

К. А. Неусыпин, д-р техн. наук, проф., neysipin@mail.ru,

М. С. Селезнева, канд. техн. наук, ассистент, m.s.selezneva@mail.ru,

Кай Шэнь, канд. техн. наук, ассистент профессора, shenkaichn@mail.ru,

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, г. Москва

Исследование качественных характеристик наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных моделей инерциальных навигационных систем

Рассмотрен критерий степени наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных систем. Исследованы качественные характеристики наблюдаемости погрешностей инерциальной навигационной системы. Исследована задача определения достижимой точности корректируемых инерциальных навигационных систем летательных аппаратов.

Ключевые слова: летательный аппарат, инерциальная навигационная система, степень наблюдаемости, анализ качественных характеристик

Введение

Летательный аппарат (ЛА) как объект управления является одним из наиболее сложных из-за высоких требований к точности управления. Разработка систем управления перспективными динамическими объектами, в частности ЛА, требует изучения новых подходов к их проектированию, создания новых концепций, модернизации существующего программно-алгоритмического обеспечения, создания новой элементной базы, применения новых информационных технологий.

Успешное решение задач управления ЛА во многом определяется уровнем развития измерительной техники. Эксплуатационные характеристики ЛА в большой степени определяются совершенством бортового оборудования, в частности, качеством информационно-измерительных сигналов, используемых для управления. Информационно-измерительные сигналы поступают от измерительных систем ЛА. В качестве измерительных систем используют различные гироскопические навигационные системы, например, для атмосферных ЛА используют инерциальные навигационные системы (ИНС), спутниковые навигационные системы (GPS, ГЛОНАСС), разнообразные радиолокационные системы и др. [1, 2].

Измерительные сигналы этих систем имеют погрешности, обусловленные конструктивными особенностями и условиями функционирования ЛА. Повышение точности измерительной информации осуществляется конструкторским

и алгоритмическим путями. Разработка новых конструкций измерительных систем требует новой технологической базы и больших финансовых затрат. Алгоритмический подход позволяет существенно повысить точность навигационных определений с использованием измерительных систем современного уровня точности.

Алгоритмическая коррекция навигационных систем [1] обычно осуществляется с помощью алгоритмов коррекции высокого уровня — алгоритмов оценивания, прогнозирования и комплексирования [3]. Такая алгоритмическая коррекция предусматривает использование второго измерительного датчика информации, внешнего по отношению к корректируемой системе. С помощью этого внешнего датчика формируется измерительный сигнал для алгоритмов, представляющий собой смесь ошибок измерительной системы и внешнего датчика.

Алгоритмы оценивания [4] применяются для компенсации погрешностей в выходном сигнале базовой измерительной системы. Для повышения точности навигационных определений на современных ЛА используют несколько измерительных систем, объединенных в измерительные комплексы [2, 3], которые снабжены сложным алгоритмическим обеспечением и отличаются высокой точностью.

Дальнейшее повышение точности возможно путем использования в алгоритмах моделей с повышенными качественными характеристиками. В схемах коррекции навигационной инфор-

мации используются алгоритмы, включающие различные математические модели исследуемых процессов, в частности модели погрешностей ИНС [2, 3]. Эти модели отличаются уровнем подробности и качественными характеристиками. Одной из качественных характеристик моделей является степень наблюдаемости переменных состояния [5, 6].

В данной работе представлены критерии степени наблюдаемости линейных нестационарных систем. Исследованы качественные характеристики наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных систем.

Критерий наблюдаемости нестационарных динамических систем

Рассмотрим линейную нестационарную систему вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t) \quad (1)$$

и уравнение измерений, имеющее вид

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{x}(t)$ — n -мерный вектор состояния системы; $\mathbf{W}(t)$ — вектор входного шума; $\mathbf{z}(t)$ — m -мерный вектор измерений; $\mathbf{v}(t)$ — измерительный шум; $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{G}(t)$, $\mathbf{H}(t)$ являются линейными нестационарными матрицами соответствующих размерностей; t — текущее время.

Система (1) и (2) называется *вполне наблюдаемой* [7] в момент t , если можно определить состояние системы $\mathbf{x}(t_0)$ из наблюдения выходной функции $\mathbf{z}(t)$ на интервале времени $[t_0, t]$.

В большинстве практических случаев размерность вектора $\mathbf{z}(t)$ меньше, чем размерность вектора $\mathbf{x}(t)$, т. е. $m < n$, и уравнение (2) представляет собой систему m уравнений с n неизвестными. Поэтому значение вектора $\mathbf{z}(t)$ в момент t не дает достаточной информации для восстановления вектора $\mathbf{x}(t)$. Нужно учесть информацию о векторе $\mathbf{z}(t)$ [8] на отрезке $[t_0, t]$.

Рассмотрим нестационарную систему (1) и (2).

Вектор $\mathbf{z}(\tau)$ в момент $\tau \in [t_0, t]$ можно представить в виде

$$\mathbf{z}(\tau) = \mathbf{H}(\tau)\Phi(\tau, t) + \mathbf{x}(t),$$

где $\Phi(\tau, t)$ — переходная матрица нестационарной системы (1).

Введем матрицу грамиана наблюдаемости [7, 9]

$$\mathbf{N}(t, t_0) = \int_{t_0}^t \Phi^T(\tau, t) \mathbf{H}^T(\tau) \mathbf{H}(\tau) \Phi(\tau, t) d\tau.$$

Для наблюдаемости системы (1) и (2) необходимо и достаточно существование момента $t_0 < t$, для которого матрица $\mathbf{N}(t, t_0)$ положительно определена, т. е. $\det \mathbf{N} \neq 0$.

Критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем

При исследовании степени наблюдаемости переменных состояния нестационарного объекта уравнение объекта удобно представлять в дискретном виде:

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k, k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{w}_{k-1}, \quad (3)$$

где $\mathbf{x}_k$ — вектор состояния; $\mathbf{w}_{k-1}$ — вектор входного возмущения; $\Phi_{k, k-1}$ — матрица объекта; Γ_{k-1} — матрица входа; k — такт вычислений.

Уравнение измерений имеет вид

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (4)$$

где $\mathbf{z}_k$ — вектор измерений; $\mathbf{v}_k$ — вектор ошибок измерения; $\mathbf{H}_k$ — матрица измерений.

Разобьем каждый шаг измерений на n (порядок системы) подтактов $[t_k, t_{k+n-1}]$ и выразим эти измерения через вектор состояния в начальном подтакте t_k измерений этого шага:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k; \\ \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{H}_{k+1} \Phi_{k+1, k} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_{k+1}; \\ &\dots \dots \dots \\ \mathbf{z}_{k+n-1} &= \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+1, k} \mathbf{x}_k + \\ &+ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+2, k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \\ &+ \dots + \mathbf{H}_{k+n-1} \Gamma_{k+n-2} \mathbf{w}_{k+n-2} + \mathbf{v}_{k+n-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Перепишем выражение (5) в матричной форме:

$$\mathbf{z}_k^* = \mathbf{O}_{Lk} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k^*,$$

где

$$\mathbf{z}_k^* = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k \\ \mathbf{z}_{k+1} \\ \dots \\ \mathbf{z}_{k+n-1} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{O}_{Lk} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \Phi_{k+1, k} \\ \dots \\ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+1, k} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{v}_k^* = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ \mathbf{v}_{k+1} \\ \dots \\ \mathbf{v}_{k+n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_{k+1} \\ \dots \dots \dots \\ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+2, k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \dots \\ \dots + \mathbf{H}_{k+n-1} \Gamma_{k+n-2} \mathbf{w}_{k+n-2} + \mathbf{v}_{k+n-1} \end{bmatrix}.$$

Матрица $\mathbf{O}_{Lk}$ является матрицей наблюдаемости. Нестационарная система (3) и (4) наблюдаема в интервале $[t_k, t_{k+n-1}]$, если ранг матрицы $\mathbf{O}_{Lk}$ равен порядку системы n , т. е. $\text{rank}[\mathbf{O}_{Lk}] = n$ [10].

Выразим из уравнения объекта вектор состояния в начальном подтакте измерения:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{z}_k^* - \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{v}_k^*, \quad (6)$$

где $\mathbf{O}_{Lk}^+ = [\mathbf{O}_{Lk}^T \mathbf{O}_{Lk}]^{-1} \mathbf{O}_{Lk}^T$ — псевдообратная матрица матрицы $\mathbf{O}_{Lk}$.

В соответствии с уравнением (6) введем обозначение

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{z}_k^* \quad (7)$$

Пусть $\mathbf{H}_k = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, запишем уравнение (7) в скалярном виде:

$$y_k^i = \alpha_{1,k}^i z_k + \alpha_{2,k}^i z_{k+1} + \dots + \alpha_{n,k}^i z_{k+n-1}, \quad (8)$$

где y_k^i — i -й элемент вектора $\mathbf{y}_k$; $\alpha_{j,k}^i$ ($j = 1, \dots, n$) — i -я строка матрицы $\mathbf{O}_{Lk}^+$.

Для остальных компонент вектора состояния уравнения измерений формируются в соответствии с уравнением (8).

Запишем вектор приведенного измерительно-го шума $\zeta_k^* = \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{v}_k^*$, в соответствии с уравнением (8), в скалярном виде:

$$\zeta_k^{*i} = \alpha_{1,k}^i v_k + \alpha_{2,k}^i v_{k+1} + \dots + \alpha_{n,k}^i v_{k+n-1},$$

где ζ_k^{*i} — i -й элемент вектора ζ_k^* ; v_{k+s} — ошибки измерения в различные подтакты проведения измерений ($s = \overline{0, n-1}$), которые являются компонентами вектора $\mathbf{v}_k^*$.

Дисперсия приведенного к i -й компоненте измерительного шума ζ_k^{*i} определяется коэффициентами $\alpha_{j,k}^i$ ($j = 1, \dots, n$), т. е.

$$R_{Lk}^{*i} = [(\alpha_{1,k}^i)^2 + (\alpha_{2,k}^i)^2 + \dots + (\alpha_{n,k}^i)^2] R_k^0, \quad (9)$$

где R_k^0 — дисперсия исходного измерительного шума v_k .

Судить о мере наблюдаемости можно по двум характеристикам: точности оценивания и времени сходимости. Критерий, по которому определяется степень наблюдаемости, имеет вид [9]

$$D_{\mathbf{O}_{Lk}^i} = \frac{E[(x_k^i)^2] R_k^0}{E[(y_k^i)^2] R_{Lk}^{*i}}.$$

С учетом (9) критерий степени наблюдаемости для нестационарных систем будет иметь вид

$$D_{\mathbf{O}_{Lk}^i} = \frac{E[(x_k^i)^2]}{E[(y_k^i)^2] \sum_{j=1}^n (\alpha_{j,k}^i)^2}, \quad (10)$$

где $E[(x_k^i)^2]$ — дисперсия произвольной i -й компоненты вектора состояния; $E[(y_k^i)^2]$ — дисперсия непосредственно измеряемого вектора состояния.

Степени наблюдаемости погрешностей инерциальных навигационных систем

Рассмотрим степени наблюдаемости ошибок ИНС. Помимо различия во временных интервалах, необходимых для удовлетворительного оцени-

вания ошибок ИНС, различны и относительные погрешности оценивания по отношению к оцениваемому номиналу. В связи с этим встает вопрос о степени наблюдаемости различных ошибок ИНС.

