

А. Н. Кириллов^{1, 2}, д-р физ.-мат. наук, доц., kirillov@krc.karelia.ru,

Л. В. Щеголева², д-р техн. наук, доц., schegoleva@petrsu.ru,

¹Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН,

²Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск

Метод управления объектом, идентифицирующим параметры траектории прямолинейно движущейся цели

Рассматривается задача управления движением объекта для определения параметров траектории прямолинейно движущейся цели на основе измерения только расстояний от объекта до цели в условиях отсутствия какой-либо информации о внешней среде. Приводится общая постановка задачи управления, описано решение задачи, сформулированы условия существования решения. Определено максимальное число измерений расстояний от объекта до цели для получения информации о траектории движения цели.

Ключевые слова: управление, позиционирование, траектория движения, расстояние, количество измерений, параллельное движение, динамическая система

Задачи позиционирования в настоящее время очень активно исследуются благодаря появлению различных технологий в области электроники и телекоммуникационных систем. Одним из направлений исследований является локация людей и мобильных объектов при отсутствии систем глобального позиционирования. Такие условия возникают при движении объектов внутри помещений, под землей, под водой. В этом случае используются различного рода метки или дополнительные устройства, по которым можно провести позиционирование [1–6].

Если внутри помещения (здания, сооружения) развернута корпоративная Wi-Fi сеть со стационарными точками доступа (базовыми станциями), то по мощности сигнала, поступающего от мобильного объекта, можно определить с некоторой точностью местоположение объекта. При этом карта помещения должна быть известной, должны быть известны координаты стационарных точек доступа и проведены дополнительные исследования по построению радиокарты помещения [5, 6].

Другой способ локации опирается на использование Bluetooth-маячков, размещенных в заданных местах помещения, координаты которых и карта самого помещения также известны. Пользовательское устройство, получая сигнал от маячков и определяя мощность сигнала, может рассчитать свое местоположение на карте помещения [7].

Аналогичный подход применяется при использовании радиосигналов [2, 3].

В водной среде используется акустический сигнал, по скорости распространения которого можно определить расстояния от объекта до установленных на известных позициях передатчиков и рассчитать координаты объекта [1].

Кроме радиосигналов для ориентации внутри помещения можно использовать оптические си-

стемы [4]. Для этого на карту помещения наносятся места расположения некоторых объектов, внешний вид которых или образ заранее известны. Мобильное устройство должно быть оснащено видеокамерой. Изображение видеокамеры обрабатывается на предмет распознавания известных образов объектов помещения. По взаимному расположению найденных образов рассчитывается положение мобильного устройства.

Данное направление исследований является необходимым элементом в задачах управления роботами как индивидуального, так и группового управления [8–17]. При этом наряду со статическим развивается и динамическое позиционирование.

Во всех исследованиях ключевым моментом является наличие заранее известной карты помещения/района перемещений; наличие специальных устройств, установленных на известных позициях и привязанных к карте, требующих постоянного или периодического обслуживания. Должна быть известна координатная система места, и положение мобильного устройства определяется в рамках этой координатной системы. Эти требования не позволяют использовать представленные подходы к локации для новых или неизученных заранее мест, или мест с нарушенными в результате каких-либо воздействий системами навигации или структурами помещений.

В работах [17, 19] для таких ситуаций используются измерения расстояния до цели и скорости изменения этого расстояния.

В данной статье рассматриваются условия, при которых карта местности неизвестна и отсутствуют какие-либо внешние ориентиры. В качестве источника информации о целевом объекте выступают только ненаправленные измерения расстояния до него. Такие условия могут возникнуть,

например, в случае использования технологии Wi-Fi или радиосигналов, когда по силе сигнала можно определить расстояние до источника сигнала, при этом направление, в котором находится источник сигнала, остается неизвестным.

Работа является продолжением исследований, представленных в статье [18], при этом задача позиционирования движущейся цели рассматривается в контексте задачи управления движущимся объектом, так как несложно показать, что неподвижный объект не может определить траекторию движущейся цели. Работа опирается на принципы триангуляции и трилатерации, но в условиях динамических систем.

Постановка задачи управления движущимся объектом, рассчитывающим траекторию движущейся цели

Сформулируем задачу управления.

Пусть траектории цели (а) и объекта (б) на координатной плоскости XOY имеют вид:

$$(a) \begin{cases} x(t) = f(t); \\ y(t) = g(t); \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x(t) = \tilde{f}(t, u, v); \\ y(t) = \tilde{g}(t, u, v); \end{cases} \quad (1)$$

где t — время; (u, v) — управление объектом; u и v — скалярные функции времени. При этом функции $\tilde{f}$, $\tilde{g}$ являются известными, а функции f и g — неизвестными. В любой момент времени t объект может проводить измерения расстояний до цели:

$$r(t) = \sqrt{(f(t) - \tilde{f}(t, u, v))^2 + (g(t) - \tilde{g}(t, u, v))^2}.$$

Требуется организовать процесс измерения расстояний таким образом, чтобы, зная $r(t)$, найти траекторию цели (функции $f(t)$ и $g(t)$). При этом под организацией измерений понимается выбор соответствующего управления (u, v) .

В настоящей работе рассматривается частный случай задачи, когда f и g являются линейными функциями, а $\tilde{f}$ и $\tilde{g}$ — кусочно-линейными. Таким образом, цель движется по прямой с постоянной скоростью, а объект движется по ломаной, изменяя направления движения за счет изменения управления (u, v) , которое является кусочно-постоянной функцией времени.

