

Г. А. Рустамов, д-р техн. наук, проф., gazanfar.rustamov@gmail.com,
Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

Анализ методов построения предельных робастных систем управления с большим коэффициентом усиления

По хронологии развития обсуждаются теоретические основы и практические особенности основных методов построения робастных систем управления с большим коэффициентом усиления, позволяющих управлять динамическими объектами с функциональными неопределенностями. Предметом исследований являются методы "локализация движения", "робастная коррекция" и метод на основе функции Ляпунова, представляемый под названием " K_∞ -робастные системы управления". Приведен анализ преимуществ и недостатков данных методов. Представлены результаты компьютерного моделирования в программной среде MATLAB/Simulink.

Ключевые слова: неопределенный объект, большой коэффициент усиления, старшая производная, эффект локализации, робастная коррекция, функция Ляпунова, фазовый поток

Я беру камень и отсекаю все лишнее
Б. Микеланджело

Введение

Основные методы управления в условиях неопределенности — это методы, реализованные в классических адаптивных системах и робастных системах, которые возникли в 80-е годы XX столетия. Вообще говоря, адаптация является медленным процессом. Условие квазистационарности и слабая сходимости при наличии помех замедляют процесс адаптации. В результате быстродействие системы снижается.

Идея возникновения робастных систем весьма привлекательна. Несмотря на изменение характеристик объекта и внешней среды в этих системах самонастройка регулятора не выполняется. Синтезированный по одноразовой схеме "магический регулятор" должен выполнять функцию адаптивного регулятора и поддерживать показатели качества и запасы устойчивости системы в требуемых пределах при *широком изменении* реквизитов объекта и внешней среды.

Для решения данных задач в настоящее время в теории управления используется множество методов [1–8]: методы LMI , LQ -оптимизации, l_1 -оптимизации, H_∞ -теории управления, μ -синтеза, методы интервального анализа, метод функции Ляпунова, а также методы, использующие скользящие режимы, системы с координатно-параметрической обратной связью и др.

Уникальность проблемы робастности привело к привлечению специальных разделов математики и разработке почти нового математического аппарата. Однако усилие решить плохо формализуемые практические задачи математическими средствами часто приводит к "методологическому кризису" [9].

Как "методологический тупик", так и ряд на первый взгляд незначимых инженерных неудач привели к снижению задуманной эффективности чисто робастных систем. Далее появились задачи синтеза робастного управления, частично использующие средства адаптации.

В этом направлении следует отметить использование наблюдателей неопределенностей, построенных в рамках как нечеткой [10, 11], так и детерминированной постановок [12–19]. Однако "очистка" номинальной модели от всевозможных неопределенностей является обременительной и часто невыполнимой задачей из-за невозможности выделения неопределенностей ("охота на ведьм"), особенно в нелинейном случае. Поэтому в основном рассматриваются аддитивные и медленно изменяющиеся неопределенности.

Во многих постановках задачи синтеза робастных систем управления используются идеализированные математические предположения, нередко искаженные в реальных условиях. Эти условия направлены не на улучшения работо-

способности системы, а на получение "явного вида решения".

Приведем цитату из работы [9]: "Ряд известных ученых считают состояние современной теории управления с точки зрения ее применения на практике неудовлетворительным и даже критическим. Так, Дж. Коулс констатировал: "Существует большой разрыв между теорией и практикой управления". Об этом прямо говорил один из ее основоположников А. А. Красовский, подчеркивая, что в развитии современной теории управления "с точки зрения практики далеко не все обстоит благополучно", "наблюдаются диспропорции и перекосы", "налицо отрыв ряда направлений от учета реальных ограничений и закономерностей".

Одним из направлений синтеза робастных систем управления, оставшихся в стороне от "виртуального математического нашествия", является метод синтеза робастных систем управления с большим коэффициентом усиления (МБКУ), предложенный еще в 50-е годы XX столетия. Особенность данного метода главным образом связана с тем, что методика синтеза имеет диалектическую основу — обратную пропорциональность статической ошибки Δ_s и коэффициента усиления K разомкнутой цепи. Для линейных систем показать эту зависимость не составляет особого труда [20]. Вопросы устойчивости одноконтурной системы автоматического регулирования с пропорциональным регулятором при $K \rightarrow \infty$ на основе метода корневого годографа подробно рассмотрены в работе [21]. Если преобразовать модель неопределенного объекта в линейную форму, то без особых математических усилий можно использовать эту методику.

В МБКУ оценивание нелинейностей и неопределенностей не предусмотрено. Простота и универсальность данного подхода заключаются в подавлении динамики функционально неопределенного объекта и внешних возмущений путем деления на достаточно большое число и наделение объекта желаемой динамикой — "чем реставрировать паутину, легче ее построить заново". Однако полное подавление динамики объекта может обойтись неоправданно большими энергетическими затратами. МБКУ можно характеризовать как "*метод грубой силы*", способной подавлять динамику конечномерных процессов.

Кажущийся на первый взгляд простым, метод МБКУ при синтезе наталкивается на принципиальную трудность — увеличение K приводит к потере устойчивости системы. Здесь подтверждается сомнительность решения сложных задач простыми эвристическими приемами в соответствии со старой истиной — "чудес не бывает" [21].

Первичной задачей МБКУ является синтез структур, позволяющих беспрестанно увеличивать K без нарушения устойчивости системы.

При этом задача сводится к структурному синтезу, который в настоящее время не нашел единого решения. Преобладают эвристические рассуждения.

Идея метода большого коэффициента усиления заложена в классических работах М. В. Меерова [22, 23]. Дальнейшему развитию посвящены большое число работ, из которых можно выделить работы А. С. Вострикова (локализация движения с комбинированным регулятором по высшей производной и большим коэффициентом усиления) [24–27], работы А. Б. и Н. Б. Филимоновых (робастная коррекция неопределенного объекта посредством двухконтурной системы с астатическим регулятором) [28–30], а также работа автора (одноконтурная система с робастным регулятором) [31, 32].

Целью настоящей работы является анализ теоретических аспектов и практических особенностей основных методов МБКУ, позволяющих управлять динамическими объектами с функциональными неопределенностями, а также дальнейшее развитие K_∞ -робастных систем управления, предложенных в работах автора [31–33].

Метод "локализация движения" А. С. Вострикова

В общем случае управляемый объект с функциональной неопределенностью описывается скалярным уравнением

$$y^{(n)} = f(t, y) + b(t, y)u, \quad (1)$$

где $y = (y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})^T = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n$ — доступный измерению или оценке вектор состояния; $y \in R$ — управляемый выход; $u \in R$ — управляющее воздействие; $f(y, t)$, $b(y, t) > 0$ — неизвестные нелинейные нестационарные ограниченные функции.

Поскольку $f(\cdot)$, $b(\cdot)$ являются неизвестными, то их необходимо заменить соответствующими оценками, полученными подобно способу, описанному в работах [10, 11] или с применением метода обратных задач динамики [34], с использованием старшей производной $y^{(n)}$. В этом случае $y^{(n)}$ является точной оценкой правой части уравнения объекта (1), которое далее подавляется коэффициентом усиления K .