Известный способ повышения точности оценивания заключается в выборе модели с меньшими элементами матрицы $\mathbf{O}_{Lk}^+$, т. е. с большими степенями наблюдаемости (уменьшение шума приводит к повышению качества наблюдения) [11]. Повышение степени наблюдаемости с помощью критерия (10) осуществляется путем, например, увеличения периода дискретизации T . Повышение точности оценивания ошибок ИНС предполагает уменьшение коэффициентов при формировании приведенных измерений в уравнении (8) и (9).

Но с течением времени точность оценивания и время сходимости у нестационарных систем могут изменяться. Поэтому актуальной является задача исследования степени наблюдаемости в процессе функционирования системы.

В алгоритме линейного нестационарного фильтра Калмана [4] использована априорная модель. Придать этой модели улучшенные свойства можно с помощью критериев степени наблюдаемости. Известен критерий вида [11]

$$\Omega = \{\det[\mathbf{O}_{Lk}]\}^2 \rightarrow \max.$$

Критерий представляет собой критерий степени наблюдаемости: с увеличением детерминанта матрицы наблюдаемости повышается степень наблюдаемости компонент вектора состояния системы.

Другой метод повышения точности алгоритма оценивания заключается в снижении измерительного шума путем минимизации коэффициентов $\alpha_{j,k}^i$ ($j = 1, \dots, n$) в уравнении (9), которые используются при вычислении степеней наблюдаемости по критерию (10).

Таким образом, метод выбора коэффициентов матрицы наблюдаемости позволяет повысить степень наблюдаемости оцениваемых переменных состояния, а также выбрать оптимальные характеристики систем.

Поэтому параметры модели погрешностей ИНС можно изменять в целях повышения степени наблюдаемости приведенных измерений. В связи с этим остро встает вопрос о точности линейного нестационарного фильтра Калмана и исследовании влияния этих параметров на качество оценивания.

В соответствии с вышесказанным на рис. 1—3 приведены графики степеней наблюдаемости, оценок погрешностей ИНС и среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок оценивания (τ).

На рис. 1 представлена степень наблюдаемости угла отклонения гиростабилизированной платформы (ГСП) при различных периодах дискретизации.

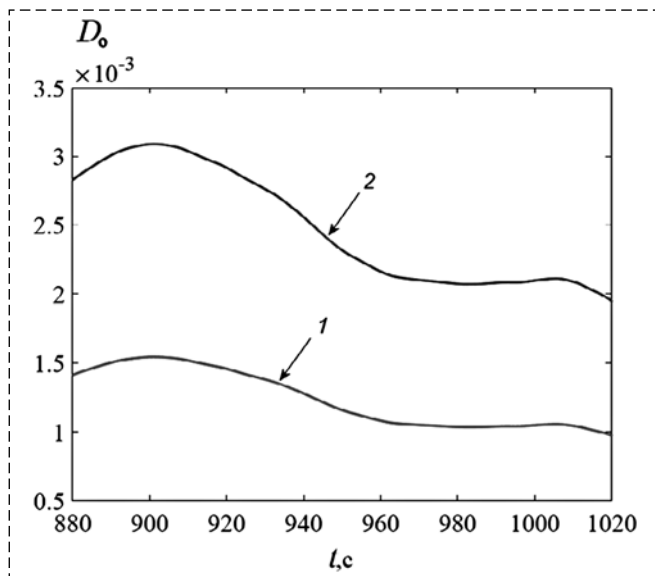


Рис. 1. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных T :

1 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $T = 1$; 2 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $T = 2$

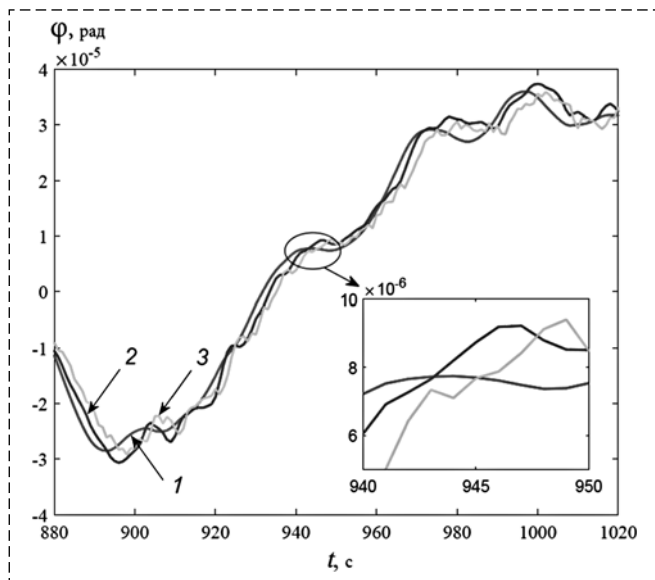


Рис. 2. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных T :

1 — оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при $T = 1$; 2 — оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при $T = 2$; 3 — реальные данные

На рис. 2 представлен результат оценивания угла отклонения ГСП с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных периодах дискретизации.

Для того чтобы сравнить качество оценивания при различных периодах дискретизации, на рис. 3 изображено СКО ошибок оценивания угла отклонения ГСП.

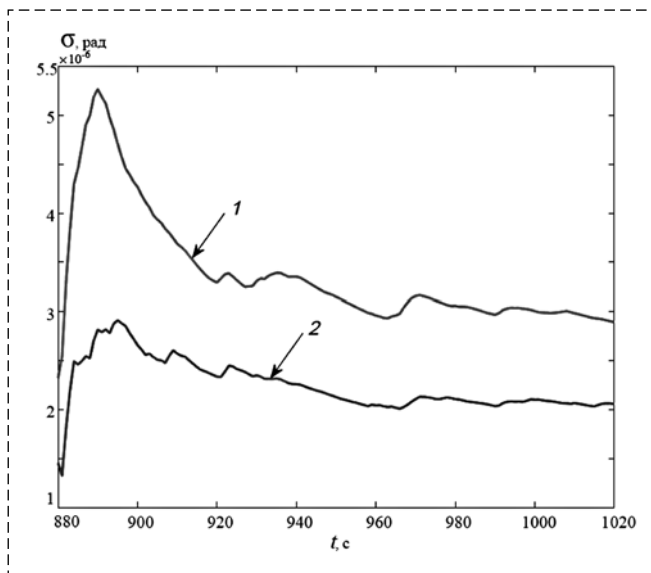


Рис. 3. СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных T :

1 — СКО ошибок оценивания посредством классического линейного нестационарного фильтра Калмана (при $T = 1$ с); 2 — СКО ошибок оценивания посредством линейного нестационарного фильтра Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости (при $T = 2$ с)

По рис. 3 видно, что СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при $T = 1$ с равно $2,5 \cdot 10^{-6}$ рад, а при $T = 2$ с — $1,5 \cdot 10^{-6}$ рад. Моделирование показало, что точность оценивания погрешностей ИНС посредством линейного нестационарного фильтра Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости выше по сравнению с использованием классического линейного нестационарного фильтра Калмана.

Выбор коэффициентов позволяет повысить степень наблюдаемости оцениваемых переменных вектора состояния, а следовательно, повысить точность оценивания переменных состояния исследуемой системы.

Если изменяющиеся коэффициенты не подлежат искусственному изменению, то появляется возможность вычислить достижимую точность оценивания в зависимости от значений таких коэффициентов. Например, при изменении высоты полета ЛА меняется гравитационное ускорение g_k . В этом случае учет g_k в математической модели погрешностей ИНС приводит к изменению ее качественных характеристик, в частности степени наблюдаемости погрешностей ИНС. Использование моделей с различными качественными характеристиками в алгоритме оценивания приводит к разной точности оценивания погрешностей ИНС. Определение достижимой точности оценивания погрешностей ИНС в зависимости от высоты полета ЛА позволяет принять решение об использовании той или иной схемы кор-

рекции ИНС. Достижимая точность оценивания зависит от многих факторов [1], но в настоящей статье рассмотрим зависимость только от меняющихся коэффициентов матрицы модели погрешностей ИНС. В качестве критерия, по которому определяется точность оценивания, используем критерий степени наблюдаемости нестационарных переменных состояния (10).

Уравнения ошибок ИНС имеют вид

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k, k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{w}_{k-1},$$

где

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \delta V_k \\ \varphi_k \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}; \mathbf{w}_{k-1} = \begin{bmatrix} B_{k-1} \\ 0 \\ w_{k-1} \end{bmatrix};$$

$$\Phi_{k, k-1} = \begin{bmatrix} 1 & -g_k T & 0 \\ \frac{T}{R} & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 - \mu T \end{bmatrix}; \Gamma_{k-1} = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda T \sqrt{2\mu} \end{bmatrix},$$

здесь δV_k — погрешность в определении скорости; φ_k — угол отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника; ε_k — скорость дрейфа ГСП; B_{k-1} — смещение нуля акселерометра; w_{k-1} — дискретный аналог белого гауссовского шума; Λ — среднеквадратическое отклонение случайного значения дрейфа гироскопа; R — радиус Земли; μ — средняя частота изменения случайного дрейфа гироскопа.

Уравнение измерения имеет вид (4), где $\mathbf{H}_k = [1 \ 0 \ 0]$.

В этом случае матрица наблюдаемости имеет вид

$$\mathbf{O}_{Lk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -g_k T & 0 \\ 1 - \frac{g_{k+1} T^2}{R} & -g_k T - g_{k+1} T & -g_{k+1} T^2 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, получим

$$\mathbf{O}_{Lk}^+ = \mathbf{O}_{Lk}^{-1} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{g_k T} & -\frac{1}{g_k T} & 0 \\ -\frac{1}{g_k T^2} - \frac{1}{R} & \frac{1}{g_k T^2} + \frac{1}{g_{k+1} T^2} & -\frac{1}{g_{k+1} T^2} \end{bmatrix}.$$

Поэтому, в соответствии с уравнением (8), для непосредственного измерения компонент вектора состояния уравнения имеют следующий вид:

$$z(\delta V_k) = z_k;$$

$$z(\Phi_k) = \frac{1}{g_k T} z_k - \frac{1}{g_k T} z_{k+1};$$

$$z(\varepsilon_k) = -\frac{1}{g_k T^2} z_k - \frac{1}{R} z_k + \frac{1}{g_k T^2} z_{k+1} +$$

$$+ \frac{1}{g_{k+1} T^2} z_{k+1} - \frac{1}{g_k T^2} z_{k+2}.$$

В соответствии с выражением (9) определим дисперсию приведенного к углу отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника измерительного шума:

$$R_{Lk}^{*2} = \frac{2}{g_k^2 T^2} R_k^0, \quad (11)$$

где R_k^0 — дисперсия ошибки в измерении скорости.

Определим степень наблюдаемости угла отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника:

$$D_{O_{Lk}} = \frac{g_k^2 T^2 E[\hat{\varphi}_k^2]}{2E[\delta V_k^2]}. \quad (12)$$

Определим дисперсию измерительного шума, приведенного к скорости дрейфа ГСП относительно сопровождающего трехгранника:

$$R_{Lk}^{*3} = \left(\frac{2}{g_k^2 T^4} + \frac{2}{g_{k+1}^2 T^4} + \frac{2}{g_k g_{k+1} T^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{g_k R T^2} + \frac{1}{R^2} \right) R_k^0. \quad (13)$$

Степень наблюдаемости скорости дрейфа ГСП определяется аналогично:

$$D_{O_{Lk}}^3 = \frac{E[\hat{\varepsilon}_k^2]}{\left(\frac{2}{g_k^2 T^4} + \frac{2}{g_{k+1}^2 T^4} + \frac{2}{g_k g_{k+1} T^4} + \frac{2}{g_k R T^2} + \frac{1}{R^2} \right) E[\delta V_k^2]}. \quad (14)$$

Результаты моделирования нестационарных ошибок ИНС с различными степенями наблюдаемости

Исследуем степени наблюдаемости переменных состояния нестационарной системы. Для этого необходимо сначала вычислять ранг матрицы наблюдаемости $\mathbf{O}_{Lk}$. Когда ранг матрицы $\mathbf{O}_{Lk}$ равен порядку системы n , т. е. $\text{rank}[\mathbf{O}_{Lk}] = n$, исследуемая система является наблюдаемой. В этом случае можно перейти к исследованию степеней наблюдаемости переменных состояния. На рис. 4 и 5 показаны зависимости степени наблюдаемости угла отклонения ГСП и скорости дрейфа ГСП.

Когда степень наблюдаемости угла отклонения ГСП равна $1,5 \cdot 10^{-3}$, ошибка оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана равна $3,5 \cdot 10^{-8}$ рад; когда же степень

наблюдаемости угла отклонения ГСП равна $1,05 \cdot 10^{-3}$, ошибка оценивания равна $7,8 \cdot 10^{-9}$ рад. Таким образом, чем выше степень наблюдаемости, тем меньше ошибка оценивания.

Теперь проанализируем зависимость степени наблюдаемости от изменения ускорения свободного падения (или высоты полета ЛА) в пространстве. В 1971 г. на ассамблее Международного союза геофизики и геодезии была рекомендована формула нормального значения ускорения свободного падения [2]:

$$g_0 = 9,780318(1 + 0,0053024\sin^2\varphi - 0,0000059\sin^4\varphi),$$

или

$$g_0 = 9,7803185(1 + 0,005278895\sin^2\varphi - 0,000023462\sin^4\varphi),$$

где φ — широта местоположения.

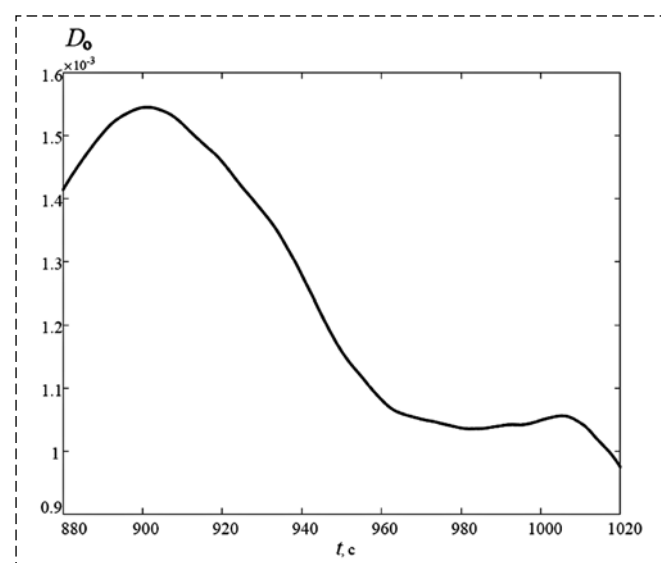


Рис. 4. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП

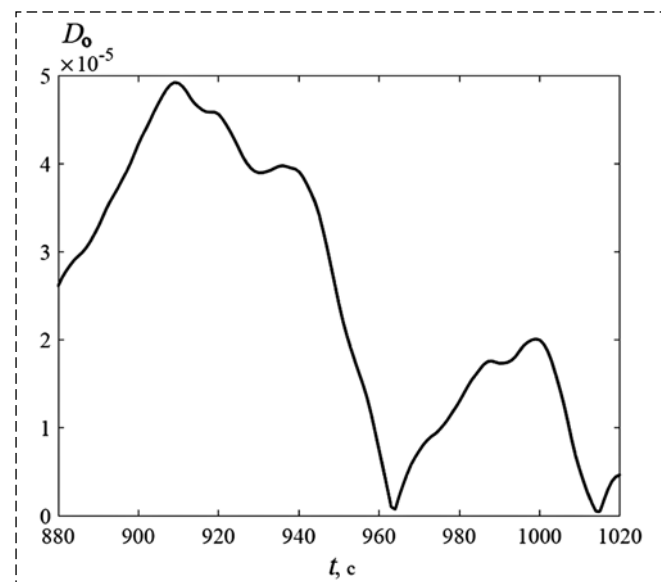


Рис. 5. Степень наблюдаемости скорости дрейфа

Значение ускорения свободного падения от изменения высоты имеет вид

$$g = g_0 - 0,000003086h,$$

где h — высота полета ЛА.

При более точных расчетах необходимо использовать одну из моделей гравитационного поля Земли, дополнив ее поправками.

В результате получены зависимости, представленные на рис. 6—8.

Таким образом, результаты моделирования показали, что чем больше высота полета ЛА, тем меньше значения степеней наблюдаемости и ниже точность оценивания.

Рассматривая модели погрешностей ИНС в условиях изменения высоты полета для каждого типа ИНС и оценивая их с помощью нестационарного фильтра Калмана, можно определить качество оценивания этих погрешностей.

Исследуем степени наблюдаемости погрешностей ИНС и их влияние на качество оценивания. Установив взаимосвязь степени наблюдаемости и точности оценивания, можно определять точность корректируемой ИНС на основе анализа степеней наблюдаемости исследуемых погрешностей ИНС.

