движений системы на быструю и медленную составляющие и локализации корней на комплексной плоскости. Метод эффективен, если динамика системы имеет быструю и медленную составляющие движения, в частности, для автоматизированных электроприводов технологических объектов. Приведен пример расчета и моделирования, иллюстрирующий разработанный метод.

Ключевые слова: многоконтурная система, редуциция порядка, линейная модель, модальный синтез, пропорционально-интегрирующий регулятор, робастность, дискретное управление

Введение

Управление с регуляторами простой структуры (ПИ, ПИД) привлекает внимание исследователей [1–5] по причине широкой применимости в системах промышленной автоматики. Робастный синтез ПИ, ПИД регуляторов рассмотрен, в частности, в работах [3–5]. В работе [3] представлен метод синтеза ПИД регуляторов, свободный от аналитической модели объекта. Синтез робастного управления дискретных систем [4, 5] остается актуальным, тем более что точное решение задачи дискретного синтеза обычно дает сложные выражения для закона управления.

Вместе с тем, применение редуцированных моделей и разделения движений на быструю и медленную составляющие [6–15] позволяет построить синтез параметров управления на основании хоть и приближенных выражений, но отражающих основные свойства.

Целью работы является синтез дискретных робастных ПИ регуляторов двухконтурной системы на основании локализации корней и разделения движений на быструю и медленную составляющие для объекта со структурной и параметрической заданной на интервале неопре-

деленностью [16, 17]. Синтез выполняется в следующих предположениях.

Требуемое время регулирования системы значительно меньше, чем минимальное время реакции объекта на единичное ступенчатое воздействие во всем диапазоне изменения параметров объекта. Во внутреннем контуре время регулирования значительно меньше, чем во внешнем. Поэтому во внешнем контуре время расчета сигнала на выходе ПИ регулятора допускается большее, чем во внутреннем, но кратно ему.

Структура двухконтурной системы показана на рис. 1. Контурные и их регуляторы нумеруются начиная от внешнего контура.

Область качества и траектория корней

Система содержит цифровое управление с ПИ регуляторами K_1 и K_2 вида $K_i = M_i/N_i = (c_{1i}(z-1) + c_{0i}T_C)/(z-1)$, ($i = 1, 2$) и непрерывный линейризованный объект, описываемый векторно-матричными уравнениями

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u, \quad y = C_p x_p.$$

В этих уравнениях x_p — вектор переменных состояния объекта; A_p , B_p , C_p — матрицы его параметров; u — сигнал управления, формируемый дискретными ПИ регуляторами; y — выход объекта.

Замена переменной [19, 20] $z = T_C q + 1$ отображает единичный круг с центром в начале координат на плоскости z в круг в левой полуплоскости переменной q радиусом $R_C = T_C^{-1}$. Внутренний контур содержит цифровой ПИ регулятор с периодом T_C дискретности, внешний — с периодом

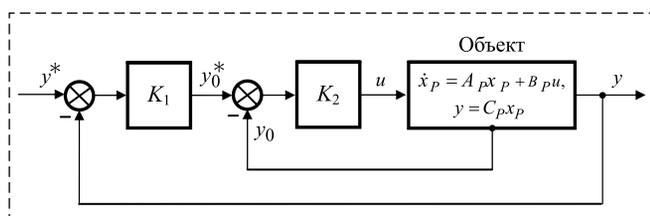


Рис. 1

$T_{C1} = kT_C$ (k — целая положительная величина), и радиусы областей устойчивости равны $R_C = T_C^{-1}$ и $R_{C1} = T_{C1}^{-1} = \varepsilon R_C$ соответственно.

Два параметра ПИ регулятора позволяют обеспечить заданные показатели качества лишь для модели объекта первого порядка. Передаточные функции редуцированных [21] моделей объекта для внутреннего и внешнего контуров имеют вид $W_{P_i}(s) = M_{P_i}(s)/N_{P_i}(s) = b_{P_i}/(s + a_{P_i})$ ($i = 1, 2$) или, в дискретном виде, $W_{P_i} = M_{P_i}(z)/N_{P_i}(z)$. Здесь и везде далее $T_{C2} = T_C$, $R_{C2} = R_C$, $N_{P_i}(z) = z - d_i$, $d_i = \exp(-T_C a_{P_i})$, $b'_{P_i} = b_{P_i}(1 - d_i)$, $M_{P_i}(z) = M_{P_i} = b_{P_i}$. Параметры объекта изменяются в интервалах $a_{P_i} \in [\underline{a}_{P_i}, \bar{a}_{P_i}]$, $b_{P_i} \in [\underline{b}_{P_i}, \bar{b}_{P_i}]$.