Управление, содержащее старшую производную, имеет вид

$$u = K[F(y, v) - y^{(n)}(t)]. \quad (2)$$

Такая конструкция обеспечивает *инвариантность* по отношению к функциональным неопределенностям $f(\cdot)$, $b(\cdot)$. Желаемые динамические и статические показатели системы задаются путем соответствующего выбора слагаемого $F(y, v)$ — эталонной модели (точнее, регулятора); v — вход системы (уставка, в общем случае эталонная тра-

ектория $v(t)$, или по общепринятой терминологии "неявная эталонная модель").

В пределе при $K \rightarrow \infty$ достигается желаемое (эталонное) движение в форме

$$y^{(n)} + F(y, v) = 0. \quad (3)$$

При достаточно большом K движение системы разлагается на медленную и быструю составляющие. После затухания быстрых гармоник, порожденных параметром K , доминируют медленные составляющие, и с течением времени движение локализуется на многообразии, заданном уравнением (3) предельной системы.

Система управления является двухконтурной: внутренний контур охвачен обратной связью по высшей производной $y^{(n)}$. Здесь, как было отмечено выше, неопределенности $f(\cdot)$, $b(\cdot)$ оцениваются с помощью $y^{(n)}$ и подавляются коэффициентом усиления K ; внешний контур, замкнутый априори сформулированной эталонной моделью, ответственен за выполнение статических и динамических показателей системы.

Тем не менее, в обозначениях работы [24] эталонная модель $F(y, v)$ функционирует по разомкнутому циклу, поскольку не содержит ошибку регулирования $\varepsilon = v - y$, реализующую обратную связь. Поэтому при изменении v следует перестроить $F(\cdot)$. Другими словами, эталонная модель не имеет робастного свойства по отношению к уставке $v(t)$.

Управление (2) является, по существу, реализацией метода обратных задач динамики [34].

Очевидно, что при конечном K проявляются различные невидимые источники паразитной динамики, которые являются плохо формализуемыми.

Действительно, результаты компьютерного моделирования показывают, что при конечном K и сколь угодно малой задержке старшей производной $\tilde{y}^{(n)} = y^{(n)}(t - \tau)$ управление (2) приводит к потере грубости. В данном методе нарушение грубости проявляется в потере устойчивости внутреннего контура.

Пример 1. Для простоты рассмотрим параметрически неопределенный объект 1-го порядка

$$\dot{y}(t) = -ay + bu + \zeta, \quad y(0) = 0,$$

$$a = \{1; 2; 5\}, \quad b = \{1; 2; 4\},$$

с возмущением $\zeta = 2\sin t$. Здесь $f(t, y) = -ay + \zeta(t)$, $b(t, y) = \text{const}$.

Управление с учетом задержки старшей производной имеет вид

$$\tilde{y} = K(F + \dot{y}) = K(F + \dot{y}(t - \tau)).$$

Примем $K = 100$, $\tau = 0,0001$ с. Пусть уставкой является "единичный скачок" $v = 1(t)$. Для данной уставки $F = 1 - y$. Обобщая для класса ступенчатых функций, в качестве эталонной модели выбираем астатический ПИ регулятор с обратной связью

$$F = -\left(k_p \varepsilon + k_u \int_0^t \varepsilon dt\right), \quad \varepsilon = v - y.$$

Параметры настройки $k_p = 1,41$, $k_u = 1$ соответствуют эталонному полиному Баттерворта 2-го порядка.

На рис. 1 представлены переходные характеристики при $\tau = 0$ (а) и $\tau = 10^{-4}$ с (б), управляющий сигнал (в), а также фазовый портрет (г) при $a = b = 2$ и различных начальных условиях по выходу $y = y_1$.

Несмотря на малое значение времени задержки τ старшей производной $y^{(n)}(t)$, $n = 1$, используемой в регуляторе, при конечном $K = 100$ наблюдается нарушение устойчивости (рис. 1, в).

На рис. 1, г показан фазовый портрет системы, где выделяются быстрые (прямые линии) и медленные (параболы) составляющие движения. Разграничение этих движений приходится на линии

$$F = -\left(k_p \varepsilon + k_u \int_0^t \varepsilon dt\right) = 0$$

$$\text{или } L = \dot{\varepsilon} + (k_u/k_p)\varepsilon = 0, \quad k_u/k_p = 0,71.$$

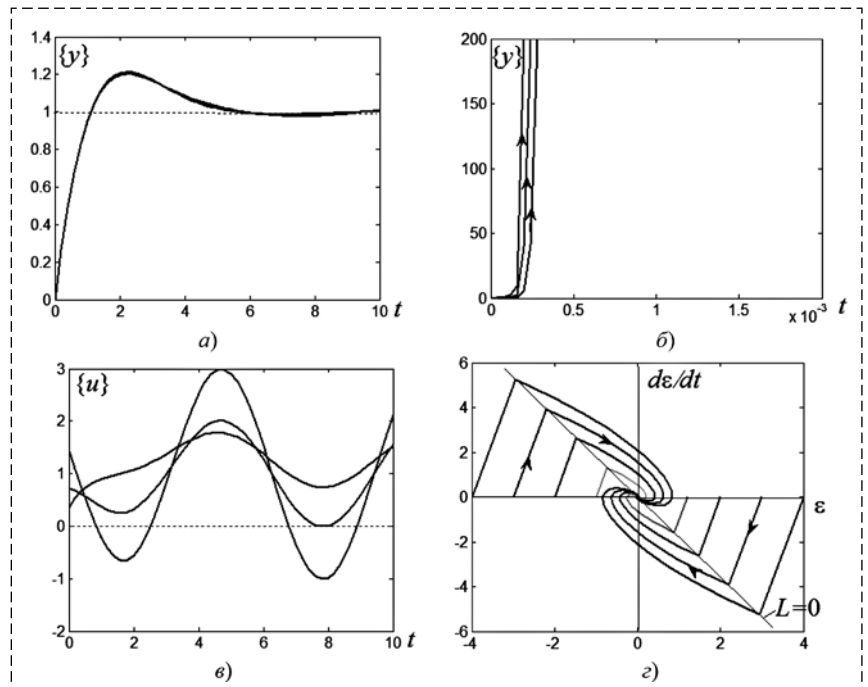


Рис. 1. Схема моделирования и динамические характеристики для системы 1-го порядка

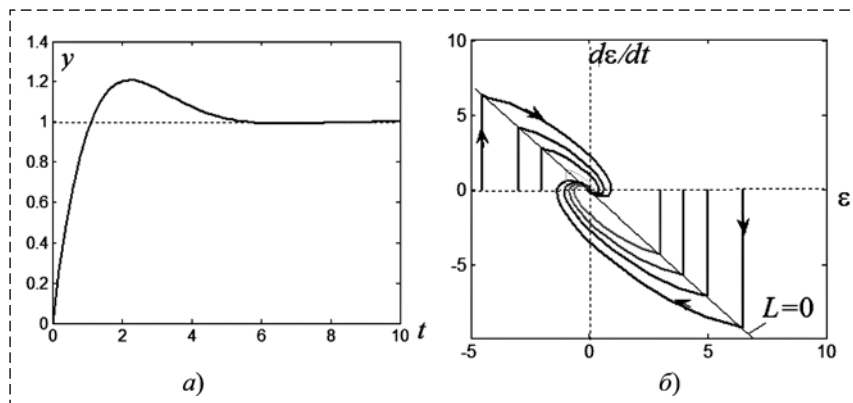


Рис. 2. Схема моделирования и динамические характеристики предельной системы

Согласно (3), при $K \rightarrow \infty$ предельная система описывается уравнением

$$\dot{y}(t - \tau) - \left(1,41\epsilon + \int_0^t \epsilon dt \right) = 0.$$

В этом случае система является грубой и ведет себя "естественно" — устойчивость нарушается после критического значения запаздывания $\tau_k = 0,64$ с.

