

С. А. Кабанов, д-р техн. наук, проф., kaba-sa@mail.ru,

Б. А. Зимин, канд. физ.-мат. наук, доц., bazimin@mail.ru, Ф. В. Митин, аспирант, fedor28@list.ru,
Балтийский государственный технический университет "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, г. Санкт-Петербург

Разработка и исследования математических моделей раскрытия подвижных частей трансформируемых космических конструкций.

Часть I

Рассмотрен процесс раскрытия элементов конструкции крупногабаритного трансформируемого рефлектора космического базирования с использованием вантовой системы поддержания формы. Процесс развертывания можно разбить на отдельные этапы. На каждом этапе движение происходит за счет воздействия на конструкцию актюаторов — исполнительного устройства системы управления. Энергия для развертывания элементов рефлектора производится за счет приводов, в частности электрической машины. Применение данного вида актюатора позволяет управлять процессом раскрытия. Ввиду того что в настоящее время достигнут огромный процесс в компьютерной технике, позволяющий выполнять объемные вычислительные операции за короткое время, особо актуальным становится применение алгоритмов оптимального управления. Для двух видов движения — вращательного и поступательного — получены математические модели раскрытия рефлектора на основе уравнений Лагранжа II рода. В данных математических моделях учтены как диссипативность, так и продольная и поперечная деформации. В моделях предусмотрено наличие упора и фиксатора, в качестве исполнительного элемента при развертывании выбран бесколлекторный двигатель постоянного тока. Все сделанные замечания позволяют сформулировать задачу плавной постановки раскрываемых элементов на упор с учетом минимизации колебаний конструкции. Разработанные модели позволяют проанализировать и собственных частот колебаний. Проведено моделирование с различными параметрами модели. Проанализированы показатели переходного процесса спицы при раскрытии первого звена с вложенными в нее стальными звеньями и при полностью раскрытой спице. Показано, что в зависимости от массогабаритных параметров происходит значительное изменение динамики. Для этапа выдвигания спицы массогабаритные характеристики незначительно влияют на динамику раскрытия. Затухающие продольные колебания тем больше, чем меньше модуль Юнга и плотность материала. Проведено моделирование данного этапа при спице, изготовленной из разных материалов. Предложены различные методы, позволяющие сократить время раскрытия на всех этапах и минимизировать поперечные и продольные колебания. Показана возможность применения разработанных математических моделей для широкого круга задач.

Ключевые слова: математическая модель, вращательное движение, поступательное движение, раскрытие, моделирование, крупногабаритный трансформируемый рефлектор

Введение

Работы по созданию крупногабаритных конструкций космических аппаратов проводились еще в 80-х годах XX века. Однако их широкое внедрение в космические телекоммуникационные системы начинается только сейчас.

Основными показателями трансформируемой системы являются ее стабильное состояние в процессе всего периода эксплуатации и надежность раскрытия.

Анализируя существующие разрабатываемые виды больших космических антенн [1, 2], можно сделать вывод, что одним из перспективных направлений является создание крупногабаритного трансформируемого рефлектора космического базирования с использованием тросовой системы поддержания формы рефлектора.

Рассмотрим конструкцию крупногабаритного трансформируемого рефлектора (КТР) с использованием тросовой (вантовой) системы

поддержания формы рефлектора (рис. 1, см. третью сторону обложки). Отличительными чертами такой конструкции являются компактность при транспортировке, большое отношение объемов в раскрытом и сложенном состоянии.

КТР космического базирования с использованием вантовой системы состоит из космического аппарата (КА) 1, относительно которого разворачиваются все элементы солнечных батарей 2, обеспечивающих энергией установку, системы 3, облучающей отражающую поверхность. Также в состав рефлектора входит штанга 4, выдвигающая рефлектор 5 на необходимое расстояние, и сетеполотно 6, формирующее необходимую диаграмму направленности (рис. 1).

Процесс раскрытия рефлектора можно разбить на восемь отдельных этапов:

- 1) раскрытие спиц рефлектора;
- 2) доворот рефлектора;
- 3) раскрытие штанги;
- 4) выдвигание штанги;
- 5) выдвигание звеньев спиц;
- 6) раскрытие концевых звеньев спиц;
- 7) настройка

формы отражающей поверхности; 8) настройка орбитального положения рефлектора.

В общем виде задача раскрытия КТР на каждом этапе решается за счет воздействия на конструкцию актюаторов — исполнительного устройства системы управления. В настоящее время разворачивание различных видов крупногабаритных рефлекторов (ферменных, зонтичных, кольцевых и др.) осуществляется за счет энергии пружин или деформированных упругих элементов [3, 4]. Очевидные недостатки данного способа: невозможность управления процессом раскрытия, необходимость создания макета и проведения дополнительных расчетов для определения степени сжатия пружин или закручивания элементов, наличие колебаний и прогибов конструкции.

Альтернативой классическим системам раскрытия могут являться автоматические системы, в которых энергия для разворачивания элементов рефлектора производится за счет приводов, в частности электрической машины. Применение данного вида актюатора позволит управлять процессом раскрытия, уменьшить колебания и прогибы конструкции КТР.

Использование таких приводов требует наличия системы управления, базирующейся на использовании информации о состоянии системы. Поэтому дополнительно встает вопрос о датчиках обратной связи, их числе, точности и периодичности работы, вследствие чего может возникнуть задача фильтрации данных, задача программирования или синтеза управления. Как итог, на основе численного моделирования необходимо выработать стратегию управления раскрытием КТР.

Следует отметить, что особую актуальность вопросу придает тот факт, что за последнее десятилетие достигнут огромный прогресс в компьютерной технике, который позволяет выполнять объемные вычислительные операции за короткое время. Вследствие этого целесообразно для разворачивания КТР применять алгоритмы оптимального управления [5—9].

Для корректного функционирования рефлектора на орбите требуется разворачивание системы с минимально возможными колебаниями каждой из частей. Во время вывода на орбиту КТР находится в сложенном состоянии для удобства транспортировки на ракетоносителе. После выведения рефлектора в заданную точку и отделения его от ракетоносителя начинается процесс раскрытия. Ввиду того что

конструкция состоит из нескольких узлов, раскрытие происходит поэтапно. На каждом этапе решается своя задача, и соответственно каждый этап описывается различными дифференциальными уравнениями.

Раскрытие спиц рефлектора

Рассмотрим первый этап. Примем, что один актюатор разворачивает только одну спицу в одной плоскости (рис. 2). Спица одним концом жестко закреплена за силовой каркас рефлектора. Необходимо развернуть спицу рефлектора космического базирования длиной a и массой m из начального транспортировочного положения φ_0 в конечное заданное φ_k .

Спица одним концом прикреплена к КА. В точке закрепления имеется шарнирное соединение, такое что система имеет одну степень свободы, и ее положение определяется углом разворачивания φ . Раскрытие происходит за счет изменения момента M , приложенного к закрепленному концу.

Точку закрепления примем за начало системы координат, при этом оси Ox и Oy остаются неподвижными, и ось Oy совпадает с начальным углом разворачивания спицы φ_0 . Поскольку в дальнейшем предполагается находить переменные, зависящие от расстояния от начала координат до точки на спице, то введем подвижную ось Ol , совпадающую с центральной осью самой спицы.

В рассматриваемой задаче необходимо управлять системой разворачивания и поддержания

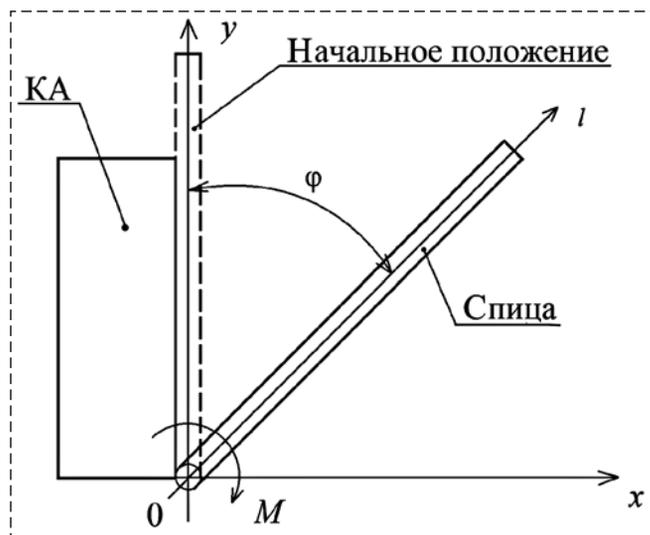


Рис. 2. Раскрытие спицы рефлектора
Fig. 2. Disclosure of the spokes of the reflector

формы КТР без учета его пространственного положения, а также принимая тот факт, что момент инерции спицы I много меньше момента инерции КА. Поэтому будем считать, что согласно третьему закону Ньютона момент силы, действующий на КА в сторону, противоположную приложенному моменту силы M , несоизмеримо мал, и его можно не учитывать.

