УДК 007.5; 62-52; 681.5 DOI 10/17587/mau.21.443-452

А. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф., filimon_ab@mail.ru,
МИРЭА — Российский технологический университет, Москва,
Н. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф., nbfilimonov@mail.ru,
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва

Управление нулями и полюсами в задачах синтеза систем регулирования. Часть I. Компенсационный подход

В теории и практике автоматических систем важное место занимают задачи синтеза систем автоматического регулирования (САР), основанного на требованиях к динамическому качеству процессов регулирования. Для класса линейных стационарных САР такие требования предъявляются к виду и параметрам переходной характеристики системы, которая однозначно определяется ее передаточной функцией (ПФ). В связи с этим закономерна постановка задачи синтеза САР с желаемой ПФ, соответствующей заданным коэффициенту усиления, нулям и полюсам синтезируемой системы. Данную задачу целесообразно именовать как задачу управления нулями и полюсами САР.

В настоящей статье, состоящей из двух частей, рассматриваются некоторые важные для инженерных приложений вопросы управления нулями и полюсами САР. Дается критический анализ известных компенсационных и компенсационно-модальных схем регулирования, а также предлагаются новые схемные решения, совмещающие функциональные возможности компенсационного и модального подходов.

В первой части статьи анализируется эффект компенсации нулей и полюсов объекта управления в САР. Понимание данного эффекта дает представление системы канонической структурой Р. Калмана: компенсация нулей и полюсов объекта не означает их физического уничтожения, они становятся полюсами ее ненаблюдаемой и неуправляемой частей, которые неизбежно будут сказываться на процессах регулирования в условиях возмущений состояния объекта управления. Данный эффект и его негативные результаты наглядно проявляются в классическом способе конструирования регуляторов по априори заданной (желаемой, эталонной) ПФ замкнутой САР.

Исследовано влияние фактора неминимально-фазовых нулей на динамику систем регулирования. Описан эффект отрицательного выброса в переходной характеристике системы и дана его количественная оценка для случая одного вещественного правого нуля.

Во второй части статьи обсуждаются и анализируются известные методы синтеза САР с желаемой ПФ, основанные на использовании аппарата полиномиального исчисления. Предлагаются новые компенсационно-модальные методы, которые могут представлять интерес для инженерных приложений.

Ключевые слова: *синтез систем регулирования, динамическое качество, компенсация нулей и полюсов, неминимально-фазовые нули, эффект отрицательного выброса*

Введение

В современной теории и практике автоматического управления одной из центральных, наиболее консервативных и в то же время "вечно молодых" является проблема качества систем автоматического регулирования (САР), которая заключается в синтезе систем регулирования с *заданными прямыми, или первичными, показателями динамического качества* [1]: временем регулирования (время установления), перерегулированием (динамический заброс) и точностью регулирования (статическая ошибка).

Для решения задачи синтеза линейных стационарных САР с заданным качеством, как правило, используется двухэтапный подход [2]: на первом этапе выбирается желаемая (эталонная) передаточная функция (ПФ) синтезируемой системы, отвечающая заданным требованиям качества, а на втором этапе определяются структурная схема и параметры регулятора из условия равенства фактической и желаемой ПФ САР.

В данной статье, состоящей из двух частей, рассматриваются актуальные аспекты задачи второго этапа синтеза одноканальных САР, которая далее именуется *задачей управления нулями и полюсами* системы.

Первая часть статьи (связанная с результатами исследования авторов [1, 15––19]) посвящена актуальным аспектам компенсационного

подхода в задачах управления нулями и полюсами САР.

Популярные классические методы синтеза САР с заданным качеством a priori являются компенсационными [3, §3; 4, п. 1.6], основанными на использовании в схеме регулирования эффекта компенсации равных нулей и полюсов системы. Компенсационный подход отличается наглядностью и простотой. Однако, как справедливо заметил А. А. Первозванский [3, с. 91], за его "внешней простотой" "скрываются довольно тонкие проблемы". В работах как отечественных, так и зарубежных авторов (Л. П. Чхартишвили, Р. А. Полуэктова, Р. Т. Янушевского, Я. З. Цыпкина, Л. Н. Волгина, Тракселя (J. G. Truxal), Ньютона (G. C. Newton, Jr.), Горовица (I. M. Horowitz), Гильберта (E. G. Gilbert), Чанга (S. L. Chang), Юла (D. C. Youla) и др.) отмечалась существенная ограниченность компенсационного подхода, связанная с возможностью его применения лишь к классу устойчивых минимально-фазовых объектов управления. Основным камнем преткновения здесь являются неминимально-фазовые (т.е. правые — с положительной вещественной частью) нули объекта управления. Именно такие нули перечеркивают возможность априорного задания желаемой ПФ синтезируемой САР. Вообще, вопрос о негативном влиянии правых передаточных нулей на процессы регулирования до настоящего времени мало изучен.

В первой части статьи анализируется эффект компенсации нулей и полюсов объекта управления; обсуждается классический метод синтеза САР с эталонной ПФ; констатируется свойство инвариантности правых нулей объекта по отношению к выбору структуры регулятора; анализируется эффект отрицательного перерегулирования в системах с правыми нулями.

Вторая часть статьи (связанная с результатами исследований авторов [1, 11, 15, 16, 20]) посвящена полиномиальным методам синтеза САР, получившим широкое распространение в инженерной практике.

Данная область исследований берет начало от работы В. Л. Волгина (1959 г.) и базируется на аппарате полиномиального исчисления [5–12]. Отметим, что известные полиномиальные методы синтеза САР дают регулярные аналитические расчетные процедуры с диофантовыми полиномиальными уравнениями [13, 14].

В данной части статьи излагаются новые компенсационно-модальные методы, основанные на аппарате полиномиального исчисления, которые могут представлять интерес для инженерных приложений.

Рассматриваемый класс систем регулирования

Будем рассматривать одноконтурные конечномерные линейные стационарные САР, схема которых представлена на рис. 1. Здесь u и y — регулирующий вход и регулируемый выход объекта соответственно; y^* — уставка (задание, командный сигнал, целевое значение выхода); e — ошибка регулирования: $e = y^* - y$; f — возмущающее воздействие на объект со стороны внешней среды, приложенное к входу объекта; $W_0(s)$ и $W_R(s)$ — ПФ объекта управления и регулятора соответственно.

Полагаем, что динамический порядок объекта равен n_0, и его ПФ является правильной рациональной дробью:

$$W_0(s) = \frac{B_0(s)}{A_0(s)}, \qquad (1)$$

где $B_0(s)$ и $A_0(s)$ — полиномы вида

$$A_0(s) = s^{n_0} + \sum_{i=0}^{n_0-1} a_i^0 s^i, \quad B_0(s) = \sum_{j=0}^{m_0} b_j^0 s^j, \qquad (2)$$

$m_0 < n_0$; a_i^0, b_j^0 — постоянные коэффициенты, причем $b_0^0 \neq 0$.

Полагаем, что объект вполне управляем и наблюдаем, так что дробь (1) — несократимая.

Пусть ПФ регулятора (с учетом требования физической осуществимости) является дробно-рациональной:

$$W_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}, \qquad (3)$$

где $Q(s)$ и $P(s)$ — взаимно простые полиномы вида

$$Q(s) = \sum_{i=0}^{n_R} q_i s^i, \quad P(s) = \sum_{j=0}^{n_R} p_i s^j,$$

где $q_0 \neq 0$ и $p_{n_R} = 1$.

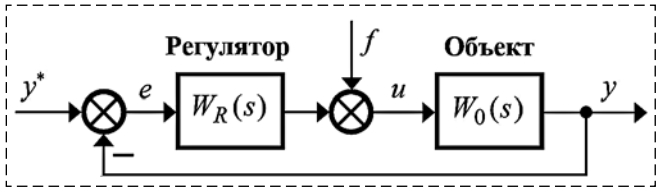

Рис. 1
Fig. 1

Обозначим $V(s)$ и $W(s)$ — ПФ разомкнутой и замкнутой систем соответственно. Справедливы следующие расчетные формулы:

$$V(s) = W_0(s)\,W_R(s); \tag{4}$$

$$W(s) = \frac{V(s)}{1+V(s)}. \tag{5}$$

Заметим, что динамический порядок САР равен $n = n_0 + n_R$.

Из выражения (5) с учетом соотношений (1), (3), (4) получаем следующее выражение для ПФ замкнутой САР:

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \tag{6}$$

где

$$A(s) = A_0(s)P(s) + B_0(s)Q(s), \quad B(s) = B_0(s)Q(s).$$

ПФ замкнутой САР по каналу "возмущение—выход" равна

$$W_f(s) = \frac{W_0(s)}{1+V(s)} = \frac{B_0(s)}{A(s)}. \tag{7}$$

Эффект компенсации передаточных нулей и полюсов

Может оказаться, что ПФ разомкнутой системы (4) является *сократимой* дробью. В этом случае возникает эффект *компенсации* нулей и полюсов объекта управления, который имеет ключевое значение для понимания особенностей многих методов синтеза САР.

Проанализируем этот случай. Проведем факторизацию ПФ объекта $W_0(s)$ и регулятора $W_R(s)$, явно выделяя в них сокращаемые нули и полюсы, т.е. "нежелаемые" полиномы $B_0^-(s)$ и $A_0^-(s)$:

$$W_0(s) = \frac{B_0^+(s)\,B_0^-(s)}{A_0^+(s)A_0^-(s)}, \quad W_R(s) = \frac{Q_0^+(s)A_0^-(s)}{P_0^+(s)\,B_0^-(s)}. \tag{8}$$

Здесь полином $A_0^-(s)$ является наибольшим общим делителем знаменателя ПФ $W_0(s)$ и числителя ПФ $W_R(s)$, а полином $B_0^-(s)$ — наибольшим общим делителем числителя ПФ $W_0(s)$ и знаменателя ПФ $W_R(s)$, причем

$$n_0^+ = \deg A_0^+(s), \quad n_0^- = \deg A_0^-(s),$$
$$n_R^+ = \deg P_0^+(s), \quad n_R^- = \deg B_0^-(s).$$

В результате сокращений получаем редуцированное выражение для ПФ разомкнутой САР:

$$V(s) = V^+(s) = \frac{Q_0^+(s)\,B_0^+(s)}{P_0^+(s)A_0^+(s)}. \tag{9}$$

ПФ замкнутой САР по каналу "уставка—выход" равна

$$W(s) = W^+(s) = \frac{B^+(s)}{A^+(s)},$$

где

$$A^+(s) = P_0^+(s)A_0^+(s) + Q_0^+(s)\,B_0^+(s),$$
$$B^+(s) = Q_0^+(s)\,B_0^+(s).$$

Введем обозначения:

$$n^+ = n_0^+ + n_R^+, \quad n^- = n_0^- + n_R^-.$$

Очевидно, что

$$n = n_0 + n_R = n^+ + n^-, \tag{10}$$
$$\deg A^+(s) = n^+.$$

Отметим важное обстоятельство — динамический порядок контура регулирования оказывается равным n^+, и в случае фактического взаимного сокращения совпадающих передаточных нулей и полюсов регулятора и объекта получаем: $n^+ < n$.

При этом возникают следующие вопросы принципиального характера:

- действие регулятора не может изменить физическую сущность объекта управления, но тогда что означает изменение динамического порядка контура регулирования?
- Каким образом рассматриваемая компенсация передаточных нулей и полюсов сказывается на динамике САР?
- В каких случаях допустима и приемлема данная компенсация?

Обозначим $\chi(s)$ характеристический полином замкнутой САР.

Правильные ответы на поставленные вопросы базируются на следующей теореме, впервые опубликованной в работе [19].

***Теорема* 1.** Замкнутая САР имеет следующие свойства:

1) степень характеристического полинома системы равна

$$\deg \chi(s) = n,$$

где натуральное n определяется равенством (10);

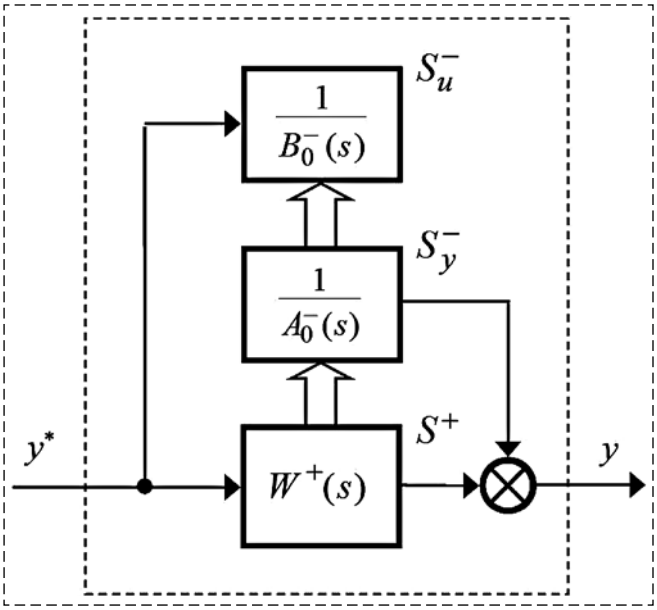

Рис. 2
Fig. 2

2) характеристический полином системы равен

$$\chi(s) = A^+(s)A_0^-(s)B_0^-(s);$$

3) система допускает (согласно канонической структуре Р. Калмана) декомпозицию (разложение) на следующие три подсистемы (рис. 2):

- подсистему S^+ порядка n^+, являющуюся полностью управляемой и наблюдаемой частью системы с ПФ $W^+(s)$;
- подсистему S_y^- порядка n_0^-, являющуюся неуправляемой, но вполне наблюдаемой частью системы с характеристическим полиномом $A_0^-(s)$;
- подсистему S_u^- порядка n_R^-, являющуюся полностью управляемой, но ненаблюдаемой частью системы с характеристическим полиномом $B_0^-(s)$. ■

Таким образом, сформулированная теорема дает прямой ответ на поставленные вопросы.

Во-первых, компенсация нулей и полюсов объекта не означает их физического уничтожения — в результате компенсации они просто устраняются из канала "уставка—выход", представляющего вполне управляемую и наблюдаемую часть САР.

Во-вторых, скомпенсированные нули и полюсы становятся полюсами ненаблюдаемой и неуправляемой частей САР, и они неизбежно будут сказываться на динамике выхода САР вследствие возмущающего действия внешней среды. Это обстоятельство проявляется в структуре ПФ канала "возмущение—выход" (7), для которой справедливо равенство

$$W_f(s) = W_f^+(s) = \frac{B^+(s)}{A^+(s)A_0^-(s)}.$$

Видно, что в этом канале возбуждаются моды, соответствующие скомпенсированным полюсам системы. Здесь же следует заметить, что если приложить возмущение к выходу объекта, то на динамике канала "возмущение—выход" будут сказываться все скомпенсированные полюсы и нули ПФ объекта. Отметим также, что в случаях "раскомпенсации", т.е. фактического отсутствия предписанного сокращения нулей и полюсов, вызванного малыми параметрическими возмущениями объекта и регулятора, возможна потеря системой свойства грубости, а значит, и ее практической работоспособности.

В-третьих, скомпенсированные полюсы могут располагаться близко к мнимой оси. В этом случае динамика САР будет включать соответственно слабодемпфированные моды, т.е. при определенных условиях в системе будут протекать слабодемпфированные переходные процессы.

Следует подчеркнуть важный вывод анализа эффекта компенсации нулей и полюсов объекта управления: при синтезе САР с заданным качеством необходимо наряду с желаемой ПФ принимать во внимание характеристический полином синтезируемой системы.

Метод эталонной передаточной функции

Эффект компенсации передаточных нулей и полюсов объекта *неявно* задействован во многих классических методах синтеза САР. Сюда относятся такие широко распространенные в инженерной практике методы синтеза, как

- метод логарифмических (прямых и обратных) частотных характеристик;
- метод эталонных, стандартных или типовых ПФ.

Вместе с тем, компенсационный подход осознанно положен в основу ряда методов синтеза САР (см., например, работы [3, §3; 4, п. 1.6]): в этом случае функциональная структура регулятора строится на базе последовательного и/или параллельного корректирующих устройств, которые компенсируют его нежелательные нули и полюсы и в результате обеспечивают САР желаемое динамическое качество.

Один из классических подходов к синтезу САР заключается в том, чтобы *навязать* системе априори заданную *эталонную* ПФ, именуемую в литературе также *желаемой ПФ*, $W^*(s)$, т.е. построение регулятора подчинить условию

$$W(s) = W^*(s). \qquad (11)$$

Проанализируем правомерность применения и истинные возможности данного подхода.

Положим, что эталонная ПФ является устойчивой, строго правильной, имеет вид

$$W^*(s) = \frac{B^*(s)}{A^*(s)},$$

где $A^*(s)$, $B^*(s)$ — взаимно простые полиномы, причем ее порядок равен

$$n_0^* = \deg A^*(s).$$

Эталонной ПФ замкнутой САР соответствует следующая ПФ прямой цепи

$$V^*(s) = \frac{W^*(s)}{1 - W^*(s)}.$$

Отсюда и из условия (11) с учетом (1), (3), (4) и (5) следуют равенства

$$\frac{B_0(s)}{A_0(s)}\frac{Q(s)}{P(s)} = V^*(s) = \frac{W^*(s)}{1 - W^*(s)}. \qquad (12)$$

Покажем, что такой подход естественным образом приводит к эффекту компенсации нулей и полюсов объекта. Рассмотрим две типовые ситуации.

Первая ситуация: точка $s = \lambda^-$ является полюсом ПФ объекта, но не является полюсом желаемой ПФ разомкнутой САР, т.е. выполняются условия

$$A_0(\lambda^-) = 0, \;\; W^*(\lambda^-) \neq \infty.$$

Тогда в силу равенства (12) число λ^- является также корнем полинома $Q(s)$:

$$Q(\lambda^-) = 0,$$

и, следовательно, рассматриваемый полюс объекта компенсируется в данной схеме регулирования.

Вторая ситуация: точка $s = \mu^-$ является нулем ПФ объекта, но не является нулем желаемой ПФ САР, т.е. выполняются условия

$$B_0(\mu^-) = 0, \;\; W^*(\lambda^-) \neq 0.$$

Тогда из соотношения (12) следует, что рассматриваемый ноль объекта μ^- также является корнем полинома $P(s)$, т.е. компенсируется в данной схеме регулирования.

Из изложенных соображений вытекает важный для проблематики синтеза САР ***вывод***: прямое применение метода эталонных ПФ неприемлемо в случае наличия у объекта "плохих" нулей и полюсов.

Пример. Обратимся к схеме САР, представленной на рис. 1. Положим, что задан объект управления с ПФ

$$W_0(s) = \frac{10}{s^2 + s + 25}.$$

Его полюсы равны $-0,5 \pm \sqrt{24,75}j$, так что степень устойчивости объекта $\delta_0 = -0,5$.

На рис. 3 представлена переходная характеристика объекта $h_0(t)$.

Пусть задана желаемая ПФ замкнутой системы:

$$W^*(s) = \frac{400}{(s + 20)^2}.$$

Ей соответствует переходная характеристика $h^*(t)$, показанная на рис. 4.

Ставится задача нахождения ПФ регулятора $W_R(s)$ изложенным методом эталонной ПФ.

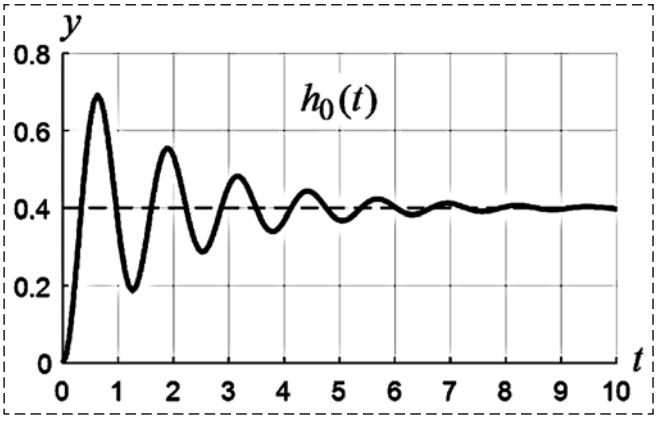

Рис. 3
Fig. 3

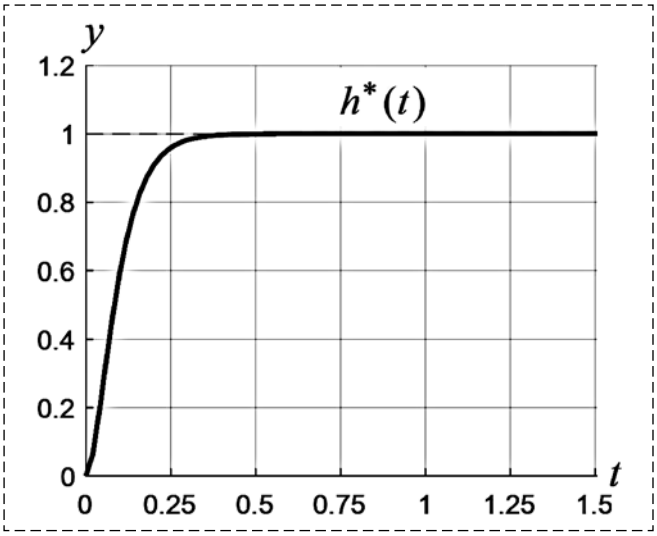

Рис. 4
Fig. 4

Сначала находим желаемую ПФ разомкнутой системы:

$$V^*(s) = \frac{400}{s(s+40)},$$

по которой затем находим искомую ПФ регулятора

$$W_R(s) = \frac{V^*(s)}{W_0(s)} = \frac{40(s^2+s+25)}{s(s+40)}.$$

Характеристический полином замкнутой САР

$$\chi(s) = (s^2+s+25)(s+20)^2.$$

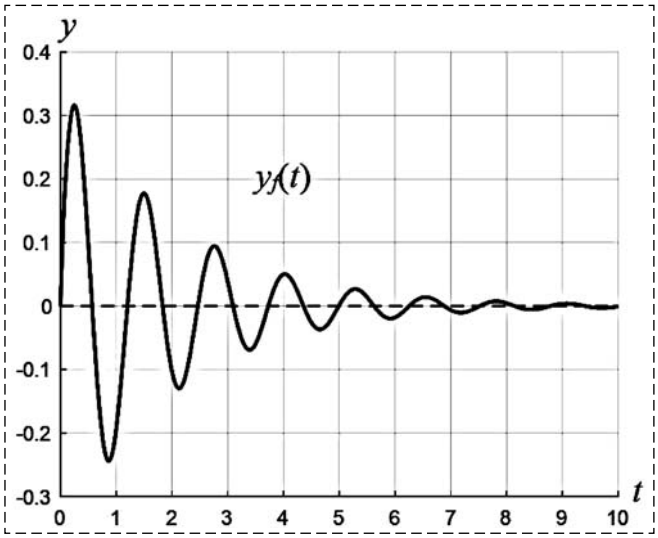

Рис. 5
Fig. 5

Ясно, что степень устойчивости САР такая же, как и у объекта.

Переходная характеристика синтезированной системы $h(t)$ равна переходной характеристике желаемой системы $h^*(t)$, представленной на рис. 4.

На рис. 5 представлена реакция системы $y_f(t)$ на импульсное возмущающее воздействие $f(t) = 0{,}3\delta(t)$, где $\delta(t)$ — дельта-функция. Видно, что возмущение возбуждает слабодемпфированные и скрытые для канала "уставка—выход" моды объекта.

Фактор правых передаточных нулей

Инвариантные свойства правых передаточных нулей. Фундаментальное значение для теории и практики автоматического управления играет следующее утверждение, раскрывающее отрицательное действие правых передаточных нулей объекта управления на динамику САР.

Утверждение. Правые передаточные нули объекта управления обладают свойством инвариантности — они являются также передаточными нулями устойчивой системы регулирования. ■

Справедливость данного утверждения обусловлена тем обстоятельством, что передаточные нули объекта можно исключить из множества нулей ПФ системы регулирования только лишь путем их компенсации соответствующими равными им полюсами ПФ регулятора. Однако такое решение неприемлемо, поскольку замкнутая САР оказывается неустойчивой: скомпенсированные нули объекта становятся корнями характеристического полинома системы.

Из сформулированного утверждения следует важный *вывод*: правые нули объекта кардинальным образом ограничивают возможность получения желаемых динамических характеристик синтезируемых САР. Поскольку общепризнанные эталонные ПФ имеют исключительно минимально-фазовые передаточные нули, то наличие у объекта хотя бы одного правого нуля перечеркивает любые попытки построения САР по заданному эталону. Следует отметить, что утверждение об инвариантности правых передаточных нулей впервые сформулировано в статьях авторов [16, 17], а также изложено в пособии [1].

Эффект отрицательного перерегулирования в системах с правыми передаточными нулями. Динамические свойства САР проявляются

в переходной характеристике $h(t)$ канала "задание—выход", представляющей собой реакцию системы на единичное задающее воздействие.

Пусть h_∞ — установившееся значение переходной характеристики:

$$h_\infty = \min_{0 \leqslant t < \infty} h(t),$$

причем положим $h_\infty > 0$.

В инженерной практике принято использовать следующую пару прямых показателей качества САР ($T_\text{р}$, σ^+), определяющих область ее допустимых переходных характеристик (т.н. "коробочка" В.В. Солодовникова): *время регулирования* $T_\text{р}$ и *перерегулирование* σ^+.

Оказывается, что в переходной характеристике САР с правыми передаточными нулями возможен эффект отрицательного "всплеска" ("обратного хода", "провала") в окрестности начала координат (рис. 6), т.е. переходная характеристика $h(t)$ принимает отрицательные значения:

$$\min_{0 \leqslant t < \infty} h(t) < 0.$$

Введем специальный показатель, характеризующий данное свойства САР — *отрицательное перерегулирование* σ^-, определяемое равенством

$$\sigma^- = \min_{0 \leqslant t < \infty} \frac{h(t)}{h_\infty}.$$

Теоретический и практический интерес представляет вопрос об оценке данного показателя САР. Такую оценку для частного случая вещественных правых нулей дает следующая теорема [18].

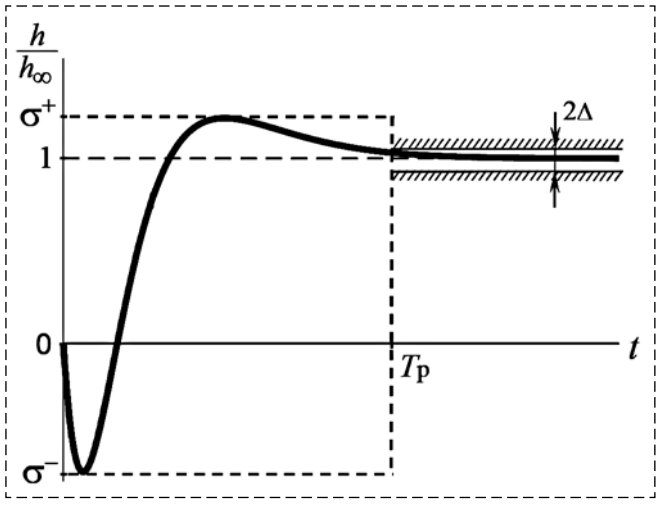

Рис. 6
Fig. 6

***Теорема* 2.** Если в системе регулирования все правые передаточные нули являются вещественными, то в ней обязательно будет иметь место *отрицательное перерегулирование* $\sigma^- < 0$.

При наличии в системе лишь одного правого вещественного полюса $s = \lambda$ ($\mathrm{Re}\lambda > 0$, $\mathrm{Im}\lambda = 0$) имеет место оценка

$$\sigma^- \leqslant -\frac{1}{\mathbf{e}^{\lambda T_\text{р}} - 1},$$

а при малом λ будет иметь место оценка

$$\sigma^- \leqslant -\frac{1}{\lambda T_\text{р}}. \ \blacksquare$$

Доказательство. Полагаем, что ПФ САР по каналу "задание—выход" равна

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \qquad (13)$$

где $A(s)$ и $B(s)$ — полиномы с вещественными коэффициентами.

Пусть $\left\{\lambda_1^+ = \frac{1}{\tau_i} > 0, \quad i = \overline{1,k}\right\}$ — множество всех правых передаточных нулей ПФ (13) с учетом их кратности. Рассмотрим полином

$$B^-(s) \equiv \prod_{i=1}^{k} (1 - \tau_i s) \qquad (14)$$

и разложим многочлен $B(s)$ на множители:

$$B(s) = B^+(s) B^-(s).$$

Полагая, что система в начальный момент покоится, ее динамику можно описать следующими дифференциальными уравнениями в операторной форме:

$$\begin{aligned} A(D)z(t) &= B^+(D)y^*(t), \\ y(t) &= B^-(D)z(t), \end{aligned} \qquad (15)$$

где $D = d/dt$ — оператор дифференцирования; z — переменная состояния, удовлетворяющая нулевым начальным условиям

$$z^{(i)}(0) = 0, \ i = \overline{0, n-1}.$$

Равенство (15) можно переписать с помощью интеграла свертки:

$$z(t) = \int_0^t g^-(\theta) y(t - \theta) d\theta, \qquad (16)$$

где $g^{-}(t)$ — ядро свертки, которое определяется равенством

$$g^{-}(t) = L\left\{\frac{1}{B^{-}(s)}\right\}$$

(здесь $L\{\cdot\}$ — операция преобразования Лапласа).

Учитывая выражение (14), нетрудно убедиться, что функция $g^{-}(t)$ является знакопостоянной и неограниченной:

$$(-1)^k g^{-}(t) > 0, \lim_{t\to\infty} g^{-}(t) = \infty, \qquad (17)$$

Допустим, что отрицательный выброс в переходном процессе отсутствует, т.е. при всех $t \geqslant 0$ выполняется условие

$$y(t) = h(t) \geqslant 0.$$

Тогда в соответствии с соотношениями (16) и (17) функция $z(t)$ является неограниченной:

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = \infty,$$

что невозможно в силу устойчивости САР.

Дадим оценку величины σ^{-} для частного случая — наличия у системы одного правого вещественного полюса $\lambda = \frac{1}{\tau}$. В этом случае очевидно, что

$$g^{-}(t) = -\lambda \mathbf{e}^{\lambda t} 1(t).$$

В момент времени $t = T_{\text{р}}$ переходные процессы в системе практически заканчиваются и можно считать выполненным равенство

$$z(T_{\text{р}}) \approx y(T_{\text{р}}) \approx h_{\infty}. \qquad (18)$$

Из (16) находим

$$z(T_{\text{р}}) = \int_0^{T_{\text{р}}} g^{-}(\theta) y(T_{\text{р}} - \theta) d\theta. \qquad (19)$$

Так как

$$\frac{y(t)}{h_{\infty}} \geqslant \sigma^{-},$$

то из соотношений (18), (19) следует

$$1 \leqslant \sigma^{-} \int_0^{T_{\text{р}}} g^{-}(\theta) d\theta = -\sigma^{-}(\mathbf{e}^{\lambda T_{\text{р}}} - 1).$$

Отсюда находим требуемую оценку:

$$\sigma^{-} \leqslant -\frac{1}{\mathbf{e}^{\lambda T_{\text{р}}} - 1}.$$

Пример 2. Для иллюстрации эффекта отрицательного перерегулирования на рис. 7, 8 представлены переходные характеристики $h(t)$, соответствующие следующим двум вариантам ПФ САР с правыми вещественными нулями:

$$W_1(s) = \frac{1-s}{(1+s)^3}, \quad W_2(s) = \frac{(1-s)^2}{(1+s)^3}.$$

Следует отметить, что эффект отрицательного выброса в системах регулирования впервые был обнаружен и исследован в работах авторов [16, 17] и позже рассматривался также в работах [21, 22]. Данный эффект указывает на необходимость для класса САР с правыми нулями в число прямых показателей качества включать отрицательное перерегулирование σ^{-} и использовать его в задачах синтеза САР.

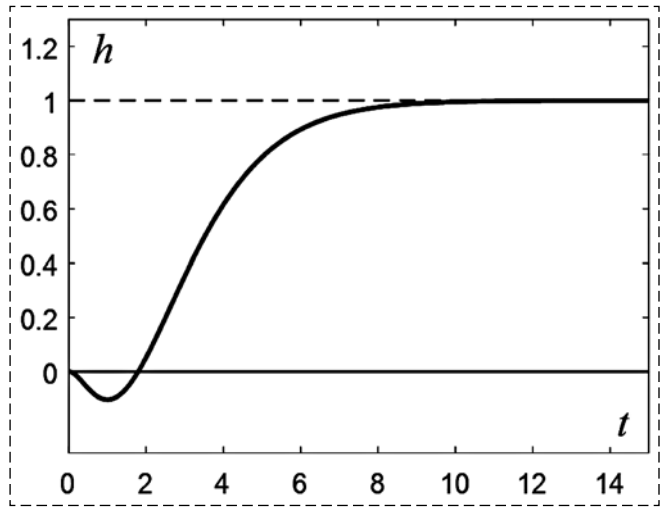

Рис. 7
Fig. 7

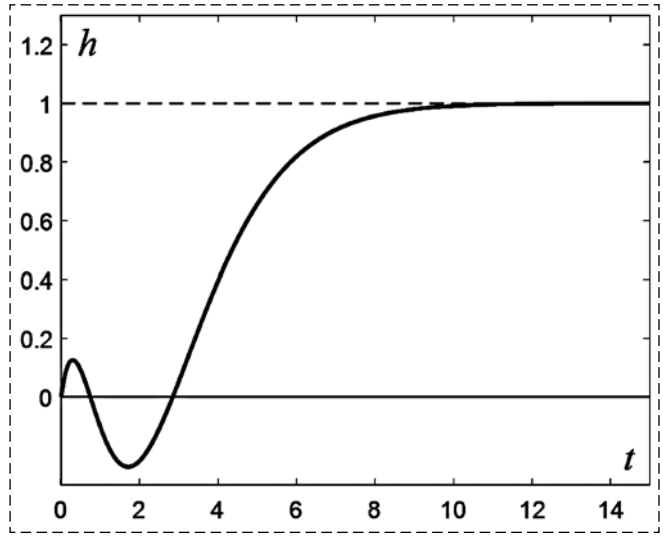

Рис. 8
Fig. 8

Заключение

Статья посвящена актуальным аспектам проблемы управления нулями и полюсами линейных стационарных одноканальных САР.

Проведен анализ эффекта компенсации нулей и полюсов объекта управления; показано, что при синтезе САР с желаемым качеством необходимо наряду с желаемой ПФ принимать во внимание характеристический полином синтезируемой системы; проведен анализ правомерности классического метода синтеза САР с эталонной ПФ; утверждается свойство инвариантности правых нулей объекта по отношению к выбору структуры регулятора; проведен анализ эффекта отрицательного перерегулирования в системах с правыми нулями и дана количественная оценка величины отрицательного выброса в переходной характеристике системы с вещественным правым передаточным нулем.

Список литературы

1. **Солодовников В. В., Филимонов Н.Б.** Динамическое качество систем автоматического регулирования. М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1987. 84 с.
2. **Соколов Н.И.** Аналитический метод синтеза линеаризованных систем автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1966. 326 с.
3. **Первозванский А.А.** Курс теории автоматического управления. М.: Наука, 1986. 616 с.
4. **Методы** классической и современной теории автоматического управления. Учебник в 5 тт. Т. 3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 616 с.
5. **Волгин Л. Н.** Элементы теории управляющих машин (метод полиномиальных уравнений в задачах синтеза систем автоматического управления с цифровыми вычислительными машинами). М.: Сов. радио, 1962. 164 с.
6. **Крутько П. Д.** Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели. М.: Наука, 1987. 304 с.
7. **Grimble M. J., Kučera V.** Polynomial Methods for Control Systems Design. Springer-Verlag, 1996. 260 p.
8. **Chen C. T.** Linear System Theory and Design. New York: Oxford University Press, 1999. 334 p.
9. **Тютиков В. В., Таратыкин С. В.** Робастное модальное управление технологическими объектами. Иваново: ИГЭУ им. В. И. Ленина, 2006. 256 с.
10. **Ишматов З. Ш.** Микропроцессорное управление электроприводами и технологическими объектами. Полиномиальные методы. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2007. 277 с.
11. **Гайдук А. Р.** Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 360 с.
12. **Ким Д. П.** Алгебраические методы синтеза систем автоматического управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 164 с.
13. **Kučera V.** Diophantine Equations in Control — A survey // Automatica. 1993. Vol. 29, N. 6. P. 1361—1375.
14. **Волгин Л. Н.** Диофантово полиномиальное исчисление и его применение для решения математических задач теории управления // Автоматика. 1987. № № 1. С. 43—52.
15. **Филимонов Н. Б.** Управление переходными процессами в линейных конечномерных объектах: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.02. МВТУ им. Н.Э. Баумана, М., 1979. 395 с.
16. **Филимонов Н. Б.** К вопросу о разрешимости задачи В. Солодовникова // Труды МВТУ № 314. Системы автоматического управления. 1979. Вып. 7. С. 60—71.
17. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** К проблеме динамического качества линейных стационарных систем регулирования // Аналитические методы синтеза регуляторов: Межвузовский научный сборник. Саратов: СПИ. 1981. С. 94—106.
18. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Фактор правых передаточных нулей в задачах автоматического регулирования // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2019. Iss. 15. P. 103—109.
19. **Солодовников В. В., Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Анализ компенсационного подхода к синтезу систем управления // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 1979. № 2. С. 27—32.
20. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Некоторые аспекты модального синтеза систем автоматического регулирования // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2018. Iss. 11. P. 82—88.
21. **Mita T., Yoshida H.** Undershooting Phenomenon and its Control in Linear Multivariable Servomechanism // IEEE Transactions on Automatic Control. 1990. Vol. 35, N. 5. P. 578—580.
22. **Вороной В. В., Воевода А. А.** О влиянии нулей "справа" на переходные процессы в системе // Сборник научных трудов НГТУ. 2013. № № 2(72). С. 19—29.

Control of Zeros and Poles in Problems of Synthesis of Regulation Systems. Part I. Compensation Approach

A. B. Filimonov, filimon_ab@mail.ru,
Moscow Technological University, 119454, Moscow, Russian Federation
N. B. Filimonov, nbfilimonov@mail.ru,
Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

Corresponding author: **Filimonov Nikolay B.,** Professor, Dr. Sci. Tech., Lomonosov Moscow State University, 119991, Moscow, Russian Federation, e-mail: nbfilimonov@mail.ru

Accepted on May, 5, 2020

Abstract

A highly important place in the theory and practice of automatic systems occupy the problems of synthesis of automatic regulation systems (ARS) based on the requirements for the dynamic quality of regulation processes. For class of linear

stationary ARS such requirements are imposed upon the type and parameters of its transition characteristic which is uniquely determined by its transfer function (TF). In this connection the setting of problem of ARS synthesis with desired TF, corresponding to the given amplification coefficient, zeros and poles of the synthesized system is regularity. The given problem is worth while to call as the control problem of zeros and poles of ARS. In the present paper consists into two parts, the questions of control of zeros and poles ARS, which are important for engineering applications are considered. A critical analysis of the known compensation and compensation-modal regulation schemes is given. And also the new circuit solutions combining the functionality possibilities of compensation and modal approaches are proposed. The first part of the article the effect of compensation of zeros and poles of control objects in ARS is analyzed. The understanding of this effect gives the representation of the system of canonical structure of R. Kalman, according to which the compensation of zeros and poles of object does not mean their physical liquidation. As a result of compensation, they become the poles of its unobservable and unmanageable parts, which will be tell upon the regulation processes in the conditions of disturbances of the state of control object. The given effect and its negative results are clearly detected in the classical method of constructing of controllers on a priori given (desired, reference) TF of closed ARS. The influence of the factor of non-minimal phase zeros on the dynamics of control systems is studied. The effect of negative ejection in the transition characteristic of the system is described and its quantitative assessment is given for the case of a single real right zero. In the second part of the article the well-known methods for ARS synthesis with desired TF, based on use of polynomial calculus apparatus are considered and analyzed. New compensatory modal methods which may be of interest in engineering applications are proposed.

Keywords: *synthesis of regulation systems, dynamic quality, compensation of zeros and poles, not minimal-phase zeros, effect of negative ejection*

For citation:

Filimonov A. B., Filimonov N. B. Control of Zeros and Poles in Problems of Synthesis of Regulation Systems. Part I. Compensation Approach, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 8, pp. 443—452.

DOI: 10.17587/mau.21.443-452

References

1. **Solodovnikov V. V., Filimonov N. B.** Dy namic Quality of Automatic Control Systems, Moscow, Publishing house of BMSTU, 1987, 84 p. (in Russian).

2. **Sokolov N. I.** Analytical Method for the Synthesis of Linearized Automatic Control Systems, Moscow, Mashinostroenie, 1966, 326 p. (in Russian).

3. **Pervozvansky A. A.** Course of Automatic Control Theory, Moscow, Nauka, 1986, 616 p. (in Russian).

4. **Methods** of classical and modern theory of automatic control. Texbook in 5 volumes, vol. 3, "Synthesis of Regulators and Automatic Control System", under the ed. K.A. Pupkov and N.N D. Egupov, Moscow, Publishing house of MBSTU, 2004, 616 p. (in Russian).

5. **Volgin L. N.** Elements of the Theory of Controlling Machines (Method of Polynomial Equations in the Problems of Synthesis of Automatic Control Systems with Digital Computers), Moscow, Sovetskoe radio, 1962, 164 p. (in Russian).

6. **Krut'ko P. D.** Inverse Problems of Dynamics of Controlled Systems. Linear Model, Moscow, Nauka, 1987, 304 p. (in Russian).

7. **Grimble M. J., Kučera V.** Polynomial Methods for Control Systems Design, Springer-Verlag, 1996, 260 p.

8. **Chen C. T.** Linear System Theory and Design, New York, Oxford University Press, 1999, 334 p.

9. **Tyutikov V. V., Tararykin S. V.** Robust Modal Management of Technological Objects, Ivanovo, IGEU named after V. I. Lenin, 2006, 256 p. (in Russian).

10. **Ishmatov Z. S.** Microprocessor Based Control of Electric Drives and Production Facilities. Polynomial Methods, Yekaterinburg, Publishing house of UGTU-UPI, 2007, 278 p. (in Russian).

11. **Gaiduk A. R.** Theory and Methods of Analytical Synthesis of Automatic Control Systems (Polynomial Approach), Moscow, Fizmatlit, 2012, 360 p. (in Russian).

12. **Kim D. P.** Algebraic Methods of Automatic Control System Synthesis, Moscow, Fizmatlit, 2014, 164 p. (in Russian).

13. **Kučera V.** Diophantine Equations in Control — A survey, *Automatica*, 1993, vol. 29, no. 6, pp. 1361—1375.

14. **Volgin L. N.** Diophantine Polynomial Calculus and its Application to Solving Mathematical Problems in Control Theory, *Automatic*, 1987, no. 1, pp. 43—52 (in Russian).

15. **Filimonov N. B.** Control of Transients in Linear Finite-Dimensional Objects: Dis. ... Cand. Tech. Science: 05.13.02. Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 1979, 395 p. (in Russian).

16. **Filimonov N. B.** The Question of the Solvability of Problem ofV.V V. Solodovnikov. *Proceedings of the Bauman,* no. 314, *Automatic Control Systems*, iss. 7, Moscow, Publishing house of BMSTU, 1979, pp. 60—71 (in Russian).

17. **Filimonov A.B., Filimonov N. B.** On the Problem of Dynamic Quality of Linear Stationary Control Systems. Analytical Methods of Synthesis of Regulators: Interuniversity Science, Saratov, Publishing house of SPTU, 1981, pp. 94—106 (in Russian).

18. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Factor of the Right Transmission Zeroes in the Problems of Automatic Regulation, *Journal of Advanced Research in Technical Science*, 2019, iss. 15, pp. 103—109 (in Russian).

19. **Solodovnikov V. V., Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Analysis of the Compensation Approach to the Synthesis of Control Systems, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 1979, no. 2, pp. 27—32 (in Russian).

20. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Some Aspects of Modal Synthesis of Automatic Regulation Systems, *Journal of Advanced Research in Technical Science*, 2018, iss. 11, pp. 82—88 (in Russian).

21. **Mita T., Yoshida H.** Undershooting Phenomenon and its Control in Linear Multivariable Servomechanism, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, vol. 35, no. 5, pp. 578—580.

22. **Voronoi V. V., Voevoda A.** About the Right Zeros Influence to System Transients, *Transaction of Scientific Papers of the Novosibirsk State Technical University*, 2013, no. 2 (72), pp. 19—29 (in Russian).