При $\tau = 0$ и $\epsilon = v - y = 1(t) - y$ уравнение предельной системы имеет вид

$$\ddot{y}(t) + 1,41\dot{y}(t) + y(t) = 1(t) + 1,41\delta(t).$$

Эквивалентное уравнение в координатах состояния

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2; \\ \dot{y}_2 &= -y_1 - 1,41y_2 + 1(t); \\ y &= y_1; \quad y_1(0) = 0; \quad y_2(0) = 1,41. \end{aligned}$$

Как видно, параметры объекта a и b в уравнение предельной системы не входят, что свидетельствует о потенциальных возможностях "метода локализации" при конечном значении коэффициента усиления K . По рекомендации работы [24] K выбирается из условия $b_{\min} K \approx (20 \dots 100)$.

На рис. 2 показаны переходные характеристика (а) и фазовый портрет (б) предельной системы при $v = 1(t)$. Переходная характеристика $y(t)$ соответствует пучку характеристик, полученному при конечном значении $K = 100$.

На рис. 3 показаны динамические характеристики системы при $v = t$, $K = 20$ (а, б) и фазовый портрет системы (в). При $v = t$ уравнение предельной системы в форме "вход—выход" имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) + 1,41\dot{y}(t) + y(t) &= 1,41 + t, \\ y(\infty) &= t. \end{aligned}$$

Положение линии $L = \dot{\epsilon} + 0,71\epsilon = 0$ не зависит от значения K , поскольку соответствует априори заданной эталонной модели.

В работе [26] и недавно опубликованной статье [27] наблюдается некоторое отступление от использования старшей производной. Применение ПД регуляторов с множителем K позволяет подавлять $f(t, y)$, $b(t, y)$ без их оценки с помощью старшей производной $y^{(n)}$.

Метод "робастная коррекция" А. Б. и Н. Б. Филимоновых

Предложенная здесь система, как и в методе "локализация движения", имеет двухконтурную структуру. Внутренний контур с большим коэффициентом усиления выполняет робастную коррекцию неопределенного объекта, преобразуя его в линейную стационарную форму путем инверсии априори заданной модели корректирующего звена (КЗ). Внешний контур охвачен единичной обратной связью и отвечает за достижение цели управления посредством астатического стабилизирующего регулятора. Данный подход позволяет для определения параметров системы (параметры регулятора + параметры КЗ) исполь-

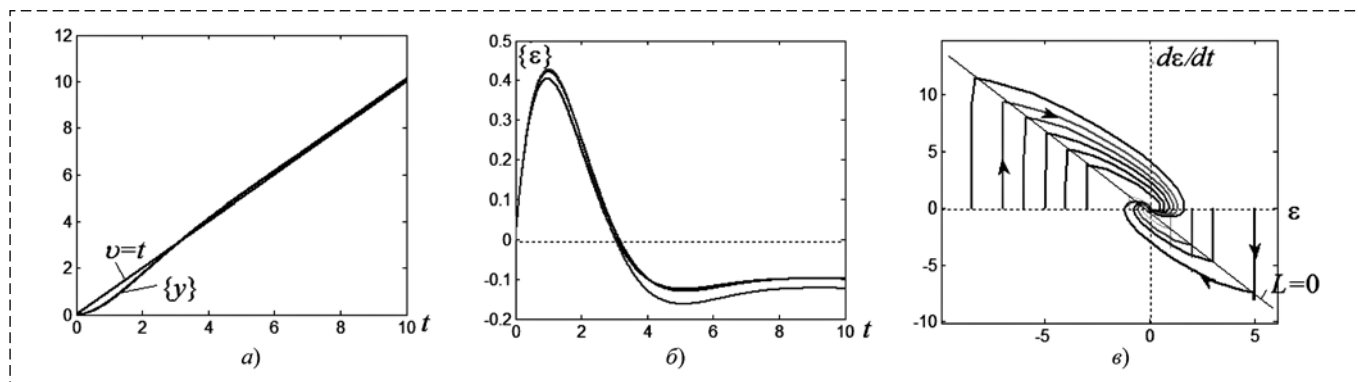


Рис. 3. Динамические характеристики системы при линейной уставке

зовать методы теории линейных систем, в частности метод модального управления.

Достоинством метода является возможность управления неопределенными минимально-фазовыми, неустойчивыми, а также нелинейными и нестационарными объектами без использования высшей производной.

Тем не менее, следует отметить ряд особенностей, ограничивающих область применения метода (используемые обозначения соответствуют [30]):

1) для передаточной функции объекта должно выполняться соотношение $n - m \geq 1$, $n > m$. При этом класс объектов, для которых $m = n$, не отвечает условию задачи;

2) желаемая настройка возможна лишь при соблюдении условия $\rho = 1$, т.е. для систем с астатизмом 1-го порядка;

3) число параметров настройки $\tilde{N}$ велико. В частности, для объектов 2-го порядка $n = 2$ и при $m = 0$, $n_R = 2$, $m_R = 1$ имеем

$$d = n - m - 1 = 1 \Rightarrow \tilde{N} = n_R + m_R + d + 1 = 5;$$

4) отработка уставки (задающего воздействия) $y^*(t)$ и компенсация внешнего возмущения $v(t)$ возлагается на астатический регулятор общей структуры. Для обеспечения астатизма по обоим входам полюса их изображений должны одновременно являться и полюсами регулятора, т.е. нулями замкнутой системы. Например, для уставки $y^* = 1(t)$ и внешнего возмущения $\zeta = \sin(\omega t)$ уравнение астатического регулятора имеет вид $R(s) = B_R(s)/A_R(s) = B_R(s)/[s(s + \omega^2)]$. Астатический регулятор обеспечивает нулевую статическую ошибку для ограниченного класса входов, и при изменении их вида в процессе функционирования системы следует выполнить структурно-параметрический синтез регулятора, что приводит к сложной адаптивной системе с идентификатором входных сигналов;

5) передаточная функция (ПФ) $H(s)$ корректирующего звена задается в виде многочлена, содержащего операторы чистого дифференцирования $s, s^2, \dots, s^d$, $d = n - m - 1$, которые реализуются реальным дифференцирующим звеном [21, 32] или разностным аналогом при цифровой обработке [35]. В результате такой аппроксимации при больших d могут появляться источники паразитной динамики. Чувствительность системы к такому "динамическому мусору" можно легко исследовать путем компьютерного моделирования посредством структурно-параметрической настрой-

ки регулятора. Между тем, в работе [28] предлагается назначать ПФ $H(s)$ в форме правильной рациональной дроби $H(s) = B(s)/A(s)$. Эта привлекательная идея, позволяющая избавиться от оценки "проклятых производных", по-видимому, не нашла дальнейшего развития.

Пример 2. Пусть ПФ параметрически неопределенного объекта имеет вид $W_0 = b/(s^2 + a_1s + a_2)$; $a_1 = \{0,2; 0,4; 1\}$, $a_2 = \{-1,5; -1; 2\}$, $b = \{0,2; 2; 4\}$.

В этом случае $d = n - m - 1 = 1$. Следовательно, уравнение КЗ $H(s) = h_0 + h_1s$.

Положим $h_0 = h_1 = 1$. Далее, при $\zeta = 0$ для уставки принимаем $y^* = 1(t) + 0,5\sin(2t)$. Соответствующее изображение

$$Y^*(s) = (s^2 + s + 1)/(s(s^2 + 4)).$$

Отсюда ПФ регулятора $R(s) = B_R(s)/(s(s^2 + 4))$. B_R определяем из условия устойчивости характеристического многочлена $A(s)$ замкнутой системы для предельного случая $K \rightarrow \infty$. В обозначениях работы [30]

$$A(s) = s^\rho A_R(s)H(s) + B_R(s),$$

где $\rho = 1$, $A_R(s) = s^2 + 4$, $H(s) = s + 1$.

Тогда

$$A(s) = s^4 + s^3 + 4s^2 + 4s + B_R(s).$$

Пусть $A(s)$ имеет кратные корни $s_i = -1$, $i = 1, 2, \dots, 4$:

$$A(s) = (s + 1)^4 = s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1.$$

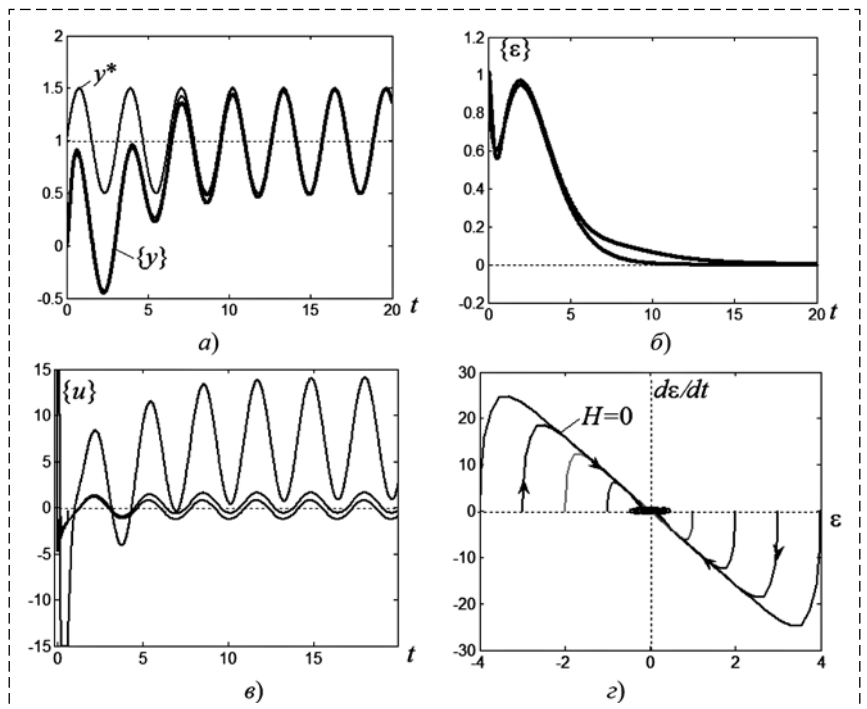


Рис. 4. Схема компьютерного моделирования и динамические характеристики системы с астатическим регулятором

Отсюда $B_R = 3s^3 + 2s^2 + 1$ и, в результате, ПФ регулятора равна

$$R(s) = \frac{3s^3 + 2s^2 + 1}{s(s^2 + 4)}.$$

На рис. 4 показаны переходные характеристики по выходу (а), ошибке регулирования $\varepsilon = y^* - y$ (б), сигнал управления (в) и фазовый портрет системы при $K = 50$ (г).

В начальный момент времени управление принимает довольно высокое значение $u(0) = u_{\max} = 150$. Фазовый портрет получен при $H = s + 4$, $K = 50$. Как видно, фазовые траектории локализованы на линии $H = \dot{\varepsilon} + 4\varepsilon = 0$.

Метод " K_∞ -робастное управление"

Предлагается одноконтурная схема, в которой регулятор одновременно выполняет и функцию КЗ, используемого в работе [30]. Уравнение регулятора с большим коэффициентом усиления K соответствует уравнению КЗ, однако имеет порядок $n - 1$. Это позволяет разместить все полюса приведенной линейной системы по желаемой схеме. Методологической основой построения такой системы является метод функции Ляпунова.

В общем случае рассматривается класс минимально-фазовых неопределенных объектов с одинаковым числом управлений и регулируемых переменных. В частности, одномерный по входу и выходу объект с функциональной неопределенностью, подобно рассматриваемым выше подходам, представляется математической моделью в форме "вход—выход":

$$y^{(n)} = f(\mathbf{y}, t) + b(\mathbf{y}, t)u + v(t), \quad t \in [0, \infty], \quad (4)$$

где $\mathbf{y} = (y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})^T = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n$ — доступный измерению или оценке вектор состояния; $y \in R$ — управляемый выход; $u \in R$ — управляющее воздействие; $f(\mathbf{y}, t)$, $b(\mathbf{y}, t) > 0$ — в общем случае нелинейные нестационарные неизвестные ограниченные функции; $v(t)$ — здесь — неконтролируемое ограниченное внешнее возмущение.

Рассматривается общая задача слежения, состоящая в выборе такого управления u , которое после завершения переходной составляющей обеспечивает движение выхода $y(t)$ неопределенного объекта (4) по эталонной траектории (уставка) $y_d(t)$ с заданной точностью

$$|y_d(t) - y(t)| = |e(t)| \leq \delta_s, \quad t \geq t_s,$$

где δ_s — допустимая ошибка отработки уставки; t_s — время переходящих процессов в следящей системе (settling time).

Указанные выше качественные показатели системы задаются априори при решении задачи синтеза.

Для синтеза управления использован метод функции Ляпунова, в частности метод квадратичных форм. Для простоты в качестве функции Ляпунова принята разлагающаяся на линейные множители квадратичная форма

$$V = \frac{1}{2}s^2, \quad (5)$$

где

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)}. \quad (6)$$

Производная по времени функции Ляпунова V имеет простой вид:

$$dV/dt = \dot{V} = s\dot{s}, \quad (7)$$

где

$$\dot{s} = c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + e^{(n)}. \quad (8)$$

Из формулы (7) следует, что для выполнения достаточного условия асимптотической устойчивости $\dot{V} < 0$ следует поддерживать противоположность знаков переменных s и $\dot{s}$.