При решении задачи выбора состава авионики перспективного ЛА рассматриваются различные типы ИНС, модели погрешностей которых отличаются некоторыми параметрами, например, средней частотой случайного изменения дрейфа μ .

Проведено моделирование алгоритмов оценивания с использованием данных лабораторных

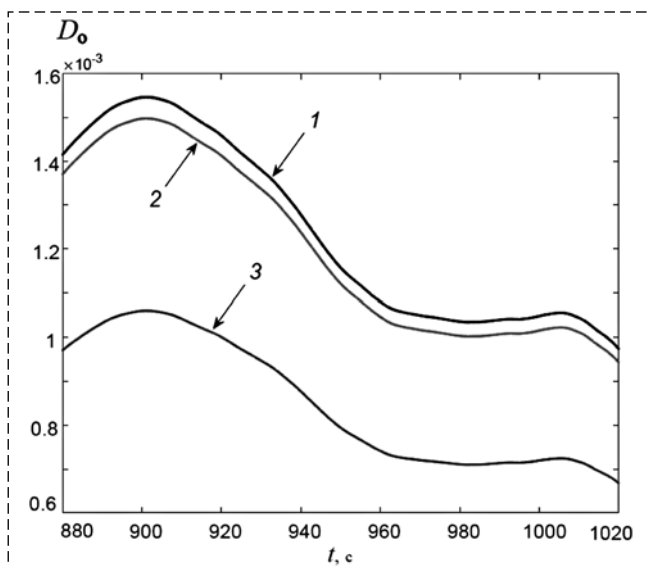


Рис. 6. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных h :

1 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $h = 1$ м; 2 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $h = 1000$ км; 3 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $h = 10\,000$ м

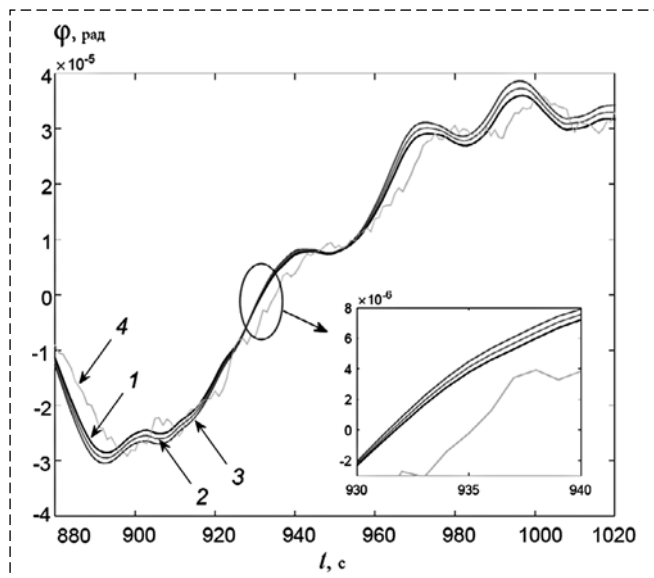


Рис. 7. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных h :

1 — при $h = 1$ м; 2 — при $h = 1000$ м; 3 — при $h = 10\,000$ м; 4 — реальные данные

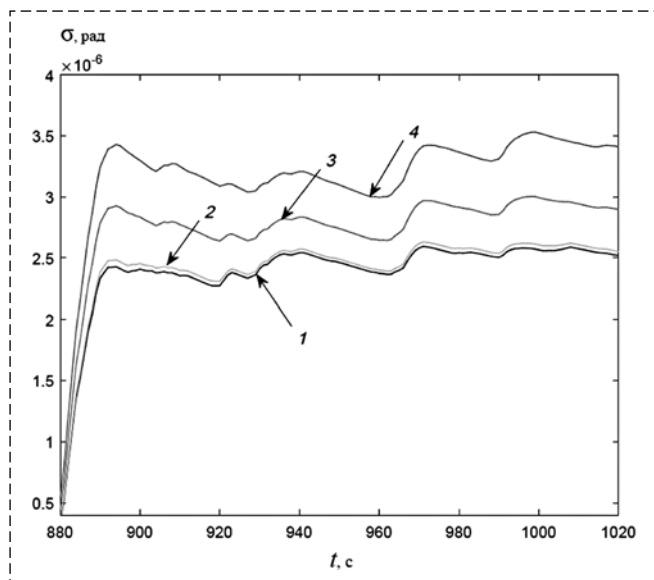


Рис. 8. СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных h :

1 — при $h = 1$ м; 2 — при $h = 10^4$ м; 3 — при $h = 10^5$ м; 4 — при $h = 10^6$ м

экспериментов с навигационными системами АИСТ350, Ц-060К и КомпаНав-2М. Эти системы относятся к разным классам точности. Реальная система была установлена на неподвижном основании, поэтому выходной сигнал по скорости является погрешностями ИНС в определении скорости, который использован в качестве измерения для фильтра Калмана.

Рассмотрим влияние параметра средней частоты случайного изменения дрейфа μ на каче-

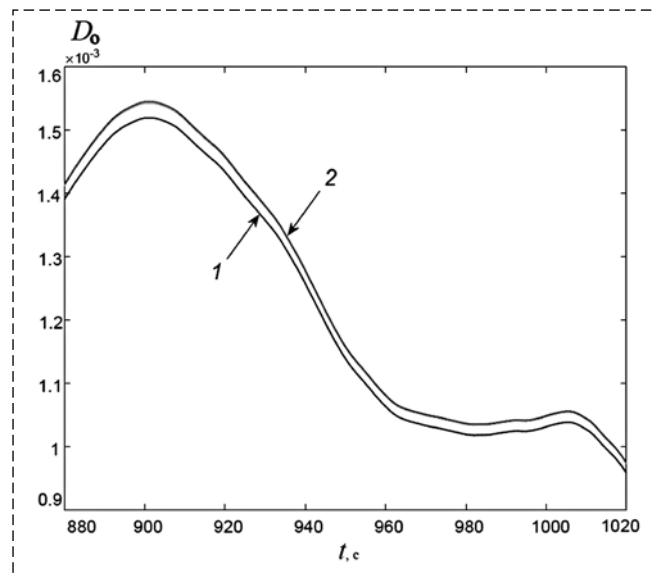


Рис. 9. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных μ :

1 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $\mu = 10^{-1}$; 2 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $\mu = 10^{-4}$

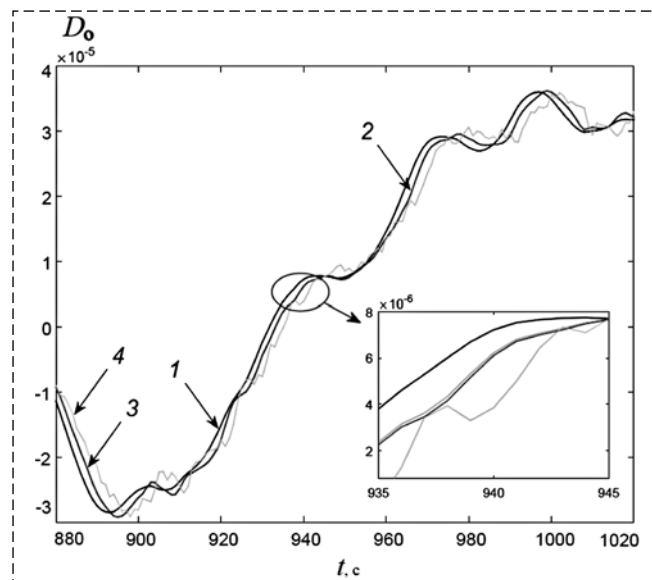


Рис. 10. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных μ :

1 — при $\mu = 10^{-1}$; 2 — при $\mu = 10^{-2}$; 3 — при $\mu = 10^{-4}$; 4 — реальные данные

ство оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана.

На рис. 9 представлена степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных частотах случайного изменения дрейфа.

На рис. 10 также при различных частотах случайного изменения дрейфа представлен результат оценивания угла отклонения ГСП с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана.

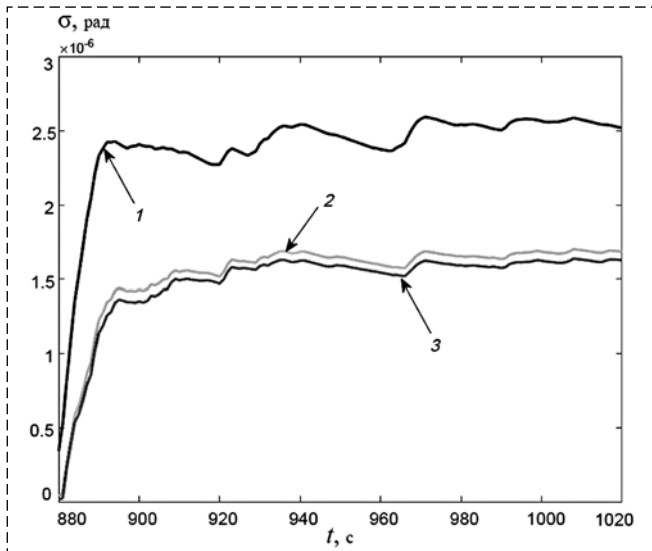


Рис. 11. СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных μ : 1 — при $\mu = 10^{-1}$; 2 — при $\mu = 10^{-2}$; 3 — при $\mu = 10^{-4}$

На рис. 11 представлено СКО ошибок оценивания.

Параметр μ является средней частотой случайного изменения дрейфа, и поэтому чем меньше значение μ , тем лучше качество оценивания.

Таким образом, разработан метод оценки точности ИНС, корректируемых с помощью алгоритма оценивания. По результатам моделирования сделано заключение о том, что чем выше точность автономной ИНС, тем с большей точностью можно оценить погрешности ИНС. Однако следует отметить, что зависимость точности ИНС и точности оценивания погрешностей ИНС имеет нелинейный характер. Точность оценивания зависит от качественных характеристик наблюдаемости погрешностей ИНС.

Заключение

Рассмотрен критерий степени наблюдаемости линейных нестационарных систем. Исследованы качественные характеристики наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных систем на примере вычисления погрешностей ИНС. Рассмотрена зависимость точности оценивания нестационарного фильтра Калмана от степени наблюдаемости при изменении g_k (при изменении высоты полета ЛА). По результатам моделирования сделано заключение о том, что при увеличении высоты полета ЛА точность оценивания погрешностей ИНС снижается.

В зависимости от класса точности ИНС возможно заранее определить достижимую точность определения навигационных параметров ЛА при алгоритмической коррекции этой ИНС. Достижимая точность корректируемой ИНС определяется путем анализа степени наблюдаемости погрешностей ИНС.

Таким образом, точность алгоритма оценивания повышается при использовании моделей с повышенными качественными характеристиками наблюдаемости переменных состояния.

Список литературы

1. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 697 с.
2. Августов Л. И. и др. Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве // под ред. Джанджавы Г. И. М.: ООО "Научтехлитиздат", 2015. 529 с.
3. Неусыпин К. А. Современные системы и методы наведения, навигации и управления летательными аппаратами. М.: Изд-во МГОУ, 2009. 500 с.
4. Кузовков Н. Т., Карабанов С. В., Салычев О. С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978. 224 с.
5. Парусников Н. А. и др. О стохастической мере оцениваемости // Коррекция в навигационных системах и системах ориентации искусственных спутников Земли. — Изд. МГУ. 1986. — С. 4—9.
6. Шэнь Кай, Неусыпин К. А. Исследование критериев степеней наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости линейных динамических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 11. С. 723—731.
7. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. М.: Наука, 1979. 335 с.
8. Kalman R. E., Ho Y. C., Narendra K. S. Controllability of linear dynamical systems // Contributions to the Theory of Differential Equations. 1963. Vol. I, № 2. P. 189—213.
9. Шэнь Кай, Неусыпин К. А. Критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем // Автоматизация. Современные технологии. 2016. № 6. С. 10—16.
10. Chen Z. Local observability and its application to multiple measurement estimation // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 1991. Vol. 38, № 6. P. 491—496.
11. Shen Kai, Neusyypin K. A., Proletarsky A. V. On state estimation of dynamic systems by applying scalar estimation algorithms // Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. August 8—10, 2014. Yantai, China. P. 124—129.
12. Groves P. D. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems. Artech House, Inc., Boston, MA, USA, 2013. 620 p.

On Qualitative Characteristics of the State Variable Observability in Linear Time-Varying Models of Inertial Navigation Systems

K. A. Neusypin, neysipin@mail.ru, M. S. Selezneva, m.s.selezneva@mail.ru,

Kai Shen, shenkaichn@mail.ru,

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: Neusypin Konstantin A., D. Sc., Professor,

Faculty of Computer Science and Control Systems,

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation,

e-mail: neysipin@mail.ru

Accepted on January 24, 2018

A criterion for the degree of observability of state variables in linear time-varying systems is considered. The qualitative characteristics of the observability of the errors in inertial navigation systems are studied with a change in the aircraft flight altitude, the step of computation and in depending with the type of inertial navigation system, that are characterized by the values of the mean frequency of the random change in the drift of the gyroplatform. The results of simulation of navigation system errors, their degree of observability and estimation by the non-stationary Kalman filter are presented. The problem of determining the achievable accuracy of corrected inertial navigation systems in aircraft is investigated. In the models of the estimation algorithms, different values of the average frequency of the change in drift of the gyroplatform are used. A method for studying the achievable accuracy of corrected navigation systems has been developed, which makes it possible to make an informed decision on the use of the system in the design of the aircraft avionics. Based on the analysis of the state variable observability characteristics of navigation systems, it can be concluded that the accuracy of the estimation is dependent on the variable parameters of the inertial navigation system error model.

Keywords: aircraft, inertial navigation system, the degree of observability, analysis of qualitative characteristics

For citation:

Neusypin K. A., Selezneva M. S., Kai Shen. On Qualitative Characteristics of the State Variable Observability in Linear Time-Varying Models of Inertial Navigation Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 346–354.

DOI: 10.17587/mau.19.346-354

References

1. Andreev V. D. *Teoriya inercialnoi navigatsii Korrektiruemye sistemy* (The theory of inertial navigation), Moscow, Nauka, 1967, 697 p. (in Russian).
2. Avgustov L. I. et al. *Navigatsiya letatel'nykh apparatov v okolozemnom prostranstve* (Aircraft navigation in near-Earth space), Moscow, OOO "Nauchtehlitizdat", 2015, 529 p. (in Russian).
3. Neusypin K. A. *Sovremennye sistemy i metody navedeniya, navigatsii i upravleniya letatel'nykh apparatami* (Modern systems and methods of aircraft guidance, navigation and control), Moscow, Publishing house of MGOU, 2009, 500 p. (in Russian).
4. Kuzovkov N. T., Karabanov S. V., Salychev O. S. *Nepre-ryvnye i diskretnye sistemy upravleniya i metody identifikatsii* (Continuous and discrete control systems and identification methods), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 224 p. (in Russian).
5. Parusnikov N. A. et al. *O stokhasticheskoy mere otseni-vaemosti* (On the stochastic measure of estimation), *Korreksiya v navigatsionnykh sistemakh i sistemakh orientatsii iskusstvennykh sputnikov Zemli*, Publishing house of MGU, 1986, pp. 4–9.
6. Shen Kai, Neusypin K. A. *Issledovanie kriteriev stepeni nabludaemosti, upravlyaemosti i identifikatsionnosti lineinykh dinamicheskikh sistem* (Study of the Criteria for the Degrees of Observability, Controllability and Identifiability of the Linear Dynamical Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2016, vol. 17, no. 11. pp. 723–731 (in Russian).
7. Voronov A. A. *Ustojchivost, upravlyaemost, nabludaemost* (Stability, controllability, observability), Moscow, Nauka, 1979, pp. 335 (in Russian).
8. Kalman R. E., Ho Y. C., Narendra K. S. Controllability of linear dynamical systems, *Contributions to the Theory of Differential Equations*, 1963, vol. I, no. 2, pp. 189–213.
9. Shen Kai, Neusypin K. A. *Kriterij stepeni nabludaemosti peremennykh sostojaniya nestacionarnykh sistem* (A criterion for the degree of observability of the state variables of nonstationary systems), *Avtomatizatsiya. Sovremennye tehnologii*, 2016, no. 6, pp. 10–16 (in Russian).
10. Chen Z. Local observability and its application to multiple measurement estimation, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1991, vol. 38, no. 6, pp. 491–496.
11. Shen Kai, Neusypin K. A., Proletarsky A. V. On state estimation of dynamic systems by applying scalar estimation algorithms, *Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*, August 8–10, 2014, Yantai, China, pp. 124–129.
12. Groves P. D. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems. Artech House, Inc., Boston, MA, USA, 2013. 620 p.