Конструктивно спица имеет цилиндрическую форму радиуса R и изготовлена из материала с плотностью ρ и модулем упругости E . Примем, что спица I имеет телескопическую структуру и внутри себя содержит вложенные звенья 2, 3, которые выдвигаются одно из другого (рис. 3). В сложенном состоянии звенья жестко закреплены. Тогда можно допустить, что формой спицы является сплошной цилиндр, и никаких дополнительных перемещений звеньев относительно друг друга не происходит.

Первое звено шарнирно соединено с основанием и фиксируется при достижении максимального угла раскрытия, второе звено находится внутри первого, совершает поступательное движение в процессе раскрытия и фиксируется по окончании. Третье и четвертое звенья телескопически уложены во второе звено. Звенья имеют возможность поступательного перемещения относительно второго звена и возможность фиксации окончательного положения.

Поскольку на первом этапе разворачивается только корневое звено с убранными в него оставшимися звеньями, то люфтами в соединениях можно пренебречь и считать спицу единым телом.

При достижении спицей конечного положения для гашения скорости разворачивания предусмотрен механизм упора, физически состоящего из упругого и демпфирующего элементов, например, пружины и вибропрокладки. Во избежание отскакивания спицы от упора установлен механизм фиксатора, также состоящего из упругого и демпфирующего элементов.

Рассмотрим случай разворачивания спицы в космическом пространстве, т. е. примем, что КТК обладает общим нулевым уровнем потенциальной энергии сил всемирного тяготения $\Pi_{\text{тяг}} = 0$ [10].

Одной из проблем, возникающих при раскрытии КТК, является наличие колебаний конструкции при движении (рис. 4), постановке на упор и последующей фиксации. В рассматриваемом случае учтем только изгиб спицы h , как имеющий наибольшее значение при



Рис. 3. Телескопическая структура спицы
Fig. 3. The telescopic structure of spokes

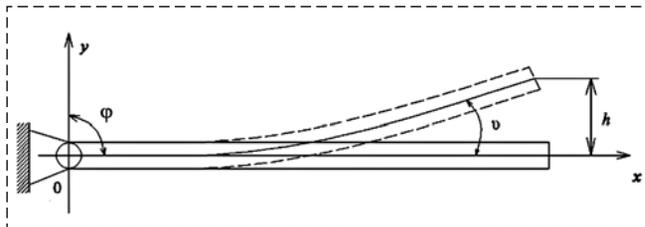


Рис. 4. Изгиб спицы
Fig. 4. Bending of spoke

данном виде движения. Таким образом, деформации сдвига, кручения, растяжения-сжатия не учитываются. Для удобства изображения изгиба ось Ox совпадает с осью OI .

Для получения уравнений вращательного движения воспользуемся обобщенным уравнением Лагранжа II рода с учетом диссипативных сил [11, 12]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где q — обобщенные координаты; L — функция Лагранжа, определяемая равенством $L = T - \Pi$, где T — кинетическая энергия системы, Π — потенциальная энергия системы. В дальнейшем для удобства будем использовать точку над переменной, понимая под этим производную по времени, а знак "''" над переменной — как производную по длине. Для вращательного движения в качестве обобщенной координаты q выступает угол раскрытия φ .

Кинетическая энергия для вращательного движения имеет вид

$$T_B = \frac{I \dot{\varphi}^2}{2}.$$

Потенциальная энергия для вращательного движения Π_B , которым обладает система при совершении поворота на угол φ при действии момента M , равна

$$\Pi_B = M\varphi.$$

Как отмечалось выше, при достижении конечного угла разворачивания на спицу действуют механизмы упора и фиксации. Таким образом, общий момент M будет определяться как

$$M = M_{\text{п}} - M_{\text{тр}} - M_{\text{упор}} - M_{\text{ф}},$$

где $M_{\text{п}}$ — полезный момент; $M_{\text{тр}}$ — момент трения; $M_{\text{упор}}$ — момент, создаваемый упором; $M_{\text{ф}}$ — момент, создаваемый фиксатором.

Для создания полезного момента вращения $M_{\text{п}}$ выбран бесколлекторный (вентильный) двигатель постоянного тока. Он обладает большим сроком службы, обеспечивает высокие моменты, высокую эффективность и низкое тепловыделение, что является важным в космическом пространстве.

Вращающий момент, создаваемый бесколлекторной машиной, равен [13, 14]

$$M_{\text{п}} = \frac{m_{\text{э}} p E_0 U_1}{\omega_1 X_{\text{с}}} \sin \vartheta, \quad (2)$$

где $m_{\text{э}}$ — число фаз ротора; p — число пар полюсов магнитного поля; E_0 — действующее значение ЭДС на обмотке статора; U_1 — напряжение питания; $X_{\text{с}}$ — синхронное сопротивление ($X_{\text{с}} = X_{\text{с}} + X_{\text{а}}$, где $X_{\text{с}}$ и $X_{\text{а}}$ — индуктивные сопротивления рассеяния и реакции якоря соответственно); ω_1 — угловая скорость вращения ротора двигателя; ϑ — угол рассогласования (между U_1 и E_0 , для двигателя находится в пределах $[0, \pi/2]$).

Для точного расчета момента трения должны быть учтены четыре разных источника [15]:

$$M_{\text{тр}} = \varphi_{\text{ish}} \varphi_{\text{rs}} M_{\text{rr}} + M_{\text{sl}} + M_{\text{seal}} + M_{\text{drag}}, \quad (3)$$

где φ_{ish} — коэффициент уменьшения за счет нагрева смазочного материала; φ_{rs} — коэффициент уменьшения в режиме кинематического голодания; M_{rr} — момент трения качения; M_{sl} — момент трения скольжения; M_{seal} — момент трения уплотнений; M_{drag} — момент трения за счет сопротивления смазки, взбалтывания, разбрызгивания и пр.

Для описания механизмов упора и фиксации допустим, что оба этих устройства могут быть представлены в виде упругого $M_{\text{у}}$ и демпфирующего $M_{\text{д}}$ элементов с соответствующими характеристиками [16, 17]. Учитывая, что раскрывающийся элемент задействует упор только при достижении угла $\varphi_{\text{к}}$, общую модель упора можно записать следующим образом:

$$M_{\text{упор}} = (k_{\text{у.упор}} \Delta\varphi + c_{\text{д.упор}} \dot{\varphi}) H_{\text{упор}}(\Delta\varphi), \quad (4)$$

где $k_{\text{у.упор}}$ — коэффициент жесткости упругой компоненты модели упора; $c_{\text{д.упор}}$ — коэффициент демпфирования вязкой компоненты модели упора; $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_{\text{к}}$ — относительный угол, соответствующий моменту t_f установки на упор спицы при достижении конечного угла раскрытия $\varphi_{\text{к}}$; $H_{\text{упор}}(\Delta\varphi)$ — функция, которая принимает значение 1 (при $\Delta\varphi > 0$) или 0 (при $\Delta\varphi < 0$).

Аналогично модели упора (4) запишем общую модель фиксатора [16, 17]:

$$M_{\text{ф}} = (k_{\text{у.ф}} \Delta\varphi + c_{\text{д.ф}} \dot{\varphi}) H_{\text{ф}}(\Delta\varphi), \quad (5)$$

где $H_{\text{ф}}(\Delta\varphi)$ — функция, которая принимает значение 1 (при $\Delta\varphi < 0$) или 0 (при $\Delta\varphi > 0$) при условии, что спица уже достигла $\varphi_{\text{к}}$, т. е. $H_{\text{упор}}(\Delta\varphi)$ был равен 1.

Помимо обобщенных координат, в качестве которых выступает угол поворота φ , при изгибе h (рис. 4) движение совершается не отдельными дискретными точками, а всеми точками непрерывной среды, так как происходит "смещение слоев" в стержне, за счет чего собственно и происходит изгиб спицы. Для того чтобы применить к описанию движения таких систем принцип наименьшего действия, необходимо вместо непрерывной системы ввести близкую ей дискретную систему.

Грубой моделью может служить система бесконечного числа точек одинаковой массы, равноудаленных друг от друга и связанных между собой невесомыми упругими пружинами. Предполагается, что эти точки могут двигаться только вдоль прямой, на которой они расположены.

Выражения для кинетической и потенциальной энергии легко получить в приближении малых колебаний [18]:

$$T_{\text{п}} = \frac{1}{2} \rho S \int_0^a \dot{h}^2 dl,$$

где ρ — плотность материала; S — площадь поперечного сечения.

Определим зависимость между касательной к изогнутой оси балки и осью $0l$ (рис. 4) как $\text{tg} \upsilon = \partial h / \partial l$. Ввиду малости углов перемещений можем считать, что угол прогиба $\upsilon = \partial h / \partial l$.

Потенциальная энергия системы Π будет определяться из потенциальной энергии из-

гиба [18] и энергии, которой обладает система при совершении изгиба на угол $\partial h/\partial l$ при действии полного момента M :

$$\Pi_{\text{изг}} = \frac{EI_{\text{изг}}}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 h}{\partial l^2} \right)^2 dl + M \int_0^a \frac{\partial h}{\partial l} dl,$$

где $I_{\text{изг}}$ — изгибающий (поперечный) момент инерции. При изгибе инерция в спице возникает не относительно оси вращения, а относительно поперечных слоев, которые стремятся сдвинуться.

Отметим, что изгиб h является функцией координаты l и времени t . Изгиб является в данном случае обобщенной координатой. Кроме того, в отличие от функции (1) в функцию Лагранжа непрерывной системы наряду с обобщенной координатой h и ее производной по времени \dot{h} входит также производная по координате h' . Таким образом, здесь l и t входят как равноправные параметры функции Лагранжа [19]:

$$L = T - \Pi = \int_0^a \frac{1}{2} \left[\rho S \dot{h}^2 - EI_{\text{изг}} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial l^2} \right)^2 - 2M \frac{\partial h}{\partial l} \right] dl.$$

С учетом вышесказанного уравнение движения (1) запишется как [19]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{d}{dl} \left[\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q_i}{\partial l} \right)} \right] - \frac{d^2}{dl^2} \left[\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial^2 q_i}{\partial l^2} \right)} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{d^2}{dl^2} \left[\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \right] = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Рассмотрим диссипативные силы, т. е. силы, которые при деформации первоначального тела преобразуют его энергию в теплоту постепенно, необратимо поглощая и рассеивая ее. К таким силам относятся: 1) силы внутреннего трения; 2) силы внешнего трения. Поскольку разворот спицы предполагается в безвоздушном космическом пространстве, то будем учитывать только первый вид сил.

Эта рассеивающаяся часть энергии системы может быть описана с помощью так называемой диссипативной функции (функции рассеивания) D . Понятие о диссипативной функции было введено Рэлеем в его классическом труде "Теория звука" (1878 г.) [20].

Силы, вызывающие затухания, будут зависеть от материала балки и силы неупругого внутреннего сопротивления. Известны схемы

сопротивления в виде вязкого и сухого трения [21], а также внутреннего сопротивления по гипотезе Максвелла [21]. Наиболее распространенной является гипотеза Фойгта, согласно которой материал балки рассматривается как упруго-вязкое тело, в котором напряжение зависит не только от деформации, но и от скорости изменения деформации во времени [21].

Гипотеза Фойгта не всегда соответствует опытными данным, но ее можно взять за основу простейшего учета внутренних сил сопротивления. При этом возможны два случая сопротивления [22]:

1) система может иметь слабое демпфирование, откуда следует, что колебания происходят с уменьшающейся амплитудой и с частотой собственных колебаний. При этом начальное значение амплитуды и начальную фазу колебаний находят из начальных условий;

2) система может иметь сильное демпфирование, при этом движение не является периодическим.

Примем, что спица имеет слабое демпфирование и собственная частота колебаний с затуханием близка к собственной частоте без затухания. Тогда диссипацию изгиба $D_{\text{изг}}$ можно учесть как [23]

$$D_{\text{изг}} = \frac{1}{2} \gamma EI_{\text{изг}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial l^2} \right) \right)^2, \quad (7)$$

где γ — коэффициент затухания.

Уравнение (6) с учетом проделанных вычислений примет вид:

$$\rho S \ddot{h} + EI_{\text{изг}} \frac{\partial^4 h}{\partial l^4} - 2 \frac{\partial M}{\partial l} + \gamma EI_{\text{изг}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 h}{\partial l^4} \right) = 0. \quad (8)$$

Из уравнения (8) получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно времени для определения прогиба спицы h при ее повороте на угол φ :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \omega; \\ \dot{\omega} &= \frac{M_{\text{п}} - M_{\text{тр}} - M_{\text{упор}} - M_{\text{ф}}}{I}; \\ \dot{h} &= V_{\text{изг}}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\dot{V}_{\text{изг}} = - \frac{EI_{\text{изг}}}{\rho S} \frac{\partial^4 h}{\partial l^4} - \gamma \frac{EI_{\text{изг}}}{\rho S} \frac{\partial^4 V_{\text{изг}}}{\partial l^4} + \frac{2}{\rho S} \frac{\partial M}{\partial l},$$

где $V_{\text{изг}}$ — линейная скорость изгиба спицы. Для решения данной системы уравнений не-

обходимо выполнить интегрирование системы как по времени, так и по длине.

Для определения $\partial M/\partial l$ примем, что полный момент силы M создается на радиусе вала двигателя $R_{дв}$, приводящего систему в движение.

Выдвижение спиц рефлектора

Следующим этапом разворачивания КТР является выдвижение спицы (рис. 5). В данном случае имеет место поступательное движение, направленное в одной плоскости вдоль главной оси штанги. Спица одним концом жестко закреплена за силовой каркас рефлектора.

Примем, что один актюатор выдвигает звенья спицы только в одной плоскости (рис. 5). Спица одним концом жестко закреплена за силовой каркас рефлектора. Исходя из вышеизложенного рассмотрим выдвижение второго звена.

Необходимо выдвинуть спицу рефлектора космического базирования длиной $x_{выдв}$ и массой $m_{выдв}$ из начального транспортировочного положения x_0 в конечное заданное x_k .

Как видно из рис. 5, на спицу действуют следующие силы: сила трения $F_{тр}$, толкающая сила $F_{п}$.

Сила трения $F_{тр}$ будет зависеть от конкретного способа выдвижения спицы. Если предположить, что выдвижение штанги осуществляется по направляющим, скользящим по роликам [24—26], то необходимо помимо трения качения учитывать трение осей подшипников.

Поскольку в рассматриваемой задаче необходимо управлять системой разворачивания и поддержания формы КТР без учета его пространственного положения, а также принимая во внимание тот факт, что масса спицы много меньше массы КА и выдвижение спиц происходит одновременно в противоположные стороны, будем считать, что согласно третьему закону Ньютона сила, действующая на КА в сторону, противоположную приложенной

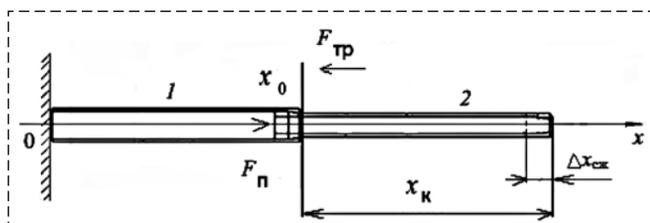


Рис. 5. Выдвижение спицы
Fig. 5. Push of spoke

полезной силе $F_{п}$, несоизмеримо мала, и ее можно не учитывать.

Для получения уравнений поступательного движения спицы также воспользуемся уравнением Лагранжа II рода (1). Для вывода уравнений диссипативных сил и потенциальной энергии воспользуемся выводами, полученными для вращательного движения. Таким образом, КТР обладает общим нулевым уровнем потенциальной энергии сил всемирного тяготения $\Pi_{тяг} = 0$ [10]. В рассматриваемом случае движение происходит вдоль одной оси. Примем, что полезную толкающую силу $F_{п}$ задает электрический двигатель, аналогичный рассмотренному при вращательном движении.

Вследствие этого для описания $F_{п}$ можно использовать уравнение, аналогичное (2). Помимо этого для создания $F_{п}$ необходимо учитывать конструкцию передачи, например, цепную, зубчатую и т. д., что само по себе является отдельной технической задачей. Для полного описания также необходимо учитывать люфты и "мертвые" зоны механизма. С учетом вышесказанного уравнение для $F_{п}$ будет состоять из уравнения типа (2), умноженного на коэффициент k_f , который отвечает за преобразование вращающего момента в толкающую силу:

$$F_{п} = k_f M_{п}. \quad (10)$$

Кинетическая энергия поступательного движения

$$T_{п} = \frac{m_{выдв} \dot{x}^2}{2}.$$

Потенциальная энергия поступательного движения $\Pi_{п}$, которым обладает система при выдвижении на длину x при действии силы F , равняется

$$\Pi_{п} = Fx.$$

Запишем выражение для функции Лагранжа:

$$L = T_{п} - \Pi_{п} = \frac{m_{выдв} \dot{x}^2}{2} - Fx.$$

Как отмечалось выше, при достижении конечной длины раскрытия на спицу действуют механизмы упора и фиксации. Таким образом, общая сила F будет определяться как

$$F = F_{п} - F_{тр} - F_{упор} - F_{ф},$$

где $F_{п}$ — полезная сила; $F_{тр}$ — сила трения; $F_{упор}$ — сила, создаваемая упором; $F_{ф}$ — сила, создаваемая фиксатором.

Аналогично моделям (4) и (5) необходимо учитывать воздействие механизмов фиксации, которые при линейных зависимостях упругого и вязкого элементов [16, 17] будут определяться зависимостями для сил F_y и F_d .

При сделанных допущениях, а также учитывая, что раскрывающийся элемент задевает упор только при достижении длины x_k , общую модель упора можно записать следующим образом [16, 17]:

$$F_{\text{упор}} = (k_{y,\text{упор}}\Delta x + c_{d,\text{упор}}\dot{x})H_{\text{упор}}(\Delta x), \quad (11)$$

где $k_{y,\text{упор}}$ — коэффициент жесткости упругой компоненты; $c_{d,\text{упор}}$ — коэффициент демпфирования вязкой компоненты; $\Delta x = x - x_k$ — относительное перемещение, соответствующее моменту установки на упор спицы при достижении конечной длины раскрытия x_k ; $H_{\text{упор}}(\Delta x)$ — функция, которая принимает значение 1 (при $\Delta x > 0$) или 0 (при $\Delta x < 0$).

Аналогично модели упора (11) запишем общую модель фиксатора:

$$F_{\text{ф}} = (k_{y,\text{ф}}\Delta x + c_{d,\text{ф}}\dot{x})H_{\text{ф}}(\Delta x), \quad (12)$$

где $H_{\text{ф}}(\Delta x)$ — функция, которая принимает значение 1 (при $\Delta x < 0$) или 0 (при $\Delta x > 0$) при условии, что спица уже достигла x_k , т. е. $H_{\text{упор}}(\Delta x)$ был равен 1.

Помимо обобщенных координат, в качестве которых выступает длина выдвигения x , при выдвигении спицы в ней возникает продольная деформация $\Delta x_{\text{сж}}$ (рис. 5). Предположим, что все точки любого поперечного сечения стержня смещаются в направлении оси спицы на одинаковую величину $\Delta x_{\text{сж}}$. Перемещения точек являются функциями координаты x и времени t : $\Delta x_{\text{сж}} = \Delta x_{\text{сж}}(x, t)$. Это означает, что для определения перемещений точек спицы достаточно определить перемещение точек оси спицы, так как перемещение любой точки спицы совпадает с перемещением точки оси спицы, лежащей в том же сечении.

Для получения уравнений продольных колебаний одномерной системы воспользуемся обобщенным уравнением Лагранжа [11, 12] с учетом диссипативных сил (6):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q_i}{\partial x} \right)} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \right] = 0, \quad (13)$$

$$i = \overline{1, n}.$$

Выражения для кинетической и потенциальной энергии легко получить в приближении малых колебаний [18]:

$$T_{\text{прод}} = \frac{1}{2} \rho S \int_0^{x_{\text{выдв}}} (\Delta \dot{x}_{\text{сж}})^2 dx,$$

где ρ — плотность материала; S — площадь поперечного сечения.

Потенциальная энергия системы $\Pi_{\text{прод}}$ будет определяться из потенциальной энергии сжатия [18] и энергии, которой обладает система при совершении сжатия на длину $\frac{\partial \Delta x_{\text{сж}}}{\partial x}$ при действии полной силы F при условии, что относительное удлинение или деформация растяжения-сжатия $\varepsilon = \frac{d\Delta x_{\text{сж}}}{dx} = \text{const}$ и $ES = \text{const}$:

$$\Pi_{\text{прод}} = \frac{ES}{2} \int_0^{x_{\text{выдв}}} \left(\frac{\partial \Delta x_{\text{сж}}}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{\sigma \varepsilon}{2},$$

где $\sigma = \frac{F}{S}$ — механическое напряжение; $\varepsilon = \frac{\Delta x_{\text{сж}}}{x_{\text{выдв}}}$ — относительное удлинение.

Отметим, что сжатие $\Delta x_{\text{сж}}$ является функцией координаты x и времени t .

Запишем функцию Лагранжа [19] данной системы:

$$L = T_{\text{прод}} - \Pi_{\text{прод}} = \int_0^{x_{\text{выдв}}} \frac{1}{2} \left[\rho S (\Delta \dot{x}_{\text{сж}})^2 - ES \left(\frac{\partial \Delta x_{\text{сж}}}{\partial x} \right)^2 - \sigma \frac{\partial \Delta x_{\text{сж}}}{\partial x} \right] dx.$$

Рассмотрим диссипативные силы аналогично вращательному движению. Спица имеет слабое демпфирование, и собственная частота колебаний с затуханием близка к собственной частоте без затухания. Тогда продольную диссипацию внутренних сил можно учесть следующим образом [23] (диссипация внешних сил равна нулю, так как выдвигение звеньев спицы происходит в безвоздушном пространстве):

$$D_{\text{прод}} = \frac{1}{2} \gamma ES \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Delta x_{\text{сж}}}{\partial l} \right) \right)^2. \quad (14)$$

Запишем уравнение (13) с учетом проделанных вычислений:

$$\rho S \Delta \ddot{x}_{\text{сж}} + ES \frac{\partial^2 \Delta x_{\text{сж}}}{\partial x^2} + \gamma ES \frac{\partial^2 \Delta x_{\text{сж}}}{\partial t \partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0. \quad (15)$$

Из уравнения (15) и учитывая, что $\frac{\partial \sigma}{\partial x} = F$, получим следующую систему обыкновенных

дифференциальных уравнений первого порядка относительно времени для определения продольной деформации спицы $\Delta x_{сж}$ при ее выдвигении на длину x :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V; \\ \dot{V} &= \frac{F_{п} - F_{тр} - F_{упор} - F_{ф}}{m_{выдв}}; \\ \Delta \dot{x}_{сж} &= V_{сж}; \\ \dot{V}_{сж} &= -\frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \Delta x_{сж}}{\partial x^2} - \gamma \frac{E}{\rho} \frac{\partial V_{сж}}{\partial x} - \frac{F}{\rho S}. \end{aligned} \quad (16)$$

Результаты численных исследований

Система дифференциальных уравнений, описывающая поведение системы при вращательном раскрытии спицы, имеет вид (9).

Начальное и конечное значения угла поворота φ определяются заданием угла поворота спицы. Ввиду того что спица разворачивается из начального транспортировочного положения, примем начальное значение угла поворота $\varphi_0 = 0$. Спица фиксируется при достижении заданного угла поворота $\varphi_k = \pi/2$. Поскольку спица в начальном положении находится в состоянии покоя, то соответственно угловая скорость $\omega_0 = 0$, прогиб $h_0 = 0$, скорость изгиба

$$V_{изг0} = 0 \text{ и } \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^4 h}{\partial l^4} \right) = 0.$$

За исполнительный двигатель был взят A2212 Brushless Inrunner (1000 kv) [27] со следующими характеристиками: $m_3 = 1$ (число фаз ротора), $p = 1$ (число пар полюсов магнитного поля), $E_0 = 5$ В (действующее значение ЭДС на обмотке статора), $X_c = 22 \cdot 10^{-3}$ Ом (синхронное сопротивление), ϑ (угол рассогласования) примем равным $\pi/10$ при любой нагрузке, U_1 (напряжение питания) выберем в качестве управления и будем изменять его значения для достижения конечного угла раскрытия.

Момент трения (3) рассчитывается динамически в процессе моделирования системы.

Для задания моментов упора $M_{упор}$ (4) и фиксатора $M_{ф}$ (5) необходимо определить коэффициенты $k_{у,упор}$ и $c_{д,упор}$. Исходя из экспериментальных данных примем $k_{у,упор} = k_{у,ф} = 100$, $c_{д,упор} = 30$, $c_{д,ф} = 25$.

Для вычисления момента инерции I спицы необходимо знать ее массогабаритные параметры. Были выбраны следующие параметры спицы при моделировании: материал

АБС пластик QNF-0140: плотность материала $\rho = 1600$ кг·м³, модуль упругости (Юнга) $E = 1,2 \cdot 10^{11}$ Па, длина спицы $a = 9,75$ м, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, масса спицы (всех вложенных звеньев) $m = 32$ кг. Рассматривается круглое сечение спицы. Таким образом, момент инерции I будет равняться $I \approx 1150,8$ кг·м².

Вычислим изгибной момент инерции $I_{изг}$. Для этого примем, что спица является тонкостенным кольцом в плоскости изгиба. При этом будем вычислять суммарный момент инерции всех звеньев, так как было принято допущение, что в сложенном состоянии звенья жестко закреплены, и никаких дополнительных перемещений звеньев относительно друг друга не происходит. В результате получаем $I_{изг} \approx 7,35 \cdot 10^{-4}$.

Значение коэффициента затухания γ выберем исходя из таблиц, приведенных в работах [28, 29]: $\gamma = 0,04$.

При моделировании будем считать первую форму колебаний на самом конце спицы, так как первая форма вносит самый большой вклад в амплитуду колебаний, а на конце спицы они максимальны. Поэтому предварительно вычислим первую собственную частоту колебаний для случая закрепленного левого и свободного правого концов [30] $\omega_{с,изг1} = (1,875)^2 / l^2 \sqrt{(EI_{изг}) / (\rho S)} = 14,465$ Гц.

С учетом функций Крылова [30] определим значения $\partial^4 h / \partial l^4$ исходя из граничных условий при $l = 0$ и $l = a$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 h}{\partial l^4} &= \frac{\rho S \omega_{с,изг1}^2}{EI_{изг}} \sin(\omega_{с,изг1} l) = \\ &= 0,00014 \sin(\omega_{с,изг1} l). \end{aligned}$$

Моделирование системы дифференциальных уравнений (9) с оговоренными выше параметрами осуществлялось методом Эйлера с шагом интегрирования, равным 0,001. Наибольший интерес вызывает случай, когда спица достигает конечного положения и задействует упор и фиксатор (рис. 6). В таком случае становятся задействованными все члены, входящие в систему.

На рис. 6, а представлена динамика $\varphi(t)$ и $\omega(t)$ при повороте сложенной спицы при подаче напряжения $U_1 = 12$ В длительностью 26 с, начиная с пятой секунды. Поскольку раскрытие происходит в космическом пространстве, то единственным моментом, тормозящим

систему, является момент трения $M_{тр}$. Этим объясняется длительное торможение спицы, начиная с 31-й секунды до 310-й секунды, пока спица не ударяется об упор и не зажимается фиксатором. Вследствие этого, начиная с 310-й с, наблюдаются затухающие колебания $\varphi(t)$, $\omega(t)$ (рис. 6, а) и изгиба $h(t)$ (рис. 6, б). Максимальный изгиб спицы $h = 0,13$ мм. Затухания объясняются учетом диссипативных сил $D_{изг}$ (7).

Промоделируем систему с другими параметрами. Примем, что необходимо повернуть полностью раскрытую спицу, т. е. не только первое звено со вложенными частями. При поставленной задаче изменится длина, момент инер-

ции, собственная частота спицы: $a = 29,01$ м, $I \approx 8978$ кг·м², $\omega_{с.изг1} = 1,432$ Гц. На двигатель также подается напряжение питания $U_1 = 12$ В длительностью 26 с, начиная с пятой секунды. В этом случае ввиду значительного возрастания момента инерции спицы I не удастся поставить спицу на упор и зафиксировать ее, так как $\varphi(t_k) = 0,23$ рад вместо требуемого значения $\varphi(t_k) = \pi/2$ рад, где t_k — конечное время моделирования (рис. 7, а). Максимально значение изгиба спицы достигает значения $h = 88$ мм (рис. 7, б), при этом наблюдаются затухающие колебания изгиба. Время затухания колебаний при снятии напряжения питания с двигателя составляет порядка 120 с.

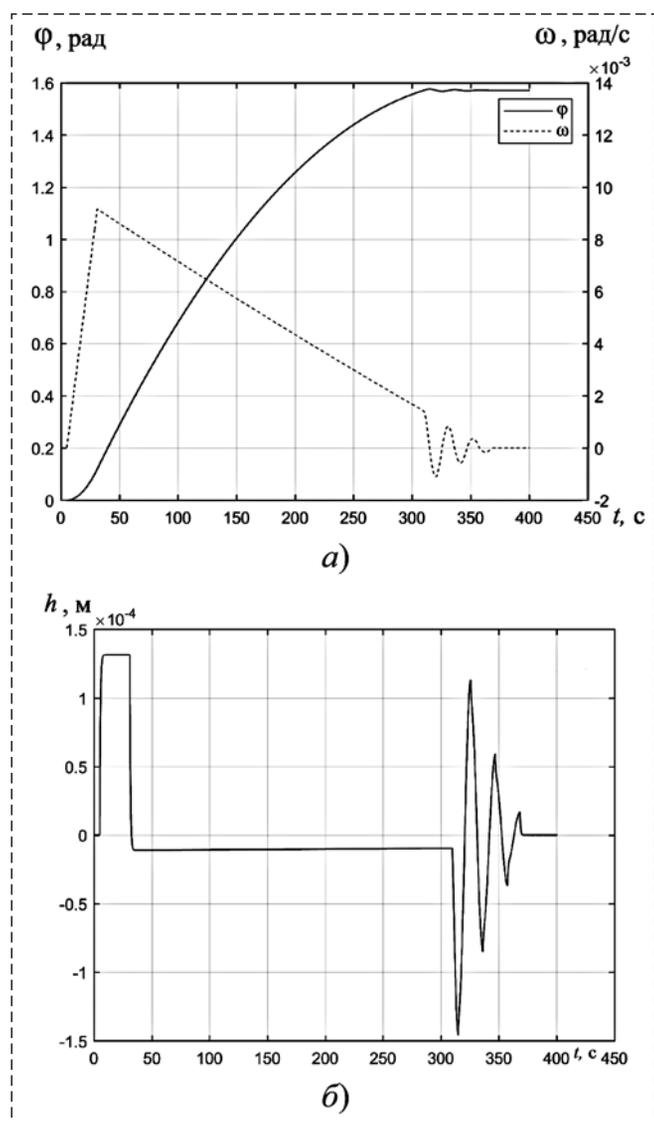


Рис. 6. Динамика угла, угловой скорости (а) и прогиба (б) спицы
Fig. 6. Dynamics of angle, angular velocity (a) and deflection (b) the spoke

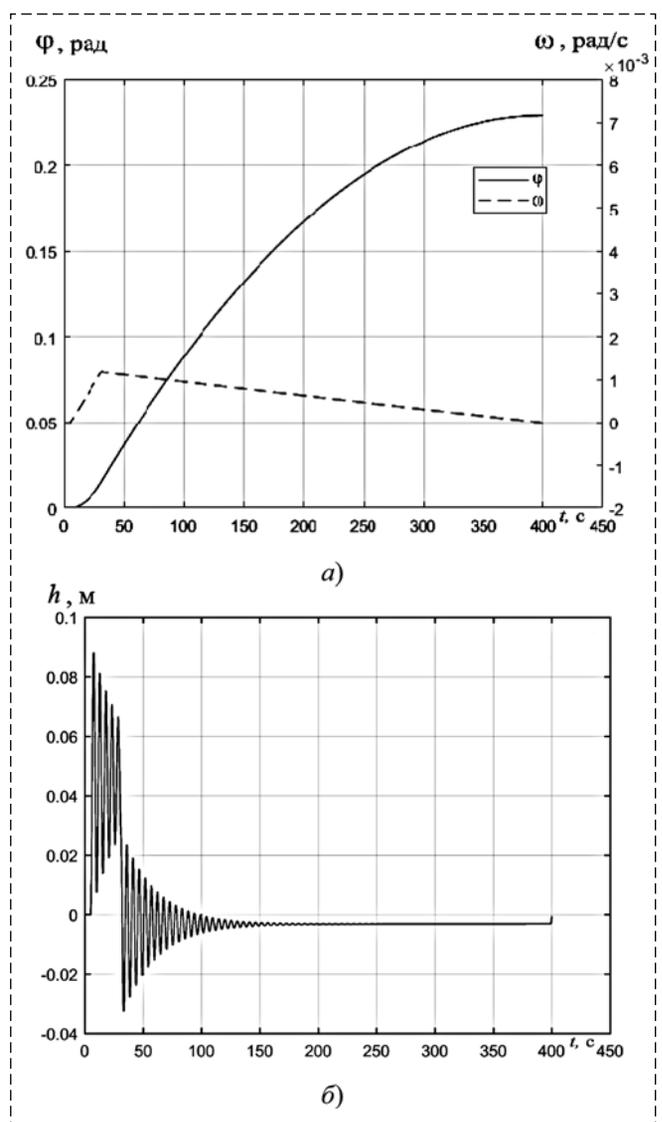


Рис. 7. Динамика угла, угловой скорости (а) и прогиба (б) спицы
Fig. 7. Dynamics of angle, angular velocity (a) and deflection (b) the spoke

Данные результаты позволяют сделать выводы о корректности предполагаемой математической модели раскрытия спиц КТР космического базирования.

На практике важным является задача уменьшения колебательных процессов в системе. Снижению колебаний способствует процесс раскрытия, оптимально управляемый таким образом, чтобы к моменту выхода спицы на упоры ее перемещение стремилось к нулю. Этого можно добиться, например, используя релейную структуру управляющего воздействия с оптимальной коррекцией момента переключения [7, 9, 33].

Система дифференциальных уравнений, описывающая поведение системы при вращательном раскрытии спицы, имеет вид (16).

Согласно (10) уравнение для F_{π} будет состоять из уравнения типа (2), умноженного на коэффициент k_f , который отвечает за преобразование вращающего момента в толкающую силу. Коэффициент k_f примем для рассматриваемого случая равным 1.

Силу трения $F_{тр}$ примем равной константе.

Для задания сил упора $F_{упор}$ (11) и фиксатора $F_{ф}$ (12) необходимо определить коэффициенты $k_{у,упор}$ и $c_{д,упор}$. Исходя из экспериментальных данных примем $k_{у,упор} = k_{у,ф} = 100$, $c_{д,упор} = 50$, $c_{д,ф} = 15$.

Параметры спицы были определены в предыдущем разделе. Примем, что необходимо выдвинуть второе звено, совместно с вложенными в него третьим и четвертым звеньями, из первого звена.

При моделировании будем считать первую форму колебаний на самом конце спицы, так как первая форма вносит самый большой вклад в амплитуду колебаний, а на конце спицы они максимальны. Поэтому предварительно вычислим первую собственную частоту колебаний для случая закрепленного левого и свободного правого концов [30] $\omega_{с,прод1} = \pi/(2x)\sqrt{E/\rho} = 4157$ Гц.

Значение коэффициента затухания γ выберем исходя из таблиц, приведенных в работах [28, 29]: $\gamma = 0,04$.

С учетом функций Крылова [30] определим значения $\partial^2 \Delta x_{сж} / \partial x^2$ исходя из граничных условий при $x = 0$ и $x = x_{выдв}$:

$$\frac{\partial^2 \Delta x_{сж}}{\partial x^2} = 5,543 \cdot 10^{-5} \sin(\omega_{с,прод1} t).$$

Моделирование системы дифференциальных уравнений (16) с оговоренными выше па-

раметрами осуществлялось методом Эйлера с шагом интегрирования, равным 0,001. Наибольший интерес вызывает случай, когда спица достигает конечного положения и задействует упор и фиксатор (рис. 8). В таком случае становятся задействованными все члены, входящие в систему.

На рис. 8, а представлена динамика $x(t)$ и $V(t)$ при подаче напряжения $U_1 = 12$ В длительно-стью 30 с, начиная с пятой секунды. Поскольку раскрытие происходит в космическом пространстве, то единственной силой, тормозящей систему, является сила трения $F_{тр}$. Ввиду того что помимо сил трения в двигателе при выдвигании спицы присутствует сила трения, зависящая от принципа вложения спиц, телеско-

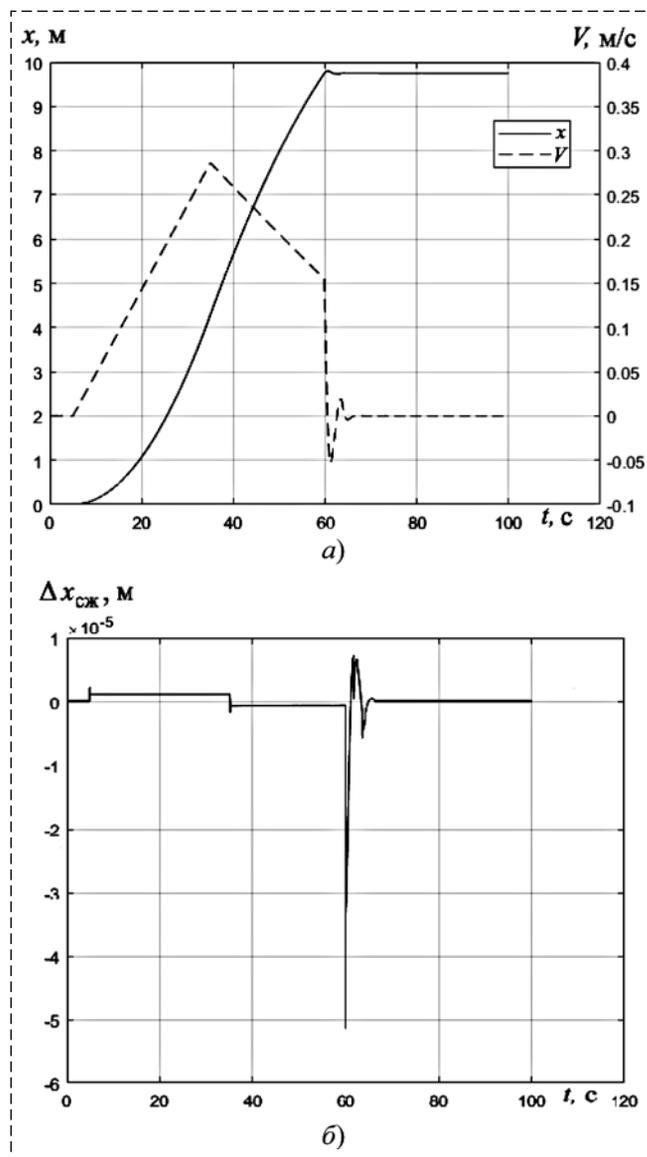


Рис. 8. Динамика длины, скорости (а) и сжатия (б) спицы
Fig. 8. Dynamics of length, speed (a) and compression (b) the spoke

пическое раскрытие происходит быстрее, чем вращательное развертывание. Спица достигает упора и фиксируется на 60-й секунде. Вследствие этого, начиная с 60-й секунды наблюдаются затухающие колебания $x(t)$, $V(t)$ (рис. 8, а) и сжатия $\Delta x_{сж}(t)$ (рис. 8, б). Максимальное сжатие спицы составило $\Delta x_{сж} = 5,14 \cdot 10^{-5}$ м, или $\Delta x_{сж} = 0,0514$ мм. Затухания объясняются учетом диссипативных сил $D_{прод}$ (14).

При рассмотрении $\Delta x_{сж}$ на интервале $t \in [5; 5,5]$ (рис. 9) видно, что при начале движения спицы возникают высокочастотные затухающие колебания. Аналогичная картина наблюдается и в момент, когда выключается двигатель.

Уменьшения сжатия можно добиться путем изменения характеристик упора и фиксатора для данного вида этих устройств. Более подробно данная проблема разобрана в работах [16, 17, 31, 32].

Промоделируем систему с другими параметрами. Поскольку собственная частота колебаний спицы $\omega_{с прод k}$ и $\frac{\partial^2 \Delta x_{сж}}{\partial x^2}$ зависят больше от материала спицы, то интерес представляет моделирование выдвигания спицы из другого материала. Результаты же динамики раскрытия 3-го и 4-го звеньев оказываются аналогичными представленным на рис. 8 и 9.

Для примера и верификации полученной математической модели рассмотрим резиновую спицу с габаритными параметрами, аналогичными спице из АБС пластик QNF-0140, и плотностью материала $\rho = 1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^3$, модулем упругости (Юнга) $E = 0,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$, массой спицы (выдвигаемых звеньев) $m_{выдв} = 15 \text{ кг}$.

При поставленной задаче собственная частота спицы $\omega_{с.прод1} = 104,97 \text{ Гц}$. На двигатель также подается напряжение питания $U_1 = 12 \text{ В}$ длительностью 30 с начиная с пятой секунды.

При изменении параметров раскрываемой конструкции характер динамики раскрытия значительно изменяется (рис. 10). Во-первых, ввиду уменьшения массы $m_{выдв}$ спица достигает упора и фиксируется быстрее (рис. 10, а) — за 36 с. Максимально значение сжатия спицы достигает значения $\Delta x_{сж} = 25 \text{ мм}$, при этом наблюдаются затухающие колебания. Время затухания колебаний при снятии напряжения питания с двигателя составляет порядка 50 с.

Данные результаты позволяют сделать выводы о корректности предполагаемой математической модели раскрытия спиц КТР космического базирования.

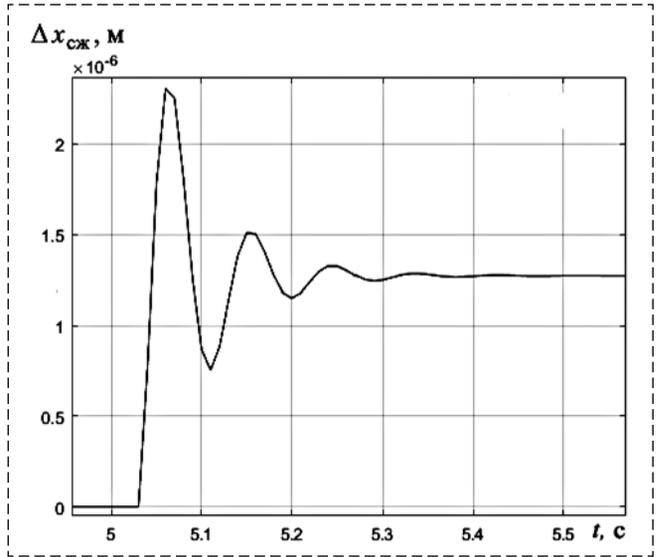


Рис. 9. Сжатие спицы
Fig. 9. Spoke compression

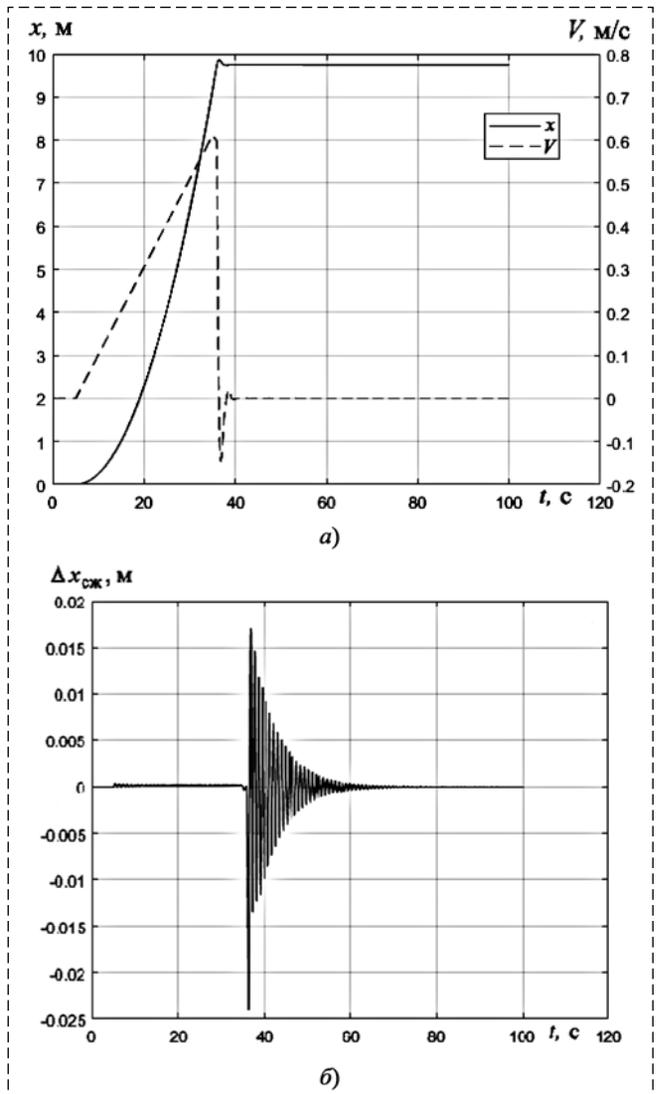


Рис. 10. Динамика длины, скорости (а) и сжатия (б) спицы
Fig. 10. Dynamics of length, speed (a) and compression (b) the spoke

Оптимизация управления $U_1(t)$ позволяет сократить время разведения спиц и уменьшает зависимость переходных процессов от влияния упоров и фиксаторов [7, 9, 33].

Совместное раскрытие спиц и выдвигание звеньев сокращает время вывода конструкции в конечное положение [31, 32].

Заключение

В результате разработки математической модели раскрытия подвижных частей трансформируемых космических конструкций были получены модели вращательного и поступательного движения.

Системы дифференциальных уравнений, описывающие раскрытие КТР, возможно применять для конструкций с различными параметрами, от изменения материала, массы, габаритных размеров до выбора управляющего органа. Таким образом, она является универсальной и может применяться при решении широкого круга задач.

Данные модели позволяют рассматривать сколь угодно много собственных частот колебаний спицы, а также находить изгиб h и сжатие $\Delta x_{сж}(t)$ в любой точке спицы за счет разделения этих переменных в зависимости от длины и времени.

Моделирование показало, что совместное раскрытие спиц и выдвигание звеньев сокращает время вывода конструкции в конечное положение [31, 32].

При использовании спиц с не круглым сечением необходимо рассматривать колебания в трех плоскостях и дополнительно учитывать крутильные колебания.

Исходя из полученных результатов для конкретной рассмотренной задачи важной остается проблема минимизации изгибов и сжатий конструкции. Предполагается для решения данной задачи использовать алгоритмы оптимального управления. Как было показано в работах [31, 33], применение алгоритма с коррекцией параметров структуры управления [5–9] позволяет минимизировать необходимые параметры и решать эту проблему в режиме реального времени.

При решении задачи синтеза управления отдельно встает задача обработки результатов измерений.

1. Пономарев С. В. Трансформируемые рефлекторы антенн космических аппаратов // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2011. № 4. С. 110–119.
2. Лопатин А. В., Рутковская М. А. Обзор конструкции современных трансформируемых космических антенн (часть 1) // Вестник СибГАУ. 2007. № 2.
3. Гриневич Д. В. Исследование динамики раскрывающихся протяженных конструкций // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2013. Т.134. С. 37–42.
4. Кабдулин Г. В., Комков В. А., Мельников В. М., Харлов Б. Н. Динамика управляемого раскрытия центробежными силами космических конструкций с компенсацией кинетического момента // Космонавтика и ракетостроение. 2009. С. 189–198.
5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
6. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 488 с.
7. Малышев В. В., Кабанов Д. С. Алгоритм коррекции структуры управления автоматическим подводным аппаратом для построения области достижимости // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 7. С. 21–27.
8. Кабанов С. А. Управление системами на прогнозирующих моделях. СПб.: СПбГУ, 1997. 200 с.
9. Кабанов С. А., Кабанов Д. С. Задачи управления с оптимизацией параметров прогнозирующих моделей. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т. 2017. 110 с.
10. Зубов В. Г. Механика. М.: Наука, 1978. 352 с.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. V. Статистическая физика: Учеб. пособие. 4-е изд., испр. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 575 с.
12. Шмуглер Э. Основные принципы классической механики и классической теории поля. М.: Мир, 1976. 155 с.
13. Вольдек А. И. Электрические машины: Учебник для студентов высш. техн. заведений. 3-е изд., перераб. Л.: Энергия, 1978. 832 с.
14. Kundur P. Power system stability and control. Mc. Graw-Holl, Inc, 1994. 1176 p.
15. Маркеев А. П. Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. М.: Наука, 1992. 337 с.
16. Зимин В. Н. Механика трансформируемых структурных космических конструкций // Вестник Самарского госуниверситета. Естественнонаучная серия. Механика. 2007. № 4(54). С. 105–114.
17. Крылов А. В., Чурилин С. А. Моделирование раскрытия солнечных батарей различных конфигураций // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана, Сер. Машиностроение. 2011. № 1. С. 106–112.
18. Заславский Б. В. Краткий курс сопротивления материалов: Учебник для авиационных специальностей вузов. М.: Машиностроение, 1986. 328 с.
19. Богуш А. А., Мороз Л. Г. Введение в теорию классических полей. М.: Едиториал УРСС, 2004. 384 с. 2-е изд.
20. Стретт Дж. В. Теория звука. Том 1. (The Theory of Sound, 1926) Перевод с третьего английского издания П. Н. Успенского и С. А. Каменецкого / Под общей редакцией С. М. Рытова и К. Ф. Теодорчика. (Москва — Ленинград: Гостехиздат, 1940).
21. Биргер И. А., Мавлюгов Р. Р. Сопротивление материалов: Учеб. пособ. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 560 с.
22. Магнус К. Колебания: Введение в исследование колебательных систем: Пер. с нем. М.: Мир, 1982. 304 с.
23. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. / Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). М.: Машиностроение, 1981. Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К. В. Фролова. 1981, 456 с.
24. Патент РФ № 2005131232/11, 11.10.2005. Терешин В. Н. Устройство для выдвигания полезной нагрузки из косми-

ческого аппарата // Патент России № 2302981. 2007. Бюл. № 20.

25. Патент РФ № 2007122219/11, 13.06.2007. Тестовод Н. А., Халиманович В. И., Шипилов Г. В., Романенко А. В., Шальков В. В., Величко А. И., Акчурин В. П. Развертываемый крупногабаритный рефлектор космического аппарата // Патент России № 2350519. 2009.

26. Патент РФ № 2009109598/11, 18.02.2009. Толмачев С. М., Туголуков А. В., Соин В. И. Устройство выдвижения и отделения полезной нагрузки // Патент России № 2387586. 2010.

27. Hot Deals (503)708-2214 [Электронный ресурс]: 400 Size Brushless Outrunner Motor A2212/13T Technical Data. URL: <http://www.rchotdeals.com/400-size-brushless-outrunner-motor-a2212-13t-technical-data/> (дата обращения 16.02.2019).

28. Постнов В. А., Калинин В. С., Ростовцев Д. М. Вибрация корабля. Л.: Судостроение, 1983. 248 с.

29. Тарануха Н. А., Журбин О. В., Журбина И. Н. Математическое и экспериментальное моделирование колебаний стержневых судовых конструкций с учетом сопротивления

внешней среды различной плотности // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2010. № IV—1(4). С. 81—91.

30. Крылов А. Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. М.: Академия наук СССР, 1931. 80 с.

31. Кабанов С. А., Кривушов А. И., Митин Ф. В. Моделирование совместного раскрытия элементов крупногабаритного трансформируемого рефлектора космического базирования // Труды СПИИРАН. 2017. Вып. 5(54). С. 130—151.

32. Mitin F., Krivushov A. (2017). Control deployment of mobile units of large-sized spacecraft, Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium, pp. 0773-0779, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-11-2, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria DOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings109.

33. Кабанов С. А., Емельянов В. Ю., Митин Ф. В. Оптимизация динамики системы создания формы крупногабаритных трансформируемых антенн космического базирования // Вопросы радиоэлектроники. 2016. Серия ОТ. Вып. 8. С. 54—58.

Development and Research of Mathematical Models of Deployment of Mobile Parts of Transformable Space Construction. Part I

S. A. Kabanov, kaba-sa@mail.ru, B. A. Zimin, bazimin@mail.ru, F. V. Mitin, fedor28@list.ru, BSTU "VOENMEH" named after D. F. Ustinov, 190005, Saint-Petersburg, Russian Federation

Corresponding author: Mitin Fedor V., Ph. D. Student, Baltic State Technical University "VOENMEH" named after D. F. Ustinov, 190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, e-mail: fedor28@list.ru

Accepted on June 01, 2019

Abstract

The process of deployment elements of constructions and adjustment of the radio-reflecting network of large-sized transformable space-based reflector with the use of a cable-stayed form maintenance system is considered. The deployment process can be broken down into separate phases. At each stage, the movement is due to the impact on the design of the actuator — the element of the control system. Energy for the deployment of the reflector elements is produced by drives, in particular an electric machine. The use of this type of actuator allows you to control the process of disclosure. Due to the fact that currently achieved a huge process in computer technology that allows you to perform three-dimensional computing operations in a short time, it is particularly important to use optimal control algorithms. When deployment the reflector for two types of motion — rotational and translational — mathematical models based on Lagrange equations of the II-kind are obtained. These mathematical models take into account such parameters as dissipation, the presence of longitudinal and transverse deformation. The models provide for the presence of a stop and a lock, as an Executive element in the deployment selected brushless DC motor. All the observations made allow us to formulate a smooth statement disclose items on the stop with minimum oscillation of the structure. The developed models allow to analyze the n -th number of natural oscillation frequencies. Modeling with different parameters of the model is carried out. The parameters of the transition process of the spoke at the opening of the first link with the other links embedded in it and at the fully covered spoke are analyzed. It is shown that depending on the mass-dimensional parameters there is a significant change in the dynamics. For the spoke extension stage, the weight and size characteristics have little effect on the opening dynamics. The smaller the Young's modulus and density of the material, the greater the damped longitudinal oscillations. The simulation of this stage with a spoke made of different materials is carried out. Various methods are proposed to reduce the opening time at all stages and minimize transverse and longitudinal oscillations. The possibility of application of the developed mathematical models for a wide range of tasks is shown.

Keywords: mathematical model, rotational motion, translational motion, deployment, modeling, large-sized transformable reflector

For citation:

Kabanov S. A., Zimin B. A., Mitin F. V. Development and Research of Mathematical Models of Deployment of Mobile Parts of Transformable Space Construction. Part I, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 1, pp. 51—64.

DOI: 10.17587/mau.21.51-64

References

1. Ponomarev S. V. Transformable reflectors of spacecraft antennas, *Vestn. Tom. gos. un-ta. Matematika i mehanika*, 2011, no. 4(16), pp. 110—119 (in Russian).
2. Lopatin A. V., Rutkovskaja M. A. Overview of the designs of modern transformed space antennas (Part 1), *Vestnik SibGAU*, 2007, no. 2, pp. 78—81 (in Russian).

3. **Grinevich D. V.** Investigation of the dynamics of unfolding extended structures, *Voprosy jelectromehani. Trudy VNIIEJEM*, 2013, vol. 134, pp. 37–42 (in Russian).
4. **Kabdulin G. V., Komkov V. A., Mel'nikov V. M., Harlov B. N.** Dynamics of controlled opening by centrifugal forces of cosmic structures with compensation of the kinetic moment, *Zhurnal "Kosmonavtika i raketostroyeniye"*, 2009, no. 1(54), pp. 189–198 (in Russian).
5. **Krasovskii A. A.** ed. Handbook on the theory of automatic control, Moscow, Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).
6. **Fedorenko R. P.** Approximate solution of optimal control problems, Moscow, Nauka, 1978, 488 p. (in Russian).
7. **Malyshev V. V., Kabanov D. S.** The algorithm for the correction of the control structure of the automatic underwater vehicle to build a reachable area, *Izv. Vuzov. Priborostroyeniye*, 2012, vol. 55, no. 7, pp. 21–27 (in Russian).
8. **Kabanov S. A.** Systems control on predictive models, S. Peterburg, Publishing house of S. Peterburgskii universitet, 1997, 200 p. (in Russian).
9. **Kabanov S. A., Kabanov D. S.** Control problems with the optimization of the parameters of predictive models, S. Peterburg, Publishing house of Balt. gos. tehn. un-t, 2017, 110 p. (in Russian).
10. **Zubov V. G.** [Mechanics, Moscow, Nauka, 1978, 352 p. (in Russian).
11. **Landau L. D., Lifshic E. M.** Theoretical physics. In 10 vol. Vol V. Statistical Physics: Proc. Allowance, Moscow, Nauka., Gl. red. fiz.-mat. lit., 1987, 575 p. (in Russian).
12. **Shmutcer Je.** Basic principles of classical mechanics and classical field theory, Moscow, Mir, 1976, 155 p. (in Russian).
13. **Voldek A. I.** Electric machines. Textbook for high school students. tech. institutions, Leningrad, Jenergiya, 1978, 832 p. (in Russian).
14. **Kundur P.** *Power system stability and control*, Mc. Graw-Holl, Inc, 1994, 1176 p.
15. **Markeev A. P.** Dynamics of the body in contact with a solid surface, Moscow, Nauka, 1992, 337 p. (in Russian).
16. **Zimin V. N.** Mechanics of transformable structural space structures, *Vestnik Samarskogo gosuniversiteta. Estestvennonauchnaya seriya. Mehanika*, 2007, № 4(54), pp. 105–114 (in Russian).
17. **Krylov A. V., Churilin S. A.** Modeling the deployment of solar cells of various configurations, *Vestnik MGTU im. N. Je. Bauman, Ser. Mashinostroyeniye*, 2011, no. 1, pp. 106–112 (in Russian).
18. **Zaslavskij B. V.** Short course of resistance of materials. Textbook for aviation specialties universities, Moscow, Mashinostroyeniye, 1986, 328 p. (in Russian).
19. **Bogush A. A., Moroz L. G.** Introduction to the theory of classical fields, Moscow, Editorial URSS, 2004, 384 p. (in Russian).
20. **Strett Dzh. V.** The Theory of Sound, Moscow — Leningrad, Gostehizdat, 1940 (in Russian).
21. **Birger I. A., Mavljutov R. R.** Resistance Materials: Tutorial, Moscow, Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986, 560 p. (in Russian).
22. **Magnus K.** Introduction to the study of oscillatory systems. Translated from German, Moscow, Mir, 1982, 304 p. (in Russian).
23. **Vibrations** in the technique: a Handbook, Moscow, Mashinostroyeniye, 1981. Vol. 6. Zashhita ot vibracii i udarov, K. V. Frolov ed. 1981, 456 p. (in Russian).
24. **Patent RF № 2005131232/11**, 11.10.2005. Tereshin V. N. Device for extending the payload from the spacecraft, Patent Rossii № 2302981. 2007. Bjul. № 20 (in Russian).
25. **Patent RF № 2007122219/11**, 13.06.2007. Testoedov N. A., Halimanovich V. I., Shipilov G. V., Romanenko A. V., Shal'kov V. V., Velichko A. I., Akchurin V. P. Deployable large spacecraft reflector, Patent Rossii № 2350519. 2009 (in Russian).
26. **Patent RF № 2009109598/11**, 18.02.2009. Tolmachev S. M., Tugolukov A. V., Soin V. I. Device extension and separation of the payload, Patent Rossii № 2387586. 2010 (in Russian).
27. **Hot Deals (503)708-2214** [Electronic resource]: 400 Size Brushless Outrunner Motor A2212/13T Technical Data, available at: <http://www.rchotdeals.com/400-size-brushless-outrunner-motor-a2212-13t-technical-data/> (date of the application 16.02.2019).
28. **Postnov V. A., Kalinin V. S., Rostovcev D. M.** Ship vibration, Leningrad, Sudostroyeniye, 1983, 248 p. (in Russian).
29. **Taranuha N. A., Zhurbin O. V., Zhurbina I. N.** Mathematical and experimental modeling of oscillations of rod ship structures taking into account the resistance of the external environment of different density, *Uchenye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta*, 2010, no. IV–1(4), pp. 81–91 (in Russian).
30. **Krylov A. N.** On the calculation of beams lying on an elastic foundation, Moscow, Akademija nauk SSSR, 1931, 80 p. (in Russian).
31. **Kabanov S. A., Krivushov A. I., Mitin F. V.** Modeling of joint deployment of units of the large-sized transformable reflector of space basing, *SPIIRAS Proceedings*, 2017, vol 5(54), pp. 130–151 (in Russian).
32. **Mitin F., Krivushov A.** (2017). Control deployment of mobile units of large-sized spacecraft, *Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium*, pp. 0773-0779, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-11-2, Vienna, Austria, DOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings109.
33. **Kabanov S. A., Emel'janov V. Ju., Mitin F. V.** Optimization of the dynamics of the system for creating the shape of large-size transformed space-based antennas, *Voprosy Radiojelektroniki*, 2016, no. 8, Ser. OT, iss. 6, pp. 54–58 (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 30.10.2019. Подписано в печать 06.12.2019. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН120. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru