

А. И. Глущенко, канд. техн. н., доц., strondutt@mail.ru, В. А. Петров, ассистент, 79040882508@ya.ru,
К. А. Ласточкин, студент, lastconst@yandex.ru,

Старооскольский технологический институт им. А. А. Угарова (филиал) федерального
государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
"Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС", г. Старый Оскол

Разработка адаптивной системы управления балансирующим роботом на основе второго метода Ляпунова с переменным шагом настройки¹

Решается задача управления двухколесными балансирующими роботами. Рассматриваемый класс объектов характеризуется неустойчивостью и наличием в математическом описании нескольких видов нелинейностей за счет возведения фазовых координат в степень и применения к ним тригонометрических функций. Более того, при прикладном использовании подобных объектов происходят изменения значений их параметров (массы, положения центра масс и коэффициента трения колес о дорожную поверхность), что в целом и определяет необходимость применения адаптивных алгоритмов управления. Существующие на сегодняшний день системы управления балансирующими роботами (а в большинстве случаев это оптимальные LQ-алгоритмы и ПИД регуляторы) не способны обеспечить компенсацию существенных параметрических возмущений, хотя и обладают определенной робастностью по отношению к ним. Для решения этой проблемы в работе предлагается система адаптивного управления, основанная на втором методе Ляпунова и использовании эталонной модели. Для построения такого адаптивного регулятора в исследовании: 1) получено математическое описание эталонной динамики робота (при номинальных значениях его параметров); 2) согласно теории оптимального управления выполнен расчет регулятора состояний; 3) на основе второго метода Ляпунова разработан контур адаптации параметров полученного регулятора, не требующий в процессе работы знания модели объекта. Полученный контур адаптации дополнен переменной скоростью подстройки коэффициентов, которая пересчитывается на основании информации о текущем и предыдущем значениях задания по координатам состояния робота. Экспериментальная проверка адаптивного регулятора проведена на математической и физической моделях балансирующего робота. При проведении экспериментов на математической модели масса робота была увеличена от двух до 13,5 раз, на физической модели масса была увеличена в два раза. Результаты экспериментов показывают эффективность разработанной системы по сравнению с оптимальным LQ-регулятором с точки зрения интегрально-квадратичного показателя качества.

Ключевые слова: балансирующий робот, адаптивное управление, параметрическая адаптация, LQ-регулятор, эталонная модель, второй метод Ляпунова, шаг настройки, интегрально-квадратичный показатель качества

Введение

Рассматриваемым объектом управления в исследовании является двухколесный балансирующий робот, представимый в виде перевернутого маятника на тележке. При построении системы управления подобными объектами необходимо учитывать их особенности, а именно: многомерность, неустойчивость, нелинейность и нестационарность [1, 2]. Существующие способы управления двухколесными роботами в подавляющем большинстве случаев строятся на основе его линеаризованной модели методами оптимального или ПИД управления [3, 4], при этом коэффициенты таких регуляторов в процессе работы не перенастраиваются [5]. Такие подходы способны гарантировать достижение целей управления только в некоторой малой окрестности точки линеаризации (как правило, ею является точка неустойчивого равновесия) [6]. Кроме того, такие регуляторы не способны обе-

спечить одинаково высокое качество переходных процессов при значительном изменении параметров объекта [7]. Однако для использования балансирующих роботов и подобных неустойчивых объектов в прикладных задачах человеческой деятельности необходимо обеспечить эффективное управление в более широком диапазоне изменений параметров [8, 9].

Добиться этого возможно путем применения методов адаптивного управления. Исключив из рассмотрения подходы, требующие наличия точной модели объекта управления, поскольку для неустойчивого объекта проведение идентификации в режиме реального времени является нетривиальной задачей, рассмотрим методы, основанные на использовании эталонной модели [10, 11]. Так как рассматриваемый робот является изначально неустойчивым объектом, то вопрос обеспечения его стабилизации является первичным. В связи с этим перспективным представляется применение группы подходов, основанных на втором методе Ляпунова [12, 13]. Проведенный анализ работ позволил обнаружить исследования, посвященные их применению для стабилизации достаточно сложных

¹Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-47-310003-р_а).

объектов — летательных аппаратов, в частности, для решения задачи Wing Rock [14, 15].

В данном исследовании указанный выше подход был адаптирован и усовершенствован для дальнейшего применения на балансирующем роботе. В частности, регулятор, предлагаемый в данной статье, способен работать с изначально неустойчивыми объектами, для своей работы не требует знания модели объекта, а также выполняет коррекцию коэффициентов регулятора не только в режиме стабилизации, но и в режиме слежения.

Построение предлагаемой адаптивной системы включает в себя следующие этапы: 1) расчет по известным физическим характеристикам робота его математической модели в пространстве координат состояний; 2) определение на ее основе параметров LQ-регулятора для номинального состояния робота; 3) разработка подсистемы настройки параметров такого регулятора (начиная с упомянутых номинальных) с использованием второго метода Ляпунова; 4) построение алгоритма расчета скорости настройки с помощью информации о текущем и предыдущем значениях задания по координатам состояния робота.

Описание балансирующего робота

Кинематическая схема балансирующего робота, для которого в работе строится адаптивная система управления, представлена на рис. 1.

