**А. А. Кузьменко**, канд. техн. наук, aakuzmenko@sfedu.ru, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета, г. Таганрог

# Робастное управление синхронным двигателем с постоянными магнитами: синергетический подход<sup>1</sup>

Благодаря своим высоким энергетическим показателям, компактности, надежности и высокому качеству регулирования синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ) находят широкое практическое применение. При управлении частотой вращения СДПМ основным принципом управления является принцип каскадного регулирования с ПИ законами управления, включающий внешний контур регулирования по частоте вращения и два внутренних контура по токам статора по осям (d, q). Недостатки данного принципа пытаются устранить, применяя для синтеза законов управления современные методы нелинейного управления — линеаризацию обратной связью, бэкстеппинг, методы предиктивного управления, методы скользящего управления, методы робастного и адаптивного управления, нечеткого и нейросетевого управления, комбинации этих методов и др. Однако в большинстве случаев использование этих методов направлено на то, чтобы посредством процедуры соответствующего метода синтезировать статические или динамические уставки для стандартных ПИ регуляторов частоты и токов.

В данной работе предлагается рассмотреть два подхода синергетической теории управления (СТУ) к построению робастных законов управления СДПМ: метод синтеза законов скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий СТУ и принцип интегральной адаптации (ПИА). Эти подходы реализуют векторное управление и не ориентируются на стандартную структуру принципа каскадного регулирования СДПМ. Предложенные подходы упрощают анализ устойчивости замкнутой системы: условия устойчивости складываются из условий устойчивости функциональных уравнений СТУ и условий устойчивости финишной декомпозированной системы, размерность которой существенно меньше размерности исходной системы. На основе результатов синтезированных в работе законов робастного управления СДПМ можно заключить, что более предпочтительны законы, синтезированные в соответствии с ПИА.

Теоретические выкладки данной работы проиллюстрированы результатами моделирования, которые показывают выполнение поставленных задач управления: достижение целевых инвариантов, робастность к изменению момента нагрузки.

**Ключевые слова:** нелинейные системы управления, робастность, синтез управления, скользящее управление, поверхность скольжения, синергетическая теория управления, метод АКАР, интегральная адаптация, синхронный двигатель с постоянными магнитами

#### Введение

Благодаря своим высоким энергетическим показателям, компактности, надежности и высокому качеству регулирования синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ) находят широкое практическое применение не только в промышленности, но и в электроустановках с автономным питанием — электромобилях, самолетах, роботах и т. п. [1-17]. Так, в работе [4] отмечаются как преимущества СДПМ: "...большой пусковой момент; высокий КПД; меньшие массогабаритные параметры по сравнению с асинхронными двигателями той же мощности...", так и ряд недостатков: "...чувствительность конструкции двигателей к высоким температурам постоянных магнитов; необходимость наличия информации о положении ротора для работы в системах с высокими требованиями по точности и качеству переходных

процессов; наличие магнитного поля (даже после выключения) и более высокая цена...".

При управлении частой вращения СДПМ основным принципом управления является принцип каскадного (подчиненного) регулирования с ПИ законами управления, включающий внешний контур регулирования по частоте вращения и два внутренних контура по токам статора по осям (d, q) [1—4, 8, 9, 13—15]. Данный принцип реализует векторное управление СДПМ и в силу своей простоты достаточно распространен. Но в работах [2-4] также отмечается, что он не позволяет обеспечить высокие динамические и статические характеристики и устойчивость при наличии параметрических и внешних возмущений. Для преодоления обозначенных недостатков и обеспечения робастности к внешнему и/или параметрическим возмущениям при решении различных задач управления СДПМ (позиционирование; стабилизация частоты вращения, токов, момента; слежение и др.) в настоящее время большее применение находят современные методы не-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-08-00366.

линейного управления: линеаризация обратной связью [5], бэкстеппинг [6], методы предиктивного управления [7], методы скользящего управления [8, 9], методы робастного и адаптивного управления [10—12, 17], нечеткого и нейросетевого управления [13—16], а также различные комбинации этих методов. Отметим, что в большинстве случаев использование этих методов направлено на то, чтобы посредством процедуры соответствующего метода формировать законы управления, являющиеся статическими или динамическими уставками для стандартных ПИ регуляторов частоты вращения и токов.

В данной же работе предлагается рассмотреть два подхода синергетической теории управления (СТУ) к построению робастных законов управления СДПМ [18—30]: метод синтеза законов скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий СТУ и принцип интегральной адаптации (ПИА). Эти подходы реализуют векторное управление и не ориентируются на стандартную структуру каскадного регулирования СДПМ.

### 1. Описание подходов к синтезу робастного управления в СТУ

В работе [20] приведено детальное описание метода аналитического конструирования законов скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий и приведены подробные примеры его применения для различных нелинейных систем, поэтому в данной работе повторно излагать его не будем. Но все примеры в статье [20] иллюстрировали только скалярный синтез. Описанный в работе [20] метод синтеза скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий справедлив и для синтеза векторного управления: в этом случае на первом этапе синтеза вводятся многообразия соответствующего вида, число которых соответствует числу каналов управления, а последующие этапы идентичны этапам, описанным в статье [20]. При этом размерность декомпозированной системы уменьшается на число, соответствующее числу введенных инвариантных многообразий на каждом этапе синтеза. В данной работе будет подробно описан именно векторный синтез законов робастного управления СДПМ, базирующийся на методе аналитического конструирования законов скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий.

ПИА заключается в построении "гарантирующих регуляторов", обеспечивающих компенсацию наихудших возмущений, т.е. "...возмущений, которые за наименьшее время отклоняют объект управления на максимальное возможное расстояние от желаемого состояния в его фазовом пространстве" [19]. Указанное определение означает, что наихудшие возмущения — это кусочно-постоянные возмущения вида  $M_i^{\text{sup}}(t) = M_{i0} \text{sign } \mu(t)$  со случайным изменением величины  $M_{i0}={
m const}$  на соответствующем интервале и знака функции  $\mu(t)$ . Для компенсации кусочно-постоянных возмущений "гарантирующий регулятор" должен включать в себя интегратор [19], т. е. должен реализовывать астатический закон управления. В классической теории управления интегральные составляющие, с одной стороны, компенсируют постоянные возмущения и повышают точность управления, а с другой — ухудшают устойчивость замкнутой системы. Но для методов СТУ такой проблемы не существует, так как процедура этого метода гарантирует асимптотическую устойчивость системы дифференциальных уравнений сложных технических объектов. Использование ПИА СТУ позволяет полностью компенсировать влияние полиномиального возмущения степени п: для этого особым образом вводится n + 1 интегратор. Очевидно, что гармоническое возмущение таким образом полностью не компенсируется, но существенно ослабляется влияние данного возмущения уже с тремя интеграторами [21].

В соответствии с идеологией метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) СТУ для того, чтобы противодействовать внешним или параметрическим возмущениям мы должны представить каждое из них в виде динамической модели, выход которой аппроксимирует возмущение соответствующего класса. При этом в структуру этих моделей, согласно ПИА, должны входить финишные макропеременные, включающие желаемые инварианты. Таким образом, если рассматривать возмущение степени *n*, то такая модель имеет вид

$$\dot{z}_{1}(t) = z_{2}; \qquad \dot{z}_{2}(t) = z_{3};$$
.....
$$\dot{z}_{n}(t) = z_{n+1}; \qquad \dot{z}_{n+1}(t) = \Phi_{i}(\mathbf{x}),$$
(1)

где  $z_i$  — динамические переменные модели возмущения;  $\Phi_i(\mathbf{x})$  — функция от переменных

состояния исходного объекта, отражающая желаемый инвариант — цель управления. Выходной переменной модели (1) является  $z_1$ .

Так, если рассматриваются кусочно-постоянные возмущения, то из соотношений (1) для них получим модель вида

$$\dot{z}_i(t) = \Phi_i(\mathbf{x}). \tag{2}$$

Таким образом, для использования ПИА для синтеза робастных законов управления необходимо [21, 25—30]:

- 1) каждое из возмущений представить его моделью вида (1). Соответствующие модели возмущений добавляются к уравнениям объекта управления, образуя расширенную систему. В уравнении объекта каждое возмущение заменяется выходной переменной его модели;
- 2) для расширенной системы осуществляется синтез законов управления в соответствии с базовой процедурой метода АКАР [18, 19]. Отметим, что в отличие от базовой процедуры метода АКАР при синтезе законов управления в соответствии с ПИА финишные макропеременные всегда должны иметь структуру

$$\psi_i = \Phi_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^k \beta_j z_j, \tag{3}$$

здесь  $\beta_j$  — постоянные коэффициенты; k — число переменных состояния в модели соответствующего возмущения.

#### 2. Модель СДПМ и постановка задачи

Согласно работам [1, 8] математическая модель СДПМ в осях (q, d) описывается следующими уравнениями:

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} (K_t i_q - B\omega - T_L);$$

$$\dot{i}_d(t) = \frac{1}{L} (-R_s i_d + L n_p \omega i_q + u_d);$$

$$\dot{i}_q(t) = \frac{1}{L} (-R_s i_q - L n_p \omega i_d - n_p \phi_f \omega + u_q),$$
(4)

где  $\omega$  — частота вращения ротора; J — момент инерции;  $i_q$ ,  $i_d$  — проекции тока статора по осям (q, d) соответственно; B — коэффициент вязкого трения;  $T_L$  — момент нагрузки; L — индуктивность статора;  $R_s$  — активное сопротивление статора;  $n_p$  — число пар полюсов;  $u_q$ ,  $u_d$  — проекции напряжения статора по осям (q, d) соответственно (управления);  $\phi_f$  — потокосцепление ротора;  $K_t = \frac{3}{2} n_p \phi_f$  — константа.

Инвариантами для СДПМ являются [1, 8]:

• стабилизация проекции тока статора по оси d

$$i_d = 0, (5)$$

• стабилизация частоты вращения ротора

$$\omega = \omega_0, \tag{6}$$

здесь  $\omega_0$  — заданное значение частоты вращения. Для системы (4) ставится задача построения робастных законов управления  $u_q$ ,  $u_d$ , обеспечивающих устойчивость, выполнение целевых инвариантов (5), (6) и робастность к внешнему возмущению — моменту нагрузки  $T_I$ .

#### 3. Синтез законов робастного управления СДПМ: скользящее управление

Опираясь на метод синтеза законов скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий СТУ [20], опишем процедуру векторного синтеза на примере СДПМ.

Поскольку внешнее возмещение не должно входить в структуру законов управления, то, предполагая, что изменения момента нагрузки носят кусочно-постоянный характер, заменим в первом уравнении модели СДПМ момент нагрузки  $T_L$  его оценкой вида (2):  $T_L \to z$ . В итоге получим

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} (K_t i_q - B\omega - z);$$

$$\dot{i}_d(t) = \frac{1}{L} (-R_s i_d + L n_p \omega i_q + u_d);$$

$$\dot{i}_q(t) = \frac{1}{L} (-R_s i_q - L n_p \omega i_d - n_p \phi_f \omega + u_q);$$

$$\dot{z}(t) = \omega - \omega_0.$$
(7)

Из системы (7) видно, что управление  $u_d$  непосредственно воздействует на ток  $i_d$ , поэтому задаем инвариантное многообразие, обеспечивающее выполнение инварианта (5), в явном виде

$$\psi_1 = |i_d| = 0. \tag{8}$$

Аналогично, управление  $u_q$  в системе (7) непосредственно не воздействует на частоту вращения  $\omega$  и, соответственно, задать инвариантное многообразие, обеспечивающее выполнение инварианта (6), в явном виде нельзя, поэтому применяем последовательную процедуру синтеза метода АКАР. Согласно работе [20] задаем инвариантное многообразие вида

$$\psi_2 = \beta \left| \omega - \omega_0 \right| + \left| s_1 \right| = 0, \tag{9}$$

где  $s_1 = K_t i_q + u_2(\omega, z)$  — поверхность скольжения;  $u_2(\omega, z)$  — "внутреннее" управление.

Подставляя соотношения (8) и (9) в функциональное уравнение метода АКАР

$$T_i \dot{\Psi}_i(t) + \Psi_i = 0, \tag{10}$$

получаем в силу уравнений объекта (7) искомые законы управления:

$$u_d = R_s i_d - L n_p \omega i_q - \frac{L}{T_1} \psi_1 \text{sign}(i_d); \qquad (11)$$

$$u_q =$$

$$= -\frac{L}{K_{t}} \left[ \beta \operatorname{sign}(\omega - \omega_{0}) \frac{1}{J} (K_{t} i_{q} - B\omega - z) + \frac{1}{T_{2}} \psi_{2} \right] \times \times \operatorname{sign}(s_{1}) + R_{s} i_{q} + L n_{p} \omega i_{d} + n_{p} \phi_{f} \omega -$$

$$- \frac{L}{K_{t} J} (K_{t} i_{q} - B\omega - z) \frac{\partial u_{2}}{\partial \omega} - \frac{L}{K_{t}} \frac{\partial u_{2}}{\partial z} (\omega - \omega_{0}).$$
(12)

Под действием управлений (11), (12) изображающая точка (ИТ) системы (7) попадает в окрестность пересечения многообразий (8), (9), движение вдоль которого описывается декомпозированной системой

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J}(-u_2(\omega, z) - B\omega - z);$$

$$\dot{z}(t) = \omega - \omega_0.$$
(13)

В выражение (12) входит неизвестное на данном этапе "внутреннее" управление  $u_2(\omega, z)$ , а также его частные производные. Управление  $u_2(\omega, z)$  непосредственно воздействует на частоту, поэтому, согласно методике [20], вводим подмногообразие, отражающее целевой инвариант (6) и обеспечивающее компенсацию возмущения:

$$s_2 = \omega - \omega_0 + \gamma z = 0, \tag{14}$$

где у — некоторая константа.

Из функционального уравнения

$$T_3\dot{s}_2(t) + s_2 = 0.$$

в силу уравнений декомпозированной системы (13) и подмногообразия (14) находим:

$$u_2(\omega, z) =$$

$$= -B\omega - z + J\gamma(\omega - \omega_0) + \frac{J}{T_3}(\omega - \omega_0 + \gamma z). \quad (15)$$

Движение ИТ вдоль  $s_2 = 0$  описывается следующей после (13) декомпозированной системой:

$$\dot{z}(t) = -\gamma z. \tag{16}$$

Условие асимптотической устойчивости в целом этого уравнения и, следовательно, движения вдоль  $s_2=0$  имеет весьма простой вид:  $\gamma>0$ .

Проверим выполнения условия возникновения скользящего режима [22]:

$$s_1 \dot{s}_1(t) < 0.$$
 (17)

Имеем следующее выражение для поверхности переключения:

$$\begin{split} s_1 &= K_t i_q + u_2(\omega, z) = K_t i_q - B\omega - z + \\ &+ J\gamma(\omega - \omega_0) + \frac{J}{T_3}(\omega - \omega_0 + \gamma z), \end{split}$$

а ее производную  $\dot{s}_1(t)$  выразим из функционального уравнения (10). В итоге получим:

$$\dot{s}_{1}(t) =$$

$$= -\left(\beta \operatorname{sign}(\omega - \omega_{0}) \frac{1}{J} (K_{t} i_{q} - B\omega - z) + \frac{1}{T_{1}} \psi_{1}\right) \operatorname{sign} s_{1}.$$

Подставив полученные выше выражения для  $s_1$  и  $\dot{s}_1(t)$  в (17), можно убедиться, что оно выполняется при  $\beta>0,\ \gamma>0,\ T_1>0,\ T_3>0.$  Согласно методу AKAP [18, 19] условие

Согласно методу АКАР [18, 19] условие устойчивость замкнутой системы (7) с синтезированными законами управлением (11), (12) складывается из условия устойчивости финишной декомпозированной системы (16), в нашем случае это  $\gamma > 0$ , и условий устойчивости движения к введенным многообразиям (8), (9) и (14), которые определяются условиями устойчивости соответствующих функциональных уравнений, в нашем случае это  $T_i > 0$ ,  $i = \overline{1,3}$ .

Итак, вычислив частные производные  $u_2(\omega, z)$  из соотношения (15) и подставив их в (12), получим итоговое выражение для робастных законов управления (11), (12), обеспечивающих устойчивость замкнутой системы, скользящий режим, выполнение целевых инвариантов (5), (6) и робастность к внешнему возмущению — моменту нагрузки. Отметим, что поскольку в структуру поверхности скольжения входит переменная z, которая согласно системе (7) равна интегралу от ошибки по частоте вращения, то можно утверждать, что закон управления (12) реализует интегральный скользящий режим.

## 4. Синтез законов робастного управления СДПМ: принцип интегральной адаптации

Опираясь на процедуру синтеза законов управления на основе ПИА, приведенную выше и в работах [25—30], опишем процедуру синтеза законов робастного управления в соответствии с ПИА для СДПМ.

Внешнее возмещение — момент нагрузки  $T_L$  — представим моделью вида (1), состоящей из трех интеграторов [21]. Объединив эту мо-

дель возмущения и модель СДПМ (4), получим расширенную модель для синтеза законов управления в соответствии с ПИА. При этом момент нагрузки в первом уравнении модели СДПМ (4) заменим его оценкой — выходной переменной модели возмущения:  $T_L \to z_1$ . В итоге имеем расширенную систему:

$$\begin{split} \dot{\omega}(t) &= \frac{1}{J} (K_t i_q - B\omega - z_1); \\ \dot{i}_d(t) &= \frac{1}{L} (-R_s i_d + L n_p \omega i_q + u_d); \\ \dot{i}_q(t) &= \frac{1}{L} (-R_s i_q - L n_p \omega i_d - n_p \phi_f \omega + u_q); \\ \dot{z}_1(t) &= z_2; \\ \dot{z}_2(t) &= z_3; \\ \dot{z}_3(t) &= \omega - \omega_0. \end{split}$$
 (18)

Задаем инвариантное многообразие, обеспечивающее выполнение инварианта (5), в явном виде

$$\psi_4 = i_d = 0. \tag{19}$$

Так как задать инвариантное многообразие, обеспечивающее выполнение инварианта (6), в явном виде нельзя, поэтому применяем последовательную процедуру синтеза метода АКАР [18, 19]. Задаем инвариантное многообразие в виде

$$\psi_5 = K_t i_q + U(\omega, \mathbf{z}) = 0, \tag{20}$$

где  $U(\omega, \mathbf{z})$  — "внутреннее" управление.

Подставляя выражения (19) и (20) в функциональное уравнение метода АКАР вида (10), получаем в силу уравнений объекта (18) искомые законы управления:

$$u_{d} = R_{s}i_{d} - Ln_{p}\omega i_{q} - \frac{L}{T_{4}}\psi_{4}; \qquad (21)$$

$$u_{q} = R_{s}i_{q} + Ln_{p}\omega i_{d} + n_{p}\phi_{f}\omega - \frac{L}{K_{t}J}(K_{t}i_{q} - B\omega - z_{1})\frac{\partial U}{\partial \omega} - \frac{L}{K_{t}J}\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial U}{\partial z_{i}}\dot{z}_{i}(t) - \frac{L}{K_{t}T_{5}}\psi_{5}.$$

Под действием управлений (21), (22) ИТ системы (18) попадает в окрестность пересечения многообразий (19), (20), движение вдоль которого описывается декомпозированной системой

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} (-U(\omega, \mathbf{z}) - B\omega - z_1);$$

$$\dot{z}_1(t) = z_2;$$

$$\dot{z}_2(t) = z_3;$$

$$\dot{z}_3(t) = \omega - \omega_0.$$
(23)

В выражение (22) входит неизвестное на данном этапе "внутреннее" управление  $U(\omega, \mathbf{z})$ , а также его частные производные. Управление  $U(\omega, \mathbf{z})$  непосредственно воздействует на частоту, поэтому в соответствии с уравнением (3) вводим многообразие, отражающее целевой инвариант (6) и обеспечивающее компенсацию возмущения:

$$\psi_6 = \omega - \omega_0 + \gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 + \gamma_3 z_3 = 0. \tag{24}$$

Из функционального уравнения

$$T_6\dot{\psi}_6(t) + \psi_6 = 0.$$

в силу уравнений декомпозированной системы (23) и многообразия (24) находим:

$$U(\omega, \mathbf{z}) = -B\omega - z_1 +$$

$$+ J \begin{pmatrix} \gamma_1 z_2 + \gamma_2 z_3 + \gamma_3 (\omega - \omega_0) + \\ + \frac{1}{T_6} (\omega - \omega_0 + \gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 + \gamma_3 z_3) \end{pmatrix}.$$
 (25)

Движение ИТ вдоль  $\psi_6 = 0$  описывается следующей после (23) декомпозированной системой:

$$\dot{z}_1(t) = z_2; \quad \dot{z}_2(t) = z_3; 
\dot{z}_3(t) = -\gamma_1 z_1 - \gamma_2 z_2 - \gamma_3 z_3.$$
(26)

Для нахождения неизвестных коэффициентов, обеспечивающих устойчивость системы (26), воспользуемся методом модального управления. Запишем матрицу состояния системы (26) и найдем ее характеристическое уравнение. Получаем

$$A(p) = \det(p\mathbf{E} - \mathbf{A}) =$$
  
=  $p^3 + \gamma_3 p^2 + \gamma_2 p + \gamma_1 = 0.$ 

Зададим желаемое характеристическое уравнение с заданным расположением корней:

$$A_0(p) = (p - p_0)^3 =$$
  
=  $p^3 - 3p_0p^2 + 3p_0^2p - p_0^3 = 0$ ,

здесь  $p_0 < 0$  — желаемый корень. Приравнивая коэффициенты этих двух уравнений при одинаковых степенях p, найдем неизвестные коэффициенты:

$$\gamma_1 = -p_0^3, \ \gamma_2 = 3p_0^2, \ \gamma_3 = -3p_0.$$
 (27)