Введем дополнительное ограничение: пусть процесс измерения дискретен. Тогда возникает задача о наименьшем числе измерений, позволяющем найти траекторию цели.

Итак, пусть траектория цели имеет вид

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \alpha t; \\ y(t) = y_0 + \beta t; \end{cases} \quad (2)$$

где параметры x_0 , y_0 , α и β неизвестны, а траектория объекта описывается системой

$$\begin{cases} x(t) = \tilde{x}_0 + ut; \\ y(t) = \tilde{y}_0 + vt. \end{cases} \quad (3)$$

Пусть $r(t)$ измеряются в моменты времени $t = t_k = (k-1)\Delta$, где $0 < \Delta$ — заданная величина (шаг измерения), $k = 1, 2, \dots$. Пусть $\tilde{x}_0 = 0$, $\tilde{y}_0 = 0$. Тогда

$$r_k^2 = r^2(t_k) = (x_0 + (\alpha - u)(k-1)\Delta)^2 + (y_0 + (\beta - v)(k-1)\Delta)^2. \quad (4)$$

Пусть известны измеряемые величины $r(t_k) = r(t_k, u, v)$. Требуется найти управление (u, v) , при котором можно определить значения параметров цели: x_0 , y_0 , α и β .

При этом будем минимизировать число измерений.

Метод нахождения параметров траектории цели на основе семи измерений расстояний от объекта до цели

Решение задачи невозможно получить в случае, если объект будет неподвижен. Как показано в статье [18], из неподвижного положения можно получить несколько возможных траекторий движения цели. Кроме этого необходимым условием для получения решения, как будет показано далее, является двукратное изменение положения объекта.

Пусть для первых трех измерений при $t \in [0, 2\Delta]$ выбраны произвольные постоянные $u = u_1$, $v = v_1$ и $\tilde{x}_0 = 0$, $\tilde{y}_0 = 0$. Тогда траектория объекта задается системой

$$\begin{cases} x(t) = u_1 t; \\ y(t) = v_1 t; \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\Delta,$$

а измеряемые расстояния удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= x_0^2 + y_0^2; \\ r_2^2 &= (x_0 + (\alpha - u_1)\Delta)^2 + (y_0 + (\beta - v_1)\Delta)^2; \\ r_3^2 &= (x_0 + 2(\alpha - u_1)\Delta)^2 + (y_0 + 2(\beta - v_1)\Delta)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Вычитая из второго равенства первое и из третьего второе, а затем вычитая из одной разности другую, получим следующее соотношение:

$$(\alpha - u_1)^2 \Delta^2 + (\beta - v_1)^2 \Delta^2 = \frac{1}{2}(r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2). \quad (6)$$

Далее изменим управление: пусть на промежутке $t \in [2\Delta, 4\Delta]$ управление (u_2, v_2) выбрано

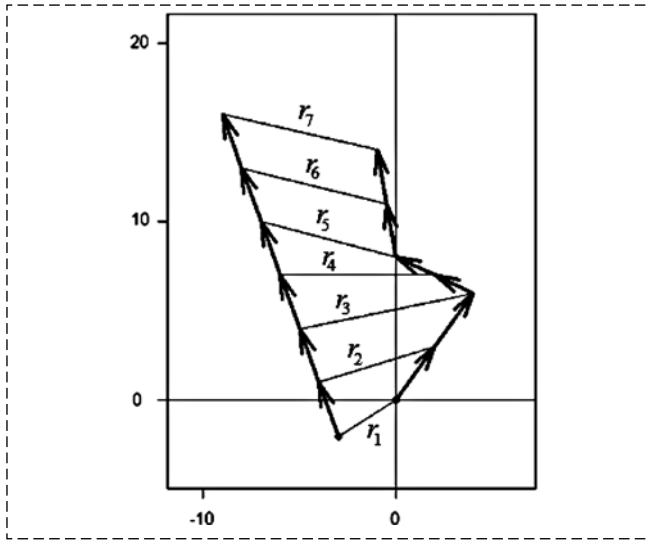


Рис. 1. Изменение траектории объекта

так, чтобы векторы (u_1, v_1) и (u_2, v_2) не были коллинеарны (рис. 1). Траектория объекта примет следующий вид:

$$\begin{cases} x(t) = 2\Delta u_1 + u_2 t; \\ y(t) = 2\Delta v_1 + v_2 t; \end{cases} \quad 2\Delta \leq t \leq 4\Delta. \quad (7)$$

Проведем еще два измерения расстояния r_4 , r_5 , удовлетворяющие соотношениям

$$\begin{aligned} r_4^2 &= ((2u_1 + u_2)\Delta - (x_0 + 3\Delta\alpha))^2 + \\ &+ ((2v_1 + v_2)\Delta - (y_0 + 3\Delta\beta))^2; \\ r_5^2 &= ((2u_1 + 2u_2)\Delta - (x_0 + 4\Delta\alpha))^2 + \\ &+ ((2v_1 + 2v_2)\Delta - (y_0 + 4\Delta\beta))^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Из соотношений (5) и (8) получаем

$$r_4^2 - r_3^2 = (u_2 - \alpha)\Delta((u_2 - u_1)\Delta - 2x_0 - 5(\alpha - u_1)\Delta) + (v_2 - \beta)\Delta((v_2 - v_1)\Delta - 2y_0 - 5(\beta - v_1)\Delta); \quad (9)$$

$$r_5^2 - r_4^2 = (u_2 - \alpha)\Delta(3(u_2 - u_1)\Delta - 2x_0 - 7(\alpha - u_1)\Delta) + (v_2 - \beta)\Delta(3(v_2 - v_1)\Delta - 2y_0 - 7(\beta - v_1)\Delta). \quad (10)$$

Вычтем из соотношения (10) соотношение (9) и получим

$$(\alpha - u_2)^2 \Delta^2 + (\beta - v_2)^2 \Delta^2 = \frac{1}{2}(r_5^2 - 2r_4^2 + r_3^2). \quad (11)$$

Вычитая из (11) соотношение (6), получим линейное уравнение для α и β :

$$\begin{aligned} &(\alpha - u)(u_2 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v)(v_2 - v_1)\Delta^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left((u_2 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_2 - v_1)^2 \Delta^2 - \frac{r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Получим еще одно линейное уравнение относительно α и β . Для этого изменим еще раз вектор скорости объекта, положив $u = u_3$, $v = v_3$ при $t \in [4\Delta, 6\Delta]$ так, чтобы векторы (u_i, v_i) были попарно неколлинеарны для $i = 1, 2, 3$ (рис. 1). Тогда траектория объекта примет вид

$$\begin{cases} x(t) = 2\Delta u_1 + 4\Delta u_2 + u_3 t; \\ y(t) = 2\Delta v_1 + 4\Delta v_2 + v_3 t. \end{cases} \quad 4\Delta \leq t \leq 6\Delta. \quad (13)$$

Сделаем еще два измерения расстояний и найдем разности $r_6^2 - r_5^2$ и $r_7^2 - r_6^2$:

$$\begin{aligned} r_6^2 - r_5^2 &= (u_3 - \alpha)\Delta(4(u_2 - u_1)\Delta + (u_3 - u_1)\Delta - \\ &- 2x_0 - 9(\alpha - u_1)\Delta) + (v_3 - \beta)\Delta(4(v_2 - v_1)\Delta + \\ &+ (v_3 - v_1)\Delta - 2y_0 - 9(\beta - v_1)\Delta); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} r_7^2 - r_6^2 &= (u_3 - \alpha)\Delta(4(u_2 - u_1)\Delta + 3(u_3 - u_1)\Delta - \\ &- 2x_0 - 11(\alpha - u_1)\Delta) + (v_3 - \beta)\Delta(4(v_2 - v_1)\Delta + \\ &+ 3(v_3 - v_1)\Delta - 2y_0 - 11(\beta - v_1)\Delta). \end{aligned} \quad (15)$$

Вычитая из соотношения (14) соотношение (15), получаем

$$(\alpha - u_3)^2 \Delta^2 + (\beta - v_3)^2 \Delta^2 = \frac{1}{2}(r_7^2 - 2r_6^2 + r_5^2). \quad (16)$$

Вычитая из соотношения (16) соотношение (6), получаем:

$$\begin{aligned} &(\alpha - u_1)(u_3 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v_1)(v_3 - v_1)\Delta^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{(u_3 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_3 - v_1)^2 \Delta^2 -}{2} - \frac{r_7^2 - 2r_6^2 + r_5^2 - r_3^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, соотношения (12) и (17) образуют систему линейных уравнений относительно α и β :

$$\begin{cases} (\alpha - u_1)(u_2 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v_1)(v_2 - v_1)\Delta^2 = \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{(u_2 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_2 - v_1)^2 \Delta^2 -}{2} - \frac{r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right); \\ (\alpha - u_1)(u_3 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v_1)(v_3 - v_1)\Delta^2 = \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{(u_3 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_3 - v_1)^2 \Delta^2 -}{2} - \frac{r_7^2 - 2r_6^2 + r_5^2 - r_3^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right). \end{cases} \quad (18)$$

Найдя решение α^* , β^* системы (18), можно построить линейную систему для нахождения x_0 , y_0 , например, взяв в качестве уравнений выражение для $r_2^2 - r_1^2$, которое можно получить из со-

отношений (5), и равенство (9). В результате получаем систему

$$\begin{cases} (\alpha^* - u_1)\Delta x_0 + (\beta^* - v_1)\Delta y_0 = \\ = \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2 - (\alpha^* - u_1)^2\Delta^2 - (\beta^* - v_1)^2\Delta^2); \\ (u_2 - \alpha^*)\Delta x_0 + (v_2 - \beta^*)\Delta y_0 = \\ = \frac{1}{2}\left((u_2 - \alpha^*)(u_2 + 4u_1 - 5\alpha^*)\Delta^2 + \right. \\ \left. + (v_2 - \beta^*)(v_2 + 4v_1 - 5\beta^*)\Delta^2 - r_4^2 + r_3^2\right). \end{cases} \quad (19)$$

Теорема 1. Для нахождения траектории цели (2) достаточно, чтобы траектория объекта имела вид (3), где $\tilde{x}_0 = \tilde{y}_0 = 0$, а управления задавались следующим образом:

$$\begin{aligned} (u(t), v(t)) &= (u_i, v_i), \\ t &\in [2(i-1)\Delta, 2i\Delta], i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (20)$$

где (u_i, v_i) — постоянные, удовлетворяющие условиям

$$\begin{cases} (u_2 - u_1)(v_3 - v_1) - (u_3 - u_1)(v_2 - v_1) \neq 0; \\ (\alpha^* - u_1)(v_2 - \beta^*) - (\beta^* - v_1)(u_2 - \alpha^*) \neq 0, \end{cases} \quad (21)$$

где (α^*, β^*) — решение системы (18), и векторы (u_i, v_i) , $i = 1, 2, 3$, попарно неколлинеарны.

Доказательство. Неизвестные параметры x_0 , y_0 , α и β траектории цели (2) однозначно определяются решением систем (18) и (19). Система (18) имеет единственное решение при условии выполнения первого соотношения системы (21). Система (19) имеет единственное решение при условии выполнения второго соотношения системы (21).

Таким образом, при выполнении условия (21) задача определения траектории цели будет разрешима.

Рассмотрим следующий пример. Пусть $\Delta = 1$. Определим управление объектом следующим образом:

$$(u(t), v(t)) = \begin{cases} (2, 3), & 0 \leq t \leq 2; \\ (-2, 1), & 2 \leq t \leq 4; \\ (0, 5, 3), & 4 \leq t \leq 6. \end{cases}$$

Отметим, что построенное управление удовлетворяет условию попарной неколлинеарности и выполняется первое соотношение условия (21):

$$(u_2 - u_1)(v_3 - v_1) - (u_3 - u_1)(v_2 - v_1) = -5 \neq 0.$$

Пусть были проведены семь измерений расстояния до целевого объекта:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= 13, r_2^2 = 40, r_3^2 = 85, r_4^2 = 64, \\ r_5^2 &= 53, r_6^2 = 60, 25, r_7^2 = 68. \end{aligned}$$

Тогда система (18) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} -4\alpha - 2\beta = -2; \\ -2, 5\alpha + 0\beta = 2, 5. \end{cases}$$

Решение системы $(\alpha^*, \beta^*) = (-1, 3)$. Отметим, что для полученного решения выполняется второе соотношение условия (21):

$$(\alpha^* - u_1)(v_2 - \beta^*) - (\beta^* - v_1)(u_2 - \alpha^*) = 6 \neq 0.$$

Система (20) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} -3x_0 + 0 \cdot y_0 = 9; \\ -1 \cdot x_0 - 2y_0 = 7. \end{cases}$$

Решение системы $(x_0^*, y_0^*) = (-3, -2)$.

Таким образом, траектория движения цели описывается следующей системой в координатной системе объекта:

$$\begin{cases} x(t) = -3 - t; \\ y(t) = -2 + 3t. \end{cases}$$

Следует отметить, что построенное управление (20), удовлетворяющее условиям попарной неколлинеарности, а также условию (21), определяется неоднозначно, что позволяет поставить дополнительные задачи, оптимизационные или связанные с нахождением требуемой траектории объекта. Например, можно находить управления, минимизирующие энергетические затраты или реализующие некоторую замкнутую траекторию объекта.

С точки зрения минимизации числа измерений описанное выше решение использует семь измерений для получения оценки параметров уравнения цели (2).

В работе [18] в качестве начальной точки и управлений предлагались следующие значения:

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 = 0; \\ \tilde{y}_0 = 0; \\ (u_1, v_1) = (0, 0), & 0 \leq t \leq 2\Delta; \\ (u_2, v_2) = (w, 0), & 2\Delta \leq t \leq 3\Delta; \\ (u_3, v_3) = (0, w), & 3\Delta \leq t \leq 4\Delta, \end{cases}$$

где w — некоторое расстояние, на которое объект сможет переместиться за время Δ . Первые три измерения объект проводит из неподвижного состояния, четвертое — сместившись по оси OX на расстояние w , пятое — сместившись по оси OY на расстояние w . Для определения параметров траектории цели объекту при таком управлении и способе решения потребуется провести всего пять измерений. При этом выполнение расчетов связано с выполнением операций извлечения

квадратного корня, что оказывает влияние на точность решения и требует больших вычислительных мощностей. В представленном же алгоритме с семью измерениями все вычисления связаны с рациональными функциями.

Обобщая формулы (6), (11), (16), сформулируем утверждение.

Утверждение 1. Для любых двух различных прямых, задаваемых уравнениями

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \alpha t; \\ y(t) = y_0 + \beta t; \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = \tilde{x}_0 + ut; \\ y(t) = \tilde{y}_0 + vt, \end{cases} \quad (22)$$

для любого промежутка времени $\Delta \neq 0$ и любого $k = 1, 2, \dots$ выполняется соотношение

$$(\alpha - u)^2 + (\beta - v)^2 = \frac{r_{k+2}^2 - 2r_{k+1}^2 + r_k^2}{2\Delta^2}, \quad (23)$$

где r_k задаются соотношениями (4).

Следствие из Утверждения 1. Зная полную информацию об одной из прямых (22) и не имея никакой информации о второй прямой, можно получить информацию о второй прямой, сделав только три последовательных измерения r_k, r_{k+1}, r_{k+2} между прямыми. Это означает, что четвертое измерение не принесет никакой дополнительной информации.

Нахождение параметров траектории цели в случае параллельного движения объекта и цели

Рассмотрим частный случай. Пусть объекту известно направление движения цели (угол наклона прямой к оси OX), и он движется параллельно цели, т. е. выполняется следующее соотношение:

$$\frac{u}{v} = \frac{\alpha}{\beta}. \quad (24)$$

При этом $\tilde{x}_0 = 0, \tilde{y}_0 = 0$. Пусть $\Delta = 1$ и проведены три измерения расстояния от объекта до цели: r_1, r_2, r_3 (рис. 2). Пусть d — расстояние, которое объект преодолевает между двумя измерениями, а l — расстояние, которое цель преодолевает между двумя измерениями. Значение d известно, значение l неизвестно.

Из соотношений (23) и (24) получаем выражения для α и β :

$$\begin{aligned} \alpha &= u \left(1 \pm \sqrt{\frac{r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2}{2(u^2 + v^2)}} \right); \\ \beta &= v \left(1 \pm \sqrt{\frac{r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2}{2(u^2 + v^2)}} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Тогда нетрудно показать, что координаты начальной точки (x_0, y_0) имеют вид

$$\begin{aligned} x_0 &= \pm u \sqrt{\frac{A}{u^2 + v^2}} \pm v \sqrt{\frac{r_1^2 - A}{u^2 + v^2}}; \\ y_0 &= \frac{v}{u} x_0 \pm \sqrt{(r_1^2 - A) \frac{u^2 + v^2}{u^2}}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{где } A = \frac{3r_1^2 - 4r_2^2 + r_3^2}{4(r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2)}.$$

На самом деле формулы (26) дают восемь значений (x_0, y_0) , но только четыре из них удовлетворяют измеренным расстояниям r_2 и r_3 .

Для выбора единственной начальной точки необходимо сделать еще одно измерение расстояния, изменив траекторию движения целевого объекта. Одним из вариантов изменения траектории является поворот на 90° (рис. 3).

Таким образом, для параллельного движения базового и целевого объектов для получения полной информации о траектории целевого объ-

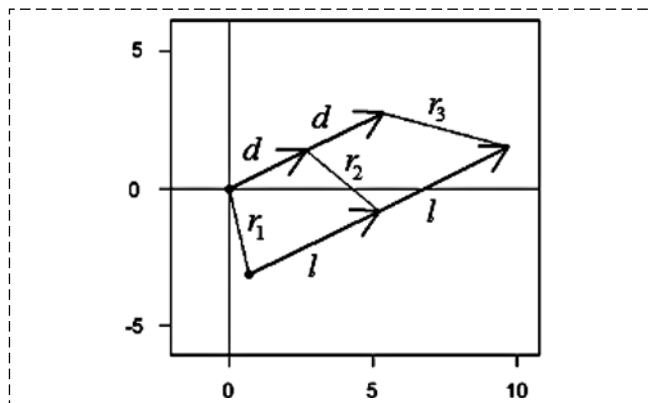


Рис. 2. Три измерения расстояния от объекта до цели через промежутки времени $\Delta = 1$

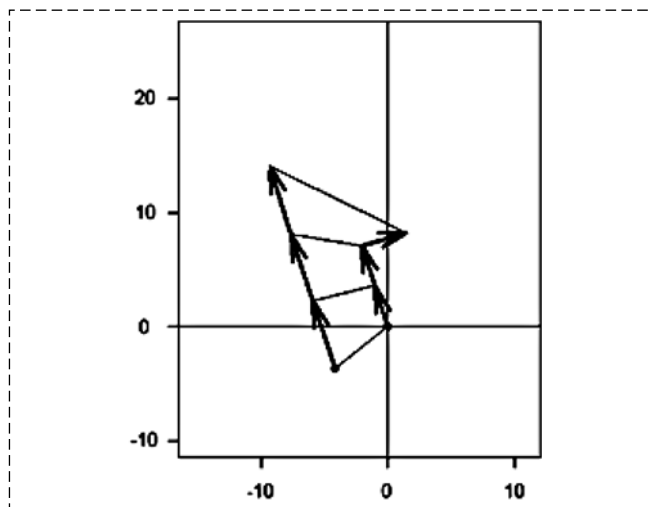


Рис. 3. Четыре измерения расстояния от объекта до цели через равные промежутки времени с изменением траектории движения объекта

екта достаточно сделать четыре измерения расстояния между объектами.

Если траектория движения базового объекта после поворота описывается уравнением

$$\begin{cases} x(t) = 2u\Delta + vt; \\ y(t) = 2v\Delta - ut; \end{cases} \quad 2\Delta \leq t \leq 4\Delta, \quad (27)$$

то для нахождения неизвестных α , β , x_0 , y_0 можно воспользоваться выражением (23), которое сначала применим к прямым (2) и (3), а потом к прямым (2) и (27).

Вычитая одно выражение из другого, получим линейное соотношение, связывающее α и β :

$$\begin{aligned} 2(\alpha - u)(u - v) + 2(\beta - v)(u + v) = \\ = \frac{r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2\Delta^2} - (u - v)^2 - (u + v)^2. \end{aligned} \quad (28)$$

Используя соотношение (24), получим решение (α^*, β^*) системы (24), (28):

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \frac{u}{4\Delta^2(u^2 + v^2)}(r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2); \\ \beta^* &= \frac{v}{4\Delta^2(u^2 + v^2)}(r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2). \end{aligned} \quad (29)$$

Зная α^* и β^* , линейную зависимость между x_0 и y_0 можно найти из соотношения

$$\begin{aligned} r_1^2 - r_2^2 = 2\Delta(\alpha^* - u)x_0 + 2\Delta(\beta^* - v)y_0 + \\ + \Delta^2(\alpha^* - u)^2 + \Delta^2(\beta^* - v)^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Из аналогичного соотношения для r_4 и r_5 можно получить вторую линейную зависимость между x_0 и y_0 :

$$\begin{aligned} r_5^2 - r_4^2 = \\ = \Delta(\alpha^* - v)(2x_0 + 7\alpha^*\Delta - 4u\Delta - 3v\Delta) + \\ + \Delta(\beta^* + u)(2y_0 + 7\beta^*\Delta - 4v\Delta + 3u\Delta). \end{aligned} \quad (31)$$

Решив полученную линейную относительно x_0 и y_0 систему (30), (31), получим решение (x_0^*, y_0^*) .

Единственное решение будет существовать при условии

$$\begin{cases} \alpha - u \neq 0; \\ (\alpha - v)(\beta - v) - (\beta + u)(\alpha - u) \neq 0. \end{cases} \quad (32)$$

Если нарушается первое условие системы (32), то это означает, что объекты движутся с одинаковыми скоростями, и $r_1 = r_2 = r_3$. В этом случае α и β являются известными, а для того чтобы найти x_0 и y_0 , необходимо изменить скорость движения базового объекта.

Легко доказать, что второе условие системы (32) будет выполняться всегда, если выполняется первое условие. Действительно, из соотношения

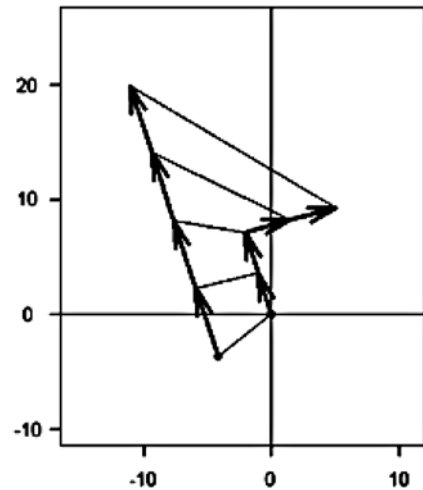


Рис. 4. Пять измерений расстояния от объекта до цели через равные промежутки времени с изменением траектории движения объекта

(24) выразим β и подставим во второе выражение системы (32):

$$\begin{aligned} (\alpha - v)\left(\frac{v}{u}\alpha - v\right) - \left(\frac{v}{u}\alpha + u\right)(\alpha - u) = \\ = u^2 + v^2 - \alpha\left(\frac{v^2 + u^2}{u}\right) = (v^2 + u^2)\left(1 - \frac{\alpha}{u}\right). \end{aligned} \quad (33)$$

Не снижая общности, предполагаем, что $u \neq 0$, тогда первая скобка в правой части выражения (33) не обращается в ноль. Тогда выражение (33) может обратиться в ноль только при равенстве нулю второй скобки, а это возможно, только когда $\alpha = u$. Таким образом, если выполняется первое условие соотношения (32), то выполняется и второе соотношение.

Таким образом, при параллельном движении объекта и цели для получения полной информации о траектории цели достаточно сделать четыре измерения расстояния между объектами r_i , $i = 1, 2, 3, 4$.

При выполнении расчета по формулам (29)–(31) потребуется больше времени на решение задачи определения параметров уравнения траектории цели, так как надо будет сделать четыре перемещения (рис. 4), при этом после второго перемещения расстояние можно не измерять.

Заключение

В общем случае при движении цели с неизвестной постоянной скоростью по неизвестной прямолинейной траектории оценки параметров уравнения ее движения можно получить с помощью семи измерений расстояний до цели, дважды меняя направление движения, т. е. применяя управления (u_1, v_1) , (u_2, v_2) и (u_3, v_3) , где векторы (u_i, v_i) попарно неколлинеарны. В работе [18] был

предложен другой подход к решению задачи, который позволяет решить задачу всего за пять измерений.

Также были получены результаты для частного случая параллельного движения цели и объекта. В общем случае для получения единственного решения задачи требуется выполнить не менее пяти измерений, однако, если использовать подход на основе сравнения нового измерения с ранее выполненными расчетами, то решение задачи может быть получено за четыре измерения.

И в том и в другом случаях наименьшее число измерений достигается за счет получения нескольких вариантов решения с последующим отсечением неправильных вариантов на основе получения новых измерений. При этом получение нескольких вариантов сопряжено с выполнением операций извлечения квадратного корня, что оказывает влияние на точность решения и требует больших вычислительных мощностей.

Представленные в статье результаты могут быть использованы для позиционирования объектов в условиях отсутствия какой-либо информации о внешней среде на основе последовательных измерений расстояний между объектами.

При этом следует отметить, что представленный подход дает точное решение при условии высокой точности проведения измерений расстояний. На практике на точность измерений оказывает влияние большое число факторов. Поэтому следующим этапом является исследование зависимости точности определения параметров уравнения движения цели от точности получаемых измерений.

Список литературы

1. Отческий С. А., Бурдинский И. Н. Алгоритм пост-триангуляционной коррекции координат автономного обитаемого подводного аппарата // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 2 (45). С. 190–206.
2. Akcan H., Evrendilek C. (2012) GPS-free directional localization via dual wireless radios // Computer Communications. Vol. 35. P. 1151–1163.
3. Fernandes A., Couceiro M. S., Portugal D., Machado Santos J., Rocha R. P. (2015) Ad Hoc Communication in Teams

of Mobile Robots Using ZigBee Technology // Computer Applications in Engineering Education. Vol 23, Iss. 5. P. 733–745.

4. Betke M., Gurvits L. (1997) Mobile Robot Localization Using Landmarks // IEEE Transactions on Robotics and Automation. Vol. 13, N. 2. P. 251–263.

5. Малодушев С. В., Рогов А. А. Определение локации в корпоративных Wi-Fi сетях // Вестник ЮУрГУ. Сер. Матем. моделирование и программирование. 2016. № 9. С. 92–104.

6. Кучин И. Ю., Иксанов Ш. Ш., Рождественский С. К., Коряков А. Н. Разработка системы позиционирования и контроля объектов с помощью беспроводной технологии Wi-Fi // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2015. № 3 (60). С. 130–146.

7. JaeGu Lee, Jin Kim, Seon Woo Lee and Young Woong Ko (2017) A Location Tracking System using BLE Beacon Exploiting a Double-Gaussian Filter // KSII Transactions on Internet and Information Systems. Vol. 11, N. 2. P. 1162–1179. DOI: 10.3837/tiis.2017.02.031

8. Vincent Pierlot, Marc Van Droogenbroeck. A New Three Object Triangulation Algorithm for Mobile Robot Positioning // Robotics IEEE Transactions on Robotics. 2014. Vol. 30. P. 566–577.

9. Doiphode S., Tiwari S. L. R., Mumbai S. S. Survey of Indoor Positioning Measurements, Methods and Techniques // International Journal of Computer Applications. 2016. Vol. 140, N. 7.

10. Buniyamin N., Wan Ngah W. A. J., Sariff N., Mohamad Z. A simple local path planning algorithm for autonomous mobile robots // International journal of systems applications, engineering and development. 2011. Vol. 5. Iss. 2. P. 151–159.

11. Hager G. D. A Modular System for Robust Positioning Using Feedback from Stereo Vision // IEEE Transactions on robotics and automation. 1997. Vol. 13, N. 4. P. 582–595.

12. Spletzer J. R., Fierro R. Optimal Positioning Strategies for Shape Changes in Robot Teams // Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation Barcelona. 2005. P. 754–759.

13. Cai F., Cui J. Moving Target Tracking Based on Kalman Algorithm // Journal of engineering science and technology review. 2014. Vol. 7, N. 1. P. 148–153.

14. Zupanec Z., Ricciato F., Sajn L. Trajectory estimation of a moving target from Ultra-wideband ranging measurements // Elektrotehnicki vestnik. Vol. 83, N. 5. P. 236–242.

15. Zhang M., Liu H. H. T. Vision-based tracking and estimation of ground moving target using unmanned aerial vehicle // Proceedings of the American control conference. Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA. 2010. P. 696–6973.

16. Parker L. E. Distributed algorithms for multi-robot observation of multiple moving targets — Autonomous robots. 2002. Vol. 12, N. 3. P. 1–30.

17. Chaudhary G., Sinha A. Capturing a target with range only measurement // Proceedings of the European Control Conference (ECC), Zurich, Switzerland. 2013. P. 4400–4405.

18. Шеголева Л. В., Жуков А. В. Задача позиционирования движущегося объекта по расстоянию до него // Труды Карельского научного центра РАН. 2016. № 8. С. 129–135.

19. Matveev A. S., Teimoori H., Savkin A. V. Range-only measurements based target following for wheeled mobile robots // Automatica. 2011. Vol. 47. P. 177–184.

The Method of Controlling an Object Identifying Trajectory Parameters of a Rectilinearly Moving Target on the Base of the Distances to it

A. N. Kirillov^{1, 2}, kirillov@krc.karelia.ru, L. V. Shchegoleva², schegoleva@petrsu.ru,

¹ Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre Russian Academy of Sciences,

² Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russian Federation,

Corresponding author: Kirillov Alexander N., Ph. D., Dr. Sci., Leading Researcher Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre Russian Academy of Sciences; Professor Department of Mathematical Analysis of Institute of Mathematics and Information Technologies of Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russian Federation, e-mail: kirillov@krc.karelia.ru

The article deals with the problem of object control in order to determine the parameters of the moving target trajectory. We consider the conditions under which a locality map is unknown and there are no external landmarks. There is no available target position information except for non-directional measurements of the distance between an object and a target. Such conditions can arise, for example, in the case of using Wi-Fi or radio signals, when by means of a signal strength the distance to a signal source can be determined, while the direction in which a signal source is located remains unknown. A general statement of the control problem is given. The solution of the problem in a particular case of rectilinear motion of a target and a piecewise linear motion of an object is proposed. It is proved that the estimations of the parameters of target motion can be obtained by using not less than 7 measurements of distances to a target. In addition, in the measurement process, an object twice has to change the direction of its motion at least two times. An immovable object cannot determine the trajectory of a target. The method of object control which enables to determine the parameters of a target trajectory is proposed. The conditions of control existence are obtained. It is also shown that in a special case of a parallel movement of a target and an object not less than 4 measurements are needed to determine target trajectory parameters. The problem solution time corresponding to different methods of solution is estimated. The results of research can be used in the robot control problem, particularly, in the problem of robot gathering. The presented approach gives an exact solution under condition of high accuracy of distance measuring. In practice, the accuracy of measurements is influenced by a large number of factors. Therefore, a challenging problem is to study the dependence of the target trajectory parameters problem solution on the accuracy of distance measurements.

Keywords: control, positioning, distance between points, trajectory, number of measurements, parallel motion, dynamic system

For citation:

Kirillov A. N., Shchegoleva L. V. The Method of Controlling an Object Identifying Trajectory Parameters of a Rectilinearly Moving Target on the Base of the Distances to it, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 298–305.

DOI: 10.17587/mau.19.298-305

References

1. **Otcheskii S. A., Burdinsky I. N.** *Algoritm posttriangulatsionnoy korrektsii koordinat avtonomnogo neobitaemogo podvodnogo apparata* (The Post Triangulation Algorithm for Coordinate Correction of an Autonomous Underwater Vehicle), *Trudy SPIIRAN*, 2016, iss. 2 (45), pp. 190–206 (in Russian).
2. **Akcan H., Evrendilek C.** GPS-free directional localization via dual wireless radios, *Computer Communications*, 2012, vol. 35, pp. 1151–1163.
3. **Fernandes A., Couceiro M. S., Portugal D., Machado Santos J., Rocha R. P.** Ad Hoc Communication in Teams of Mobile Robots Using ZigBee Technology, *Computer Applications in Engineering Education*, 2015, vol. 23, iss. 5, pp. 733–745.
4. **Betke M., Gurvits L.** Mobile Robot Localization Using Landmarks, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997, vol. 13, no. 2, pp. 251–263.
5. **Malodushev S. V., Rogov A. A.** *Opredelenie lokatsii v korporativnykh Wi-Fi setyah* (Locating in corporate Wi-Fi networks), *Vestnik UUrGU, Ser. Mat. Modeling and Programming*, 2016, no. 9, pp. 92–104. (In Russian).
6. **Kuchin I. Yu., Iksanov Sh. Sh., Rozhdestvenskiy S. K., Koryakov A. N.** *Razrabotka sistemy pozicionirovaniya i kontrolya ob'ektov s pomoshch'yu besprovodnoy tehnologii Wi-Fi* (Development of positioning and object control facilities by using Wi-Fi technologies), *Nauchnyy Vestnik Novosibirskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2015, no. 3 (60), pp. 130–146 (in Russian).
7. **Lee J., Kim J., Lee S. and Ko Y.** A Location Tracking System using BLE Beacon Exploiting a Double-Gaussian Filter, *KSII Transactions on Internet and Information Systems*, 2017, vol. 11, no. 2, pp. 1162–1179.
8. **Pierlot V., Van Droogenbroeck M.** A New Three Object Triangulation Algorithm for Mobile Robot Positioning, *Robotics IEEE Transactions on Robotics*, 2014, vol. 30, pp. 566–577.
9. **Doiphode S., Tiwari S. L. R., Mumbai S. S.** Survey of Indoor Positioning Measurements, Methods and Techniques, *International Journal of Computer Applications*, 2016, vol. 140, no. 7.
10. **Buniamin N., Wan Ngah W. A. J., Sariff N., Mohamad Z.** A simple local path planning algorithm for autonomous mobile robots, *International Journal of Systems Applications, Engineering and Development*, 2011, vol. 5, Iss. 2, pp. 151–159.
11. **Hager G. D.** A Modular System for Robust Positioning Using Feedback from Stereo Vision, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997, vol. 13, no. 4, pp. 582–595.
12. **Spletzer J. R., Fierro R.** Optimal Positioning Strategies for Shape Changes in Robot Teams, *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation Barcelona, Spain*, 2005, pp. 754–759.
13. **Cai F., Cui J.** Moving Target Tracking Based on Kalman Algorithm, *Journal of Engineering Science and Technology Review*, 2014, vol. 7, no. 1, pp. 148–153.
14. **Zupanec Z., Ricciato F., Sajn L.** Trajectory estimation of a moving target from Ultra-wideband ranging measurements, *Elektrotehniski Vestnik*, 2016, vol. 83, no. 5, pp. 236–242.
15. **Zhang M., Liu H. H. T.** Vision-based tracking and estimation of ground moving target using unmanned aerial vehicle, *Proceedings of the American control conference*, Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA, 2010, pp. 696–6973.
16. **Parker L. E.** Distributed algorithms for multi-robot observation of multiple moving targets, *Autonomous Robots*, 2002, vol. 12, no. 3, pp. 1–30.
17. **Chaudhary G., Sinha A.** Capturing a target with range only measurement, *Proceedings of the European Control Conference (ECC)*, Zurich, Switzerland., 2013, pp. 4400–4405.
18. **Shchegoleva L. V., Zhukov A. V.** *Zadacha pozicionirovaniya dvizhushhegosya ob'ekta po rasstoianiju do nego* (The task of positioning the moving object by means of the measuring of distances), *Trudy Karelskogo NC RA*, 2016, no. 8, pp. 129–135 (in Russian).
19. **Matveev A. S., Teimoori H., Savkin A. V.** Range-only measurements based target following for wheeled mobile robots, *Automatica*, 2011, vol. 47, pp. 177–184.