Управление определяется в результате согласования u с условием $\dot{V} < 0$. С этой целью в соотношении (8) заменяем старшую производную:

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(\mathbf{y}, t) - b(\mathbf{y}, t)u.$$

Тогда

$$\dot{s} = \eta(t) - b(\mathbf{y}, t)u, \quad b(\mathbf{y}, t) > 0, \quad (9)$$

где

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + y_d^{(n)} - f(\mathbf{y}, t) - v(t).$$

Из выражения (9) видно, что при $\eta(t) = 0$ управление, обеспечивающее условие $\dot{V} = s\dot{s} < 0$, можно задать в зависимости от s : $u = \varphi(s)$. При этом на $\varphi(s)$ возлагается две функции:

а) компенсация влияния "математического мусора" $\eta(t)$ на динамику системы;

б) выполнение условия $\dot{V} = s\dot{s} < 0$ на всем интервале управления $t \in [0, \infty)$.

Для линейного управления $u = \varphi(s) = Ks$, $K > 0$, выражение (9) можно представить в виде

$$s = b^{-1}(\cdot)[\eta(t) - \dot{s}]/K. \quad (10)$$

В пределе

$$\lim_{K \rightarrow \infty} (s(t)) = 0.$$

Отсюда следует, что в пределе выполняется условие а), и система описывается уравнением гиперплоскости:

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)} = 0, \quad s(0) \in \{e : s = 0\}. \quad (11)$$

Как видно, в это уравнение не входят реквизиты объекта и внешнего возмущения. Эта особенность означает, что при конечном K можно обеспечивать робастное свойство неопределенной системе с объектом (4).

Для устойчивости вырожденной траектории (11) $s(t) = 0$ коэффициенты c_i должны являться коэффициентами Гурвица полинома пониженного порядка:

$$S(p) = p^{n-1} + c_{n-1}p^{n-2} + \dots + c_1.$$

Вещественные части корней такого полинома $\text{Re}(p_i) < 0$.

Кроме того, на c_i возлагается дополнительное условие, связанное с выполнением заданных значений δ_s и t_s .

Покажем, что также выполняется условие б). Подставляя $u = Ks$ в выражение (9) при $\eta(t) = 0$, получаем $\dot{s} = -b(\cdot)Ks$. Поскольку $b(\cdot) > 0$, $K > 0$, то $\dot{s}$ и s имеют противоположные знаки и, как следствие, выполняется условие $\dot{V} = s\dot{s} < 0$.

Особенности движения при большом коэффициенте усиления и определение параметров настройки регулятора

При большом коэффициенте усиления K фазовый поток стремится из произвольных начальных точек $s(0) \notin \{e : s = 0\}$ к многообразию $s = 0$ и почти мгновенно достигает его малой окрестности. После затухания быстрых гармоник, порождаемых параметром K , доминируют медленные гармоники и дальнейшее движение системы в начало координат происходит по малой окрестности гиперплоскости $s = 0$. В пределе $K \rightarrow \infty$ система вырождается, и ее движение точно описывается уравнением гиперплоскости $s = 0$, $s(0) \in \{e : s = 0\}$.

На рис. 5 представлен характер движения фазового потока для системы 2-го порядка при $K = 20$.

Перейдем к определению параметров настройки регулятора.

Система имеет n параметров настройки. Из них $n - 1$ — угловые коэффициенты c_i гиперплоскости $s = 0$, и независимо от порядка объекта один — коэффициент усиления регулятора K .

Определение c_i . Поскольку порядки регулятора и системы одинаковы и равны $n - 1$, то путем подбора c_i можно разместить все полюса системы по желаемой схеме, используя некоторый эталонный полином.

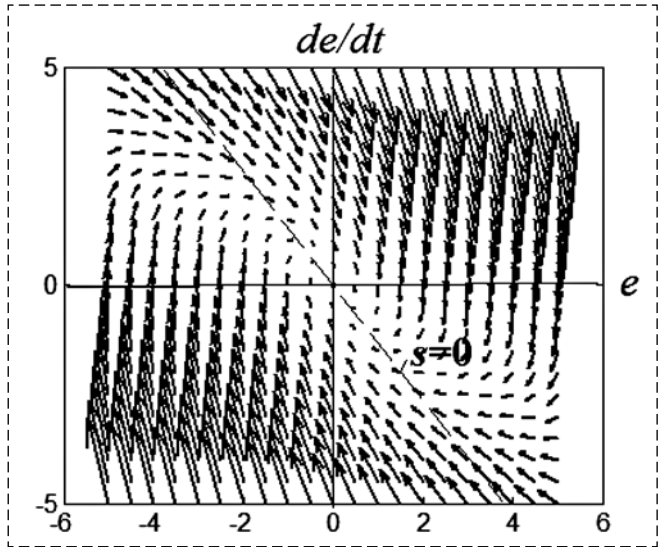


Рис. 5. Поле фазовых скоростей робастной системы с большим коэффициентом усиления

Значения c_i также могут определяться с помощью *Optimization Toolbox/Signal Constraint* по девяти вводимым качественным показателям [37, 38].

Определение K . После некоторого значения K в системе устанавливаются заданные перерегулирование $\sigma\%$ и время переходного процесса t_s . Выражение для определения K можно получить на основе выражения (11):

$$s = b^{-1}(\cdot)[\eta(t) - \dot{s}]/K.$$

Если априори можно оценить верхний предел выражения

$$\Delta_{\max} = \max |b^{-1}(\cdot)[\eta(t) - \dot{s}]|,$$

то можно получить формулу для определения K в виде $|s| \leq \Delta_{\max}/K = \gamma$. Отсюда $K = \Delta_{\max}/\gamma$. Здесь γ — некоторое малое число, определяющее малую окрестность плоскости $s = 0$, по которому происходит медленное движение. Однако такая настройка соответствует наихудшему режиму и приводит к перерасходу энергии управления. Этот недостаток можно исключить путем самонастройки K , поддерживая систему в малой окрестности допустимой ошибки $-\delta_s \leq e(t) \leq +\delta_s$.

Пример 3. На рис. 6, а–г показаны результаты решения задачи, рассматриваемой в примере 2. Здесь управление $u = Ks = K(\dot{e} + ce)$, $c = 1$, $K = 50$. Параметрами настройки являются c и K . В данном методе число параметров настройки является минимальным и при $n = 2$ равно двум.

Максимальное значение управления $u(0) = u_{\max} = 75$. Локализация медленного движения происходит по линии $s = \dot{e} + e = 0$, которая является уравнением предельной системы. Одно-

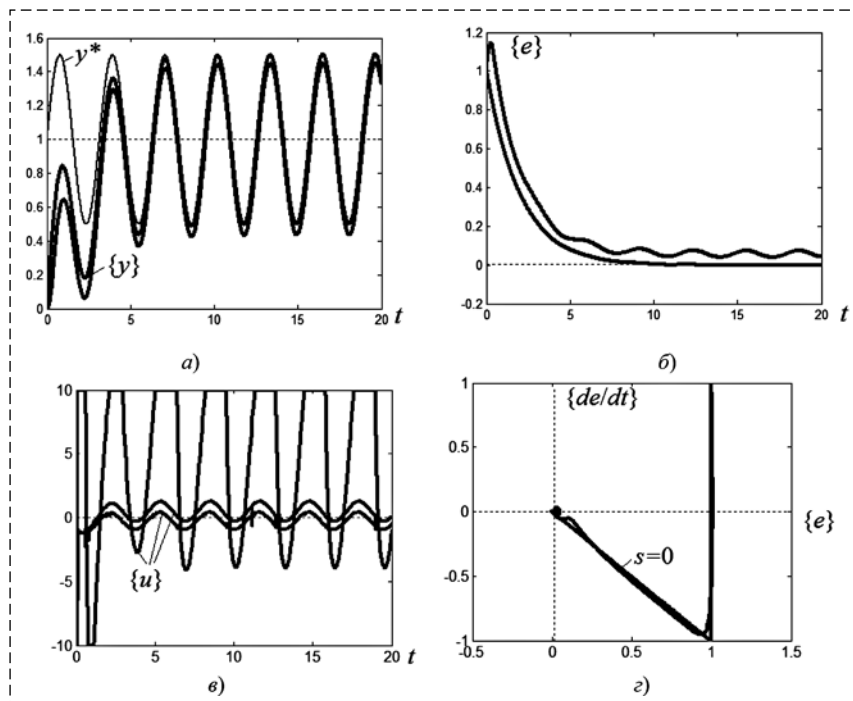


Рис. 6. Динамические характеристики системы с K_∞ -робастным регулятором

контурная схема, соответствующая изложенным выше первым двум методам, существенно упрощает техническую реализацию системы.

Заключение

В работе исследованы основные подходы к построению следящих робастных систем управления с большим коэффициентом усиления. Предложенные методы позволяют обойти сложные математические исследования, присущие большинству известных методов синтеза робастных систем, и управлять нелинейными нестационарными объектами в условиях существенной неопределенности.

Во всех МБКУ происходит локализация медленного движения на многообразии, соответствующем уравнению предельной системы. Эта особенность при конечном K позволяет игнорировать быструю составляющую движения и аппроксимировать описание неопределенной системы линейным детерминированным уравнением.

Достоинства МБКУ:

- используется незначительная информация об объекте — достаточно структурного представления модели объекта;
- простота синтеза и возможность построения простых робастных систем управления, востребованных в инженерных приложениях;
- не используются наблюдатели неопределенностей, которые снижают быстродействие системы и создают новые неудобства, связанные с известными проблемами сходимости при наличии помех;

- использование в методе "локализация движения" старшей производной выхода позволяет точно оценивать функциональные неопределенности, не применяя при этом алгоритмы идентификации;
- одним из достоинств метода "робастная коррекция" является возможность управления неопределенными минимально-фазовыми, неустойчивыми, а также нелинейными и нестационарными объектами без использования высшей производной;
- исключительным и тем не менее не исследованным свойством метода "робастная коррекция" является то, что, принимая ПФ корректирующего звена в виде правильной рациональной дроби, можно избавиться от использования производных выхода;
- в методе синтеза на основе функции Ляпунова имеется возможность построения одноконтурного

робастного относительно уставки регулятора с весьма простым алгоритмом параметрической настройки.

Недостатки МБКУ:

- основным недостатком методов построения робастных систем с большим коэффициентом усиления является преобладание эвристических рассуждений и, как следствие, слабая математическая и методологическая основа; этот недостаток в основном относится к поиску структуры, позволяющему беспредельное увеличение коэффициента усиления без нарушения устойчивости;
- регуляторы первых двух методов не являются робастными относительно уставки, и при ее изменении во время функционирования системы требуется перестройка регулятора в реальном времени;
- метод "робастная коррекция" позволяет строить астатический регулятор для априори известного входа, однако также требуется перестройка регулятора при изменении уставки;
- вообще говоря, астатический регулятор обеспечивает нулевую статическую ошибку для конкретного класса входов. Поэтому при изменении их вида во время функционирования системы следует выполнить структурно-параметрический синтез регулятора. В реальном времени эта задача приводит к построению сложной адаптивной системы с идентификатором входных сигналов;
- метод "локализация движения" может привести к неглубокой системе при наличии сколь угодно малой задержки в канале "высшая про-

изводная — регулятор"; в данном случае негрубость проявляется в нарушении устойчивости системы;

- K_∞ -робастные системы не охватывают объекты, обладающие свойством дифференцирования, т.е. имеющие нули в ПФ;
- низкая помехозащищенность по отношению к высокочастотным помехам, имеющим непосредственный доступ в регулятор;
- отсутствие аналитической формулы для определения коэффициента усиления;
- высокий коэффициент усиления вызывает чрезмерно высокое значение сигнала управления в начальный момент времени. Наложение же ограничения на управление снижает быстродействие и может привести к потере робастности;
- проблема информационного обеспечения состоит в измерении производных выхода с помощью дифференцирующих фильтров или оценивающих устройств, имеющих инерционность. Для систем высокого порядка наличие данной инерционности может нарушить работоспособность системы;
- компьютерная апробация существенно отстает от теоретических исследований.

В практических приложениях коэффициент усиления K принимает не столь уж большое значение, как его представляют.

Решение различных модельных задач с использованием программной среды MATLAB/Simulink позволяет сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение, и подобрать соответствующий метод по назначению.

Список литературы

1. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
2. Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Щербаков П. С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. М.: УРСС, 2014. 560 с.
3. Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. State — space solution to standard H_2 and H_∞ control problem // IEEE Trans. Automat. Control. 1989. Vol. 34, N. 8. P. 831—846.
4. Позняк А. С. Основы робастного управления (H_∞ -теория). М.: Изд. МФТИ, 1991. 128 с.
5. Зацепилова Ж. В., Честнов В. Н. Синтез регуляторов многомерных систем заданной точности по среднеквадратичному критерию на основе процедур LQ-оптимизации // Автоматика и телемеханика. 2011. № 11. С. 70—85.
6. Баландин Д. В., Коган М. М. Алгоритмы синтеза робастного управления динамическими системами. Нижний Новгород: ННГУ, 2007. 88 с.
7. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems. New York: Springer Verlag, 1992. 387 p.
8. Емельянов В. С., Коровин С. К. Новые типы обратных связей: Управление в условиях неопределенности. М.: Наука, 1997. 352 с.
9. Филимонов Н. Б. Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 5. С. 291—299.

10. Ho H. F., Wong Y. K., Rad A. B. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach // Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System. 2001. P. 6—11.

11. Lee H., Tomizuka M. Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley. Department of Mechanical Engineering. September. 1995. P. 95—124.

12. Потапенко Е. М. Робастные комбинированные системы управления с наблюдателями // Проблемы управления и информатики. Киев: НАНУ. 1995. № 2. С. 36—44.

13. Потапенко Е. М. Исследование робастности систем управления с наблюдателями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1996. № 2. С. 104—108.

14. Потапенко Е. М. Синтез и сравнительный анализ робастных компенсаторов пониженного порядка // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1998. № 4. С. 65—74.

15. Казурова А. Е., Потапенко Е. М. Возможные варианты построения высокоточных систем управления упругой неопределенной электромеханической системой // Электротехника та електроенергетика. 2009. № 2. С. 4—14.

16. Потапенко Е. М. Сравнительная оценка робастных систем управления с различными типами наблюдателей // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1995. № 1. С. 109—116.

17. Rustamov G. A. Absolutely Robust Control Systems // Automatic Control and Computer Sciences. 2013. Vol. 47, N 5. P. 227—241.

18. Rustamov G. A. Design of Absolutely Robust Control Systems for Multilinked Plant on the Basis of an Uncertainty Hyperobserver // Automatic Control and Computer Sciences. 2014. Vol. 48, N. 3. P. 129—143.