Для двух комплексных сопряженных корней $q_{1,2} = -\alpha_0 \pm j\omega_0$ желаемого характеристического полинома синтезируемого контура справедливы ограничения $\text{Re}(q_i) = \alpha_{0i} \in [\underline{\alpha}_{0i}, \bar{\alpha}_{0i}]$ ($i = 1, 2$), $\omega_{0i}/\alpha_{0i} \leq k_0$, которые определяют желаемую область качества в виде трапеции на комплексной плоскости переменной s . На плоскости переменной q это будет криволинейная трапеция.

Области качества на плоскости q показаны на рис. 2.

Характеристический полином замкнутого i -го контура принимает вид $N_i(z) = (z - 1)(z - d_i) + (T_C c_{0i} + c_{1i}(z - 1))b'_{P_i}$. Замена переменной $z = (T_C q + 1)$ позволяет перейти к выражению полинома через переменную q :

$$N_i(q) = q^2 + qa'_{P_i}(1 + c_{1i}b'_{P_i}) + c_{0i}b'_{P_i}a'_{P_i}. \quad (1)$$

Здесь $a'_{P_i} = (1 - d_i)/T_C$. Пусть равные действительные [21, 22] корни $q_1 = q_2 = -\alpha_{0i} = -(a_{P_i} + c_{1i}b_{P_{0i}})/2$ получаются при расчетном значении $b_{P_i} = b_{P_{0i}}$, т. е. $c_{1i} = (2\alpha_{0i} - a_{P_{0i}})/b_{P_{0i}}$; $c_{0i} = q_1 q_2 / b_{P_{0i}}$. Относительные значения $\gamma_{1i} = a_{P_i}/a_{P_{0i}}$ и $\gamma_i = b_{P_i}/b_{P_{0i}}$ параметров объекта упрощают анализ движения корней при изменениях параметров объекта. Если $a_{P_0} \neq 0$ и $b_{P_{0i}} \neq 0$, полином (1) можно представить в виде

$$N_i(q) = q^2 + q(a_{P_{0i}}(\gamma_{1i} - \gamma_i) + 2\gamma_i \alpha_{0i}) + \gamma_i \alpha_{0i}^2. \quad (2)$$

Если $a_{P_{0i}} = 0$ либо $\gamma_i = \gamma_{1i}$, учитывая, что $b_{P_i} > 0$ всегда, полином принимает вид

$$N_i(q) = q^2 + q2\gamma_i \alpha_{0i} + \gamma_i \alpha_{0i}^2. \quad (3)$$

Выражения (2), (3) зависят от расчетной величины α_{0i} и от относительных изменений γ_{1i} , γ_i параметров объекта. Это позволяет рационально выбрать значения расчетных параметров a_{0i} и $b_{P_{0i}}$

внутри заданных интервалов изменения параметров объекта. Далее, так как обычно $2\gamma_i \alpha_{0i} \gg \alpha_{P_{0i}}(\gamma_{1i} - \gamma_i)$, принято, что либо $\gamma_{1i} = \gamma_i$, либо $a_{P_{0i}} \approx 0$, и поэтому рассматривается полином (3).

На рис. 2 представлено расположение корневой траектории при изменении γ_i относительно областей качества в виде трапеции. Траектория, начинаясь при значении $\gamma = 0$ в точке $q_{1,2} = 0$, имеет вид окружности с центром $(-R_i, j0)$ и радиусом $R_i = c_{0i}/c_{1i}$. При значениях $0 < 2\gamma_i \alpha_{0i} < 4R_i$ корни комплексные сопряженные и, в частности, в точке $2\gamma_i \alpha_{0i} = 2R_i$ равны $q_{1,2} = -\alpha_{0i} \pm j\alpha_{0i}$. В точке $2\gamma_i \alpha_{0i} = 4R_i$ корни равные действительные $q_{1,2} = -2R_i$ и остаются действительными при дальнейшем увеличении γ_i . Достаточно, чтобы из действительных корней лишь один (доминирующий) корень принадлежал области качества. На рис. 2 показаны область качества (обозначена штриховыми линиями) и корневая траектория при изменении величины γ , стрелки указывают возрастание γ .

В пределе, при $\gamma_i = \infty$, корни примут значения $q_1 = -R_i$, $q_2 = -\infty$. Доминирующий корень должен оставаться в области качества, а второй корень — в области устойчивости, т. е. принадлежать кругу радиусом R_{C_i} с центром $(-R_{C_i}, j0)$. Пусть заданная область ограничена по действительной оси интервалом $[-\bar{h}_i, -\underline{h}_i]$. Рассмотрим случай, когда $|\bar{h}_i - \underline{h}_i| \geq R_i$. Учитывая, что радиус кривизны значительно превосходит размер области каче-

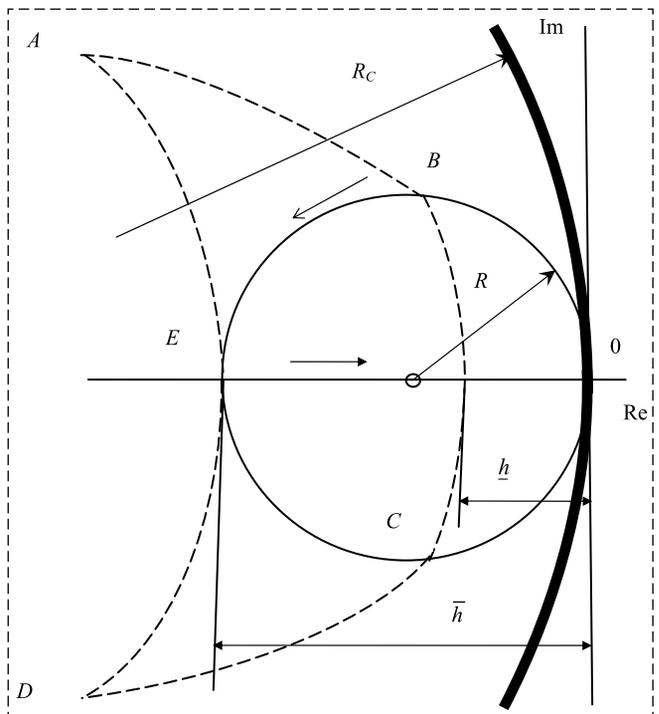


Рис. 2

ства, кривизной трапеции пренебрегаем. Тогда для размещения корней достаточно принять за исходную при $\gamma_i = 1$ точку кратности корней $2\gamma_i\alpha_{0i} = 2\alpha_{0i} = 4R_i = 2\bar{h}_i$. При $\gamma_i = \bar{\gamma}_i$ один из корней (доминирующий) должен принять значение $q_{1,m} = -\underline{h}_i$. Корень q_{2m} будет удовлетворять выражениям

$$\begin{aligned} 2\bar{\gamma}_i\alpha_{0i} &= \underline{h}_i - q_{2m}; \\ \bar{\gamma}_i\alpha_{0i}^2 &= \underline{h}_i |q_{2m}|. \end{aligned} \quad (4)$$

Учитывая принадлежность корня $q_{2m} \leq -R_{Ci}$ области устойчивости, имея $\alpha_{0i} = 2R_i = \bar{h}_i$ и вводя обозначение $\eta_i = \underline{h}_i/R_i = 2\underline{h}_i/\bar{h}_i$, можно из выражения (4) вычислить величину $r_i = R_i/R_{Ci}$:

$$r_i = \frac{(\eta_i - 1)}{\eta_i}. \quad (5)$$

Наименьшее относительное изменение параметра в области качества получается, если $\underline{\gamma}_i < 1$ и корни комплексные сопряженные. Наименьшему значению $\underline{\gamma}_i < 1$ будет соответствовать пара комплексных сопряженных корней $q_{1,2} = -\underline{h}_i \pm j\sqrt{\underline{\gamma}_i\alpha_{0i}^2 - \underline{h}_i}$, кроме того, $2\underline{h}_i = 2\underline{\gamma}_i\alpha_{0i}$. Отсюда нетрудно получить диапазон $\gamma_i \in [\underline{\gamma}_i, \bar{\gamma}_i]$. Наибольшее и наименьшее возможные относительные изменения параметра в области качества должны удовлетворять выражениям

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_i &= \frac{1}{r_i(2-r_i)} = \frac{\eta_i^2}{4(\eta_i-1)} = \frac{\underline{h}_i^2}{(2\underline{h}_i - \bar{h}_i)\bar{h}_i}; \\ \underline{\gamma}_i &= \frac{\underline{h}_i}{\bar{h}_i}. \end{aligned} \quad (6)$$