Таким образом, выбор коэффициентов  $T_j > 0$ ,  $j = \overline{4,6}$ , и вычисление  $\gamma_i$  согласно (27) обеспечат асимптотическую устойчивость СДПМ с синтезированными законами робастного управления (21), (22). Итак, вычислив частные производные  $U(\omega, \mathbf{z})$  из уравнения

(25) и подставив их в уравнение (22), получим итоговое выражение для робастных законов управления (21), (22), обеспечивающих устойчивость замкнутой системы, выполнение целевых инвариантов (5), (6) и робастность к изменению внешнего возмущения — момента нагрузки.

#### 5. Моделирование замкнутой системы

Осуществим моделирование СДПМ с синтезированными в данной работе законами робастного управления в системе MATLAB.

Номинальные параметры СДПМ, представленные в работе [8]: мощность P = 750 Вт; напряжение U = 200 В;  $J = 1.74 \cdot 10^{-4}$  кг·м²; B == 7,403·10<sup>-5</sup> H·м·с/рад;  $T_L$  = 2,4 H·м; L =  $L_d$  =  $L_q$  = 0,004 Гн;  $R_s$  = 1,74 Ом;  $n_p$  = 4;  $\phi_f$  = 0,1167 Вб;  $\omega_0 = 1000$  рад/с; параметры законов управления (11), (12):  $\beta = 0.1$ ;  $\overline{T}_1 = \overline{T}_2 = 0.001$ ;  $\overline{T}_3 = 0.0001$ ; γ = 300; параметры законов управления (21), (22):  $T_4 = T_5 = 0.001$ ;  $T_6 = 0.01$ ;  $p_0 = -100$ .

При моделировании будем рассматривать следующие возмущения:

$$T_{L} = \begin{cases} 0, & t \leq 0,02; \\ 2,4, & 0,02 < t \leq 0,06; \\ 3,6, & 0,06 < t \leq 0,1; \\ 1,2, & t > 0,1; \end{cases}$$
 (28)

$$T_L = \begin{cases} 0, & t < 0,05; \\ 2,4\sin(100t), & t \ge 0,05. \end{cases}$$
 (29)

На рис. 1—3 показаны результаты моделирования СДПМ с возмущением (28) и робастными законами управления (11), (12) (показаны штриховой толстой линией), робастными законами управления (21), (22) (показаны сплошной тонкой линией). На рис. 4-6 показаны результаты моделирования СДПМ с возмущением (29) и робастными законами управления (11), (12) (показаны штриховой толстой линией), робастными законами управления (21), (22) (показаны сплошной тонкой линией). Среди результатов моделирования опущены графики изменения тока  $i_d$ , поскольку он достаточно быстро принимает нулевое значение и практически не изменяется при наличии возмущений.

Из рис. 1—3 следует, что законы управления (11), (12), (21), (22) обеспечивают выполнение целей управления — инвариантов (5), (6) и компенсацию возмущения (28). При схожих амплитудах управляющих воздействий законы управления

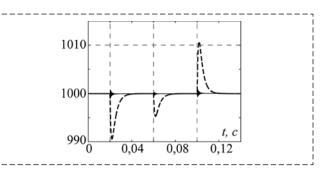
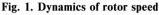


Рис. 1. Графики изменения частоты вращения



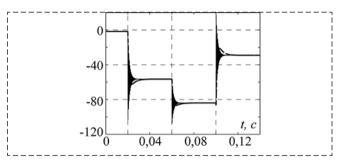
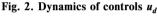


Рис. 2. Графики изменения управления  $u_d$ 



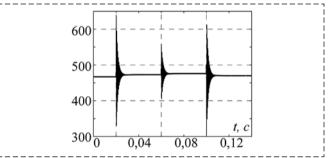


Рис. 3. Графики изменения управления и, Fig. 3. Dynamics of controls  $u_a$ 

(21), (22), синтезированные согласно ПИА высокого порядка, обеспечивают большее быстродействие при меньших отклонениях частоты вращения в переходном режиме. Законы (11), (12) практически исключают высокочастотное переключение знака сигнала управления (chatteringэффект) при отработке возмущения.

Более интересны результаты моделирования замкнутой системы при наличии возмущения (29): из рис. 4 видно, что при гармоническом изменении момента нагрузки законы управления (21), (22) практически полностью его компенсируют, в то время как при законах управления (11), (12) наблюдаются гармонические изменения частоты вращения СДПМ с отклонением от заданного значения. При этом графики изменения управлений практически идентичны и отличаются только на на-

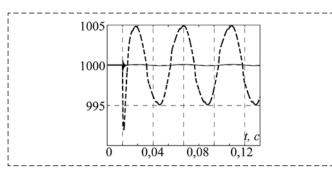


Рис. 4. Графики изменения частоты вращения Fig. 4. Dynamicsofrotorspeed

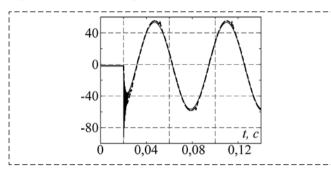


Рис. 5. Графики изменения управления  $u_d$ Fig. 5. Dynamics of controls  $u_d$ 

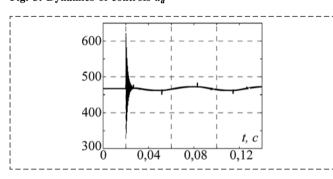


Рис. 6. Графики изменения управления и Fig. 6. Dynamics of controls  $u_a$ 

чальном этапе — возникают затухающие колебания сигналов управления (21), (22).

#### Заключение

Итак, в данной работе в рамках СТУ представлены два подхода к синтезу робастных законов управления СДПМ: метод синтеза законов скользящего управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий и ПИА.

Общие характеристики этих подходов:

- обеспечивают робастность к внешнему возмущению;
- используются для векторного синтеза законов управления нелинейными системами;
- для компенсации возмущения не требуют синтеза наблюдателей возмущения и, соответственно, его оперативной оценки;

упрощается анализ устойчивости замкнутой системы.

Следует отметить следующие результаты сравнения этих подходов для СДПМ:

- законы не реализуют принцип каскадного регулирования СДПМ;
- законы скользящего управления потенциально могут приводить к возникновению chattering-эффекта, а законы, синтезированные в соответствии с ПИА, не имеют такого негативного эффекта:
- предложенный подход к синтезу законов скользящего управления для СДПМ упрощает анализ условия возникновения скользящего режима;
- законы, синтезированные в соответствии с ПИА, обладают большим быстродействием и лучше компенсируют гармоническое изменение момента нагрузки.

Сравнение полученных в данной работе законов робастного управления СДПМ с другими законами, представленными в современных источниках, будет выполнено в последующей работе.

#### Список литературы

- 1. Krishnan R. Electric Motor Drives: Modeling, Analysis
- and Control. New Jersey: Prentice-Hall, 2001. 626 р. 2. **Ковшаров А. Н.** Выбор системы управления для высокоскоростного синхронного двигателя с постоянными магнитами // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2013. Т. 137. С. 3—6.
- 3. Гуляев И. В., Волков А. В., Попов А. А., Бобров М. А. Векторное управление синхронным двигателем с постоянными магнитами // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 5. С. 187—190.
- 4. Мичурин Р. А. Моделирование работы синхронного двигателя с постоянными магнитами в среде Simulink // Электронные информационные системы. 2017. № 3 (14). С. 23—32.
- 5. Kim K.-H., Jeung Y.-C., Lee D.-C. et al. LVRT scheme of PMSG wind power systems based on feedback linearization // IEEE Transactions on Power Electronics. 2012. Vol. 27, iss. 5. P. 2376—2384.
- 6. Zhou J., Wang Y. Adaptive backstepping speed controller design for a permanent magnet synchronous motor // IEEE Proceedings: Electric Power Applications. 2002. Vol. 149, iss. 2. P. 165—172.
- 7. Rodriguez J., Cortes P. Predictive Control of Power Converters and Electrical Drives. Wiley Online Library, 2012. 230 p. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119941446.
- 8. Li S., Zong K., Liu H. A composite speed controller based on a second-order model of permanent magnet synchronous motor system // Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2011. Vol. 33, iss. 5. P. 522—541.
- 9. Sun L., Zhang X., Sun L., Zhao K. Nonlinear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques // IEEE Transactions on Power Electronics. 2013. Vol. 28, iss. 3. P. 1358—1365.
- 10. Mohamed Y. A.-R. I. Design and implementation of a robust current-control scheme for a PMSM vector drive with a simple adaptive disturbance observer // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2007. Vol. 54, iss. 4. P. 1981–1988.
- 11. Baik I.-C., Kim K.-H., Youn M.-J. Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2000. Vol. 8, iss. 1. P. 47-54.

- 12. **Li S., Liu Z.** Adaptive speed control for permanent-magnet synchronous motor system with variations of load inertia // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2009. Vol. 56, iss. 8. P. 3050—3059.
- 13. **Kung Y.-S., Tsai M.-H.** FPGA-based speed control IC for PMSM drive with adaptive fuzzy control // IEEE Transactions on Power Electronics. 2007. Vol. 22, iss. 6. P. 2476—2486.
- 14. **Chaoui H., Sicard P.** Adaptive fuzzy logic control of permanent magnet synchronous machines with nonlinear friction // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2012. Vol. 59, iss. 2. P. 1123—1133.
- 15. **Чумак А. С., Данилова М. Г.** Синхронный электропривод обжиговой машины с адаптивным регулятором на основе нечеткого алгоритма Такаги Сугено // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2012. Т. 8, № 5. С. 105—107.
- 16. Yu J., Shi P., Dong W. et al. Neural network-based adaptive dynamic surface control for permanent magnet synchronous motors // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. 2015. Vol. 26, iss. 3. P. 640—645.
- 17. **Bobtsov A., Nikolaev N., Pyrkin A., Slita O., Titova Ye.** Rotor Position, Speed and Flux Observers for Permanent Magnet Synchronous Motors // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2018, vol. 19, no. 2, pp. 75—79.
- 18. Колесников А. А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994. 344 с.
- 19. **Колесников А. А.** Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. 2-е изд. М.: Либроком, 2012. 240 с.
- 20. **Колесников А. А., Кузьменко А. А.** Синтез законов разрывного управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий метода АКАР // Мехатроника, автоматизация и управление. 2019. Т. 20, № 8. С. 451—460.
- 21. **Кузьменко А. А.** Синергетическое управление нелинейными техническими системами: интегральная адаптация высокого порядка // Сборник научных трудов VIII Всероссийской научной конференции "Системный синтез и прикладная синергетика", 18—20 сентября 2017 г., п. Нижний Архыз, Россия. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2017. С. 50—60.

- 22. **Utkin V., Guldner J., Shi J.** Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. 2nd ed. Boca Raton, London: CRC Press, Taylor and Francis, 2009. 503 p.
- 23. **Кузьменко А. А., Попов А. Н., Радионов И. А.** Нелинейное робастное управление возбуждением синхронного генератора: синергетическая система с переменной структурой // Информатика и системы управления. 2014. № 3(41). С. 130—139.
- 24. **Kuz'menko A. A.** Synchronous generator nonlinear excitation system: synergetic sliding mode control // Proceedings of International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2015), Russia, Omsk, 21—23 May 2015.
- 25. **Кузьменко А. А.** Интегральная адаптация высокого порядка в задачах синтеза нелинейных систем управления // Информатика и системы управления. 2018. № 1(55). С. 142—153.
- 26. **Кузьменко А. А., Синицын А. С.** Использование принципа интегральной адаптации для повышения устойчивости системы возбуждения синхронного генератора // Технологии техносферной безопасности. 2013. № 3(49). С. 8—13.
- 27. **Kuz'menko A. A., Synitsin A. S., Zyiryanova A. A.** The use of integral adaptation principle to increase the reliability of synchronous generator nonlinear excitation system // Proceedings of 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), Russia, St. Petersburg, 06—08 October 2014. P. 415—420.
- 28. **Кузьменко А. А., Синицын А. С., Колесниченко Д. А.** Принцип интегральной адаптации в задаче адаптивного управления системой "гидротурбина синхронный генератор" // Системы управления и информационные технологии. 2014. Т. 56, № 2.1. С. 146—150.
- 29. **Кузьменко А. А.** Нелинейный синтез закона адаптивного управления частотой вращения гидротурбины: интегральная адаптация // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2015. № 1—2. С. 85—94.
- 30. **Kuz'menko A. A., Sinitsyn A. S., Mushenko A. S.** The use of integral adaptation principle to increase the reliability of "DFIGwind turbine" power system // Proceedings of International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2017), Kazakhstan, Astana, 29—30 June 2017.

### Robust Control of Permanent Magnet Synchronous Motor: Synergetic Approach

A. A. Kuz'menko, aakuzmenko@sfedu.ru, Southern Federal University, Taganrog city, 347922, Russian Federation

Corresponding author: Kuz'menko Andrey A., Ph.D., Southern Federal University, Taganrog city, 347922, Russian Federation, e-mail: aakuzmenko@sfedu.ru

Accepted on March 18, 2020

#### Abstract

Permanent magnet synchronous motors (PMSM) are widely used in practice due to its high-energy efficiency, compactness, reliability and high regulation performance. When controlling a PMSM rotor speed, the main control principle is the principle of cascade control with PI-regulators, which includes an external control loop for speed and two internal loops for stator currents along the (d, q)-axes. There are attempts to eliminate the disadvantages of this principle using for the control laws synthesis of modern methods of nonlinear control such methods as linearization feedback, backstepping, predictive control, sliding mode control, methods of robust and adaptive control, fuzzy and neural network control, a combination of these methods etc. However, in most cases, the use of these methods are intended to by means of an appropriate method to synthesize a static or dynamic set points for the standard PI-controllers of rotor speed and currents. In this paper we propose to consider two approaches of synergetic control theory (SCT) to construct a robust control law of PMSM: a sliding mode control laws design by the SCT method with subsequent invariant manifolds aggregation and the principle of integral adaptation (PIA). These approaches implement vector control and are not guided by the standard structure of the principle of cascade regulation of PMSM. The proposed approaches simplify the stability analysis of the closed-loop system: stability conditions consist of stability conditions of functional equations of SCT and the stability conditions for finish decomposed system, which the dimension is substantially less than the dimension of the original system. From the results of the comparisons of synthesized the PMSM robust control laws, we can say that more preferable laws synthesized in accordance with the PIA. The theoretical positions of this paper are illustrated by the results of modeling, which are showing the fulfillment of the control tasks: the achievement of targets, robustness to the change of the PMSM load moment.

**Keywords:** nonlinear systems, control systems, robustness, system synthesis, sliding mode control, sliding surface, synthesic control theory, ADAR method, integral adaptation, permanent magnet synchronous motor

**Acknowledgements:** The reported study was funded by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) according to the research project  $N_2 N_2 19-08-00366$ .

For citation:

**Kuz'menko A. A.** Robust Control of Permanent Magnet Synchronous Motor: Synergetic Approach, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 8, pp. 480—488.

DOI: 10.17587/mau.21.480-488

#### References

- 1. **Krishnan R.** Electric Motor Drives: Modeling, Analysis and Control, New Jersey, Prentice-Hall, 2001, 626 p.
- 2. **Kovsharov A. N.** Selection of control system for high-speed synchronous motor with permanent magnets, *Voprosy jelektromehaniki*. *Trudy VNIIJeM*, 2013, vol. 137, pp. 3—6 (in Russian).
- 3. Guljaev I. V., Volkov A. V., Popov A. A., Bobrov M. A. Vector control of permanent magnet synchronous motor, *Nauchnotehnicheskij vestnik Povolzh'ja*, 2015, vol. 5, pp. 187—190 (in Russian).
- 4. **Michurin R. A.** Simulation of a permanent-magnet synchronous motor operation in environment Simulink, *Jelektronnye informacionnye sistemy*, 2017, no. 3 (14), pp. 23—32 (in Russian).
- 5. **Kim K.-H., Jeung Y.-C., Lee D.-C. et al.** LVRT scheme of PMSG wind power systems based on feedback linearization, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, vol. 27, iss. 5, pp. 2376—2384.
- 6. **Zhou J., Wang Y.** Adaptive backstepping speed controller design for a permanent magnet synchronous motor, *IEEE Proceedings: Electric Power Applications*, 2002, vol. 149, iss. 2, pp. 165—172.
- 7. **Rodriguez J., Cortes P.** Predictive Control of Power Converters and Electrical Drives. Wiley Online Library, 2012. 230 p., available at: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119941446.
- 8. Li S., Zong K., Liu H. A composite speed controller based on a second-order model of permanent magnet synchronous motor system, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2011, vol. 33, iss. 5, pp. 522–541.
- 9. Sun L., Zhang X., Sun L., Zhao K. Nonlinear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, vol. 28, iss. 3, pp. 1358–1365.
- 10. **Mohamed Y. A.-R. I.** Design and implementation of a robust current-control scheme for a PMSM vector drive with a simple adaptive disturbance observer, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, vol. 54, iss. 4, pp. 1981–1988.
- 11. **Baik I.-C., Kim K.-H., Youn M.-J.** Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, vol. 8, iss. 1, pp. 47–54.
- 12. Li S., Liu Z. Adaptive speed control for permanent-magnet synchronous motor system with variations of load inertia, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, vol. 56, iss. 8, pp. 3050—3059.
- 13. **Kung Y.-S., Tsai M.-H.** FPGA-based speed control IC for PMSM drive with adaptive fuzzy control, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2007, vol. 22, iss. 6, pp. 2476—2486.
- 14. **Chaoui H., Sicard P.** Adaptive fuzzy logic control of permanent magnet synchronous machines with nonlinear friction, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, vol. 59, iss. 2, pp. 1123—1133.

- 15. **Chumack A. S., Danilova M. G.** Synchronous electric drive of burning kiln with adaptive controller base on Takagi—Sugeno fuzzy algorithm, *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta*, 2012, vol. 8, no. 5, pp. 105—107 (in Russian).
- 16. Yu J., Shi P., Dong W. et al. Neural network-based adaptive dynamic surface control for permanent magnet synchronous motors, *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, vol. 26, iss. 3, pp. 640—645.
- 17. **Bobtsov A., Nikolaev N., Pyrkin A., Slita O., Titova Ye.** Rotor Position, Speed and Flux Observers for Permanent Magnet Synchronous Motors, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 2, pp. 75—79 (in Russian).
- 18. **Kolesnikov A. A.** Synergetic control theory, Moscow, Jenergoatomizdat, 1994, 344 p. (in Russian).
- 19. **Kolesnikov A. A.** Synergetic methods of complex systems control: theory of system synthesis, 2nd ed. Moscow, Librokom, 2012, 240 p. (in Russian).
- 20. **Kolesnikov A. A., Kuz'menko A. A.** Sliding Mode Control Laws Design by the ADAR Method with Subsequent Invariant Manifolds Aggregation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 8, pp. 451—460 (in Russian).
- 21. **Kuz'menko A. A.** Synergetic control of nonlinear technical systems: high-order integral adaptation, *Proceedings of VIII Russian conference "Systems synthesis and applied synergetics"*, 18-20 September 2017, p. Nizhnij Arhyz, Russia, Rostov-on-Don, SFU publ., 2017, pp. 50—60 (in Russian).
- 22. **Utkin V., Guldner J., Shi J.** Sliding Mode Control in Electromechanical Systems, 2nd ed. Boca Raton, London, CRC Press, Taylor and Francis, 2009. 503 p.
- 23. **Kuz'menko A. A., Popov A. N., Radionov I. A.** Nonlinear robust control of synchronous generator's excitation system: synergetic system with sliding mode control. *Informatika i sistemy upravlenija*, 2014, no. 3(41), pp. 130—139 (in Russian).
- 24. **Kuz'menko A. A.** Synchronous generator nonlinear excitation system: synergetic sliding mode control, *Proceedings of International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2015)*, Russia, Omsk, 21—23 May 2015.
- 25. **Kuz'menko A. A.** High-order integral adaptation in the problems of nonlinear control synthesis, *Informatika i sistemy upravlenija*, 2018, no. 1 (55), pp. 142—153 (in Russian).
- 26. **Kuz'menko A. A., Synitsin A. S.** Using the principle of integral adaptation to increase the robustness of the synchronous generator excitation system, *Tehnologii tehnosfernoj bezopasnosti*, 2013, no. 3(49), pp. 8—13 (in Russian).
- 27. **Kuz'menko A. A., Synitsin A. S., Zyiryanova A. A.** The use of integral adaptation principle to increase the reliability of synchronous generator nonlinear excitation system, *Proceedings of 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*, Russia, St. Petersburg, 06–08 October 2014, p. 415–420.
- 28. **Kuz'menko A. A., Synitsin A. S., Kolesnichenko D. A.** The principle of integral adaptation in adaptive control system "turbine synchronous generator", *Sistemy upravlenija i informacionnye tehnologii*, 2014, vol. 56, no. 2.1, pp. 146—150 (in Russian).
- 29. **Kuz'menko A. A.** Adaptive control law nonlinear synthesis for hydroturbine rotation frequency: principle of integral adaptation, *Izvestija vuzov. Problemy jenergetiki*, 2015, no. 1—2, pp. 85—94 (in Russian).
- 30. **Kuz'menko A. A., Sinitsyn A. S., Mushenko A. S.** The use of integral adaptation principle to increase the reliability of "DFIG-wind turbine" power system, *Proceedings of International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2017)*, Kazakhstan, Astana, 29—30 June 2017.