19. Бобцов А. А., Пыркин А. А. Адаптивное и робастное управление с компенсацией неопределенностей: Учеб. пособие. СПб.: НИУ ИТМО, 2013. 135 с.

20. Rustamov G. A., Mamedova A. T., Rustamov R. G. Analysis of design features of K_∞ -Robust Control Systems // Konfrans International Conference "Global Science and Innovation", November 18—19th, 2015. USA, Chicago, Vol. 2. P. 137—145.

21. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движения в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2 (95). С. 2—10.

22. Мееров М. В. Системы автоматического управления, устойчивые при бесконечно больших коэффициентах усиления // Автоматика и телемеханика. 1947. 8, № 4. С. 225—243.

23. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического управления высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.

24. Востриков А. С. Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 252 с.

25. Востриков А. С. Старшая производная и большие коэффициенты усиления в задаче управления нелинейными нестационарными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 2—7.

26. Востриков А. С. Проблема синтеза регуляторов для систем автоматики: состояние и перспективы // Автоматизация. 2010. 46, № 2. С. 3—19.

27. Востриков А. С., Французова А. Г. Синтез ПИД-регуляторов для нелинейных нестационарных объектов // Автоматизация. 2015. № 5. С. 53—60.

28. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12 (165). С. 3—10.

29. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод большого коэффициента усиления в задаче робастного управления // Известия ЮФУ. 2015. № 1 (162). С. 175—185.

30. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Робастная коррекция динамических объектов в системах автоматического управления // Автоматизация. 2015. 51, № 5. С. 61—68.

31. Рустамов Г. А. Робастная система управления с повышенным потенциалом // Известия Томского Политехнического Университета. 2014. Т. 324, № 5. С. 13—20.
32. Рустамов Г. А. K_∞ -робастные системы управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. № 7. С. 435—442.
33. Рустамов Г. А., Рустамов Р. Г. Особенности K_∞ -робастных систем управления // XVIII Международная Научно-практическая конф. "Научное обозрение физико-математических и технических наук в XXI веке". Prospero. 2015. № 6 (18). С. 30—33.
34. Кругляк П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М.: Машиностроение. 2004. 576 с.
35. Фуртат И. Б., Нехороших А. Н. Робастное управление линейными мультиагентными системами с использованием левых разностей для оценки производных // УБС, 2017. Вып. 65. С. 41—59.
36. Рустамов Г. А., Рустамов Р. Г. Система робастного управления. Евразийский патент. № 025476 от 30.12.2016.
37. Mamedov G. A., Rustamov G. A., Rustamov R. G. Construction of a Logical Control by Means of Optimization of the Function When an Object Model is Indeterminate // Automatic Control and Computer Sciences. 2010. Vol. 44, N. 3. P. 119—123.
38. Рустамов Г. А., Абдуллаева А. Т., Рустамов Р. Г. Оптимизация функции Ляпунова при релейном управлении динамическими объектами // Автоматизация и современные технологии. 2013. № 3. С. 21—25.

Analysis of Methods of Design of Robust Control Systems with High Gain Coefficient

G. A. Rustamov, gazanfar.rustamov@gmail.com,
Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan

Corresponding author: Rustamov Gazanfar A., D. Sc., Professor,
Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan,
e-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Accepted on September 28, 2017

This work is not an overview paper and doesn't cover history of evolution of design methods of robust control systems with high gain coefficient. According to the chronology of the development there are discussed theoretical foundations and practical features of the main methods of this class allowing to control dynamic objects with functional uncertainties. The subject of the research is methods of "localization of motion", "robust correction" and a method based on Lyapunov functions, presented as " K_∞ — robust control systems". The first two methods lead to a two-loop scheme, and the second to a single-loop with robust controller. Despite the compensation of uncertainties and the ghosting of the system in a linear form, the regulators of the first two methods are not robust in relation to the reference trajectory and external disturbances. Therefore, when changing them, it is necessary to perform a structural-parametric change in the regulator in real time. Implementation of this concept in practice leads to the use of a complex adaptive system with a perturbation identifier. The advantages and disadvantages of the methods are analysed. The use of a high gain coefficient for suppressing uncertainties has a dialectical basis — the inverse proportionality of the static error to the open-loop gain. This feature led to a simple and universal engineering method of synthesis, which does not require the use of a special mathematical device. The main disadvantage of the first two methods is that there are prevailing heuristic reasonings while synthesis, mainly in the search for a structure that allows an unlimited increase in the gain without breaking stability. The results of computer simulation in the Matlab / Simulink software environment are presented.

Keywords: undefined object, high gain, high derivative, localization effect, robust correction, Lyapunov function, phase flow.

For citation:

Rustamov G. A. Analysis Of Methods Of Design Of Robust Control Systems With High Gain Coefficient, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 363—373.

DOI: 10.17587/mau.19.363-373

References

1. Poljak B. T., Shherbakov P. S. *Robastnaja ustojchivost' i upravlenie* (Robust stability and control), Moscow, Nauka, 2002, 303 p. (in Russian).
2. Poljak B. T., Hlebnikov M. V., Shherbakov P. S. *Upravlenie linejnymi sistemami pri vneshnih vozmushhenijah: Tehnika linejnyh matrichnyh neravenstv* (Control of linear systems under external perturbations: The technique of linear matrix inequalities), Moscow, URSS, 2014, 560 p. (in Russian).
3. Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. State — space solution to standard H_2 and H_∞ control problem, *IEEE Trans. Automat. Control*, 1989, vol. 34, no. 8, pp. 831—846.
4. Poznjak A. S. *Osnovy robastnogo upravlenija (H_∞ — teorija)* (Fundamentals of robust control (H_∞ — theory)), Moscow, MFTI, 1991, 128 p. (in Russian).
5. Zacepilova Zh. V., Chestnov V. N. *Sintez reguljatorov mnogomernykh sistem za dannykh tochnosti po srednekvadraticnomu kriteriju na osnove procedur LQ-optimizacii* (Synthesis of regulators of multidimensional systems of specified accuracy based on root-mean-square criterion on LQ-optimization procedures), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2011, no. 11, pp. 70—85 (in Russian).
6. Balandin D. V., Kogan M. M. *Algoritmy sinteza robastnogo upravlenija dinameskimi sistemami* (Algorithms for synthesis of robust control of dynamic systems), Nizhnij Novgorod, NNGU, 2007, 88 p. (in Russian).
7. Utkin V. I. *Sliding Modes in Optimization and Control Problems*. New York, Springer Verlag, 1992, 387 p.

8. **Emeljanov V. S., Korovin S. K.** *Novye tipy obratnykh svyazey: Upravlenie v usloviyakh neopredelennosti* (New types of feedback: Control in uncertain conditions), Moscow, Nauka, 1997, 352 p. (in Russian).
9. **Filimonov N. B.** *Metodologicheskij krizis "vsepobezhdajushhej matematizacii" sovremennoj teorii upravlenija* (Methodological crisis of the "all winning mathematization" of the modern control theory), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2016, no. 5, pp. 291–299 (in Russian).
10. **Ho N. F., Wong Y. K., Rad A. B.** Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lya-punov Approach, *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System*, 2001, pp. 6–11.
11. **Lee H., Tomizuka M.** Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley. Department of Mechanical Engineering, September, 1995, pp. 95–120.
12. **Potapenko E. M.** *Robastnye kombinirovannye sistemy upravlenija s nabljudateljami* (Robust combined control systems with observers), *Problemy Upravlenija i Informatiki*, 1995, no. 2, pp. 36–44 (in Russian).
13. **Potapenko E. M.** *Issledovanie robastnosti sistem upravlenija s nabljudateljami* (Research of robust control systems with observers), *Izv. RAN. Teorija i sistemy upravlenija*, 1996, no. 2, pp. 104–108 (in Russian).
14. **Potapenko E. M.** *Sintez i sravnitel'nyj analiz robastnykh kompensatorov po-nizhennogo porjadka* (Synthesis and comparative analysis of robust compensators of reduced order), *Izv. RAN. Teorija i Sistemy Upravlenija*, 1998, no. 4, pp. 65–74 (in Russian).
15. **Kazurova A. E., Potapenko E. M.** *Vozmozhnye varianty postroenija vysokotochnykh sistem upravlenija uprugoj neopredelennoj jelektromehaničeskoj sistemoj* (Possible options of design of high-precision control systems for elastic uncertain electromechanical systems), *Elektrotehnika ta Elektroenergetika*, 2009, no. 2, pp. 4–14 (in Russian).
16. **Potapenko E. M.** *Sravnitel'naja ocenka robastnykh sistem upravlenija s razlichnymi tipami nabljudatelej* (Comparative evaluation of robust control systems with different types of observers), *Izv. RAN. Teorija i Sistemy Upravlenija*, 1995, no. 1, pp. 109–116 (in Russian).
17. **Rustamov G. A.** Absolutely Robust Control Systems, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2013, vol. 47, no. 5, pp. 227–241.
18. **Rustamov G. A.** Design of Absolutely Robust Control Systems for Multilinked Plant on the Basis of an Uncertainty Hyperobserver, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2014, vol. 48, no. 3, pp. 129–143.
19. **Bobcov A. A., Pyrkin A. A.** *Adaptivnoe i robastnoe upravlenie s kompensaciej neopredelennostej* (Adaptive and robust control with uncertainty compensation), SPb., NIU ITMO, 2013, 135 p. (in Russian).
20. **Rustamov G. A., Mamedova A. T., Rustamov R. G.** Analysis of desing features of K_∞ -Robust Control Systems, *Konfrans International Conference "Global Science and Innovation"*, November 18–19th, 2015, USA, Chicago, vol. 2, pp. 137–145.
21. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Metod bol'shikh koeficientov usilenija i jeffekt lokalizacii dvizhenija v zadachah sinteza sistem avtomatičeskogo upravlenija* (Large gain coefficients method and effect of the motion localization in the problem of synthesis of the automatic control system), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2009, no. 2 (95), pp. 2–10 (in Russian).
22. **Meerov M. V.** *Sistem avtomatičeskogo upravlenija, ustojčivye pri beskonečno bol'shikh koeficientah usilenija* (Automatic control system, stable at infinitely large gain factors), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1947, vol. 8, no. 4, pp. 225–243 (in Russian).
23. **Meerov M. V.** *Sintez struktur sistem avtomatičeskogo upravlenija vysokoj točnosti* (Synthesis of structures of automatic control systems with high precision), Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).
24. **Vostrikov A. S.** *Sintez sistem regulirovanija metodom lokalizacii* (Synthesis of control systems by localization method), Novosibirsk, Publishing house of NGTU, 2007, 252 p. (in Russian).
25. **Vostrikov A. S.** *Starshaja proizvodnaja i bol'shie koeficienty usilenija v zadache upravlenija nelinejnymi nestacionarnymi obektami* (The highest derivative and large coefficients in controlling the linear non-stationary objects), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2008, no. 5, pp. 2–7 (in Russian).
26. **Vostrikov A. S.** *Problema cinteza reguljatorov dlja sistem avtomatiki: sostojanie i perspektivy* (The problem of the synthesis of regulators for automation systems: state and prospects), *Avtometrija*, 2010, vol. 46, no. 2, pp. 3–19 (in Russian).
27. **Vostrikov A. S., Francuzova A. G.** *Sintez PID-reguljatorov dlja nelinejnykh nestacionarnykh obektov* (Synthesis of PID-regulators for nonlinear nonstationary objects), *Avtometrija*, 2015, no. 5, pp. 53–60 (in Russian).
28. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Robastnaja korrekcija v sistemah upravlenija s bol'shim koeficientom usilenija* (Robust correction in control systems with high gain), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2014, no. 12 (165), pp. 3–10 (in Russian).
29. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Metod bol'shogo koeficienta usilenija v zadache robastnogo upravlenija* (Method a big gain in problems of robust control), *Izvestija JuFU*, 2015, vol. 162, no. 1, pp. 175–185 (in Russian).
30. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Robastnaja korrekcija dinamičeskikh obektov v sistemah avtomatičeskogo upravlenija* (Robust correction of dynamic objects in automatic control systems), *Avtometrija*, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 61–68 (in Russian).
31. **Rustamov G. A.** *Robastnaja sistema upravlenija c povyšennym potencialom* (Robust control system with high potential), *Izvestija Tomskogo Politehničeskogo Universiteta*, 2014, vol. 324, no. 5, pp. 13–20 (in Russian).
32. **Rustamov G. A.** K_∞ -robastnye sistemy upravlenija (K_∞ -robust control systems), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, no. 7, pp. 435–442 (in Russian).
33. **Rustamov G. A., Rustamov R. G.** *Osobennosti K_∞ -robastnykh sistem upravlenija* (Features of K_∞ -robust control systems), *Prospero*, 2015, no. 6 (18), pp. 30–33 (in Russian).
34. **Krutko P. D.** *Obratnye zadachi dinamiki v teorii avtomatičeskogo upravlenija* (Inverse problems of dynamics in the theory of automatic control), Moscow, Mashinostroenie, 2004, 576 p. (in Russian).
35. **Furtat I. B., Nehoroshih A. N.** *Robastnoe upravlenie linejnymi mul'tiagentnymi sistemami s ispol'zovaniem levyh raznostej dlja ocenki proizvodnykh* (Robust control of linear multi-agent systems using left differences for the estimation of derivatives), *UBS*, 2017, iss. 65, pp. 41–59 (in Russian).
36. **Rustamov G. A., Rustamov R. G.** *Sistema robastnogo upravlenija* (Robust control system), *Evrasijskij patent*. № 025476 ot 30.12.2016 (in Russian).
37. **Mamedov G. A., Rustamov G. A., Rustamov R. G.** Construction of a Logical Control by Means of Optimization of the Function When an Object Model is Indeterminate, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2010, vol. 44, no. 3, pp. 119–123.
38. **Rustamov G. A., Abdullaeva A. T., Rustamov R. G.** *Optimizacija funkcii Ljapunova pri relejnom upravlennii dinamičeskimi obektami* (Optimization of the Lyapunov function in relay control of dynamic objects), *Avtomatizacija i Sovremennye Tehnologii*, 2013, no. 3, pp. 21–25 (in Russian).