Если $\bar{b}_{Pi}/\underline{b}_{Pi} \leq \bar{\gamma}_i$, то корни будут принадлежать области качества для всех $\gamma_i \in [\underline{\gamma}_i, \bar{\gamma}_i]$. Если $\bar{b}_{Pi}/\underline{b}_{Pi} > \bar{\gamma}_i$, то в расчетной точке $q_{1,2} = -\alpha_{0i} = -2R_i$ имеем $b_{Pi} = \bar{b}_{Pi}/\bar{\gamma}_i$, тогда величине \underline{b}_{Pi} будет соответствовать $\underline{\gamma}_i = \bar{\gamma}_i \underline{b}_{Pi}/\bar{b}_{Pi} < 1$ и пара комплексных сопряженных корней. Если эти корни принадлежат области качества, то задача робастного синтеза разрешима, если нет, то возникает необходимость в перенастраиваемом регуляторе.

Если $|\bar{h}_i - \underline{h}_i| \geq R_i$, то, приняв в качестве расчетного значения $q_{1,2} = -\alpha_{0i} = -2R_i$ и $\gamma_i = \underline{\gamma}_i = 1$, всегда можно обеспечить принадлежность корня q_1 области качества во всем диапазоне изменения $\gamma_i \in [\underline{\gamma}_i, \bar{\gamma}_i]$. Для этого следует рассчитать $r_i = R_i/R_{Ci}$, используя выражение (6) и исходя из заданного значения $\bar{\gamma}_i$. В результате получим

$$r_i = 1 - \sqrt{1 - \bar{\gamma}_i^{-1}}.$$

Учитывая, что $2R_i = \bar{h}_i$, радиус R_{Ci} области устойчивости, а следовательно, и $T_{Ci} = R_{Ci}^{-1}$ определяются из последнего выражения:

$$\begin{aligned} R_{Ci} &= \frac{R_i}{r_i} = \frac{R_i}{1 - \sqrt{1 - \bar{\gamma}_i^{-1}}} = \frac{\bar{h}_i}{2(1 - \sqrt{1 - \bar{\gamma}_i^{-1}})}, \\ T_{Ci} &\leq \frac{2(1 - \sqrt{1 - \bar{\gamma}_i^{-1}})}{\bar{h}_i}. \end{aligned} \quad (7)$$

Область качества в виде криволинейной трапеции $ABCDE$ шириной $\bar{h}_i - \underline{h}_i$, расположенная на расстоянии \underline{h}_i от мнимой оси с ограничением $\omega_i/\alpha_i \leq 1$ для корней $q_{1,2} = -\alpha_i \pm j\omega_i$, показана на рис. 2.

Отрезок траектории для $\gamma_i \in [\gamma_{0i}, \bar{\gamma}_i]$ принадлежит области качества, если выполнить условия

$$R_i = c_{0i}/c_{1i} \leq \bar{h}_i/2, \quad \alpha_{0i} = 2R_i \leq \bar{h}_i. \quad (8)$$

Таким образом, анализ движения корней при изменениях параметров объекта дает расчетные выражения (4)–(8).

Метод расчета параметров ПИ регуляторов

Исходными данными для расчета параметров регуляторов является требуемое быстродействие (время регулирования) в системе, заданное интервалом $t_0 \in [t_0, \bar{t}_0]$, по которому определяется интервал $[-\bar{h}_i, -\underline{h}_i]$ на комплексной плоскости корней для внешнего контура, а также интервалы $a_{Pi} \in [\underline{a}_{Pi}, \bar{a}_{Pi}]$, $b_{Pi} \in [\underline{b}_{Pi}, \bar{b}_{Pi}]$ изменения параметров объекта.

Вначале следует рассчитать значения корней внешнего идеализированного контура по выражению $q_{1,2} = -\alpha_0$, где $\alpha_0 = 3/t_0 = \bar{h}_1$. Для расчетных значений параметров объекта $a_{P0} = 0$, b_{P0} , $b_{P0} \in [\underline{b}_P, \bar{b}_P]$, $a_{P0} \in [\underline{a}_P, \bar{a}_P]$ получают значения параметров регулятора внешнего контура $c_{11} = 2\alpha_0/b_{P0}$; $c_{01} = q_1 q_2 / b_{P0}$.

Зная параметры c_{01} , c_{11} , можно определить для внешнего контура значение $R_1 = c_{01}/c_{11} = 2\alpha_0$. Далее по выражениям (5)–(8) определяются $\bar{\gamma}$, r_1 , R_{C1} , T_{C1} .

После этого становится возможным определение требований к динамическим показателям внутреннего контура, и цикл расчетов повторяется для внутреннего контура. Расчет может быть продолжен для любого числа контуров.

В качестве примера рассчитываются параметры ПИ регуляторов системы (см. рис. 1) для исходных данных, приведенных в таблице. В рас-

Параметры системы

Показатели качества	Параметры объекта	Параметры ПИ регулятора
Внешний контур $\bar{h}_i = 3t_{0i}^{-1} = 20 \text{ c}^{-1}$; $h_i = 3\bar{t}_{0i}^{-1} = 8 \text{ c}^{-1}$	$b_p \in [\underline{b}_p, \bar{b}_p] = [50; 100]$; $a_p \in [\underline{a}_p, \bar{a}_p] = [0; 1]$	$T_{C1} = 0,01 \text{ c}$; $c_{01} = q_1 q_2 / b_{p01} = 8,0 \text{ c}^{-1}$; $c_{11} = (2\alpha_{01} - a_{p01}) / b_{p01} = 0,8$
Внутренний контур $\bar{h}_i = 200$; $h_i = 3\bar{t}_{0i}^{-1} = 100$	$b_p \in [\underline{b}_p, \bar{b}_p] = [20; 25]$; $a_p \in [\underline{a}_p, \bar{a}_p] = [100; 200]$	$T_C = 0,001 \text{ c}$; $c_{02} = 500 \text{ c}^{-1}$; $c_{12} = (2\alpha_{02} - a_{p02}) / b_{p02} = 5$

чете приняты значения $b_{p0i} = \underline{b}_{pi}$, $a_{p0i} = \underline{a}_{pi} \times \varepsilon = r_i \leq 0,2$. Каждый контур должен иметь время регулирования, заданное в пределах $t_{0i} \in [t_{0i}, \bar{t}_{0i}]$, что определяет положение области качества $[-h_i, -\bar{h}_i]$.

Реакция системы на ступенчатое воздействие представлена на рис. 3, а, б — при расчетных параметрах объекта, на рис. 3, в, г — при увеличенном вдвое коэффициенте усиления объекта; рис. 3, а, в — внешний контур содержит дискретный ПИ регулятор и расчетный инерционный объект, рис. 3, б, г — двухконтурная система с ПИ регуляторами.

На рис. 3 видно, что процессы реальной дискретно-непрерывной системы с учетом динамики внутреннего контура мало отличаются от динамики расчетного внешнего контура как при расчетном \underline{b}_p , так и при изменившемся значении \bar{b}_p коэффициента усиления. Показатели качества во всех представленных случаях находятся в допустимых пределах.

Результаты моделирования процессов показывают, что выбранные соотношения интервалов дискретности и локализации корней внутреннего и внешнего контуров позволяют при синтезе внешнего контура внутренний контур считать безынерционным звеном. Учитывая более высокое быстродействие внутреннего контура, при его синтезе можно пренебречь динамикой внешнего контура.

Заключение

Модальное управление для робастного синтеза дает преимущество в свободе локализации корней в зависимости от требуемого качества системы и интервалов изменения параметров.

При выборе малого параметра ε , меньшего 0,25, рассчитанные для редуцированного объекта параметры робастных ПИ регуляторов обеспечивают требуемые показатели качества.

Для заданных границ $[-\bar{h}_i, -h_i]$ области качества на комплексной плоскости корней возможно оценить допустимый диапазон $\gamma_i \in [\underline{\gamma}_i, \bar{\gamma}_i]$ изменения коэффициента усиления объекта по условию принадлежности корней области качества, используя выражения (6), если $2h_i - \bar{h}_i > 0$. Если же $2h_i - \bar{h}_i < 0$, то $\underline{\gamma}_i = 1$ и $\bar{\gamma}_i$ может принимать произвольные значения $\bar{\gamma}_i > 1$, однако интервал дискретности контура ограничивается условием (7).

Список литературы

1. Kessler C. Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise // Regelungstechnik. 1954. N. 12. P. 274–281.
2. Astrom K. J., Hagglund T. Advanced PID Control. North Carolina: ISA, 2006. 461 p.
3. Keel L. H., Bhattacharia S. P. Controller Synthesis Free of Analytical Models:

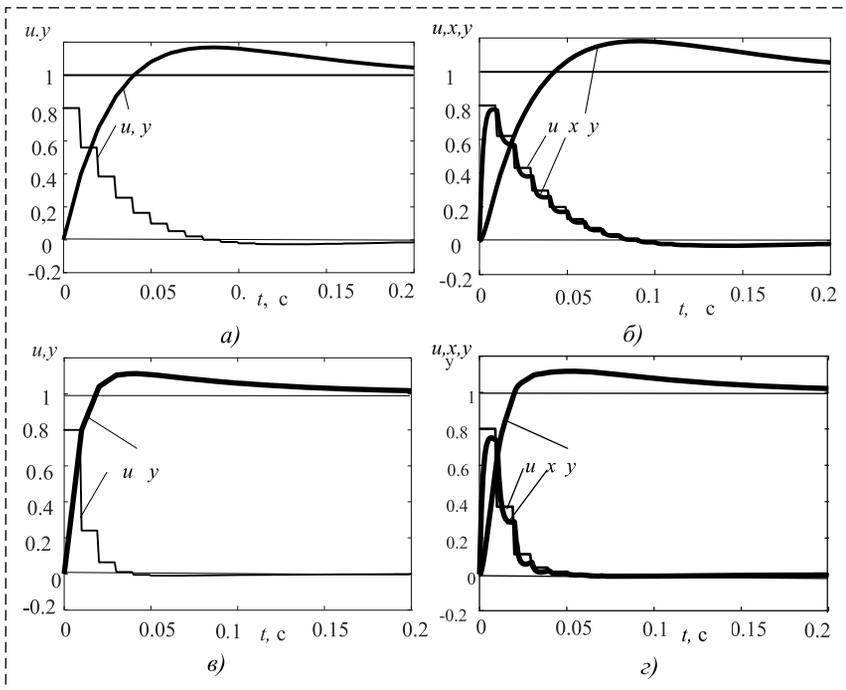


Рис. 3

Three Term Controllers // IEEE Trans on AC. 2008. Vol. AC-53, N. 6. P. 1353–1369.

4. **Vesely V., Rosinova D.** Robust PSD Controller Design // Proc. of the 18th International Conference on Process Control. Tatranska Lomnica, Slovakia. 2011. P. 565–570.

5. **Кузнецов А. П., Марков А. В., Шмарлевский А. С.** Анализ настроек канала регулирования потокосцепления ротора в системе векторного управления // Доклады БГУИР. 2008. № 4 (34). С. 84–91.

6. **Chow J. N., Kokotovic P. V.** A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1976. Vol. AC-21, N. 5. P. 701–705.

7. **Enrigh W. H., Kamel M. S.** On Selecting a Low-Order Model Using the Dominant Mode Concept // IEEE Trans. On AC. October 1980. Vol. AC-25, N. 5. P. 976–978.

8. **Pernebo L., Silverman L. M.** Model Reduction via Balanced State Space Representation // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1982. Vol. AC-27, N. 2. P. 382–387.

9. **Saksena V. R., O'Reilly J., Kokotovic P. V.** Singular Perturbation and Time-scale Methods in Control Theory: Survey 1976–1983 // Automatica. 1984. Vol. 20, N. 3. P. 273–293.

10. **Yousuff R. E., Skelton.** Controller Reduction by Component Cost Analysis // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1984. Vol. AC-29, N. 6. P. 520–530.

11. **Anderson D. O., Liu Y.** Controller Reduction Concepts and approaches // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1989. Vol. AC-34, N. 8. P. 802–812.

12. **Опейко О. Ф.** Синтез линейной системы на основании упрощенной модели объекта // Автоматика и телемеханика. 2005. № 1. С. 29–35.

13. **Opeiko O. F.** Design of a Linear System Using a Simplified Plant Model // Autom. Remote Control. 2005. Vol. 66, N. 1. P. 24–30.

14. **Sootla A., Rantzer A., Kotsalis G.** Multivariable Optimization Based Model Reduction // IEEE Transactions on Automatic Control. 2009. Vol. 54, N. 10. P. 2477–2480.

15. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Концепция модальной редукции моделей управляемых систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 12. С. 2–8.

16. **Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А.** Робастность редуцированных динамических систем автоматизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 5. С. 308–315.

17. **Гайворонский С. А., Езагинна Т. А.** Параметрический синтез линейного регулятора для интервального объекта управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 5–9.

18. **Aschemann H., Minisini J., Rauh A.** Interval Arithmetic Techniques for the Design of Controllers for Nonlinear Dynamical Systems with Application in Mechatronics. I // Известия РАН. Теория и системы управления. 2010. № 5. С. 5–16.

19. **Джури Э.** Инноры и устойчивость динамических систем. М.: Наука. 1979. 304 с.

20. **Петров Б. Н., Соколов Н. И., Липатов А. В.** и др. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами. Инженерные методы анализа и синтеза. М.: Машиностроение, 1986. 256 с.

21. **Опейко О. Ф.** Подчиненное управление объектом с параметрической неопределенностью // Системный анализ и прикладная информатика. № 3. 2015. С. 21–24.

22. **Опейко О. Ф.** Условия робастной оптимальности дискретно-непрерывной системы // Труды XVI Международной конференции "Проблемы управления и моделирования в сложных системах" (30 июня — 03 июля 2014 г., г. Самара, Россия). Самара: Самарский научный центр РАН, 2014. С. 617–620.

Robust Synthesis of Discrete PID Controllers for Objects with Interval Parameters

O. F. Opeiko, oopeiko@bntu.by,

Belarusian National Technical University, Minsk, 220013, Belarus

Corresponding author: **Opeiko O. F.**, Ph. D., Associate Professor Faculty of Information Technologies and Robotics, of Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus, e-mail: oopeiko@bntu.by

Accepted on March 12, 2018

The main aim of this paper is the robust control synthesis of the cascade system with discrete proportional integral (PI) controllers. The PI and proportional integral derivative (PID) controllers are employed for the control of the various, in particular, high order plants with structural and parametric uncertainties. But with PI controllers, only the low order plants can be correctly controlled. Consequently, the synthesis must be completed with the first order models of the plant in the control loops. Hence, the problem is to calculate the PI controller parameters in order to offer the dynamics quality in conditions of structural and parametric uncertainties of the plant. The proposed parametric synthesis is based on the time scale approach and roots location on the complex plane. The small constant ε is denoted as a spectral value of the slow mode as percentage to the fast one. The nominal dynamics of each loop must be similar to the second order model dynamics. For the second order subsystems the regions of the admissible eigenevalues is denoted with limitations of real root boundary, bandwidth and damping. The analysis of the roots deviation on the complex plane with plant parameters variations allow to establish the conditions of dominant roots location in the denoted area. The values of small constant $\varepsilon < 0,25$ get the linear system with calculated discrete PI controllers and the valid (not reduced) plant similar to the chosen second order model dynamics. The proposed synthesis method is helpful for the system with the fast and slow components; in particular, the electrical drives control system. The numerical example of synthesis is presented with simulation results, which illustrate the application of the method

Keywords: synthesis, robust control, cascade system, time scale, parameters uncertainty, proportional integral (PI) controllers, parameterization

For citation:

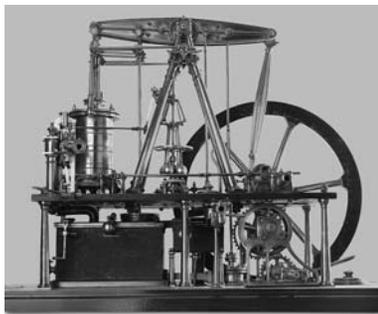
Opeiko O. F. Robust Synthesis of Discrete PID Controllers For Objects with Interval Parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 374–379.

DOI: 10.17587/mau.19.374-379

References

1. **Kessler C.** Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise, *Regelungstechnik*, 1954, no. 12, pp. 274–281.
2. **Astrom K. J., Hagglund T.** Advanced PID Control, North Carolina, ISA, 2006, 461 p.
3. **Keel L. H., Bhattacharia S. P.** Controller Synthesis Free of Analytical Models: Three Term Controllers, *IEEE Trans on AC*, 2008, vol. AC-53, no. 6, pp. 1353–1369.
4. **Vesely V., Rosinova D.** Robust PSD Controller Design, *Proceedings of the 18th International Conference on Process Control*, Tatranská Lomnica, Slovakia, 2011, p. 565–570.
5. **Kusnetsov A. P., Markov A. S., Shmarlevski A. C.** Analiz nastroek kanala regulirovaniya potokoscepleniya rotora (Analysis of the Rotor Flux Linkage Aktuating Path Setting in a Vector Control System), *Proc. BSUIR*, 2008, no. 4 (34), pp. 84–91 (in Russian).
6. **Chow J. N., Kokotovic P. V.** A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1976, vol. AC-21, no. 5, pp. 701–705.
7. **Enrigh W. H., Kamel M. S.** On Selecting a Low-Order Model Using the Dominant Mode Concept, *IEEE Trans. On AC*, October 1980, vol. AC-25, no. 5, pp. 976–978.
8. **Pernebo L., Silverman L. M.** Model Reduction via Balanced State Space Representation, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1982, vol. AC-27, no. 2, pp. 382–387.
9. **Saksena V. R., O'Reilly J., Kokotovic P. V.** Singular Perturbation and Time-scale Methods in Control Theory: Survey 1976–1983, *Automatica*, vol. 20, no. 3, 1984, pp. 273–293.
10. **Yousuff R. E., Skelton.** Controller Reduction by Component Cost Analysis, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1984, vol. AC-29, no. 6, pp. 520–530.
11. **Anderson D. O., Liu Y.** Controller Reduction Concepts and approaches, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1989, vol. AC-34, no. 8, pp. 802–812.

12. **Opeiko O. F.** Sintez lineinoy sistemy na osnovanii uproshchennoi modeli objekta (Design of a Linear System Using a Simplified Plant Model), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2005, no. 1, pp. 29–35 (in Russian).
13. **Opeiko O. F.** Design of a Linear System Using a Simplified Plant Model, *Autom. Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 1, pp. 24–30.
14. **Sootla A., Rantzer A., Kotsalis G.** Multivariable Optimization Based Model Reduction, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 10, pp. 2477–2480.
15. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Konsyepsiya modalnoi reduksiye modelei upravlyaemykh sistem (Concept of Control Systems Model Modal Reduction), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 12, pp. 2–8 (in Russian).
16. **Gaiduk A. R., Plaksienko E. A.** Robastnost reducirovannykh dinamicheskikh sistem avtomatizatsii (Robustness of Reduced Dynamical Automation Systems Reduction), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, no. 5, pp. 308–315 (in Russian).
17. **Gaivoronski, S. A., Iezanguina T. A.** Parametricheskii sintez lineinogo regulatora dlia intervalnogo objekta unravleniya (Linear Regulator Parametric Synthesis for Interval Plant), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 9, pp. 5–9 (in Russian).
18. **Aschemann H., Minisini J., Rauh A.** Interval Arithmetic Techniques for the Design of Controllers for Nonlinear Dynamical Systems with Application in Mechatronics. I., *Izvestia RAN Teoria i Sistemy Upravlenia*, 2010, no. 5, pp. 5–16.
19. **Jury E. I.** Inners and Stability of Dynamic Systems, A Willey-Interscience Publications, John Willey & Sons, New York—London—Sydney—Toronto, 1974.
20. **Petrov B. N., Sokolov N. I., Lipatov A. V.** Sistemy avtomaticheskogo upravleniya ob'ektami s peremennymi parametrami. Inzhenernye metody analiza i sinteza (Control systems with plant parameters variation. Engineering methods of analysis and synthesis.), Moscow, Mashinostroenie, 1986, 256 p. (in Russian).
21. **Opeiko O. F.** Podchinennoe upravlenie ob'ektom s parametricheskoi neopredelennosti (Cascade Control for Plant with Parameters Uncertainty), *System Analysis and Applied Information Science*, 2015, no. 3, pp. 21–24 (in Russian).
22. **Opeiko O. F.** Uslovia robastnoi optimalnosti diskretno-neperryvnoi sistemy (Robust optimality conditions for discrete continuous system), *Proceedings of the XVI International conference Complex systems: Control and modeling problems*, June 30—July 3, 2014, Samara, Russia, pp. 617–620 (in Russian).



Ежегодная специализированная выставка оборудования и технологий для АСУ ТП и встраиваемых систем

17—19 октября 2018 г.
Москва, ЦВК "Экспоцентр", Павильон ФОРУМ

XVIII МЕЖДУНАРОДНАЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ ВЫСТАВКА "ПЕРЕДОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ АВТОМАТИЗАЦИИ. ПТА-2018"

ОСНОВНАЯ ТЕМАТИКА ВЫСТАВКИ

- ▲ Автоматизация промышленного предприятия
- ▲ Автоматизация технологических процессов
- ▲ Измерительные технологии и метрологическое обеспечение
- ▲ Робототехника и мехатроника

Подробную информацию о выставке ПТА-2011 см. на сайте:
<http://www.pta-expo.ru/moscow/tematika.htm>