

А. П. Куций^{1,2}, ассистент, e-mail: tosha1993irk@yandex.ru,

Н. Н. Куций¹, д-р техн. наук, проф., e-mail: kucyi@cyber.istu.irk.ru,

Т. В. Маланова¹, канд. техн. наук, доц., e-mail: malanova_tanya@mail.ru,

¹Иркутский национальный исследовательский технический университет,

²Иркутский государственный университет путей сообщения

Определение области робастной устойчивости системы на основе теоремы В. Л. Харитонова

Параметры объекта регулирования в процессе эксплуатации в силу различных причин могут изменяться. Эти изменения могут привести к изменению показателей качества работы автоматической системы, а также ее устойчивости. В данной статье предложен подход для определения области допустимых значений параметров объекта регулирования автоматической системы с ПИД регулятором, в которой система будет сохранять устойчивость. Таким образом, возникает задача анализа автоматической системы регулирования, заданной не единственной моделью с четко заданными параметрами, а семейством моделей, принадлежащих заданному множеству — задача робастного регулирования. Поиск диапазонов, в которых параметры объекта регулирования могут изменяться, в настоящей работе основывается на решении задачи нелинейного программирования. Представлен вывод целевой функции и системы ограничений с применением теоремы В. Л. Харитонова о робастной устойчивости линейных систем. Основная идея заключается в том, что каждый параметр объекта регулирования может изменяться на некоторую величину h_{i1} в сторону уменьшения и на h_{i2} — в сторону увеличения. Заменяя обозначения, используемые в теореме В. Л. Харитонова, нижних и верхних границ изменения параметров на суммы и разности номинальных значений параметров и соответствующих h_{i1} , h_{i2} , мы получаем систему ограничений. При этом для устойчивости полиномов Харитонова наиболее удобно использовать критерий Ляпунова—Шипара. Чем больше значения h_{i1} , h_{i2} , тем шире диапазоны изменения параметров и тем меньше обратная сумма этих значений. Исходя из этого утверждения формулируется целевая функция. Следует отметить, что условие для рассматриваемой автоматической системы, на котором основан предлагаемый подход, является достаточным, но не необходимым, так как коэффициенты полинома взаимозависимые. Рассмотрен пример, с помощью которого демонстрируется предложенный подход. Данный подход можно применить и для других линейных систем, для которых выполняются условия теоремы В. Л. Харитонова.

Ключевые слова: системы с ПИД регулятором, синтез малочувствительных систем, функции чувствительности, параметрическая оптимизация, теорема Харитонова, устойчивость систем, критерий Ляпунова—Шипара, системы автоматического регулирования

Введение

Параметры систем автоматического регулирования (САР) с течением времени в силу таких причин, как старение, износ, нагрев, деформация и прочее, могут изменяться. Кроме того, при разработке регуляторов параметры объекта могут быть определены не достаточно точно. В общем случае традиционные методы анализа и синтеза систем автоматического регулирования предполагают, что при рассмотрении конкретной САР с заданными номинальными значениями параметров малые изменения этих параметров не изменяют существенно характер движения. Однако не всегда параметры могут изменяться в достаточно малых пределах. Тогда возникает необходимость в исследовании САР на сохранение ее заданных свойств при всех значениях параметров, определенных в каких-либо пределах. В этом случае говорят об анализе робастности рассматриваемого свойства САР [1–3]. Наиболее важным среди свойств САР является ее устойчивость [4–6]. Таким образом, в настоящей работе речь идет о робастной устойчивости САР [7, 8]. В усло-

виях изменения параметров объекта регулирования возможны следующие задачи.

Первая задача. Наряду с известной моделью САР с ее номинальными параметрами известны максимальные отклонения реальных параметров объекта регулирования. Определить, как изменение параметров отразится на устойчивости САР.

