

А. Н. Жирабок, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru, А. В. Зуев, канд. техн. наук, доц.,

Е. Ю. Бобко, ст. преподаватель,

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток,

А. Л. Филатов, аспирант,

Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток

Решение задачи аккомодации в нелинейных системах с использованием линейных методов*

Рассматривается задача аккомодации к дефектам в системах, описываемых нелинейными моделями, с использованием линейных методов. Для решения, основанного на полной развязке от дефектов, используется логико-динамический подход, позволяющий нелинейные системы анализировать линейными методами. Теоретические результаты иллюстрируются примером.

Ключевые слова: нелинейные системы, отказоустойчивость, аккомодация, развязка, логико-динамический подход

1. Введение

Известны различные подходы к достижению отказоустойчивости [1]. Один из них заключается в формировании специального управления, которое позволяет при появлении дефекта сохранять важнейшие характеристики системы, возможно, в ущерб второстепенным. Данный подход принято называть аккомодацией к дефектам, для реализации которой разработан ряд методов, в частности, на основе оптимального управления, H_∞ -оптимизации, слежения за эталонной моделью, адаптивного управления [1]. Особенностью всех этих методов является необходимость оперативного оценивания искажаемых дефектами параметров системы и формирования нового закона управления на основе полученных оценок.

В целях повышения эффективности аккомодации в настоящей работе предлагается использовать метод полной развязки от воздействий, вызываемых дефектами. Реализация этого метода не требует предварительного оценивания параметров, но гарантирует не искажаемое дефектами движение системы лишь в некотором подпространстве ее пространства состояния.

Известно решение задачи развязки [2, 3] для нелинейных систем, описываемых моделью

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), d(t)), \quad y(t) = h(x(t)), \quad (1.1)$$

где f и h — произвольные нелинейные функции, функция $d(t)$ отражает дефекты в сис-

теме: при их отсутствии $d(t) = 0$, при появлении дефектов $d(t)$ становится неизвестной функцией времени. Задача полной развязки ставится следующим образом: для заданной функции $y_*(t) = h_*(x(t))$ построить компенсатор S_0 , описываемый моделью

$$\begin{aligned} x_0(t+1) &= f_0(x_0(t), u(t), y(t)); \\ u(t) &= g_0(x_0(t), y(t), v(t)), \end{aligned} \quad (1.2)$$

так чтобы значения $y_*(t)$ при $t \geq 0$ в замкнутой системе были независимы от функции $d(t)$, где $v(t)$ — новое управление.

Коротко опишем решение этой задачи [2, 3]. Напомним, что функция α называется (h, f) -инвариантной, если $\alpha(f(x, u, d)) = f_*(\alpha(x), h(x), u, d)$ для некоторой функции f_* ; функция α называется f -инвариантной, если $\alpha(f(x, u, d)) = f_{**}(\alpha(x), u, d)$ для некоторой функции f_{**} ; функция α называется контролируемо инвариантной, если она f -инвариантна в замкнутой системе с компенсатором (1.2). Для формулировки главного результата введем векторную функцию α^0 с максимальным числом компонент, такую что $\alpha^0(f(x, u, d))$ не зависит от переменной d .

Теорема [2, 3]. Переменная $y_*(t)$ системы (1.1) может быть развязана от функции $d(t)$ с помощью компенсатора (1.2), если существуют (h, f) -инвариантная функция α и контролируемо инвариантная функция ξ , такие что

$$\alpha^0 \leq \alpha \leq \xi \leq h_*, \quad (1.3)$$

где запись $\beta \leq \gamma$ означает, что существует функция δ такая, что $\delta(\beta(x)) = \gamma(x)$ для всех x [4].

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-09-00046-П).

В работах [2, 3] предложен способ определения функций α и ξ и построения компенсатора (1.2) с вектором состояния $x_0 = \alpha(x)$.

На основе полученного решения полной развязки решается задача аккомодации [3, 5], в которой для системы (1.1) находится функция h_* с максимальным числом компонент, такая что с помощью компенсатора (1.2) переменная $y_*(t) = h_*(x(t))$ может быть развязана от $d(t)$. Получение такой функции обеспечивает максимизацию размерности подпространства, в котором происходит не искажаемое дефектами движение системы.

Для решения задачи используется математический аппарат алгебры функций, который требует выполнения ряда специальных операций с нелинейными функциями, поэтому ниже для решения используется логико-динамический подход (ЛДП) [6], в котором функция α ищется в классе линейных функций и решение может быть получено линейными методами.

2. Решение задачи развязки на основе логико-динамического подхода

Полная развязка для линейной части. Напомним, что для применения ЛДП исходная система должна быть приведена к виду

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) + Dd(t) + \\ &+ C \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1x(t), u(t)) \\ \dots \\ \varphi_q(A_qx(t), u(t)) \end{pmatrix}; \\ y(t) &= Hx(t), \quad y_*(t) = H_*x(t). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь F и G — матрицы, описывающие линейную часть системы; H , H_* , C и D — постоянные матрицы; $\varphi_1, \dots, \varphi_q$ — произвольные нелинейные (возможно, негладкие) функции; $A_1, \dots, A_q$ — матрицы-строки. Предполагается, что компенсатор S_0 описывается моделью

$$\begin{aligned} x_0^+ &= F_0x_0 + G_0u + J_0y + C_0 \begin{pmatrix} \varphi_1(A_{01}z_0, u) \\ \dots \\ \varphi_q(A_{0q}z_0, u) \end{pmatrix}; \\ u &= g_0(x_0, y, v), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где x_0 — вектор состояния; F_0 , G_0 , J_0 , C_0 , A_{01} , ..., A_{0q} — матрицы, подлежащие определению; $z_0 = (x_0^T \ y^T)^T$. Для упрощения здесь и далее бу-

дут использоваться обозначения x^+ и x вместо $x(t+1)$ и $x(t)$, аналогично — для других переменных.

Напомним основные шаги ЛДП: 1) замена нелинейной системы (2.1) ее линейной частью; 2) решение проблемы для полученной линейной системы с дополнительными ограничениями; 3) преобразование найденного решения для линейной системы путем добавления преобразованной нелинейной части в модель, построенную на шаге 2.

Решение рассматриваемой задачи будет состоять в нахождении для системы (2.1) матриц, соответствующих функциям в (1.3), для которых выполняются отношения также в соответствии с (1.3).

Нетрудно видеть, что аналогом функции α^0 , для которой $\alpha^0(f(x, u, d))$ не зависит от переменной $d(t)$, служит матрица D^0 максимального ранга, такая что $D^0D = 0$. Аналогом векторной функции α служит матрица Φ , для которой справедливы следующие уравнения, соответствующие введенному понятию (h, f) -инвариантности и условию $\alpha^0 \leq \alpha$:

$$\Phi F = F_0\Phi + J_0H, \quad G_0 = \Phi G, \quad \Phi D = 0. \quad (2.3)$$

Также известно [6], что для нелинейной части справедливы два дополнительных отношения

$$C_0 = \Phi C, \quad A = A_0(\Phi^T H^T)^T; \quad (2.4)$$

матрицы F_0 , J_0 , G_0 , A_0 , C_0 подлежат определению.

Последнее выражение в (2.4) является дополнительным ограничением на матрицу Φ , которое учитывается на шаге 2 ЛДП. Равенство (2.4) выполняется, если и только если строки матрицы A линейно зависят от строк матриц Φ и H , что эквивалентно равенству

$$\text{rank}(\Phi^T H^T) = \text{rank}(\Phi^T H^T A^T). \quad (2.5)$$

Если модель (2.1) содержит несколько нелинейностей, матрица A в соотношениях (2.4) и (2.5) заменяется на A_i , $i = 1, \dots, q$.

Отметим, что из $D^0D = 0$ и $\Phi D = 0$ следует, что $\Phi_1 = QD^0$ для некоторой матрицы Q . Матрицы Q и J_0 ищутся как решения уравнения [7]

$$(Q - J_{01} \dots - J_{0k})(V^{(k)} B^{(k)}) = 0, \quad (2.6)$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} D^0 F^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix};$$

$$B^{(k)} = \begin{pmatrix} 0 & D^0 F D & D^0 F^2 D & \dots & D^0 F^{k-1} D \\ 0 & HD & HFD & \dots & HF^{k-2} D \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Для построения системы S_0 примем $k := n - p$ и проверим условие

$$\text{rank}(V^{(k)} B^{(k)}) < l(k+1). \quad (2.7)$$

Если оно выполняется, то существует такая строка $(Q - J_{01} \dots - J_{0k})$, что (2.6) имеет решение. Тогда строки матрицы Φ могут быть найдены из соотношения (2.3), $G_0 = \Phi G$, матрица F_0 ищется в каноническом виде [7]. В результате линейная часть системы S_0 , инвариантная к $d(t)$, построена.

Если равенство (2.5) не выполняется, положим $k := k - 1$ и повторим проверку условия (2.7). Если (2.5) не выполняется для всех k , проблема аккомодации не может быть решена.

Таким образом, предложенный подход позволяет найти решение для линейной части. Более детальный анализ требуется для учета нелинейной составляющей.

Полная развязка с учетом нелинейной составляющей. Рассмотрим множество всех линейно независимых решений уравнения (2.6) для некоторого k , представленных в виде

$$(Q^{(1)} - J_{01}^{(1)} \dots - J_{0k}^{(1)}), \dots, (Q^{(N)} - J_{01}^{(N)} \dots - J_{0k}^{(N)}), \quad (2.8)$$

N — число таких решений.

Теорема [7]. Пусть матрицы $\Phi^{(1)}, \dots, \Phi^{(N)}$, полученные на основе уравнений (2.3), описывают множество линейно независимых решений задачи для линейной части. Тогда произвольная линейная комбинация решений из выражений (2.8) с весовыми коэффициентами $v_1, \dots, v_N$ дает матрицу $\Phi = v_1 \Phi^{(1)} + \dots + v_N \Phi^{(N)}$, которая также описывает некоторое решение этой задачи.

Предположим, что значение k максимально и удовлетворяет условию (2.7), а множество всех решений представлено в виде (2.8). Чтобы

найти вектор $v = (v_1, \dots, v_N)$ с учетом нелинейной части, перепишем (2.4) в виде

$$A = A_{01} \begin{pmatrix} v \Phi_1^\Sigma \\ \dots \\ v \Phi_k^\Sigma \end{pmatrix} + A_{02} H, \quad (2.9)$$

где

$$A_0 = (A_{01} \ A_{02}),$$

$$\Phi_1^\Sigma = \begin{pmatrix} \Phi_1^{(1)} \\ \dots \\ \Phi_1^{(N)} \end{pmatrix}, \dots, \Phi_k^\Sigma = \begin{pmatrix} \Phi_k^{(1)} \\ \dots \\ \Phi_k^{(N)} \end{pmatrix}, \Phi^\Sigma = \begin{pmatrix} \Phi_1^\Sigma \\ \dots \\ \Phi_k^\Sigma \end{pmatrix}.$$

По аналогии с (2.4) уравнение (2.9) имеет решение, если

$$\text{rank}((\Phi^\Sigma)^T H^T) = \text{rank}((\Phi^\Sigma)^T H^T A^T). \quad (2.10)$$

Предполагая, что условие (2.10) выполняется, рассмотрим для простоты случай, когда A — матрица-строка. Здесь (2.9) можно представить в виде $A = (a_1 v \dots a_k v) \Phi^\Sigma + A_{02} H$, где $A_{01} = (a_1 \dots a_k)$, или в виде $A = A_v \Phi^\Sigma + A_{02} H$, где A_v считается неизвестной матрицей. Решим это алгебраическое уравнение и найдем матрицы A_v и A_{02} . Если A_v может быть представлена в виде $A_v = (a_1 v \dots a_k v)$ для некоторых коэффициентов $a_1, \dots, a_k$ и вектора $v = (v_1, \dots, v_N)$, то поиск решения закончен, в результате получаются матрицы $A_{01} = (a_1 \dots a_k)$ и A_{02} и вектор v весовых коэффициентов. Матрицы Q , J_0 и Φ можно найти из равенств

$$Q = \sum_{i=1}^N v_i Q^{(i)}, \quad J_{0j} = \sum_{i=1}^N v_i J_{0j}^{(i)}, \quad \Phi_j = \sum_{i=1}^N v_i \Phi_j^{(i)},$$

$$j = 1, 2, \dots, k;$$

$$G_0 = \Phi G, \quad C_0 = \Phi C.$$

В результате динамическая часть компенсатора, описываемого моделью (2.2), построена.

Так как размерность k — максимальная, лучшим вариантом для функции α в (1.3) будет $\alpha(x) = \Phi x$.

3. Построение аналога функции ξ

Для построения матрицы Φ_* — аналога функции ξ — введем новую матрицу C^* : если

$C(i, j) \neq 0$ и функция φ_j содержит компоненты вектора управления u , полагаем $C^*(i, j) = 1$, в противном случае $C^*(i, j) = 0$.

Обозначим r'_i — минимальное целое p , такое что $H_{*i}F^{p-1}G \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, L$; w_i — минимальное целое p , такое что $H_{*i}F^{p-1}D \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, L$; r_i^* — минимальное целое p , такое что $H_{*i}F^{p-1}C^* \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, L$; L — размерность вектора u_* в системе (2.1). Нетрудно видеть, что r'_i и r_i^* представляют собой относительные степени переменной u_{*i} для управления u , связанные с линейным и нелинейным вхождением этого управления в динамику системы. Положим $r_i = \min(r'_i, r_i^*)$, $i = 1, 2, \dots, L$. По аналогии с работой [2] будем считать, что $w_i > r_i$, $i = 1, 2, \dots, L$, так как в противном случае решение не существует.

Для ограничения класса функций ξ линейными функциями сделаем допущение.

Допущение А1. $r_i = r'_i$ для всех $i = 1, 2, \dots, L$, т.е. относительные степени переменной u_{*i} для управления u связаны только с линейным вхождением управления в динамику системы.

Положим $u_{*1} = H_{*1}x$, ..., $u_{*l}^* = H_{*l}F^{r_l-1}x$; ясно, что переменная

$$y_{*1}^{r_1+} = H_{*1}F^{r_1-1}x^+ = H_{*1}F^{r_1-1}(Fx + Gu + \Psi(x, u)) = \\ = H_{*1}F^{r_1}x + H_{*1}F^{r_1-1}Gu + \psi_1(x)$$

зависит от управления; здесь $\psi_1(x) = H_{*1}F^{r_1-1}\Psi(x, u)$ — нелинейная функция, не зависящая от управления в силу допущения А1.

Рассмотрим множество уравнений

$$\begin{aligned} H_{*1}F^{r_1}x + H_{*1}F^{r_1-1}Gu + \psi_1(x) &= v_1; \\ &\dots \\ H_{*L}F^{r_L}x + H_{*L}F^{r_L-1}Gu + \psi_L(x) &= v_L. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Введем матрицы

$$H_*^{(i)} = \begin{pmatrix} H_{*i} \\ \dots \\ H_{*i}F^{r_i-1} \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, L; \quad \widehat{H}_* = \begin{pmatrix} H_{*1}F^{r_1-1}G \\ \dots \\ H_{*L}F^{r_L-1}G \end{pmatrix}.$$

Анализ ранга матрицы $\widehat{H}_*$ позволяет рассмотреть различные варианты решения уравнений (3.1). Для простоты рассмотрим случай, когда этот ранг равен L .

Положим далее

$$\Phi_* = \begin{pmatrix} H_*^{(1)} \\ \dots \\ H_*^{(L)} \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что матрица Φ_* служит аналогом функции ξ , и эта матрица является F -инвариантом линейной части замкнутой системы.

По аналогии с (2.5) выполнение равенства

$$\text{rank}(\Phi_*) = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi_* \\ A \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

означает, что в линейную систему, построенную на основе матрицы Φ_* , можно добавить нелинейную составляющую.

Аналогом условия $\alpha \leq \xi$ в (1.3) служит равенство, подобное (3.2):

$$\text{rank}(\Phi) = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ \Phi_* \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Если оно выполняется, проблема аккомодации имеет решение, в противном случае решение не существует. Ниже будем полагать, что условия (3.2) и (3.3) выполняются. Из (3.3) следует, что $\Phi_* = Q\Phi$ для некоторой матрицы Q .

Так как ранг матрицы $\widehat{H}_*$ равен L , система уравнений (3.1) может быть решена относительно компонент вектора управления $u(t)$ в виде $u(t) = g'(x(t), v(t))$ для некоторой функции g' . Поскольку матрица Φ является аналогом (h, f) -инвариантной функции α и $\Phi_* = Q\Phi$, то переменная $x(t)$ в функции $u(t) = g'(x(t), v(t))$ может быть выражена в терминах состояния $x_0(t) = \Phi x(t)$ и вектора выхода $y(t)$, в результате чего эта функция принимает вид статической части компенсатора (2.2). В предположении, что ранг матрицы H_* равен L , можно получить явное выражение для функции g_0 путем обращения этой матрицы в (3.1).

Отметим, что если допущение А1 не выполняется, для поиска решения необходимо использовать методы, изложенные в работе [8].

4. Решение задачи аккомодации

На основе полученных результатов задача аккомодации формулируется следующим образом. Найти матрицу H_* максимальной размерности такую, чтобы задача аккомодации стала разрешимой.

Алгоритм (решение задачи аккомодации)

Шаг 1. Найти матрицу Φ и положить $H_* := \Phi$.

Шаг 2. Для переменной $y_* := H_* x$ найти от-носительные степени r'_i , w_i и r_i^* . Полагая, что $r'_i = r_i^*$, проверить неравенство $w_i > r_i$; если оно не выполняется, удалить i -ю строку из матрицы H_* , $i = 1, 2, \dots, L$. Обозначить полученную в результате этих действий матрицу также H_* , L — число ее компонент.

Шаг 3. Найти матрицу $H_*^{(i)}$ и проверить условие

$$\text{rank}(\Phi) = \text{rank}(\Phi^T H_*^{(i)T}).$$

Если оно не выполняется, удалить i -ю строку из матрицы H_* , $i = 1, 2, \dots, L$. Обозначим полученную в результате матрицу также H_* , L — число ее компонент.

Шаг 4. Вычислить матрицу Φ_* ; можно показать, что для нее выполняется условие (3.3). Проверить условие (3.2). Если оно не выполняется, задача не имеет решения.

Шаг 5. На основе полученной на шаге 3 матрицы H_* построить матрицу $\hat{H}_*$ и проверить условие $\text{rank}(\hat{H}_*) = L$. Если оно выполняется, перейти к шагу 6, в противном случае найти $M \times L$ матрицу P , такую что $\text{rank}(P\hat{H}_*) = M$ и принять $\hat{H}_* := P\hat{H}_*$ (матрица P отбирает линейно независимые строки матрицы $\hat{H}_*$).

Шаг 6. Построить статическую часть компенсатора, решая уравнения (3.1) относительно переменной $u(t)$ в форме $u(t) = g'(x(t), v(t))$ и затем — в искомом виде $u(t) = g_0(x_0(t), y(t), v(t))$.

Еще одним элементом решения задачи аккомодации является система S_* , используемая следующим образом. Когда дефект возник и обнаружен, то проблема управления исходной системой решается на основе системы S_* , результатом чего является управление $v(t)$, далее с помощью функции g_0 рассчитывается управление $u(t)$. Поскольку система S_* не содержит неизвестную функцию $d(t)$, достигается эффект аккомодации к дефектам [3, 5].

Для построения системы S_* полагаем $x_* := \Phi_* x$ и преобразуем правую часть выражения $x_*^+ = \Phi_* x^+$ к виду $x_*^+ = f_*(x_*, v)$; последнее возможно в силу того, что матрица Φ_* является аналогом управляемо инвариантной функции. Пример решения одной из задач теории управления (задачи терминального управления) на основе предложенного подхода рассмотрен в работе [4].

5. Пример

Рассмотрим систему управления

$$x_1^+ = x_3 + x_6 + x_4 + u_3 + d_1;$$

$$x_2^+ = \text{sign}(x_3) + x_6 + u_1;$$

$$x_3^+ = -x_3 x_4;$$

$$x_4^+ = x_4 + x_5 + u_1;$$

$$x_5^+ = x_3 + x_4 + d_2;$$

$$x_6^+ = x_2^2 + x_1 + u_2;$$

$$y_1 = x_1; \quad y_2 = x_5.$$

В соответствии с правилами реализации ЛДП [5] скорректируем исходную модель путем введения некоторых формальных членов следующим образом: член $(x_3 - x_3)$ введем во второе уравнение, $(x_3 + x_4 - x_3 - x_4)$ — в третье и $(x_2 - x_2)$ — в пятое. В результате мы получим следующие матрицы и нелинейности, описывающие систему:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T;$$

$$\varphi_1(x, u) = \text{sign}(x_3) - x_3; \quad A_1 = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0);$$

$$\varphi_2(x, u) = x_3 x_4 + x_3 + x_4; \quad A_2 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0);$$

$$\varphi_3(x, u) = x_2^2 - x_2; \quad A_3 = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0).$$

Найдем матрицу

$$D^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что матрица Φ , являющаяся аналогом функции α , совпадает с D^0 .

На шаге 2 принимаем $H_* := \Phi$, так как нелинейности не содержат управление, полагаем

$C^* := 0$, Нетрудно проверить, что $L = 4$, $r'_1 = r'_3 = r'_4 = 1$, $r'_2 = 2$, $r_1^* = r_2^* = r_3^* = r_4^* = \infty$ и $w_1 = w_2 = 3$, $w_3 = w_4 = 2$. Так как $w_i > \min(r_i, r_i^*)$ для всех i , допущение A1 выполняется.

По построению

$$\Phi_* = \begin{pmatrix} H_{*1} \\ H_{*2} \\ H_{*2}F \\ H_{*3} \\ H_{*4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поскольку условия (3.2) и (3.3) выполняются, нелинейную составляющую можно добавить в линейную модель, и рассматриваемая проблема имеет решение. Далее,

$$\widehat{H}_* = \begin{pmatrix} H_{*1}F^{r_1-1}G \\ \dots \\ H_{*L}F^{r_L-1}G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

поскольку $\text{rank}(\widehat{H}_*) = 2 < 4$, на шаге 5 найдем матрицы

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \widehat{H}_* := P\widehat{H}_* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что уравнения (3.1) с $\widehat{H}_*$ имеют решение для u_1 и u_2 . Примем

$$v_1 := x_4 + x_5 + u_1, \quad v_2 := x_2^2 + x_1 + u_2. \quad (5.1)$$

Поскольку $x_0 = \Phi x$, примем

$$(x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{04})^T := (x_2, x_3, x_4, x_6)^T$$

и построим динамическую часть компенсатора:

$$x_{01}^+ = \text{sign}(x_{02}) + x_{04} + u_1;$$

$$x_{02}^+ = -x_{02}x_{03};$$

$$x_{03}^+ = x_{03} + y_2 + u_1;$$

$$x_{04}^+ = x_{02}^2 + y_1 + u_2.$$

После замены (x_2, x_3, x_4, x_6) на $(x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{04})$ в (5.1) получаем $v_1 := x_{03} + y_2 + u_1$ и $v_2 := x_{02}^2 + y_1 + u_2$, статическая часть компенсатора имеет следующий вид:

$$u_1 = v_1 - x_{03} - y_2, \quad u_2 = v_2 - x_{02}^2 - y_1, \quad u_3 = v_3.$$

Так как третья строка матрицы Φ_* линейно выражается через остальные, удалим ее, положим

$$(x_{*1}, x_{*2}, x_{*3}, x_{*4})^T := (x_2, x_3, x_4, x_6)^T$$

и получим описание системы S_* :

$$x_{*1}^+ = \text{sign}(x_{*2}) + x_{*4} + v_1 - x_{*3} - y_2;$$

$$x_{*2}^+ = -x_{*2}x_{*3}; \quad x_{*3}^+ = v_1; \quad x_{*4}^+ = v_2.$$

6. Заключение

В работе предложен метод решения задачи аккомодации к дефектам для систем, описываемых нелинейными моделями, с использованием линейных методов. Особенность этого метода состоит в том, что его реализация не требует предварительного оценивания параметров, но гарантирует не искажаемое дефектами движение системы лишь в некотором подпространстве ее пространства состояния. Для решения задачи в работе был использован логико-динамический подход, позволяющий решить задачу для нелинейных систем с использованием только линейных методов.

Список литературы

1. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault tolerant control. Berlin: Springer-Verlag, 2003.
2. Kaldmae A., Kotta U., Shumsky A., Zhirabok A. Measurement feedback disturbance decoupling in discrete-time nonlinear systems // Automatica. 2013. Vol. 49. P. 2887–2891.
3. Kaldmae A., Kotta U., Jiang B., Shumsky A., Zhirabok A. Faulty plant reconfiguration based on disturbance decoupling methods // Asian Journal of Control. 2016. Vol. 8, N. 3. P. 858–867.
4. Жирабок А. Н., Шумский А. Е. Алгебраические методы анализа нелинейных динамических систем. Владивосток: Дальнаука, 2008.
5. Шумский А. Н., Жирабок А. Н. Метод аккомодации нелинейных динамических систем к дефектам // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2009. № 4. С. 62–70.
6. Жирабок А. Н., Усольцев С. А. Линейные методы при диагностировании нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2000. № 7. С. 149–159.
7. Жирабок А. Н., Шумский А. Е., Павлов С. В. Диагностирование линейных динамических систем непараметрическим методом // Автоматика и телемеханика. 2017. № 7. С. 3–21.
8. Бобко Е. Ю., Жирабок А. Н., Шумский А. Е. Методы аккомодации к дефектам в технических системах // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 5. С. 58–72.

Solution of Fault Accommodation Problem in Nonlinear Systems by Methods of Linear Algebra

A. N. Zhirabok, zhirabok@mail.ru, A. V. Zuev, alvzuev@gmail.com, E. Yu. Bobko, Evgbobko@gmail.com, A. L. Filatov, filatov@mail.ru,
Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation

Corresponding author: **Zhirabok A. N.**, Dr. of Sci., Professor, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation, e-mail: zhirabok@mail.ru

Accepted on August 16, 2019

Abstract

Solution of the problem of fault accommodation in nonlinear dynamic systems is related to constructing the control law which provides full decoupling with respect to fault effects. The possibility of this solution is strictly limited by the demand on the system state vector availability (this vector is immediately included into control law description). As a rule, not all components of the state vector are immediately measurable at practice. Also, it is impossible to estimate full state vector for the system with unknown (affected by the faults) dynamics. The purpose of this article is to solve the problem of full decoupling by constructing a compensator that is independent of the fault effects and is based on a new control law. A solution is based on so-called logic-dynamic approach using only linear methods to solve the problem for nonlinear systems. The implementation of this method does not require a preliminary estimation of the parameters. It is assumed that fault detection and isolation procedure is performed by known methods. Assume the fault occurred and detected, then a solution of the control problem is performed on the basis of additional system that corresponding in a definite sense to the initial model. To solve the problem of accommodation, an efficient algorithm based on a logical-dynamic approach is presented, as a result of which a compensator is constructed. Additional system does not contain unknown vector that describes defects. As a result, fault accommodation effect is achieved. Theoretical results are demonstrated by illustrative and illustrative example.

Keywords: nonlinear systems, fault tolerance, accommodation, decoupling, logical-dynamic approach

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Scientific Foundation, project no. 16-19-00046-П.

For citation:

Zhirabok A. N., Zuev A. V., Bobko E. Yu., Filatov A. L. Solution of Fault Accommodation Problem in Nonlinear Systems by Methods of Linear Algebra, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 1, pp. 21–27.

DOI: 10.17587/mau.21.21-27

References

1. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault tolerant control, Berlin, Springer-Verlag, 2003.
2. Kaldmae A., Kotta U., Shumsky A., Zhirabok A. Measurement feedback disturbance decoupling in discrete-time nonlinear systems, *Automatica*, 2013, vol. 49, pp. 2887–2891.

3. Kaldmae A., Kotta U., Jiang B., Shumsky A., Zhirabok A. Faulty plant reconfiguration based on disturbance decoupling methods, *Asian Journal of Control*, 2016, vol. 8, no. 3, pp. 858–867.
4. Zhirabok A. N., Shumsky A. Ye. Algebraic methods for analyzing nonlinear dynamic systems, Vladivostok, Dal'nauka, 2008 (in Russian).
5. Shumsky A. Ye., Zhirabok A. N. The method of accommodation of nonlinear dynamic systems to defects, *Izv. RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2009, no. 4, pp. 62–70 (in Russian).
6. Жирабок А. Н., Усольцев С. А. Linear methods in the diagnosis of nonlinear systems, *Avtomatika i telemekhanika*, 2000, no. 7, pp. 149–159 (in Russian).
7. Zhirabok A. N., Shumsky A. Ye., Pavlov S. V. Diagnosing linear dynamic systems by nonparametric method, *Avtomatika i telemekhanika*, 2017, no. 7, pp. 3–21 (in Russian).
8. Bobko E. Yu., Zhirabok A. N., Shumsky A. Ye. The method of fault accommodation in technical systems, *Izv. RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2016, no. 5, pp. 58–72 (in Russian).