

В. С. Лашин, аспирант, glory665@mail.ru,

В. В. Любимов, д-р техн. наук, зав. кафедрой высшей математики, vlubimov@mail.ru,
ФГАОУ ВО "Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева"

Исследование устойчивости угла атаки при спуске на Марс космического аппарата с малой асимметрией

Рассматривается спуск космического аппарата с малой аэродинамической и геометрической асимметриями в разреженных слоях марсианской атмосферы при малых значениях угла атаки. Применение метода усреднения позволяет получить уравнение второго приближения для угла атаки, близкое по форме к линейному однородному уравнению. Формулируется условие асимптотической устойчивости при движении спускаемого космического аппарата в атмосфере Марса по углу атаки.

Ключевые слова: космический аппарат, твердое тело, угол атаки, устойчивость, асимметрия, угловая скорость, уравнения движения, атмосфера, метод усреднения, квазилинейный случай

Введение

Эра активного изучения и освоения Марса автоматическими космическими аппаратами начиналась в шестидесятых годах двадцатого века. Следует отметить, что в 1976 году на Марс успешно приземлились первые спускаемые аппараты Viking-1 и Viking-2 [1]. В настоящее время для исследований Марса было отправлено более трех десятков экспедиций, значительная часть из которых закончилась неудачами. Как показала многолетняя практика, спуск на "красную планету" является наиболее сложным и аварийно-опасным этапом этих миссий [2]. При этом одну из основных проблем представляет обеспечение требуемых ограничений по значению угла атаки. Известно, что нарушение требуемых ограничений по углу атаки может привести к перегреву бортового оборудования или явиться причиной аварийной ситуации при разворачивании парашютной системы.

Постановка задачи

При спуске космического аппарата (КА) в атмосфере требуется обеспечивать функциональные ограничения на значение угла атаки [3]. Угол атаки представляет собой угол между направлением вектора скорости набегающего потока и продольной осью КА (на рис. 1 угол атаки обозначен α). Требуется исследовать изменение угла атаки при неуправляемом спуске КА с малой аэродинамической и малой геометрической асимметриями в разреженной атмосфере Марса. Геометрическая асимметрия представляет собой совокупность массовой и инерционных асимметрий КА.

Пусть КА представляет собой твердое тело массой 577 кг, имеющее форму, близкую к кони-

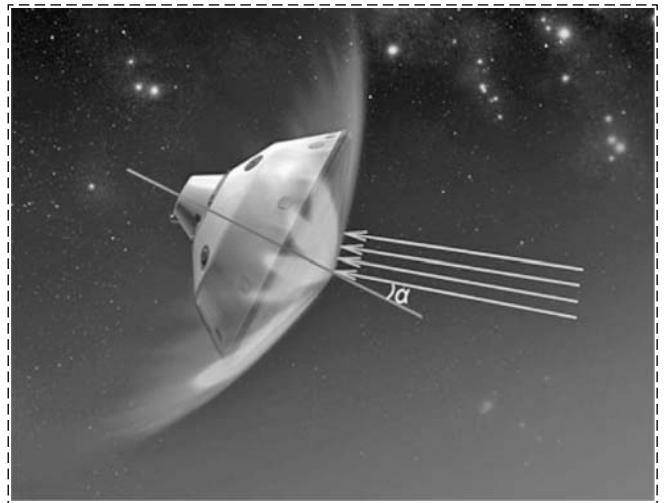


Рис. 1. Атмосферный спуск капсулы с марсоходом "Curiosity"

ческой. Анализ устойчивости угла атаки будем выполнять в квазилинейном случае (при малых значениях угла атаки), предварительно упростив систему уравнений движения аппарата с помощью метода усреднения.