Математическое описание рассматриваемого балансирующего робота было получено с использованием приведенной кинематической схемы с помощью второго метода Эйлера—Лагранжа [16]. После линеаризации в точке неустойчивого положения равновесия система дифференциальных уравнений, описывающих балансирующий робот, может быть записана в виде

$$\begin{cases} ((2m + M)R^2 + 2J_w + 2n^2J_m)\ddot{\theta} + (MLR - 2n^2J_m)\ddot{\psi} = \\ = \alpha(v_l + v_r) - 2(\beta + f_w)\dot{\theta} + 2\beta\dot{\psi}; \\ (MLR - 2n^2J_m)\ddot{\theta} + (ML^2 + J_\psi + 2n^2J_m)\ddot{\psi} - MgL\psi = \\ = \alpha(v_l + v_r) + 2\beta\dot{\theta} - 2\beta\dot{\psi}; \\ \left[\frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2}(J_w + n^2J_m) \right] \ddot{\phi} = \\ = \frac{W}{2R}\alpha(v_l + v_r) - \frac{W^2}{2R^2}(\beta + f_w)\dot{\phi}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь α и β вычисляются как $\alpha = nK_t/R_m$; $\beta = nK_tK_b/R_m + f_m$. В дальнейшем опыты будут проводиться на балансирующем роботе на платформе LEGO EV3. Поэтому описание

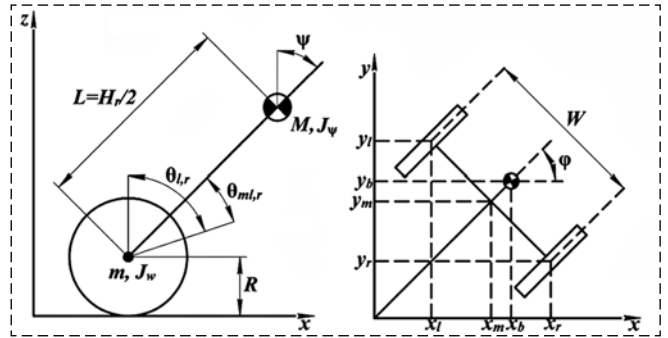


Рис. 1. Кинематическая схема балансирующего робота
Fig. 1. Balancing robot kinematic diagram

параметров приводится с конкретными значениями для указанного робота; R — радиус колеса (0,027 м); m — масса колеса (0,024 кг); L — расстояние от оси колеса до центра масс; M — масса тела робота (0,8 кг); H_r — высота робота (0,21 м); ψ — угол отклонения тела робота от нормали; $\theta_{l,r}$ — угол поворота колеса (левого/правого); $\theta_{ml,r}$ — угол поворота электропривода (левого/правого); ϕ — угол поворота тела робота от нормали; W — ширина робота (0,105 м); $J_\psi = 0,083M(W^2 + D^2)$ — момент инерции тела робота; $J_\psi = 0,33ML^2$ — момент инерции тангажа; J_m — момент инерции двигателя постоянного тока (10^{-5} кг·м²); $J_w = 0,5mR^2$ — момент инерции колеса; n — передаточное число (один); K_t — постоянная момента двигателя постоянного тока (0,317 Н·м/А); K_b — постоянная противоЭДС двигателя постоянного тока (0,468 В·с/рад); f_m — коэффициент трения между телом и двигателем постоянного тока (0,0022); f_w — коэффициент трения между колесом и поверхностью (ноль); R_m — сопротивление двигателя постоянного тока (6,69 Ом); v_l, v_r — напряжения на левом и правом электродвигателях.

Обобщенными координатами, которыми описывается балансирующий робот, являются θ — средний угол поворота колес ($\theta = 0,5(\theta_l + \theta_r)$); $\dot{\theta}$ — скорость поворота колес; ψ — угол отклонения тела робота от нормали; $\dot{\psi}$ — скорость отклонения тела робота от нормали; ϕ — угол поворота робота относительно нормали; $\dot{\phi}$ — скорость поворота робота относительно нормали. Задача управления балансирующим роботом заключается в стабилизации неустойчивой динамики по координатам ψ и $\dot{\psi}$ при одновременной организации слежения за заданиями по координатам $\theta, \dot{\theta}$ и $\phi, \dot{\phi}$.

Выполнив перевод системы дифференциальных уравнений (1) в форму Коши, представим математическую модель балансирующего робота в пространстве координат состояний:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu; \\ y = Cx, \end{cases} \quad (2)$$

где $A \in R^{6 \times 6}$, $B \in R^{6 \times 2}$, $C \in R^{6 \times 6}$, сами матрицы приведены в работах [17, 18]. С использованием полученной модели балансирующего робота в пространстве координат состояний (2) выполним построение адаптивной системы управления.

Построение адаптивной системы управления

Построение адаптивной системы предлагается выполнить в соответствии с группой методов управления с параллельной эталонной моделью [10, 11]. В такой системе алгоритм адаптации коэффициентов необходимо получить по второму методу Ляпунова, так как требование к обеспечению устойчивости балансирующего робота является первичным. Структурная схема предлагаемой системы адаптивного управления представлена на рис. 2. Она состоит из блока эталонной модели, объекта управления, блока адаптера, реализующего алгоритм вычисления коррекции коэффициентов регулятора, и блока регулятора, вычисляющего на своем выходе управляющее воздействие для объекта управления по ошибке слежения за уставкой.

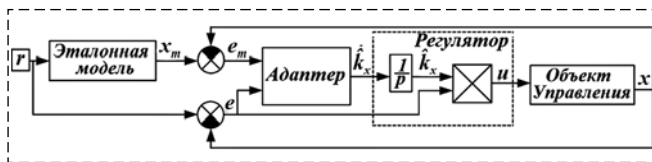


Рис. 2 Структурная схема адаптивной системы управления
Fig. 2. Adaptive control system block diagram

Здесь r — вектор задания по координатам объекта; x — значения координат состояния робота; x_m — значения координат состояния эталонной модели; $\hat{k}_x$ — коррекции коэффициентов регулятора; k_x — текущие коэффициенты регулятора; e — рассогласование между выходом объекта и заданием; e_m — рассогласование между выходами объекта и эталонной модели; u — управляющие воздействия.

Далее рассмотрим поэтапно расчет основных составляющих адаптивной системы управления.

Эталонная модель и LQ-регулятор. Расчет эталонной модели традиционно выполняется путем расположения корней характеристического полинома замкнутой системы исходя из предъявляемых требований по устойчивости и качеству переходных процессов объекта управления [19]. Для балансирующего робота, многомерного объекта, описываемого шестью координатами состояния и двумя управлениями, необходимо предъявление таких требований сразу по всем координатам, что значительно усложняет

расчет эталонной модели указанным способом. В данной работе она получена иным путем.

Начальные параметры робота в уравнении (1) измерены с достаточно высокой точностью и являются для него номинальными. Тогда переходные процессы, возникающие в системе при таких параметрах, являются эталонными по отношению к любым другим переходным процессам. Однако балансирующий робот является неустойчивым объектом и требует стабилизации. Поэтому в качестве эталонной модели робота примем замкнутую систему, состоящую из математической модели робота (2) при номинальных параметрах и LQ-регулятора, рассчитанного для стабилизации системы с такими параметрами. Исходная модель объекта в пространстве координат состояний (2) описывается тремя углами θ, ψ, ϕ и их производными $\dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\phi}$. Соответственно, регулятор состояния, построенный для этих состояний, является статическим (пропорционально-дифференциальным). Для повышения порядка астатизма замкнутой системы в математическое описание объекта была добавлена дополнительная координата θ_{int} , являющаяся интегралом от θ по времени. Поэтому вектор состояний имеет вид $x = [x_{\theta_{int}} \ x_{\theta} \ x_{\psi} \ x_{\dot{\theta}} \ x_{\dot{\psi}} \ x_{\phi} \ x_{\dot{\phi}}]$. Соответственно, имеется вектор заданий по координатам $r = [r_{\theta_{int}} \ r_{\theta} \ r_{\psi} \ r_{\dot{\theta}} \ r_{\dot{\psi}} \ r_{\phi} \ r_{\dot{\phi}}]$.

Расчет матричного коэффициента усиления LQ-регулятора проведен на основании модели объекта в пространстве координат состояний (2) путем минимизации квадратичного критерия

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \rightarrow \min. \quad (3)$$

Вектор рассогласований имеет вид

$$e = r - x = [e_{\theta_{int}} \ e_{\theta} \ e_{\psi} \ e_{\dot{\theta}} \ e_{\dot{\psi}} \ e_{\phi} \ e_{\dot{\phi}}].$$

Здесь $Q \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ и $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ — положительно определенные единичные матрицы. Закон управления, удовлетворяющий критерию (3), можно записать в виде

$$u = -R^{-1} B^T P e = K e, \quad (4)$$

где $e \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ — вектор рассогласования по семи координатам.

Матрица P найдена из решения уравнения Риккати

$$P A + A^T P + Q - P B R^{-1} B^T P = 0. \quad (5)$$

Таким образом, матрица $K \in R^{2 \times 7}$ и имеет вид

$$K = \begin{bmatrix} 0,6437 & 1,2418 & 59,3784 & 1,3906 & 7,1009 & 0,6770 & 0,1790 \\ 0,6437 & 1,2418 & 59,3784 & 1,3906 & 7,1009 & -0,6770 & -0,1790 \end{bmatrix}.$$

Тогда эталонная модель описывается представленным ниже уравнением для замкнутой системы "объект + регулятор", выходом которой является вектор $x_m = [x_{m\theta\text{int}} \ x_{m\theta} \ x_{m\psi} \ x_{m\dot{\theta}} \ x_{m\dot{\psi}} \ x_{m\phi} \ x_{m\dot{\phi}}]$:

$$\begin{cases} \dot{x}_m = Ax_m + Bu; \\ y_m = Cx_m, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_m = Ax_m + BKe; \\ y_m = Cx_m, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_m = (A - BK)x_m + BKr; \\ y_m = Cx_m, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_m = A_mx_m + B_mr; \\ y_m = Cx_m. \end{cases} \quad (6)$$

Закон управления и адаптация его параметров. Для ввода идеальных и реальных коэффициентов регулятора получим уравнение в отклонениях. Для этого вычтем из уравнения эталонной модели (6) уравнение объекта управления (2), затем добавим и вычтем величину A_mx . Вектор e_m имеет вид:

$$e_m = x_m - x = [e_{m\theta\text{int}} \ e_{m\theta} \ e_{m\psi} \ e_{m\dot{\theta}} \ e_{m\dot{\psi}} \ e_{m\phi} \ e_{m\dot{\phi}}]; \quad (7)$$

$$\dot{e}_m = A_mx_m + B_mr - Ax - Bu + (A_mx - A_mx).$$

После группировки выражение (7) можно записать в виде

$$\dot{e}_m = A_me_m + (A_m - A)x + B_mr - Bu. \quad (8)$$

Условием разрешимости задачи синтеза является совпадение переходных процессов робота и переходных процессов его эталонной модели, т. е. $e_m = 0$. Тогда выразим из уравнения (8) управление u :

$$Bu = (A_m - A)x + B_mr; \quad (9)$$

$$u^* = B^+ (A_m - A)x + B^+ B_mr = k_x^* x + k_r^* r,$$

где $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$ — матрица, псевдообратная матрице B ; $k_x^* = B^+ (A_m - A)$ и $k_r^* = B^+ (B_m)$ — идеальные параметры регулятора. Закон управления (9) физически нереализуем ввиду необходимости точного измерения матриц A и B в каждый момент времени работы системы. Введем реальный закон управления

$$\hat{u} = \hat{k}_x x + \hat{k}_r r. \quad (10)$$

Подставим реальный закон управления (10) в уравнение в отклонениях (8) и вынесем за скобки матрицу B :

$$\dot{e}_m = A_me_m + B(B^+ (A_m - A)x + B^+ B_mr - \hat{k}_x x - \hat{k}_r r) \quad (11)$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{e}_m = A_me_m + B(\tilde{k}_x x + \tilde{k}_r r).$$

Здесь $\tilde{k}_x = k_x^* - \hat{k}_x$ и $\tilde{k}_r = k_r^* - \hat{k}_r$ — разница между идеальными и реальными коэффициентами регулятора.

Выберем функцию Ляпунова как функцию от параметрического возмущения (ошибки

между выходом объекта и эталонной модели) e_m и разницы между идеальными и реальными коэффициентами регулятора:

$$V = e_m^T H e_m + |B| \left(\frac{1}{2} \tilde{k}_x^T \Gamma_1 \tilde{k}_x + \frac{1}{2} \tilde{k}_r^T \Gamma_2 \tilde{k}_r \right). \quad (12)$$

Здесь Γ_1 и Γ_2 — положительно определенные диагональные матрицы. Матрицу H найдем, решив уравнение Ляпунова

$$A_m^T H + H A_m = -I, \quad (13)$$

где A_m — гурвицева матрица, а I — единичная матрица.

Тогда производную функции Ляпунова можно записать как

$$\dot{V} = e_m^T (H A_m + A_m^T H) e_m + 2e_m^T H B (\tilde{k}_x x + \tilde{k}_r r) + |B| (\tilde{k}_x^T \Gamma_1 \dot{\tilde{k}}_x + \tilde{k}_r^T \Gamma_2 \dot{\tilde{k}}_r). \quad (14)$$

Производная функции Ляпунова будет отрицательной тогда и только тогда, когда справедливо равенство

$$2e_m^T H B (\tilde{k}_x x + \tilde{k}_r r) + |B| (\tilde{k}_x^T \Gamma_1 \dot{\tilde{k}}_x + \tilde{k}_r^T \Gamma_2 \dot{\tilde{k}}_r) = 0. \quad (15)$$

Уравнение (15) содержит две переменные ($\dot{\tilde{k}}_x$ и $\dot{\tilde{k}}_r$) и, следовательно, становится разрешимым, в частности, если они совпадают. Поэтому для дальнейшего синтеза контура адаптации примем следующие допущения:

- 1) $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_2$;
- 2) $k_r^* = -\hat{k}_x^*$ и $\tilde{k}_r = -\hat{k}_x$, тогда и $\tilde{k}_r = -\tilde{k}_x$.

С учетом введенных допущений выражение (15) можно преобразовать к виду

$$-2e_m^T H B \tilde{k}_x e + 2|B| \tilde{k}_x^T \Gamma \dot{\tilde{k}}_x = 0, \quad (16)$$

а регулятор и закон настройки его коэффициентов можно описать уравнениями

$$\hat{u} = \hat{k}_x e; \quad (17)$$

$$\dot{\hat{k}}_x = -\text{sgn } B \cdot \Gamma^{-1} e_m^T H e. \quad (18)$$

Здесь $\dot{\tilde{k}}_x = -\dot{\hat{k}}_x$. Таким образом, реализуя законы управления (17) и адаптации (18), можно гарантировать устойчивость балансирующего робота (ввиду отрицательной производной функции Ляпунова) и сходимость ошибки слежения e_m к нулю при $t \rightarrow \infty$ (ввиду аппроксимации идеального закона управления). Как видно из уравнения (18), алгоритм настройки регулятора не требует знания модели объекта управления в текущий момент времени.

При реализации закона управления (17) и адаптации (18) предполагается, что в начальный момент времени балансирующий робот

описывается уравнениями для своего номинального режима работы. Тогда в качестве начальных значений коэффициентов регулятора будем использовать параметры LQ-регулятора, которые были рассчитаны при синтезе эталонной модели.

Переменный шаг настройки параметров регулятора. Про условия сходимости полученного алгоритма адаптации (18) известно лишь только то, что матрица Γ^{-1} должна быть диагональной и положительно определенной. При практической реализации разработанного алгоритма этого оказывается недостаточно. Возможно, что выбранное значение шага окажется или слишком большим для текущих рассогласований e и e_m или, наоборот, слишком малым. В первом случае это может привести к колебательным переходным процессам по координатам состояния балансирующего робота, а во втором — к слишком затянутым по времени процессам приближения ошибки слежения e_m к нулю. Для решения этой проблемы в работе предлагается алгоритм перерасчета матрицы Γ^{-1} , основанный на информации о текущем задании для робота и задании на прошлом переходном процессе. Заданием для робота при этом является скорость его движения — координата $\dot{\theta}$. Для реализации алгоритма расчета шага адаптации методом ручного перебора при проведении экспериментов на математической модели робота было рассчитано начальное приближение Γ_0^{-1} шага, при котором цель управления выполняется для нулевого задания по скорости движения робота:

$$\Gamma_0^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 251000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,043 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Далее также экспериментально был установлен вид зависимости матрицы Γ^{-1} от разницы между текущим заданием по $\dot{\theta}$ и заданием на прошлом переходном процессе:

$$\Gamma^{-1} = \frac{\Gamma_0^{-1}}{\gamma(r - r_{old})^2}, \quad (20)$$

где r — текущее задание по скорости движения робота; r_{old} — задание по скорости движения на прошлом переходном процессе; $\gamma = 5$ — коэффициент подстройки (значение выбрано эмпирически).

Алгоритм выбора значения шага адаптации работает следующим образом: если переход-

ный процесс балансирующего робота является первым после его запуска, то в качестве шага используется Γ_0^{-1} , во всех других случаях размер шага настройки рассчитывается по формуле (20). Важной особенностью здесь является то, что значение шага рассчитывается один раз в начале каждого переходного процесса и далее не меняется.

Экспериментальная проверка адаптивной системы

Эксперименты, целью которых являлась проверка работоспособности и анализ эффективности разработанной адаптивной системы управления, были выполнены и на модели робота в MATLAB Simulink, и на реальном роботе на платформе EV3. Сравнение разработанной системы проводили с LQ-регулятором без контура адаптации с параметрами в виде матрицы K , рассчитанной при синтезе эталонной модели. Качество работы регуляторов оценивали по интегралу квадрата ошибки слежения e_m за время эксперимента.