Вторая задача. Известна модель САР. Необходимо определить, в каких диапазонах возможно изменение параметров объекта регулирования при условии, чтобы САР сохраняла устойчивость. Здесь важно определить, на основе какого критерия рассматривается устойчивость. Так, например, рассматривая критерий Найквиста, необходимо исследовать поведение АФЧХ. Применение корневого критерия предполагает исследование взаимного расположения корней и полюсов передаточной функции и т.д. Также с практической точки зрения необходимо помнить, что поиск диапазонов изменения параметров объекта регулирования не ограничивается лишь критериями устойчивости. На значение допусков на параметры вносит свои коррективы в решение данной задачи. С одной стороны, значения этих допусков не должны

быть малыми, так как это требует точного обору-дования, а с другой стороны, большие допу-ски не смогут обеспечить взаимозаменяемость деталей. Не следует забывать и о показателях качества переходного процесса (перерегулиро-вание, время регулирования и т.д.).

Единого подхода к анализу робастной устойчивости систем автоматического регу-лирования не существует, в зависимости от характера исследуемой системы и типа возму-щений задача решается по-разному. В общем случае можно выделить следующие подходы:

- корневой, основанный на взаимном распо-ложении нулей и полюсов [9];
- частотный, связанный с построением ча-стотных характеристик [10];
- алгебраический, например, метод, основан-ный на полиномах В. Л. Харитонова [2];
- с применением методов теории чувстви-тельности [11],
- с применением понятия грубости системы в фазовом пространстве [10];
- с применением Н-теории [12, 13].

В данной работе решается задача опреде-ления области значений параметров объекта регулирования, в которой САР должна быть робастно устойчивой. Среди множества под-ходов, перечисленных выше, выбран как наи-более простой подход, основанный на теореме В. Л. Харитонова, определившей в целом ста-новление теории робастности.

Рассмотрим данный подход на конкретном примере — системе с ПИД регулятором.

Описание исследуемой системы

Рассмотрим систему автоматического регу-лирования со следующей структурной схемой, приведенной на рис. 1 [14—16].

Здесь $k_{им}$, $k_{об}$ — коэффициенты усиления звеньев объекта регулирования; $T_{об1}$, $T_{об2}$ — постоянные времени;

$$G_{рег}(p) = k_{п} + k_{и} \frac{1}{p} + k_{д} p,$$

где p — оператор дифференцирования; $k_{п}$, $k_{и}$, $k_{д}$ — параметры ПИД регулятора.

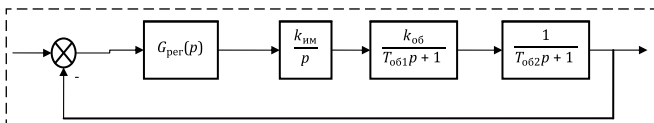


Рис. 1 Структурная схема САР с ПИД регулятором
Fig. 1 The block diagram of the ACS with a PID controller

Передаточная функция замкнутой системы с ПИД регулятором имеет вид

$$W(p) = \frac{(k_{п}p + k_{и} + k_{д}p^2)k_{им}k_{об}}{p^2(T_{об1}p + 1)(T_{об2}p + 1) + (k_{п}p + k_{и} + k_{д}p^2)k_{им}k_{об}}. \quad (1)$$

Характеристический полином рассматрива-емой САУ:

$$Q(p) = T_{об1}T_{об2}p^4 + (T_{об1} + T_{об2})p^3 + (k_{д}k_{им}k_{об} + 1)p^2 + k_{п}k_{им}k_{об}p + k_{и}k_{им}k_{об}.$$

Пусть $p = j\omega$, тогда

$$Q(j\omega) = T_{об1}T_{об2}\omega^4 - j(T_{об1} + T_{об2})\omega^3 - (k_{д}k_{им}k_{об} + 1)\omega^2 + jk_{п}k_{им}k_{об}\omega + k_{и}k_{им}k_{об}.$$

Отсюда мнимая и действительная части $Q(j\omega)$ соответственно равны:

$$u = T_{об1}T_{об2}\omega^4 - (k_{д}k_{им}k_{об} + 1)\omega^2 + k_{и}k_{им}k_{об};$$

$$v = -(T_{об1} + T_{об2})\omega^3 + k_{п}k_{им}k_{об}\omega.$$

Найдем диапазоны, в которых параметры объекта регулирования могут меняться:

$$\begin{aligned} \underline{T}_{об1} < T_{об1} < \bar{T}_{об1}; \\ \underline{T}_{об2} < T_{об2} < \bar{T}_{об2}; \\ \underline{k}_{об} < k_{об} < \bar{k}_{об}; \\ \underline{k}_{им} < k_{им} < \bar{k}_{им}. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда коэффициенты полинома $Q(j\omega)$, учи-тывая положительность всех параметров объек-та регулирования (необходимое условие устой-чивости), изменяются в следующих диапазонах

$$\begin{aligned} \underline{T}_{об1}\underline{T}_{об2} < T_{об1}T_{об2} < \bar{T}_{об1}\bar{T}_{об2}; \\ \underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2} < T_{об1} + T_{об2} < \bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}; \\ (k_{д}\underline{k}_{им}\underline{k}_{об} + 1) < (k_{д}k_{им}k_{об} + 1) < (k_{д}\bar{k}_{им}\bar{k}_{об} + 1); \\ k_{п}\underline{k}_{им}\underline{k}_{об} < k_{п}k_{им}k_{об} < k_{п}\bar{k}_{им}\bar{k}_{об}; \\ k_{и}\underline{k}_{им}\underline{k}_{об} < k_{и}k_{им}k_{об} < k_{и}\bar{k}_{им}\bar{k}_{об}. \end{aligned}$$

Отсюда нижние и верхние границы измене-ния мнимой и действительной частей характе-ристического полинома выражаются формулами

$$\begin{aligned} \underline{u} &= \underline{T}_{об1}\underline{T}_{об2}\omega^4 - (\bar{k}_{д}\bar{k}_{им}\bar{k}_{об} + 1)\omega^2 + k_{и}\underline{k}_{им}\underline{k}_{об}; \\ \underline{v} &= -(\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2})\omega^3 + k_{п}\underline{k}_{им}\underline{k}_{об}\omega; \\ \bar{u} &= \bar{T}_{об1}\bar{T}_{об2}\omega^4 - (k_{д}\underline{k}_{им}\underline{k}_{об} + 1)\omega^2 + k_{и}\bar{k}_{им}\bar{k}_{об}; \\ \bar{v} &= -(\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2})\omega^3 + k_{п}\bar{k}_{им}\bar{k}_{об}\omega. \end{aligned} \quad (3)$$

Составим полиномы Харитонова [4]

$$\begin{aligned} Q_1 &= \bar{u} + jv; \\ Q_2 &= \bar{u} + \bar{v}; \\ Q_3 &= \underline{u} + \bar{v}; \\ Q_4 &= \underline{u} + \underline{v}. \end{aligned} \quad (4)$$

Учитывая соотношения (3) и (4), получим

$$\begin{aligned} Q_1(\lambda) &= k_u \bar{k}_{им} \bar{k}_{об} + k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \lambda + (k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) \lambda^2 + \\ &\quad + (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) \lambda^3 + \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} \lambda^4; \\ Q_2(\lambda) &= k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \lambda + (k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) \lambda^2 + \\ &\quad + (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) \lambda^3 + \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} \lambda^4; \\ Q_3(\lambda) &= k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \lambda + (\bar{k}_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) \lambda^2 + \\ &\quad + (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) \lambda^3 + \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} \lambda^4; \\ Q_4(\lambda) &= k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \lambda + (\bar{k}_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) \lambda^2 + \\ &\quad + (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) \lambda^3 + \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} \lambda^4. \end{aligned}$$

Для робастной устойчивости системы достаточно, чтобы были устойчивыми полиномы Харитонова. По определению полином называется устойчивым полиномом, если все его нули находятся в левой полуплоскости на комплексной плоскости [2].

Воспользуемся матрицами Гурвица и запишем их для каждого полинома (4):

$$\begin{aligned} \Delta_{Q_1} &= \begin{pmatrix} (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 & 0 \\ \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} & (k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} & (k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \end{pmatrix}; \\ \Delta_{Q_2} &= \begin{pmatrix} (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 & 0 \\ \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} & (k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} & (k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \end{pmatrix}; \\ \Delta_{Q_3} &= \begin{pmatrix} (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 & 0 \\ \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} & (\bar{k}_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} & (\bar{k}_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) \lambda^2 & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \end{pmatrix}; \\ \Delta_{Q_4} &= \begin{pmatrix} (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 & 0 \\ \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} & (\bar{k}_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) & k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} & 0 \\ 0 & \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} & (\bar{k}_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) & k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Поскольку коэффициенты полиномов положительные, то для устойчивости полиномов Харитонова достаточно применить критерий Ляпуна—Шипара, по которому необходимо и достаточно выполнения следующих неравенств:

$$\begin{aligned} &((\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2})(k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) - \\ &\quad - \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}}) k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} - \\ &\quad - (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) > 0; \\ &((\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2})(k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) - \\ &\quad - \bar{T}_{об1} \bar{T}_{об2} k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}}) k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} - \\ &\quad - (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) > 0; \\ &((\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2})(k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) - \\ &\quad - \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}}) k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} - \\ &\quad - (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} (\underline{T}_{об1} + \underline{T}_{об2}) > 0; \\ &((\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2})(k_{д\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} + 1) - \\ &\quad - \underline{T}_{об1} \underline{T}_{об2} k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}}) k_{п\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} - \\ &\quad - (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) k_{и\bar{k}_{им} \bar{k}_{об}} (\bar{T}_{об1} + \bar{T}_{об2}) > 0. \end{aligned}$$

Выполним замену. Пусть

$$\begin{aligned} \underline{T}_{об1} &= T_{об1} - h_{T11}; \quad \bar{T}_{об1} = T_{об1} + h_{T12}; \\ \underline{T}_{об2} &= T_{об2} - h_{T21}; \quad \bar{T}_{об2} = T_{об2} + h_{T22}; \\ \underline{k}_{об} &= k_{об} - h_{kob1}; \quad \bar{k}_{об} = k_{об} + h_{kob2}; \\ \underline{k}_{им} &= k_{им} - h_{kim1}; \quad \bar{k}_{им} = k_{им} + h_{kim2}, \end{aligned}$$

где

$$h_{T11}, h_{T12}, h_{T21}, h_{T22}, h_{kob1}, h_{kob2}, h_{kim1}, h_{kim2} \geq 0. \quad (5)$$

В результате получаем систему неравенств:

$$\begin{aligned} &((T_{об1} + h_{T12} + T_{об2} + h_{T22})(k_{д}(k_{им} - h_{kim1}) \times \\ &\quad \times (k_{об} - h_{kob1}) + 1) - (T_{об1} + h_{T12})(T_{об2} + h_{T22}) \times \\ &\quad \times k_{п}(k_{им} - h_{kim1})(k_{об} - h_{kob1})) k_{п}(k_{им} - h_{kim1}) \times \\ &\quad \times (k_{об} - h_{kob1}) - (T_{об1} + h_{T12} + T_{об2} + h_{T22})^2 \times \\ &\quad \times k_{и}(k_{им} + h_{kim2})(k_{об} + h_{kob2}) > 0; \\ &((T_{об1} - h_{T11} + T_{об2} - h_{T21})(k_{д}(k_{им} - h_{kim1}) \times \\ &\quad \times (k_{об} - h_{kob1}) + 1) - (T_{об1} + h_{T12})(T_{об2} + h_{T22}) \times \\ &\quad \times k_{п}(k_{им} + h_{kim2})(k_{об} + h_{kob2})) k_{п}(k_{им} + h_{kim2}) \times \\ &\quad \times (k_{об} + h_{kob2}) - (T_{об1} - h_{T11} + T_{об2} - h_{T21})^2 \times \\ &\quad \times k_{и}(k_{им} + h_{kim2})(k_{об} + h_{kob2}) > 0; \\ &((T_{об1} - h_{T11} + T_{об2} - h_{T21})(k_{д}(k_{им} + h_{kim2}) \times \\ &\quad \times (k_{об} + h_{kob2}) + 1) - (T_{об1} - h_{T11})(T_{об2} - h_{T21}) \times \\ &\quad \times k_{п}(k_{им} + h_{kim2})(k_{об} + h_{kob2})) k_{п}(k_{им} + h_{kim2}) \times \\ &\quad \times (k_{об} + h_{kob2}) - (T_{об1} - h_{T11} + T_{об2} - h_{T21})^2 \times \\ &\quad \times k_{и}(k_{им} - h_{kim1})(k_{об} - h_{kob1}) > 0; \\ &((T_{об1} + h_{T12} + T_{об2} + h_{T22})(k_{д}(k_{им} + h_{kim2}) \times \\ &\quad \times (k_{об} + h_{kob2}) + 1) - (T_{об1} - h_{T11})(T_{об2} - h_{T21}) \times \\ &\quad \times k_{п}(k_{им} - h_{kim1})(k_{об} - h_{kob1})) k_{п}(k_{им} - h_{kim1}) \times \\ &\quad \times (k_{об} - h_{kob1}) - (T_{об1} + h_{T12} + T_{об2} + h_{T22})^2 \times \\ &\quad \times k_{и}(k_{им} - h_{kim1})(k_{об} - h_{kob1}) > 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее введем целевую функцию

$$I = (h_{T11} + h_{T12} + h_{T21} + h_{T22} + h_{kob1} + h_{kob2} + h_{kim1} + h_{kim2})^{-1}.$$

Так как задача поиска диапазонов (2) сводится к тому, чтобы найти максимальные значения h_{T11} , h_{T12} , h_{T21} , h_{T22} , h_{kob1} , h_{kob2} , h_{kim1} , h_{kim2} с учетом ограничений (5) и (6), то получаем задачу минимизации функции I при указанных ограничениях:

$$\min_{h_{T11}, h_{T12}, h_{T21}, h_{T22}, h_{kob1}, h_{kob2}, h_{kim1}, h_{kim2}} I. \quad (8)$$

Таким образом, чтобы определить диапазоны изменения параметров объекта регулирования автоматической системы с ПИД регулятором, достаточно решить задачу нелинейного программирования (8), (7), (6), (5).

Проведение эксперимента

Пусть исходная автоматическая система с ПИД регулятором задается параметрами, определенными в табл. 1.

Переходный процесс для данной системы представлен на рис. 2.

Решив задачу (8), (7), (6), (5), получим границы изменения параметров объекта регулирования, которые представлены в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что нижние границы коэффициентов усиления равны нулю. Это объясня-

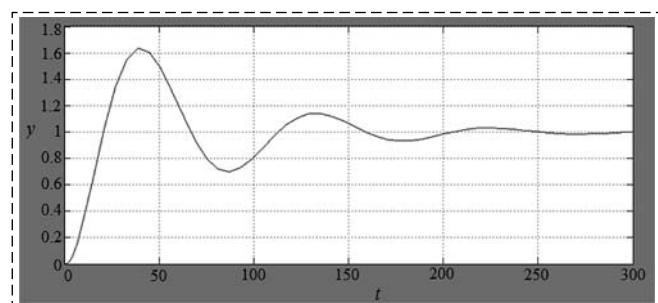


Рис. 2 Переходный процесс автоматической системы с ПИД регулятором

Fig. 2 The transient process of the automatic system with a PID controller

Таблица 1
Table 1

Параметр	$k_{им}$	$k_{об}$	$T_{об1}$	$T_{об2}$	k_p	k_i	k_d
Значение	0,1	1	3	2	0,5	0,04	0,01

Таблица 2
Table 2

Параметр	Нижняя граница	Верхняя граница
$k_{им}$	0	0,1000
$k_{об}$	0	1,0000
$T_{об1}$	1,1779	9,4802
$T_{об2}$	0	2,0000

ется тем, что, чем меньше коэффициент усиления, тем меньше колебаний. При значениях параметров, соответствующих верхним границам, система находится на границе устойчивости.

Заключение

Таким образом, разработан подход для определения допустимых значений параметров объекта регулирования, при которых автоматическая система будет робастно устойчивой. Подход основан на сведении исходной задачи к задаче нелинейного программирования. Система ограничений получена на основе теоремы В. Л. Харитонова о робастной устойчивости.

Условие для рассматриваемой системы, на котором основан подход, носит достаточный, но не необходимый характер, так как коэффициенты полинома взаимозависимые.

В целом любая САР должна не только удовлетворять требованию к устойчивости, но и отвечать ряду других критериев качества. В этом случае можно добавить к задаче (8), (7), (6), (5) какой-либо критерий качества и, решив многокритериальную задачу, получить решения с учетом и других характеристик переходного процесса.

Список литературы

1. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления: Пер. с англ. Б. И. Копылова. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2012. 832 с.
2. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Том 1. Линейные системы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 288 с.
3. Ошепков А. Ю. Системы автоматического управления: теория, применение, моделирование в MATLAB: учеб. пособ. СПб.: Лань, 2013. 208 с.
4. Lukyanov A. V., Krakovsky Yu. M., Arshinsky L. V., Kutsy N. N. The development of software for controlling a safety system of the machines using vibration analysis // *Far East Journal of Mathematics 1 Sciences (EJMS)*. 2018. Vol. 103, N. 2. P. 441–450.
5. Kucyi N. N., Lukyanov A. V., Kargapol'cev S. K., Tikhii I. I. Training of neural network based PWM controllers // *Advances and Applications in Discrete Mathematics*. 2018. Vol. 19, N. 4. P. 359–371.
6. Galyaev A. A., Lysenko P. V. Energy-Optimal Control of Harmonic Oscillator // *Automation and Remote Control*. 2019. Vol. 80, N. 1. P. 16–29.
7. Kogan M. M. Design of optimal and robust control with H_∞ performance criterion // *Automation and Remote Control*. 2016. Vol. 77, N. 8. P. 1317–1333.
8. Zhirabok A. N., Suvorov A. Yu. A method for constructing robust diagnostic observers // *Automation and Remote Control*. Vol. 75, N. 2. 2014. P. 208–218.
9. Ефимов С. В., Замятин С. В., Суходоев М. С., Гайворонский С. А. Определение желаемой области расположения доминирующих полюсов замкнутой системы с учетом ее нулей // *Известия Томского политехнического университета*. 2008. Т. 312. № 5. С. 57–61.
10. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Физ-мат литература, 1959. 916 с.
11. Методы теории чувствительности в автоматическом управлении / Под ред. Е. Н. Розенвассера, Р. М. Юсупова. Л.: Энергия, 1971. 345 с.

12. **Методы** классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. Т. 3: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. 748 с.

13. **Методы** робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 744 с.

14. **Kutsyi N. N., Livshits A. V.** Searchless algorithm for parametrics optimization of a PI-controller with semi-permant

integration // *Advanee des in Differential Equation and Control Processes*. 2018. Vol. 19, N. 2. P. 69—82.

15. **Morozov M. V.** On Small Perturbations of a Periodic Homogeneous Differential Inclusion with an Asymptotically Stable Set // *Automation and Remote Control*. Vol. 80, N. 5. 2019. P. 834—839.

16. **Aleksandrov A. G.** Design of Controllers by Indices of Precision and Speed. III. Control-Stable Multidimensional Plants // *Automation and Remote Control*. Vol. 79, N. 2. 2018. P. 241—257.

Determination of the Area of Robust Stability of the System on the Basis of V. L. Kharitonov's Theorem

A. P. Kutsyi^{1,2}, tosha1993irk@yandex.ru, **N. N. Kutsyi**¹, kucyi@cyber.istu.irk.ru,
T. V. Malanova¹, malanova_tanya@mail.ru,

¹Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664074, Russian Federation,

²Irkutsk State Transport University, Irkutsk, 664074, Russian Federation

Corresponding author: **Malanova Tatiana V.**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664074, Russian Federation, e-mail: malanova_tanya@mail.ru

Accepted on January 15, 2020

Abstract

The parameters of the object of regulation during operation due to various reasons may vary. These changes can lead to a change in the performance indicators of the automatic system, as well as its stability. This article proposes an approach to determine the range of acceptable values of the parameters of the control object of an automatic system with a PID controller, in which the system will remain stable. Thus, the problem arises of analyzing an automatic control system given not only by a single model with clearly defined parameters, but by a family of models belonging to a given set — the task of robust regulation. The search for ranges in which the parameters of the regulated object can change is based on the solution of the nonlinear programming problem in this paper. The conclusion of the objective function and constraint system using the theorem of V. L. Kharitonova on the robust stability of linear systems. The main idea is that each parameter of the regulatory object can be changed by some value h_{i1} in the direction of decrease and by h_{i2} — in the direction of increase. Replacing the notation used in the theorem of V. L. Kharitonov, the lower and upper boundaries of the change of parameters by the sum and difference of the nominal values of the parameters and the corresponding h_{i1} , h_{i2} , we get a system of restrictions. Moreover, for the stability of Kharitonov polynomials, it is most convenient to use the Lienar-Shipar criterion. The larger the values of h_{i1} , h_{i2} , the wider the ranges of variation of the parameters, and the smaller the inverse of the sum of these values. Based on this statement, the objective function is formed. It should be noted that the condition for the considered automatic system on which the proposed approach is based is sufficient, but not necessary, since the coefficients of the polynomial are interdependent. An example with the help of which the proposed approach is demonstrated is considered. This approach can also be applied to other linear systems for which the conditions of V. L. Kharitonova.

Keywords: systems with a PID controller, synthesis of low-sensitivity systems, sensitivity functions, parametric optimization, Kharitonov theorem, stability of systems, Lienard-Shipar criterion, automatic control system

For citation:

Kutsyi A. P., Kutsyi N. N., Malanova T. V. Determination of the Area of Robust Stability of the System on the Basis of V. L. Kharitonov's Theorem, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 4, pp. 208—212.

DOI: 10.17587/mau.21.208-212

References

1. **Dorf R., Bishop R.** Modern control systems, Moscow, Laboratory of Basic Knowledge Publ., 2012, 832 p. (in Russian).
2. **Kim D. P.** The theory of automatic control. Vol. 1. Linear systems, Moscow, FIZMATLIT Publ., 2003, 288 p. (in Russian).
3. **Oshchepkov A. Yu.** Automatic control systems: theory, application, modeling in MATLAB, St. Petersburg, Lan' Publ., 2013, 208 p. (in Russian).
4. **Lukyanov A. V., Krakovsky Yu. M., Arshinsky L. V., Kutsyi N. N.** The developmnt of software for controlling a safety system of the machines using vibration analysis, *Far East Journal of Mathematic 1 Sciences (EJMS)*, 2018, vol. 103, no. 2, pp. 441—450.
5. **Kucyi N. N., Lukyanov A. V., Kargapol'cev S. K., Tikhii I. I.** Training of neural network based PWM controllers, *Advances and Applications in Discrete Mathematics 2018*, 2018, vol. 19, no. 4, pp. 359—371.
6. **Galyaev A. A., Lysenko P. V.** Energy-Optimal Control of Harmonic Oscillator, *Automation and Remote Control*, 2019, vol. 80, no. 1, pp. 16—29.
7. **Kogan M. M.** Design of optimal and robust control with H_{∞}/γ 0 performance criterion, *Automation and Remote Control*, 2016, vol. 77, no. 8, pp. 1317—1333.

8. **Zhirabok A. N., Suvorov A. Yu.** A method for constructing robust diagnostic observers, *Automation and Remote Control*, 2014, vol. 75, no. 2, pp. 208—218.

9. **Efimov S. V., Zamyatin S. V., Sukhodoev M. S., Gaivoronsky S. A.** Determination of the desired location region of the dominant poles of a closed system taking into account its zeros, *The News of Tomsk Polytechnic University*, 2008, vol. 312, no. 5, pp. 57—61 (in Russian).

10. **Andronov A. A., Witt A. A., Khaikin S. E.** Theory of oscillations, Moscow, Fiz.-mat. literatura Publ., 1959, 916 p. (in Russian).

11. **Rosenwasser E. N., Yusupov R. M.** ed. Methods of the theory of sensitivity in automatic control, Leningrad, Energiya Publ., 1971, 345 p. (in Russian).

12. **Egupov N. D.** ed. Methods of classical and modern theory of automatic control. A textbook in 3 vols. Vol. 3: Methods of the modern theory of automatic control, Moscow, Bauman MGTU, 2000, 748 p. (in Russian).

13. **Egupov N. D.** ed. Methods of robust, neuro-fuzzy and adaptive control, Moscow, Bauman MGTU, 2011, 744 p. (in Russian).

14. **Kutsyi N. N., Livshits A. V.** Searchless algorithm for parametrics optimization of a PI-controller with semi-permant integration, *Advanee des in Differential Equation and Control Processes*, 2018, vol. 19, no. 2, pp. 69—82.

15. **Morozov M. V.** On Small Perturbations of a Periodic Homogeneous Differential Inclusion with an Asymptotically Stable Set, *Automation and Remote Control*, 2019, vol. 80, no. 5, pp 834—839.

16. **Aleksandrov A. G.** Design of Controllers by Indices of Precision and Speed. III. Control-Stable Multidimensional Plants, *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 2, pp. 241—257.