Математическая модель

Для исследования устойчивости по углу атаки используем квазилинейную систему уравнений движения КА с малой асимметрией в атмосфере, полученную в статье [4]. Данная система уравнений при движении КА в атмосфере Марса имеет следующий вид:

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\varepsilon^2 \frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \alpha \frac{d\omega}{dt} - \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha} \cos(\theta + \theta_1); \quad (1)$$

$$\bar{I}_x(\dot{\omega}_x) = -\varepsilon \alpha m_x^A \sin(\theta + \theta_2); \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_1 + \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha \alpha} \sin(\theta + \theta_1); \quad (3)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \frac{\omega}{2q} \dot{q}. \quad (4)$$

Остановимся на подробном описании параметров асимметрии и функций, входящих в систему (1)–(4):

$$\begin{aligned} m^A &= \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}; \\ m_1^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{y0}^\Phi + \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{x1} \overline{\Delta z} - \bar{I}_{xz} \omega_x^2; \\ m_2^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{z0}^\Phi - \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{x1} \overline{\Delta y} + \bar{I}_{xy} \omega_x^2; \\ \sin \theta_1 &= m_1^A / m^A; \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A; \\ m_x^A &= \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}; \\ m_{x1}^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{xs0}^\Phi - \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{y1} \overline{\Delta y} - \bar{I}_{xy} \omega_{1,2}^2; \\ m_{x2}^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{xc0}^\Phi - \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{y1} \overline{\Delta z} - \bar{I}_{xz} \omega_{1,2}^2; \\ \sin \theta_2 &= -m_{x1}^A / m_x^A; \quad \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A; \\ \omega &= \sqrt{-m_{zn}^a q s l / I}, \end{aligned}$$

где ε — малый параметр, характеризующий малость параметров массовой, инерционной, аэродинамической асимметрии и медленность изменения ω ; ω — частота прецессии при угловой скорости $\omega_x = 0$; $\omega_{1,2}$ — частоты "прямой" и "обратной" прецессий; $\omega_1 = \bar{I}_x \omega_x / 2 + \omega_a$; $\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$; α — пространственный угол атаки; θ — быстрая фаза; m_x^A — параметр, характеризующий массовую и инерционную асимметрии; m^A — параметр, характеризующий массовую, аэродинамическую и инерционную асимметрии; C_{x1} , C_{y1} — коэффициенты аэродинамических сил; m_{zn}^a — частная производная коэффициента аэродинамического восстанавливающего момента m_{zn} по углу атаки α при $\alpha = 0$; $m_{y0}^\Phi, m_{z0}^\Phi, m_{xs0}^\Phi, m_{xc0}^\Phi$ — коэффициенты малых аэродинамических моментов от асимметрии формы КА; $\overline{\Delta y} = \Delta y / L$, $\overline{\Delta z} = \Delta z / L$; Δy , Δz — малые смещения центра масс КА в связанной системе координат $OXYZ$; $\bar{I}_x = I_x / I$; I_x и $I_y = I_z = I$ — моменты инерции аппарата относительно осей системы координат $OXYZ$; $\bar{I}_{xy} = I_{xy} / I$, $\bar{I}_{xz} = I_{xz} / I$, I_{xy} , I_{xz} — центробежные моменты инерции аппарата в системе координат $OXYZ$; θ_1 — параметр, который определяет взаимное расположение геометрической и аэродинамической асимметрии в системе координат

$OXYZ$; θ_2 — параметр, который определяет взаимное расположение массовой и инерционной асимметрии в системе координат $OXYZ$; ω_x — угловая скорость КА относительно оси OX ; $\omega_x - \omega_1$ — резонансное соотношение частот; q — скоростной напор; s и l — площадь миделевого сечения и длина аппарата. Система (1)–(4) описывает движение аппарата при $\omega_x > 0$. Случай отрицательных угловых скоростей ω_x может быть рассмотрен по аналогии.

В то же время система уравнений движения (1)–(4) является стандартной системой с одной быстровращающейся фазой вида

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \varepsilon Z(z, \theta); \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega(z) + \varepsilon \Theta(z, \theta). \end{aligned}$$

Здесь $z = (\alpha, \omega_x, \omega)$ — вектор медленных переменных; $\omega(z) = \omega_x - \omega_{1,2}$; $Z(z, \theta)$ — вектор-функция правых частей уравнений (1), (2) и (4), составляющие которого имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} Z^\alpha &= -\varepsilon^2 \frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \alpha \frac{d\omega}{dt} - \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha} \cos(\theta + \theta_1); \\ Z^{\omega_x} &= -\varepsilon \alpha m_x^A \sin(\theta + \theta_2) / \bar{I}_x; \\ Z^\omega &= \varepsilon \frac{\omega}{2q} \dot{q}; \quad \Theta = \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha \alpha} \sin(\theta + \theta_1). \end{aligned}$$

Правые части уравнений (1)–(3) зависят от быстрой фазы θ , что затрудняет дальнейший анализ системы. Для дальнейшего исследования исключим из уравнений быструю фазу θ , используя нерезонансную схему метода усреднения. Метод усреднения — наиболее известный метод асимптотического анализа, изложенный в работах [5–6].

При усреднении используется замена переменных:

$$\begin{aligned} z &= z^0 + \varepsilon z_1(z^0, \theta^0) + \dots, \\ \theta &= \theta^0 + \varepsilon \theta_1(z^0, \theta^0) + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Замена переменных (5) позволяет перейти от неусредненных медленных переменных z к усредненным медленным переменным z^0 .

При этом усредненная по быстрой фазе система (1)–(3) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{dz^0}{dt} &= \varepsilon A_1(z^0) + \varepsilon^2 A_2(z^0) + \dots; \\ \frac{d\theta^0}{dt} &= \omega(z^0) + \varepsilon B_1(z^0) + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь первое приближение

$$A_1^{(\alpha)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Z^\alpha(z^0, \theta^0) d\theta^0 = 0;$$

$$z_1^{(\omega_x)} = \frac{1}{\omega(z^0)} \int [Z(z^0, \theta^0) - A_1^{\omega_x}(z^0)] d\theta^0 = \\ = \alpha m_x^A \cos(\theta + \theta_2) / [\bar{I}_x(\omega_x - \omega_1)];$$

$$z_1^{(\alpha)} = -\frac{m^A}{2\omega_\alpha} \cdot (\theta + \theta_1) / (\omega_x - \omega_1);$$

$$\theta_1(z^0, \theta^0) = \frac{1}{\omega(z^0)} \int \left[\frac{\partial \omega(z^0)}{\partial z^0} z_1 + \theta(z^0, \theta^0) - B_1(z^0) \right] d\theta^0;$$

$$B_1(z^0) = \left\langle \frac{\partial \omega(z^0)}{\partial z^0} z_1 + \theta(z^0, \theta^0) \right\rangle; \quad B_1 = 0;$$

$$\theta_1 = \frac{1}{\omega_x - \omega_1} \times \\ \times \left[\frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} \frac{\alpha m_x^A \sin(\theta + \theta_2)}{\bar{I}_x(\omega_x - \omega_1)} - \frac{m^A}{2\omega_\alpha \alpha} \cos(\theta + \theta_1) \right];$$

$$\frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} = 1 - \frac{\bar{I}_x}{2} - \frac{1}{2\sqrt{\frac{\bar{I}_x^2 \omega_x^2}{4} + \omega^2}} \cdot \frac{\bar{I}_x^2 \omega_x}{4};$$

$$\frac{\partial z^\alpha}{\partial \omega_x} = -\frac{\omega}{2} \alpha \dot{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-2}) - \frac{m^A}{2} \cos(\theta + \theta_1) \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-1});$$

$$\frac{\partial z^\alpha}{\partial \alpha} = -\frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \dot{\omega}; \quad \frac{\partial z^\alpha}{\partial \theta} = \frac{m^A}{2\omega_\alpha} \sin(\theta + \theta_1); \quad \frac{\partial z_1^\alpha}{\partial \alpha} = 0.$$

Здесь и в дальнейшем рассматриваются только усредненные значения медленных переменных, поэтому индекс "0" медленных переменных системы не указывается.

Учитывая, что спуск КА происходит в разреженной атмосфере, будем считать, что первое приближение $A_1^{(\alpha)} = 0$. Следовательно, основное внимание уделим анализу функции второго приближения $A_2^{(\alpha)}$, выражение для которого имеет вид

$$A_2^{(\alpha)} = \left\langle \frac{\partial z^\alpha}{\partial \omega_x} z_1^{\omega_x} + \frac{\partial z^\alpha}{\partial \alpha} z_1^\alpha + \frac{\partial z^\alpha}{\partial \theta} \theta_1 \right\rangle = -\frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \alpha + \\ + \frac{1}{2} (-1) \frac{\alpha m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-1}) \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\omega_x - \omega_1} + \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} \frac{\alpha m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{2\omega_\alpha (\omega_x - \omega_1)^2}. \quad (7)$$

Запишем усредненное уравнение для угла атаки (7) в следующей форме:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \varepsilon^2 f \alpha. \quad (8)$$

Здесь

$$f = -\frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} + \frac{1}{2} (-1) \frac{m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-1}) \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\omega_x - \omega_1} + \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} \frac{m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{2\omega_\alpha (\omega_x - \omega_1)^2}.$$

Таким образом, в соответствии с уравнением (8) знак функции f определяет направление изменения медленной составляющей угла атаки. Иначе говоря, при положительной функции f угол атаки α возрастает (неустойчивый случай). Напротив, при отрицательной функции f угол атаки α убывает (устойчивый случай).

Компьютерное моделирование

При численном моделировании использовались характеристики КА, аналогичные характеристикам спускаемого КА "Schiaparelli" [7]: наибольший радиус $r = 1,65$ м, высота конуса $l = 2$ м и масса $m = 577$ кг. Малый КА осуществляет спуск в атмосфере Марса при ускорении свободного падения $g_0 = 3,86$ м/с². Начальные условия входа в атмосферу: $V(0) = 3400$ м/с, высота $H(0) = 120$ км. На рис. 2 показано изменение угла атаки $\alpha(t)$, полученное с применением системы (1)–(3).

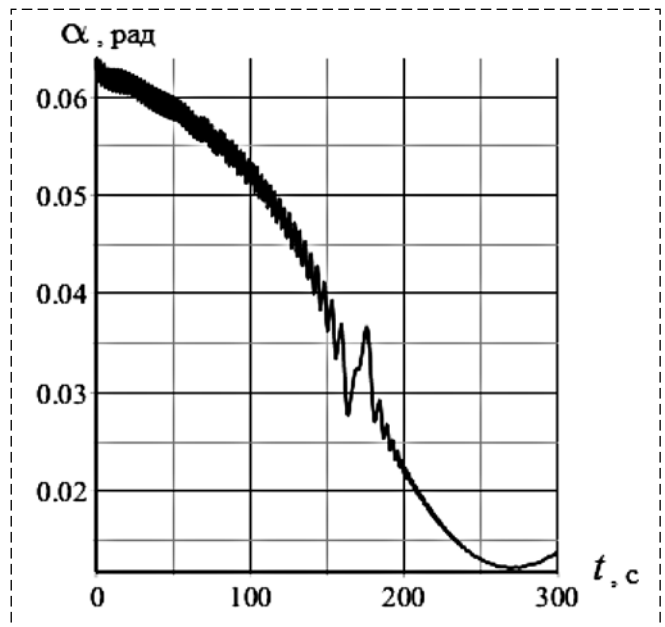


Рис. 2. Изменение угла атаки в процессе спуска

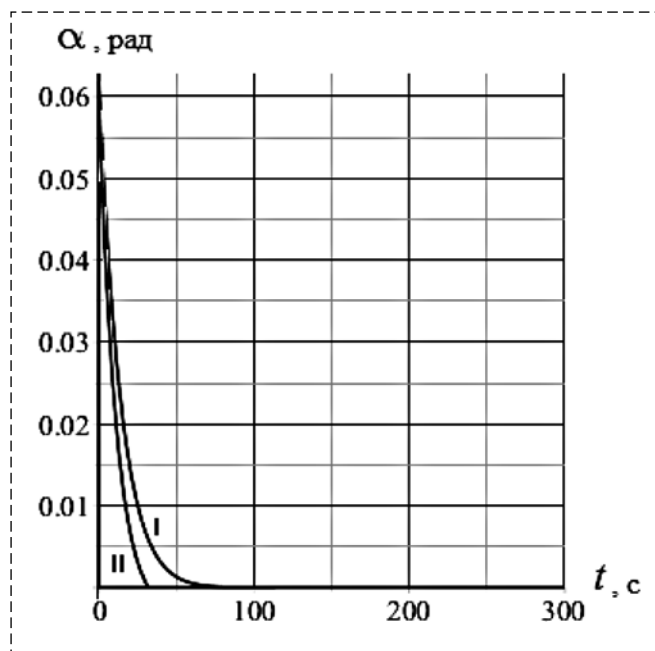


Рис. 3. Изменение угла атаки при усреднении для случаев I и II

На рис. 3 представлено изменение угла атаки $\alpha(t)$ согласно усредненному уравнению (8) для двух случаев (I и II) при выполнении условия устойчивости медленной составляющей угла атаки ($f < 0$). При моделировании использовали следующие параметры асимметрии: $m_x^A = 0,2$; $m^A = 0,012$, $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ (в случае (I)); $m_x^A = 0,001$, $m^A = 0,01$, $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ (в случае (II)).

Заключение

Для квазилинейного случая получено условие устойчивости медленной составляющей угла атаки при спуске КА с малой аэродинамической и геометрической асимметриями в разреженной атмосфере. В отличие от известных работ

по тематике атмосферного спуска [8–10] условие устойчивости было получено посредством нерезонансного усреднения квазилинейного уравнения для угла атаки с учетом двух первых приближений. Данное условие позволяет определить значения параметров асимметрии, обеспечивающих асимптотическую устойчивость медленной составляющей угла атаки в процессе спуска КА в разреженных атмосферах планет Земной группы.

Список литературы

1. Все аппараты, коснувшиеся поверхности Марса // Популярная механика. URL: <https://www.popmech.ru/technologies/384782-vse-apparaty-kosnuvshiesya-poverhnosti-marsa>.
2. Марсианская научная лаборатория. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Марсианская_научная_лаборатория.
3. Ярошевский В. А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.
4. Заболотнов Ю. М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией // Космические исследования. 1994. Т. 32, Вып. 4–5. С. 112–125.
5. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 408 с.
6. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. 381 с.
7. Schiaparelli: the exomars entry, descent and landing demonstrator module. ESA (European Space Agency). URL: <http://exploration.esa.int/mars/47852-entry-descent-and-landing-demonstrator-module>.
8. Lubimov V. V., Lashin V. S. External Stability of a Resonance During the Descent of a Spacecraft with a Small Variable Asymmetry in the Martian Atmosphere // Advances in Space Research. 2017. Vol. 59. pp. 1607–1613.
9. Lubimov V. V., Kurkina E. V. Simulation of the dynamics of non-resonant motion in a controlled descent of an asymmetric spacecraft in the low-density atmosphere // Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2016). P. 610–621.
10. Lubimov V. V. Numerical simulation of the resonance effect at Re-entry of a rigid body with low inertial and aerodynamic asymmetries into the atmosphere // Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2015). P. 198–210.

Analysis of the Angle of Attack Stability During the Descent of a Small Asymmetry Spacecraft to the Mars

V. V. Lyubimov, vlubimov@mail.ru, V. S. Lashin, glory665@mail.ru,
Samara University, Samara, 443086, Russian Federation

Corresponding author: Lyubimov Vladislav V., D. Sc.,
Head of Higher Mathematics Department, Samara University,
Samara, 443086, Russian Federation, e-mail: mail@samspace.ru

Accepted on December 01, 2017

The authors consider a motion of a spacecraft with small aerodynamic-mass asymmetries in the rarefied layers of the martian atmosphere at small values of the angle of attack. As is known, that small aerodynamic-mass asymmetries of the spacecraft can lead to loss of stability in the angle of attack, caused by the influence of resonant phenomena. The purpose of

this study is to obtain a condition of the stability of the relative motion of an asymmetric spacecraft with respect to the angle of attack in a rarefied atmosphere of Mars. The application of the averaging method makes it possible to obtain the second-approximation equation for the angle of attack which form is close to the linear homogeneous equation. The averaged equation allows us to formulate the required stability condition. The theoretical significance of this study is the condition of the stability of the motion of a spacecraft with respect to the angle of attack as solid body in a rarefied atmosphere. The presented condition of the stability was used at research of the motion of the conical spacecraft with respect to the angle of attack in a rarefied atmosphere of Mars. In this case, the mass-inertial parameters of the spacecraft were similar to those of the descending capsule "Schiaparelli". Of practical interest is the use of the obtained stability condition in the analysis of the relative motion of asymmetric spacecraft in the rarefied layers of the atmosphere of the terrestrial planets.

Keywords: spacecraft, solid body, angle of attack, stability, asymmetry, angular velocity, equations of motion, atmosphere, averaging method, quasi-linear case

For citation:

Lyubimov V. V., Lashin V. S. Analysis of the Angle of Attack Stability During the Descent of a Small Asymmetry Spacecraft to the Mars, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 355—359.

DOI: 10.17587/mau.19.355-359

References

1. **All Spacecrafts** That Touched the Surface of Mars, Popular Mechanics, available at: <https://www.popmech.ru/technologies/384782-vse-apparaty-kosnushiesya-poverhnosti-marsa>.
2. *Marsianskaya nauchnaya laboratoriya* (The Martian Scientific Laboratory), available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Марсианская_научная_лаборатория. (in Russian).
3. **Yaroshevsky V. A.** *Dvizhenie neupravlyаемого tela v atmosphere* (Motion of an Uncontrolled Body in the Atmosphere), Moscow, Mechanical Engineering, 1978, 168 p. (in Russian).
4. **Zabolotnov Y. M.** Asymptotic Analysis of Motion Quasi-linear Equations in a Spacecraft with a Small Asymmetry, *Cosmic Research*, 1994, vol. 32, iss. 3—5, pp. 112—125.

5. **Bogolyubov N. N., Mitropolsky Y. A.** *Asimptoticheskie metody v teorii nelineynykh kolebaniy* (Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations), Moscow, State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1958, 408 p. (in Russian).

6. **Moiseev N. N.** *Asimptoticheskie metody nelineynoy mekhaniki* (Asymptotic Methods of Nonlinear Mechanics), Moscow, State Editorial Office of Physical and Mathematical Literature of State Publishing House "Nauka", 1969, 381 p. (in Russian).

7. **Schiaparelli:** the exomars entry, descent and landing demonstrator module. ESA (European Space Agency), available at: <http://exploration.esa.int/mars/47852-entry-descent-and-landing-demonstrator-module>.

8. **Lubimov V. V., Lashin V. S.** External Stability of a Resonance During the Descent of a Spacecraft with a Small Variable Asymmetry in the Martian Atmosphere, *Advances in Space Research*, 2017, vol. 59, pp. 1607—1613.

9. **Lubimov V. V., Kurkina E. V.** Simulation of the dynamics of non-resonant motion in a controlled descent of an asymmetric spacecraft in the low-density atmosphere, *Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2016)*, pp. 610—621.

10. **Lubimov V. V.** Numerical simulation of the resonance effect at Re-entry of a rigid body with low inertial and aerodynamic asymmetries into the atmosphere, *Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2015)*, pp. 198—210.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 28.02.2017. Подписано в печать 10.04.2018. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН518. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансес солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансес солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.