Имитационное моделирование в MATLAB Simulink. На математической модели робота было проведено две серии экспериментов. В первой серии масса робота была увеличена на 0,8 кг (в два раза) относительно номинальной, а во второй на 10 кг (в 13,5 раз). Описанная постановка экспериментов необходима для проверки способности адаптивной системы сводить переходные процессы робота к переходным процессам эталонной модели и при малых, и при существенных изменениях массы. Длительность каждого эксперимента составила 4 с, при этом первые две секунды робот функционировал в режиме стабилизации, а последние две секунды — в режиме отработки единичного задания по координате θ .

В табл. 1 приведены значения интеграла квадрата ошибки слежения e_m по координатам робота под управлением LQ-регулятора и адаптивной системы при изменении массы ро-

Таблица 1
Table 1

Координата	Значение показателя качества			
	Стабилизация		Слежение	
	LQR	Адаптивная система	LQR	Адаптивная система
θ	$9,089 \cdot 10^{-7}$	$8,126 \cdot 10^{-7}$	$5,809 \cdot 10^{-5}$	$2,359 \cdot 10^{-5}$
$\dot{\theta}$	$1,737 \cdot 10^{-4}$	$1,729 \cdot 10^{-4}$	$1,345 \cdot 10^{-3}$	$1,335 \cdot 10^{-3}$
ψ	$4,083 \cdot 10^{-9}$	$2,867 \cdot 10^{-9}$	$7,222 \cdot 10^{-8}$	$1,787 \cdot 10^{-8}$
$\dot{\psi}$	$6,137 \cdot 10^{-6}$	$6,280 \cdot 10^{-6}$	$3,084 \cdot 10^{-5}$	$4,859 \cdot 10^{-5}$

Таблица 2
Table 2

Координата	Значение показателя качества			
	Стабилизация		Слежение	
	LQR	Адаптивная система	LQR	Адаптивная система
θ	$1,143 \cdot 10^{-4}$	$8,709 \cdot 10^{-5}$	$5,71 \cdot 10^{-3}$	$5,191 \cdot 10^{-4}$
$\dot{\theta}$	$1,319 \cdot 10^{-2}$	$9,643 \cdot 10^{-3}$	$1,402 \cdot 10^{-1}$	$2,471 \cdot 10^{-2}$
ψ	$1,087 \cdot 10^{-6}$	$3,214 \cdot 10^{-7}$	$1,511 \cdot 10^{-5}$	$5,924 \cdot 10^{-7}$
$\dot{\psi}$	$3,67 \cdot 10^{-4}$	$3,546 \cdot 10^{-4}$	$2,421 \cdot 10^{-3}$	$9,145 \cdot 10^{-4}$

бота в два раза. Показатель качества отдельно рассчитывался для режима стабилизации и для режима слежения за уставкой по координате $\dot{\theta}$. Качество управления по координатам φ и $\dot{\varphi}$ не оценивалось ввиду малого порядка амплитуд переходного процесса (10^{-16}).

Сравнение данных, приведенных в табл. 1, показывает, что по большинству координат состояния значение интегрального показателя качества снижено за счет применения адаптивного регулятора как в режиме стабилизации, так и в режиме слежения. Переходные процессы по координатам робота в данном случае отличаются друг от друга несущественно и поэтому в тексте статьи не приводятся.

В табл. 2 занесены значения интеграла квадрата ошибки слежения e_m по координатам состояния для обоих регуляторов при проведении эксперимента на модели робота с увеличенной в 13,5 раз массой.

Значения показателя качества показывают, что применение адаптивного регулятора позволяет повысить качество управления с точки зрения интегрально-квадратичного критерия и при большом изменении массы объекта.

На рис. 3 изображено сравнение переходных процессов эталонной модели, объекта под управлением LQ-регулятора и объекта с адаптивной системой при увеличении массы в 13,5 раз. Видно, что адаптивная система управления уменьшает с течением времени ошибку e_m , приводя тем самым переходные процессы балансирующего робота с измененной массой к переходным процессам эталонной модели. В то же время качество переходных процессов робота под управлением LQ-регулятора по сравнению с эталонными заметно ухудшается, что выражено в увеличении амплитуды колебаний относительно эталонной динамики и в режиме стабилизации, и в режиме слежения (на 0,07 рад по ψ , на 0,5 рад по $\dot{\theta}$ и на 0,07 рад по $\dot{\psi}$).

Для проверки способности адаптивной системы работать в режиме слежения в широком диапазоне уставок на модели робота для масс 1,6 и 10,8 кг были проведены эксперименты, в которых значение уставки по скорости движения было не единичным, а составляло от двух до ста радиан за секунду. Также были проведены эксперименты, в которых масса робота изменялась в 3...13 раз. Результаты таких экспериментов аналогичны приведенным на рис. 3.

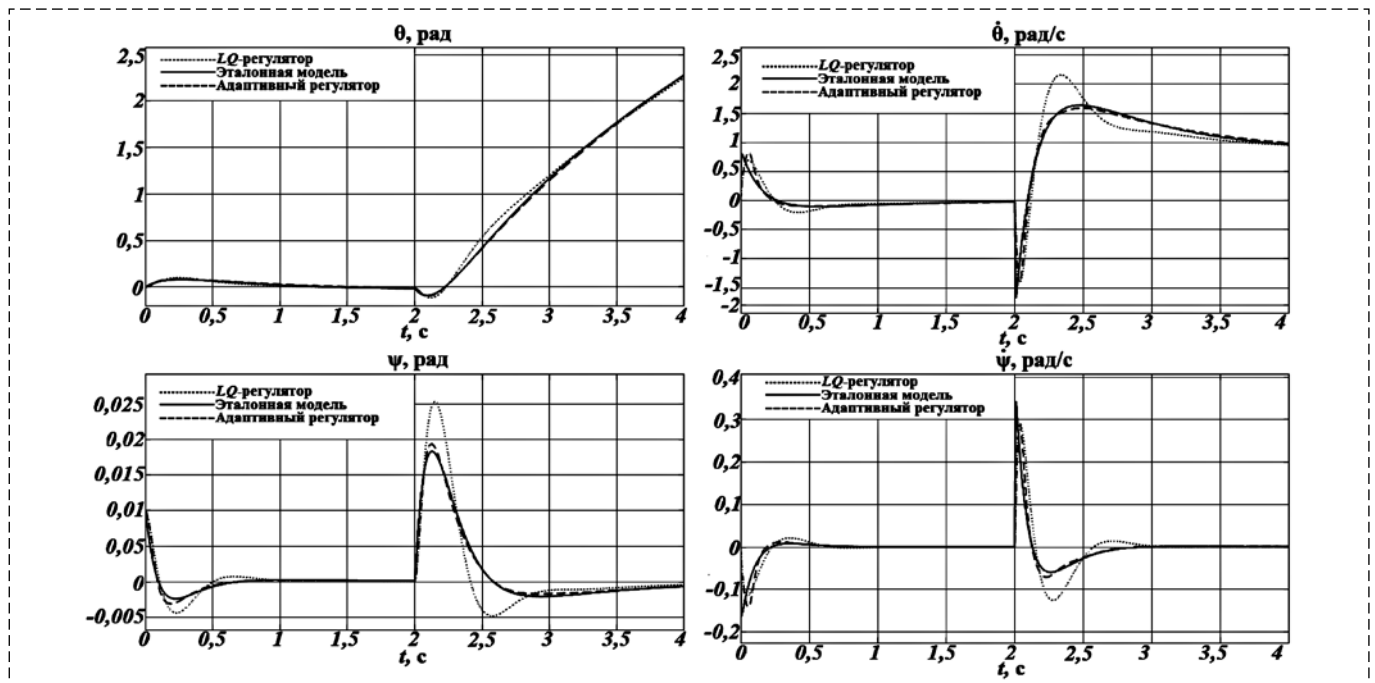


Рис. 3 Переходные процессы для модели балансирующего робота по координатам состояния

Fig. 3. Transients of state coordinates obtained from model of balancing robot

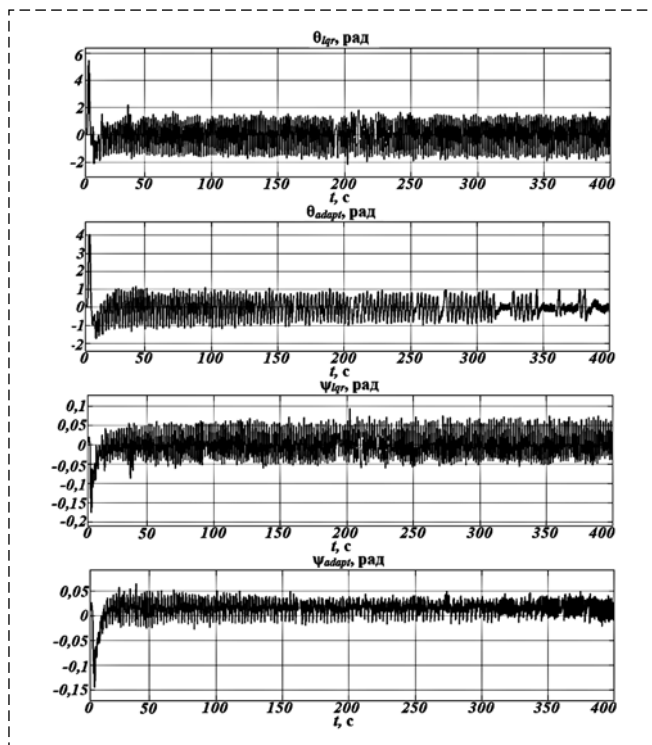


Рис. 4. Сравнение переходных процессов балансирующего робота под управлением адаптивной системы (adapt) и LQ регулятора (lqr) — переменные θ и ψ
 Fig. 4. Comparison of transients of balancing robot controlled by adaptive (adapt) and LQ (lqr) regulators — θ and ψ coordinates

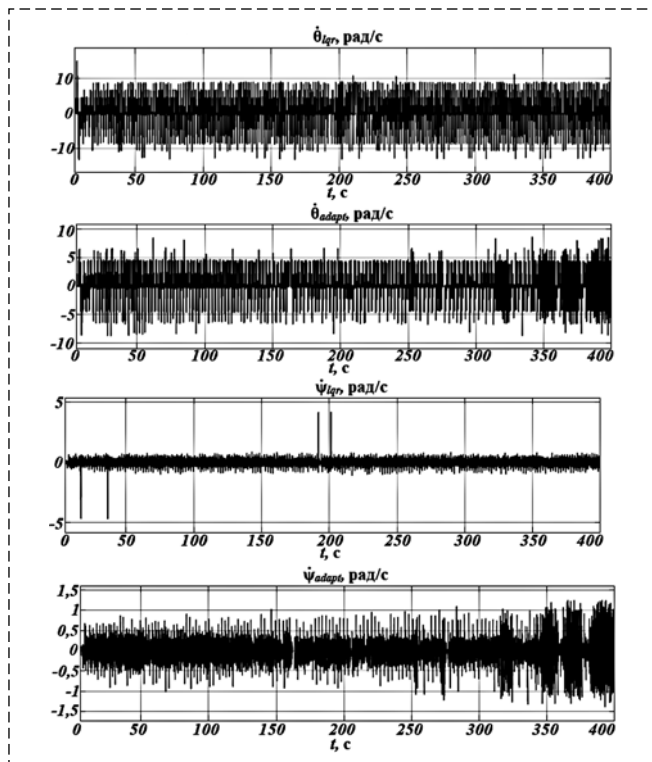


Рис. 5. Сравнение переходных процессов балансирующего робота под управлением адаптивной системы (adapt) и LQ регулятора (lqr) — переменные $\dot{\theta}$ и $\dot{\psi}$
 Fig. 5. Comparison of transients of balancing robot controlled by adaptive (adapt) and LQ (lqr) regulators — $\dot{\theta}$ and $\dot{\psi}$ coordinates

Обе серии экспериментов на модели балансирующего робота свидетельствуют о работоспособности адаптивной системы в режимах стабилизации и слежения и при малом, и при существенном изменении массы робота.

Реализация адаптивной системы на реальном балансирующем роботе. Тестирование системы на реальном балансирующем роботе необходимо для практического подтверждения результатов, полученных в экспериментах на модели. При проведении экспериментов на реальном роботе на платформе LEGO EV3 его масса была увеличена в два раза относительно номинальной путем закрепления грузов. Длительность эксперимента составила 400 с, при этом все время эксперимента объект работал в режиме стабилизации. На рис. 4, 5 представлено сравнение переходных процессов робота под управлением LQ-регулятора и адаптивной системы.

Как и в экспериментах на математической модели робота, оценку качества управления проводили по интегрально-квадратичному показателю качества. В табл. 3 приведены его значения для реального балансирующего робота под управлением LQ-регулятора и адаптивной системы.

Оценка показателя качества управления реальным балансирующим роботом подтверждает результаты, полученные в экспериментах на модели: за счет применения адаптивной системы удалось повысить качество управления по всем координатам состояния робота. На рис. 3 можно увидеть увеличение стабильности объекта под управлением адаптивного регулятора по координатам θ и ψ , выраженное в уменьшении амплитуды колебаний.

Также удалось добиться снижения первых пиков переходных процессов по всем координатам состояния: на 2,7 рад по ψ и на 0,04 рад по $\dot{\psi}$. Эти результаты означают выполнение поставленной цели регулирования, заключающейся в сведении к нулю ошибки слежения e_m .

Таблица 3
 Table 3

Координата	Значение показателя качества	
	Стабилизация	
	LQR	Адаптивная система
θ	415,8	148,7
$\dot{\theta}$	6018	1789
ψ	0,4298	0,2096
$\dot{\psi}$	26,74	23,49

Закключение

В исследовании выполнена разработка адаптивной системы управления для двухко-лесного балансирующего робота. Эксперимен-тальная проверка работоспособности системы проведена и на модели, и на реальном робо-те. Обе группы экспериментов демонстрируют способность системы компенсировать широ-кий диапазон параметрических возмущений, обеспечивая при этом уменьшение интеграла квадрата ошибки слежения за эталонной тра-екторией. В частности, в серии эксперимен-тов на реальном роботе за счет применения адаптивной системы удалось уменьшить пер-вые пики переходных процессов по сравнению с управлением LQ-регулятора: на 2,7 рад по θ и на 0,04 рад по ψ .

Список литературы

1. **Формальский А. М.** Управление движением неустой-чивых объектов. М.: Физматлит, 2012. 232 с.
2. **Li Z., Yang C., Fan L.** Advanced control of wheeled inver- ted pendulum systems. Springer Science & Business Media, 2012.
3. **Sung H. C.** Balancing Robot Control and Implementation. Master of science thesis. Texas A&M University, 2015. 73 p.
4. **Prasad L. B., Tyagi B., Gupta H. O.** Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: performance analysis without and with disturbance input // International Journal of Automation and Computing. 2014. Vol. 11, № 6. P. 661—670.
5. **Chan R. P.M., Stol K. A., Halkyard C. R.** Review of modeling and control of two-wheeled robots // Annual Reviews in Control. 2013. Vol. 37, № 1. P. 89—103.

6. **Ким Д. П.** Теория автоматического управления. Т. 2: Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. М.: Физматлит, 2007. 440 с.
7. **Бобцов А. А., Никифоров В. О., Пыркин А. А.** Методы адаптивного и робастного управления нелинейными объ- ектами в приборостроении. СПб.: НИУ ИТМО, 2013. 277 с.
8. **Astrom K. J., Wittenmark B.** Adaptive control. Courier Corporation, 2013.
9. **Khalil H. K.** Nonlinear control. New York: Pearson, 2015. P. 33—45.
10. **Павлов Б. В., Соловьев И. Г.** Системы прямого адап- тивного управления. М.: Наука, 1989. С. 136.
11. **Zhang D., Wei B.** A review on model reference adaptive control of robotic manipulators // Annual Reviews in Control. 2017. Vol. 43. P. 188—198.
12. **Parks P.** Liapunov redesign of model reference adaptive control systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1966. Vol. 11, № 3. P. 362—367.
13. **Аксенов Г. С., Фомин В. Н.** Синтез адаптивных регу- ляторов на основе метода функции Ляпунова // Автоматика и телемеханика. 1982. № 6. С. 126—137.
14. **Calise A. J., Shin Y., Johnson M. D.** A Comparison Study of Classical and Neural Network Based Adaptive Control of Wing Rock // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. 2004. P. 1—17.
15. **Singh S. N., Yirn W., Wells W. R.** Direct adaptive and neu- ral control of wing-rock motion of slender delta wings // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1995. Vol. 18, № 1. P. 25—30.
16. **Yamamoto Y.** NXTway-GS Model-Based Design-Control of self-balancing two-wheeled robot built with LEGO Mindstorms NXT. Cybernet Sys. Co., Ltd, 2008.
17. **Глушченко А. И., Петров В. А., Ласточкин К. А.** О применении оперативного обучения для нейросетевого регулятора при управлении двухколесным балансирующим роботом // Системы управления и информационные техно- логии. 2018. № 3(73). С. 27—32.
18. **Glushchenko A. I., Petrov V. A., Lastochkin K. A.** On De- velopment of Neural Network Controller with Online Training to Control Two-Wheeled Balancing Robot // 2018 International Rus- sian Automation Conference (RusAutoCon). IEEE, 2018. P. 1—6.
19. **Zhou K., Doyle J. C., Glover K.** Robust and Optimal Control. Prentice Hall, 1996.

On Development of Two-Wheeled Balancing Robot Adaptive Control System on Basis of Second Lyapunov Approach with Tunable Step Size

A. I. Glushchenko, a.glushchenko@sf-misis.ru, **V. A. Petrov**, 79040882508@ya.ru,

K. A. Lastochkin, lastconst@yandex.ru,

Automated and information control systems department Stary Oskol technological institute n.a. Ugarov (branch)
National University of Science and Technology "MISIS", Stary Oskol, 309516, Russian Federation

Corresponding author: **Glushchenko A. I.**, C. Sc., Associate Professor,
Stary Oskol technological institute n.a. Ugarov (branch) National University of Science and Technology "MISIS",
Stary Oskol, 309516, Russian Federation, e-mail: a.glushchenko@sf-misis.ru

Accepted on Desember 16, 2019

Abstract

The problem of a two-wheeled balancing robot control is the scope of this research. Such plants are unstable, and their mathematical description includes several types of nonlinearities: rising to the power of the robot state coordinates and the trigonometric functions application. Moreover, such objects are non-stationary, i.e. they change the values of their parameters (mass, position of the center of mass and the coefficient of friction of the wheels on the road surface). The existing control systems of balancing robots (in most cases, these are optimal LQ algorithms and PID controllers) are not able to provide compensation of significant parametric disturbances, although they have a certain robustness with respect to them. All above mentioned problems make it reasonable to apply adaptive control algorithms to such plants. So we propose

an adaptive control system based on the second Lyapunov method and the use of a reference model. To build such an adaptive controller in this study: 1) a mathematical description of the reference dynamics of the robot (at nominal values of its parameters) is made; 2) the LQ regulator parameters are calculated according to the theory of optimal control; 3) an adaptation loop of the parameters of the obtained controller, which does not require the plant model, is developed on the basis of the second Lyapunov method. The resulting adaptation loop is supplemented with a variable step size, which is recalculated on the basis of data about the current and previous values of the reference of the robot state coordinates. Experimental validation of the adaptive controller is made with the help of both mathematical and physical models of the balancing robot. Considering the experiments with the mathematical model, the mass of the robot is increased from two to 13.5 times. As for the physical model, the mass is doubled. The experimental results show the efficiency of the developed system in comparison with the optimal LQ-regulator in terms of the integral quadratic transient quality index.

Keywords: balancing robot, adaptive control, parametric adaptation, LQ regulator, reference model, second Lyapunov approach, step size, integral quadratic transient quality index

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant no. 18-47-310003-p_a)

For citation:

Glushchenko A. I., Petrov V. A., Lastochkin K. A. On Development of Two-Wheeled Balancing Robot Adaptive Control System on Basis of Second Lyapunov Approach with Tunable Step Size, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 5, pp. 312–320.

DOI: 10.17587/mau.21.312-320

References

1. Formal'skij A. M. Motion control of unstable objects, Moscow, Fizmatlit, 2012, 232 p. (in Russian).
2. Li Z., Yang C., Fan L. Advanced control of wheeled inverted pendulum systems, Springer Science & Business Media, 2012, 217 p.
3. Sung H. C. Balancing Robot Control and Implementation. Master of science thesis, *Texas A&M University*, 2015, 73 p.
4. Prasad L. B., Tyagi B., Gupta H. O. Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: performance analysis without and with disturbance input, *International Journal of Automation and Computing*, 2014, vol. 11, no. 6, pp. 661–670.
5. Chan R. P.M., Stol K. A., Halkyard C. R. Review of modeling and control of two-wheeled robots, *Annual Reviews in Control*, 2013, vol. 37, no. 1, pp. 89–103.
6. Kim D. P. Automatic control theory. Vol. 2: Multidimensional, nonlinear, optimal and adaptive systems, Moscow, Fizmatlit, 2007, 440 p. (in Russian).
7. Bobtsov A. A., Nikiforov V. O., Pyrkin A. A. Methods of adaptive and robust control of nonlinear objects in instrument engineering, Saint Petersburg, NIU ITMO, 2013, 277 p. (in Russian).
8. Astrom K. J., Wittenmark B. Adaptive control, Courier Corporation, 2013.
9. Khalil H. K. Nonlinear control, New York, Pearson, 2015, pp. 33–45.
10. Pavlov B. V., Solov'ev I. G. Systems of direct adaptive control, Moscow, Nauka, 1989, 136 p. (in Russian).
11. Zhang D., Wei B. A review on model reference adaptive control of robotic manipulators, *Annual Reviews in Control*, 2017, vol. 43, pp. 188–198.
12. Parks P. Liapunov redesign of model reference adaptive control systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1966, vol. 11, no. 3, pp. 362–367.
13. Aksenov G. S., Fomin V. N. Synthesis of adaptive controllers based on the Lyapunov function method, *Avtomatika i telemekhanika*, 1982, no. 6, pp. 126–137 (in Russian).
14. Calise A. J., Shin Y., Johnson M. D. A Comparison Study of Classical and Neural Network Based Adaptive Control of Wing Rock, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2004, pp. 1–17.
15. Singh S. N., Yirn W., Wells W. R. Direct adaptive and neural control of wing-rock motion of slender delta wings, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, vol. 18, no. 1, pp. 25–30.
16. Yamamoto Y. NXTway-GS Model-Based Design-Control of self-balancing two-wheeled robot built with LEGO Mindstorms NXT, *Cybernet Systems Co., Ltd*, 2008, 65 p.
17. Glushchenko A. I., Petrov V. A., Lastochkin K. A. On application of online training for neural network controller of two-wheeled balancing robot, *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*, 2018, no. 3 (73), pp. 27–32 (in Russian).
18. Glushchenko A. I., Petrov V. A., Lastochkin K. A. On Development of Neural Network Controller with Online Training to Control Two-Wheeled Balancing Robot, *2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*. — IEEE, 2018, pp. 1–6.
19. Zhou K., Doyle J. C., Glover K. Robust and Optimal Control, Prentice Hall, 1996, 146 p.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Н. В. Яшина.

Сдано в набор 27.01.2020. Подписано в печать 09.04.2020. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН520. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru