

Б. И. Адамов, канд. физ.-мат. наук, adamoff.b@yandex.ru, А. И. Кобрин, д-р физ.-мат. наук, проф.,
ФГБОУ ВО "Национальный исследовательский университет "МЭИ", Москва

Идентификация параметров математической модели мобильной роботизированной платформы всенаправленного движения *KUKA youBot*¹

Объектом исследования является мобильный робот *KUKA youBot*, платформа которого оснащена двумя парами ролико-несущих колес всенаправленного движения. Построена неголономная модель системы. Решена задача идентификации параметров — коэффициентов в уравнениях движения робота. Найдены калибровочные движения платформы, на которых обеспечивается наблюдаемость искомых параметров и возможно провести декомпозицию задачи идентификации.

Ключевые слова: платформа всенаправленного движения, механум-колесо, колесо Илона, *youBot*, неголономная система

Введение

Все чаще мобильные робототехнические системы, предназначенные для работы в стесненных условиях складских, производственных и подобных помещений, реализуются на базе платформ всенаправленного движения, оснащенных ролико-несущими колесами. Примером такой системы является *KUKA omniMove* — мобильная платформа повышенной грузоподъемности, оснащенная механум-колесами (*Mecanum wheel*). На периферии механум-колеса располагаются тела качения — ролики, оси которых скрещиваются с осью колеса под углом 45° [1].

Обзор мобильных устройств с механум-колесами, предназначенных для применения в различных сферах науки и техники; подробное сравнение механум-платформ с другими видами платформ всенаправленного движения можно найти в статьях [2, 3].

Объектом исследования настоящей работы является *KUKA youBot* (рис. 1, а, см. третью сторону обложки) — мобильная платформа всенаправленного движения с механум-колесами (рис. 1, б, см. третью сторону обложки), оснащенная одним или двумя манипуляторами. Для этого робота создано свободное и открытое программное обеспечение, что позволяет использовать *youBot* для широкого класса научно-исследовательских и учебных задач.

Существующий программно-аппаратный комплекс позволяет организовать управление роботом *youBot* на кинематическом и динамическом уровнях. В первом случае на вход системы управления подаются желаемые значения кинематических параметров (проекция вектора скорости центра платформы, ее угловая скорость или угло-

вые скорости вращения колес). Во втором случае на вход системы управления могут подаваться желаемые значения моментов, которые должны развить приводы, или токов в цепях двигателей или параметры широтно-импульсной модуляции.

Эксперименты демонстрируют неудовлетворительную точность кинематического управления на частотах выше 0,5 рад/с. Повысить точность управления и провести его оптимизацию можно, используя алгоритмы динамического уровня, но для их синтеза требуется проработанная математическая модель системы.

Разработке таких моделей посвящено огромное число публикаций (см., например, [4, 5]). Исследование динамики и управляемости систем с произвольным числом и расположением ролико-несущих колес проведено в работах [6—8]. В статье [9] выполнено точное интегрирование уравнений управляемого движения трехколесной всенаправленной платформы в частном случае, рассмотрены вопросы оптимизации энергозатрат и счисления пройденного ею пути.

Отметим, что в рассмотренных публикациях при составлении уравнений движения силы трения, действующие на валы и оси механических передач колес, либо игнорируются, либо группируются авторами с управляющими моментами. Учету трения в осях роликов колес в публикациях фактически не уделено никакого внимания.

Предлагаемая статья посвящена построению неголономной математической модели движения мобильной платформы *youBot* с учетом сил линейного вязкого трения в сочленениях тел, а также идентификации параметров такой модели.

Кинематика платформы всенаправленного движения *youBot*

Исследуем движение мобильного робота *youBot* по горизонтальной плоскости (подстилающей по-

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-01-00429-а.

верхности, полу). Считаем, что манипулятор неподвижен относительно платформы.

Для описания кинематики платформы мобильного робота введем неподвижную систему координат $X'Y'Z'$ с горизонтальной плоскостью $X'Y'$ и связанную с платформой подвижную $OXYZ$ с началом в геометрическом центре платформы (рис. 2, см. третью сторону обложки).

Движение системы описывается 11 обобщенными координатами (рис. 2): декартовыми координатами X'_O и Y'_O ее геометрического центра O ; курсовым углом $\psi = \angle(X', X)$; углами поворота колеса относительно корпуса робота ϕ_i ($i = 1, \dots, 4$); углами поворота роликов, контактирующих с подстилающей поверхностью, относительно дисков колес γ_i ($i = 1, \dots, 4$).

В рамках настоящей работы рассматривается **идеальная** модель движения меканум-колес. Считаем, что в каждый момент времени ролик колеса i движется без проскальзывания и отрыва от подстилающей поверхности, причем центр колеса C_i , центр оси ролика K_i и точка контакта P_i ролика с полом лежат на одной вертикальной прямой (рис. 2).

В соответствии с принятыми допущениями вектор скорости точки контакта $\mathbf{V}_{P_i}$ равен [10]:

$$\mathbf{V}_{P_i} = \mathbf{V}_O + [\Omega, \overline{OC_i}] + [\omega_i, \overline{C_iK_i}] + [\omega_{pi}, \overline{K_iP_i}] = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{V}_O = \{V_X, V_Y, 0\}$ — вектор скорости центра платформы; Ω , ω_i и ω_{pi} — соответственно векторы абсолютных угловых скоростей платформы, колеса i и его ролика, контактирующего с полом; $[\ , \]$ — операция векторного умножения. Перечисленные векторы угловых скоростей равны

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega \mathbf{e}_Z, \omega_i = \Omega \mathbf{e}_Z + \dot{\phi}_i \mathbf{e}_Y, \\ \omega_{pi} &= \Omega \mathbf{e}_Z + \dot{\phi}_i \mathbf{e}_Y + \dot{\gamma}_i \mathbf{f}_i, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Omega = \dot{\psi}$ — угловая скорость платформы; $\mathbf{e}_Y$ и $\mathbf{e}_Z$ — орты осей координатных X и Y ; $\mathbf{f}_i = \{\cos \delta_i, \sin \delta_i, 0\}$ — единичный вектор оси ролика колеса i (рис. 2), $\delta_2 = \delta_3 = 45^\circ$, $\delta_1 = \delta_4 = -45^\circ$. Здесь координаты векторов указаны в подвижной системе $OXYZ$.

Выполнив необходимые преобразования для каждого из колес ($i = 1, \dots, 4$), из формул (1) и (2) получаем выражения для угловых скоростей вращения колес и роликов:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= \frac{1}{R} [V_X - V_Y - (l + h)\Omega]; \\ \dot{\phi}_2 &= \frac{1}{R} [V_X + V_Y + (l + h)\Omega]; \\ \dot{\gamma}_1 &= \dot{\gamma}_2 = -\frac{\sqrt{2}}{r} [V_Y + h\Omega]; \\ \dot{\phi}_3 &= \frac{1}{R} [V_X + V_Y - (l + h)\Omega]; \end{aligned}$$

$$\dot{\phi}_4 = \frac{1}{R} [V_X - V_Y + (l + h)\Omega]; \quad (3)$$

$$\dot{\gamma}_3 = \dot{\gamma}_4 = -\frac{\sqrt{2}}{r} [V_Y - h\Omega],$$

где $R = |C_iP_i|$ — радиус меканум-колеса; $r = |K_iP_i|$ — радиус поперечного сечения ролика; l и h — характерные размеры платформы (рис. 2).

Соотношения (3) обосновывают всенаправленное свойство движения платформы — произвольные законы изменения V_X , V_Y и Ω могут быть реализованы за счет вращения роликонесущих колес. Например, для поступательного движения робота вбок ($V_X = 0$, $\Omega = 0$) вращение колес должно выполняться со скоростями $\dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_3 = -\dot{\phi}_1 = -\dot{\phi}_4 = V_Y/R$, а для вращения вокруг центра платформы ($V_X = 0$, $V_Y = 0$) — со скоростями $\dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_4 = -\dot{\phi}_1 = -\dot{\phi}_3 = (l + h)\Omega/R$.

Модель динамики робота *youBot*

Составим уравнения движения робота, считая, что в сочленениях тел действуют линейные по скорости силы вязкого трения, а ролики и вращающиеся детали механических передач колес невесомы. Каждое колесо рассматриваемой системы оснащено отдельным электроприводом. Моменты, развиваемые этими приводами, обозначим M_i ($i = 1, \dots, 4$) (рис. 2, см. третью сторону обложки).

Соотношения (3) определяют восемь негολонных связей, налагаемых на динамику мобильного робота *youBot*. Из его 11 обобщенных скоростей можно составить лишь три независимые линейные комбинации, например

$$\begin{aligned} V_X &= \dot{X}'_O \cos \psi + \dot{Y}'_O \sin \psi, \\ V_Y &= -\dot{X}'_O \sin \psi + \dot{Y}'_O \cos \psi, \Omega \equiv \dot{\psi}, \end{aligned}$$

и с помощью них описать динамику системы.

Для составления уравнений движения робота воспользуемся уравнениями Аппеля [10, 11].

Построение уравнений Аппеля для исследуемой системы подробно изложено в работе [12].

С учетом введенных выше допущений динамика мобильного робота *youBot* описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} m_0(\dot{V}_X - V_Y\Omega) + \frac{4I_1\dot{V}_X}{R^2} - ma_Y\dot{\Omega} - \\ - ma_X\Omega^2 + \frac{4\mu_1V_X}{R^2} = F_X; \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} m_0(\dot{V}_Y + V_X\Omega) + \frac{4I_1\dot{V}_Y}{R^2} + ma_X\dot{\Omega} - \\ - ma_Y\Omega^2 + \left(\frac{4\mu_1}{R^2} + \frac{8\mu_2}{r^2} \right) V_Y = F_Y; \end{aligned} \quad (4б)$$

$$\left(I_0 + \frac{4I_1(l+h)^2}{R^2} \right) \dot{\Omega} - ma_Y(\dot{V}_X - V_Y\Omega) +$$

$$+ ma_X(\dot{V}_Y + V_X\Omega) + \left(\frac{4\mu_1(l+h)^2}{R^2} + \frac{8\mu_2h^2}{r^2} \right) \Omega = M_\Omega, \quad (4в)$$

где $m_0 = m + 4m_1$ — общая масса робота; m — масса платформы со всем перевозимым оборудованием и грузом; m_1 — масса колеса; I_0 — момент инерции робота относительно оси OZ ; a_X и a_Y — координаты центра масс платформы с оборудованием и грузом C в подвижной системе OXY (рис. 2); I_1 — момент инерции колеса относительно его оси; μ_1 — коэффициент вязкого трения в сочленениях колес и платформы; μ_2 — коэффициент вязкого трения в осях роликов; F_X , F_Y и M_Ω — управляющие обобщенные силы и момент, которые выражаются через моменты приводов колес M_i , $i = 1, \dots, 4$, по формулам

$$F_X = \frac{M_2 + M_1 + M_4 + M_3}{R};$$

$$F_Y = \frac{M_2 - M_1 - M_4 + M_3}{R};$$

$$M_\Omega = \frac{l+h}{R} [M_2 - M_1 + M_4 - M_3].$$

Значения некоторых коэффициентов в системе (4) неизвестны и подлежат оцениванию.

Для удобства дальнейшего анализа введем нормализованные скорости и силы:

$$\Omega_{V_X} = \frac{V_X}{l+h}, \quad \Omega_{V_Y} = \frac{V_Y}{l+h},$$

$$M_{V_X} = (l+h)F_X, \quad M_{V_Y} = (l+h)F_Y \quad (6)$$

и перепишем систему уравнений движения (4) в следующей форме:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{x} = (x_i) =$$

$$= \left(m_0(l+h)^2 \quad I_0 \quad \frac{4I_1(l+h)^2}{R^2} \quad ma_X(l+h) \quad ma_Y(l+h) \quad \frac{4\mu_1(l+h)^2}{R^2} \quad \frac{8\mu_2h^2}{r^2} \right)^T$$

— вектор неизвестных постоянных параметров (коэффициентов в уравнениях движения);

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} M_{V_X} \\ M_{V_Y} \\ M_\Omega \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \dot{\Omega}_{V_X} - \Omega_{V_Y}\Omega & 0 & \dot{\Omega}_{V_X} & -\Omega^2 & -\dot{\Omega} & \Omega_{V_X} & 0 \\ \dot{\Omega}_{V_Y} + \Omega_{V_X}\Omega & 0 & \dot{\Omega}_{V_Y} & \dot{\Omega} & -\Omega^2 & \Omega_{V_Y} & \eta^2\Omega_{V_Y} \\ 0 & \dot{\Omega} & \dot{\Omega} & \Omega_{V_X}\Omega + \Omega_{V_Y} & \Omega_{V_Y}\Omega - \Omega_{V_X} & \Omega & \Omega \end{bmatrix};$$

$\eta = (l+h)/h$ — безразмерная длина.

Калибровочные движения. Анализ наблюдаемости параметров

Рассмотрим задачу синтеза движения мобильной платформы из условия наблюдаемости всех искоемых параметров и сходимости их оценок. Поставленная задача сводится к выбору законов изменения скоростей V_X , V_Y и Ω , поскольку для отработки движений может быть использована существующая система управления кинематического уровня.

Известно, что сходимость оценок параметров линейного объекта, вырабатываемых по градиентному алгоритму идентификации, обеспечивается, если на вход исследуемого объекта подать мультисинусоидальный сигнал [13, с. 366]. Экспериментально обнаружено, что при указанном способе формирования закона движения платформы точность системы управления может быть неудовлетворительной (рис. 3). К тому же, во вре-

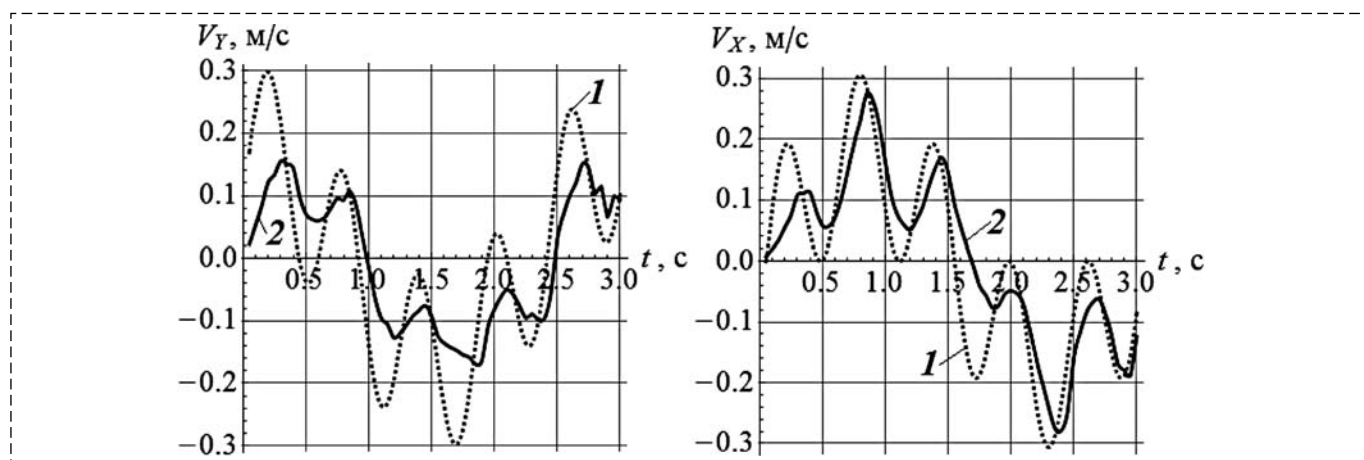


Рис. 3. Точность управления платформой в процессе отработки мультисинусоидальных законов изменения компонент скорости ее центра (1 — желаемые значения скоростей, 2 — их реализованные величины)

мя выполнения "замысловатых" маневров в течение продолжительного времени могут нарушаться идеальные условия контакта колес с полом.

Рассмотрим несколько "простых" маневров робота (калибровочных движений), на совокупности которых обеспечивается наблюдаемость всех коэффициентов в уравнениях движения.

Калибровочное движение I представляет собой вращение платформы вокруг точки, лежащей на поперечной оси OY на расстоянии $(l + h)$ от точки O . На таком движении $V_X = (l + h)\Omega$, $V_Y = 0$ или, что то же самое, $\Omega_{V_X} = \Omega$, $\Omega_{V_Y} = 0$. Угловая скорость Ω является T -периодической функцией, причем среднее за период значение ее куба равно нулю. Отметим, что на предложенном калибровочном движении $\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_3 = 0$, $\dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_4$.

Грамиан наблюдаемости параметров модели мобильного робота на рассматриваемом движении равен

$$W_I = \int_0^T H^T H dt =$$

$$= \begin{bmatrix} d_2 + c_4 & 0 & d_2 & 0 & -d_2 - c_4 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & d_2 & 0 & -d_2 & 0 & 0 \\ d_2 & d_2 & 2d_2 & 0 & -2d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_2 + 2c_4 & 0 & 0 & 0 \\ -d_2 - c_4 & -d_2 & -2d_2 & 0 & 2d_2 + c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 & c_2 \end{bmatrix},$$

где $c_k = \int_0^T \Omega^k dt$, $d_k = \int_0^T \dot{\Omega}^k dt$. При вычислении W_I было учтено, что в силу периодичности движения

$$\int_0^T \dot{\Omega} \Omega^k dt = (k+1)\Omega^{k+1} \Big|_0^T = 0.$$

Поскольку матрица W_I распадается на блоки, то совокупности параметров $\{x_4\}$, $\{x_6, x_7\}$ и $\{x_1, x_2, x_3, x_5\}$, отвечающие этим блокам, можно оценивать независимо.

Грамиан W_I вырожден ($\text{rg} W_I = 6$), линейная комбинация параметров $x_1 + x_2 + x_5$ на рассматриваемом калибровочном движении ненаблюдаема.

Калибровочное движение II представляет собой вращение платформы вокруг точки, лежащей на продольной оси OX на расстоянии $(l + h)$ от точки O . На таком движении $V_X = 0$, $V_Y = (l + h)\Omega$ или, что то же самое, $\Omega_{V_X} = 0$, $\Omega_{V_Y} = \Omega$. Угловая скорость Ω является T -периодической функцией, причем среднее за период значение ее куба равно нулю. Отметим, что на предложенном калибровочном движении $\dot{\phi}_3 = \dot{\phi}_4 = 0$, $\dot{\phi}_1 = -\dot{\phi}_2$.

Найдем грамиан наблюдаемости параметров модели мобильного робота на рассматриваемом движении:

$$W_{II} = \begin{bmatrix} d_2 + c_4 & 0 & d_2 & d_2 + c_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & d_2 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ d_2 & d_2 & 2d_2 & 2d_2 & 0 & 0 & 0 \\ d_2 + c_4 & d_2 & 2d_2 & 2d_2 + c_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_2 + 2c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_2 & c_2(\eta^2 + 1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2(\eta^2 + 1) & c_2(\eta^4 + 1) \end{bmatrix}.$$

Анализ структуры матрицы W_{II} позволяет сделать вывод о том, что совокупности параметров $\{x_5\}$, $\{x_6, x_7\}$ и $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ можно оценивать независимо.

Грамиан W_{II} вырожден ($\text{rg} W_{II} = 6$), линейная комбинация параметров $x_1 + x_3 - x_4$ на рассматриваемом калибровочном движении ненаблюдаема.

Поскольку нуль-пространства положительно полуопределенных матриц W_I и W_{II} не пересекаются, то матрица $W_I + W_{II}$ является положительно определенной. Таким образом, на последовательности калибровочных движений I и II обеспечивается полная наблюдаемость оцениваемых параметров.

Калибровочное движение III представляет собой периодическое поступательное движение платформы ($\Omega = 0$), причем V_X и V_Y являются линейно независимыми функциями. Анализ грамиана наблюдаемости показывает, что на таком движении комбинации параметров $x_1 - x_3$ и x_2 полностью ненаблюдаемы, а совокупности $\{x_1 + x_3\}$, $\{x_4, x_5\}$ и $\{x_6, x_7\}$ могут быть оценены независимо друг от друга.

Калибровочное движение IV представляет собой равномерное прямолинейное движение центра платформы ($V_X - V_Y\Omega = 0$ и $\dot{V}_Y + V_X\Omega = 0$), причем ее угловая скорость Ω изменяется по периодическому закону. Анализ грамиана наблюдаемости показывает, что на таком движении параметр x_1 полностью ненаблюдаем. Калибровочное движение IV введено для улучшения наблюдаемости параметра x_3 .

Идентификация параметров модели робота

Построим рекуррентный алгоритм идентификации рассматриваемой системы, основываясь на методике решения задачи оперативного (*on-line*) оценивания параметров, примененной в работе [13] для манипуляционного робота.

Исходные данные для решения задачи идентификации параметров робота *youBot* получены в результате экспериментальной реализации последовательности калибровочных движений и измерения скоростей вращения колес $\dot{\phi}_i(t)$, $i = 1...4$, и моментов $M_i(t)$ (рис. 4).

Зависимости продольной и поперечной компонент скорости центра платформы $V_X(t)$ и $V_Y(t)$, полученные в ходе выполнения последователь-



Рис. 4. Схема получения экспериментальных данных для решения задачи идентификации

ности калибровочных движений I, III, II и IV, представлены на рис. 5. Здесь калибровочное движение III представляет собой поступательное движение платформы вдоль окружности.

Матрица $\mathbf{H}$ в соотношении (7) содержит неизмеряемые ускорения. Для их исключения проведем замену функций, линейно входящих в элементы $\mathbf{H}$, по формулам [12, с. 146; 13, 14]

$$\begin{aligned} \Omega_{V_X} &= \frac{\dot{\alpha}_1}{a_f} + \alpha_1, & \Omega_{V_Y} &= \frac{\dot{\alpha}_2}{a_f} + \alpha_2, \\ \Omega &= \frac{\dot{\alpha}_3}{a_f} + \alpha_3, & \Omega_{V_X} \Omega &= \frac{\dot{\alpha}_{13}}{a_f} + \alpha_{13}, \\ \Omega_{V_Y} \Omega &= \frac{\dot{\alpha}_{23}}{a_f} + \alpha_{23}, & \Omega^2 &= \frac{\dot{\alpha}_{33}}{a_f} + \alpha_{33}, \\ M_{V_X} &= \frac{\dot{\beta}_1}{a_f} + \beta_1, & M_{V_Y} &= \frac{\dot{\beta}_2}{a_f} + \beta_2, & M_{\Omega} &= \frac{\dot{\beta}_3}{a_f} + \beta_3, \end{aligned} \quad (8)$$

где $a_f > 0$ — постоянный коэффициент. Здесь α_k , α_{ij} и β_k являются результатами обработки нормализованных скоростей, их произведений, а также

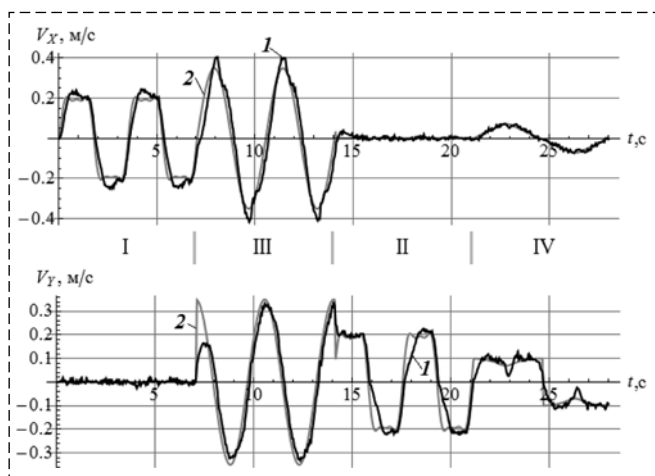


Рис. 5. Зависимости, характеризующие продольные и поперечные компоненты скорости центра платформы на последовательности калибровочных движений I—III—II—IV (1 — экспериментальные данные, 2 — идеальные параметры калибровочных движений)

нормализованных сил аperiodическими фильтрами с передаточными функциями $a_f/(p + a_f)$.

Подставив соотношения (8) в систему (7), после перегруппировки слагаемых и исключения производных новых переменных получаем

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_z \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \mathbf{z} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H}_z = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 - \alpha_{23} & 0 & \dot{\alpha}_1 & -\alpha_{33} & -\dot{\alpha}_3 & \alpha_1 & 0 \\ \dot{\alpha}_2 + \alpha_{13} & 0 & \dot{\alpha}_2 & \dot{\alpha}_3 & -\alpha_{33} & \alpha_2 & \eta^2 \alpha_2 \\ 0 & \dot{\alpha}_3 & \dot{\alpha}_3 & \alpha_{13} + \dot{\alpha}_2 & \alpha_{23} - \dot{\alpha}_1 & \alpha_3 & \alpha_3 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где вектор $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_i)$ удовлетворяет уравнению $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + a_f \boldsymbol{\varepsilon} = 0$, а производные $\dot{\alpha}_i$ вычисляются в соответствии с соотношениями (8), например, $\dot{\alpha}_3 = a_f[\Omega - \alpha_3]$. Далее экспоненциально затухающими величинами ε_i , $i = 1...3$, будем пренебрегать и примем $\mathbf{z} = \mathbf{H}_z \mathbf{x}$.

Найдем вектор оценок параметров $\hat{\mathbf{x}}$, минимизирующий квадратичный критерий

$$J(\hat{\mathbf{x}}) = \int_{t_0}^t \|\mathbf{z}(\tau) - \mathbf{H}_z(\tau) \hat{\mathbf{x}}(t)\|^2 d\tau + (\hat{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}_0)^T \mathbf{P}_0^{-1} (\hat{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}_0),$$

где t_0 — время начала оценивания. Вычисления проведем с помощью алгоритма, задаваемого следующими соотношениями [13, с. 371; 14]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{P} \mathbf{H}_z^T (\mathbf{z} - \mathbf{H}_z \hat{\mathbf{x}}), & \dot{\mathbf{P}} &= -\mathbf{P} \mathbf{H}_z^T \mathbf{H}_z \mathbf{P}, \\ \hat{\mathbf{x}}|_{t=t_0} &= \hat{\mathbf{x}}_0, & \mathbf{P}|_{t=t_0} &= \mathbf{P}_0 > 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mathbf{P} > 0$, а время начала оценивания t_0 выбирается из условия пренебрежимой малости величин ε_i , $i = 1...3$, при $t > t_0$. В работах [13, 14] этот алгоритм назван рекуррентным методом наименьших квадратов, а матрица $\mathbf{P}$ — матрицей усиления ал-

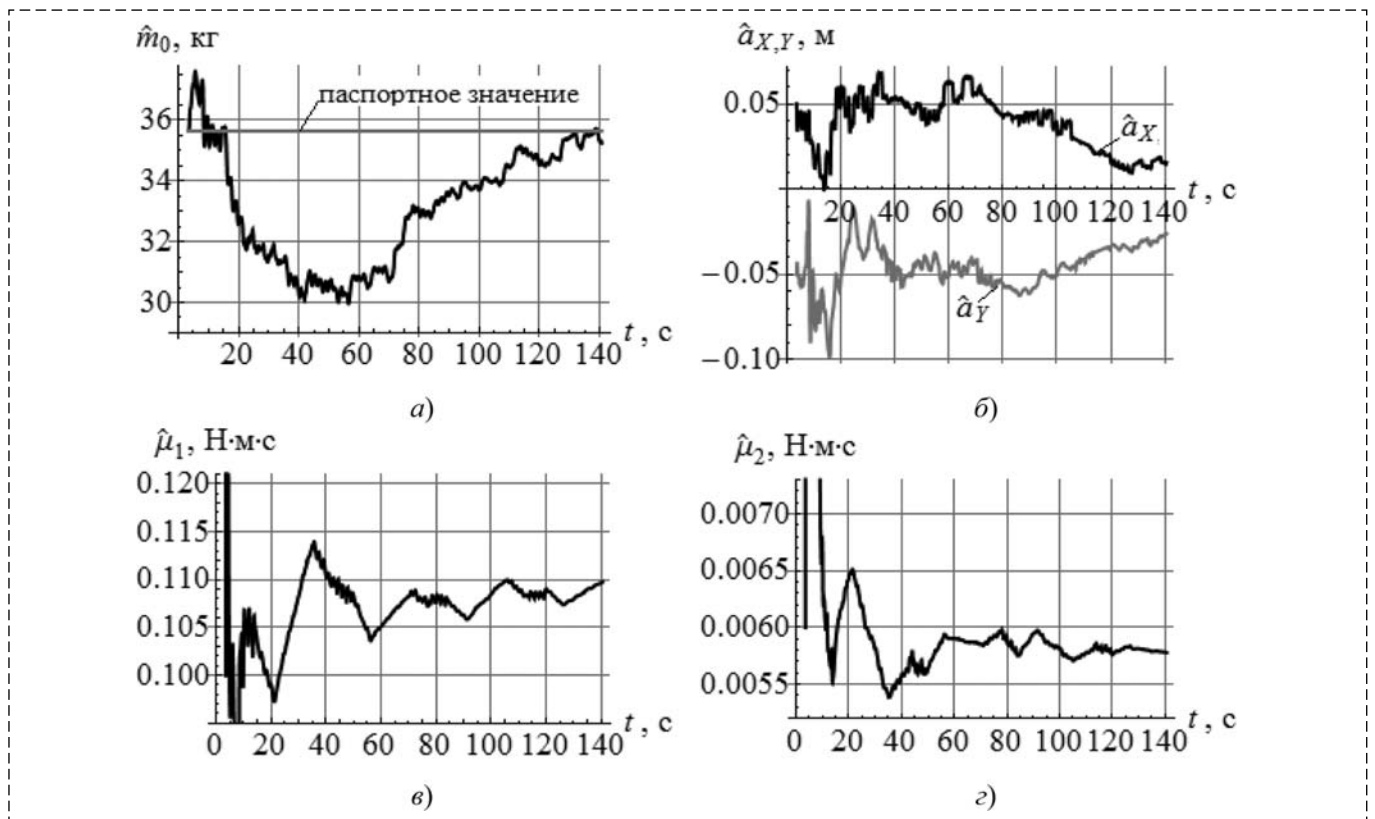


Рис. 6. Графики изменения оценок параметров системы:

а — оценка массы робота; б — оценки координат центра масс платформы; в — оценка коэффициента вязкого трения в сочленениях платформы и колес; г — оценка коэффициента вязкого трения в осях роликов

горитма идентификации. Заметим, что соотношения (10) совпадают с уравнениями фильтра Калмана для случая аддитивных белозумных ошибок измерений единичной интенсивности [15].

Для вычисления оценок массы $\hat{m}_0$, моментов инерции $\hat{I}_0$ и $\hat{I}_1$, координат центра масс платформы $\hat{a}_x$ и $\hat{a}_y$, коэффициентов трения $\hat{\mu}_1$ и $\hat{\mu}_2$ использовались построенные оценки $\hat{x}_i$, а также значения $l = 0,15$ м, $h = 0,2355$ м, $R = 0,0475$ м, $r = 0,014$ м, $m_1 = 1,4$ кг. Графики изменения некоторых из перечисленных оценок приведены на рис. 6.

По вектору оценок $\hat{\mathbf{x}}(t_e)$ при времени окончания оценивания $t_e = 140$ с найдены следующие оценки параметров робота: $\hat{m}_0 = 35,3$ кг, $\hat{I}_0 = 4,4$ кг·м², $\hat{I}_1 = 6,0 \cdot 10^{-3}$ кг·м², $\hat{a}_x = 1,6$ см, $\hat{a}_y = -2,6$ см, $\hat{\mu}_1 = 0,11$ Н·м·с и $\hat{\mu}_2 = 5,78 \cdot 10^{-3}$ Н·м·с.

Оценим точность, с которой построенная математическая модель робота с найденными значениями параметров описывает действительное поведение реальной системы. Соотнесем выходной вектор параметрической модели (9) $\mathbf{z}(t) =$

$= (\beta_1(t) \ \beta_2(t) \ \beta_3(t))^T$, построенный по измерениям управляющих моментов, с вектором прогноза

$$\hat{\mathbf{z}}(t) = (\hat{\beta}_1(t) \ \hat{\beta}_2(t) \ \hat{\beta}_3(t))^T = \mathbf{H}_z(t) \hat{\mathbf{x}}(t_e).$$

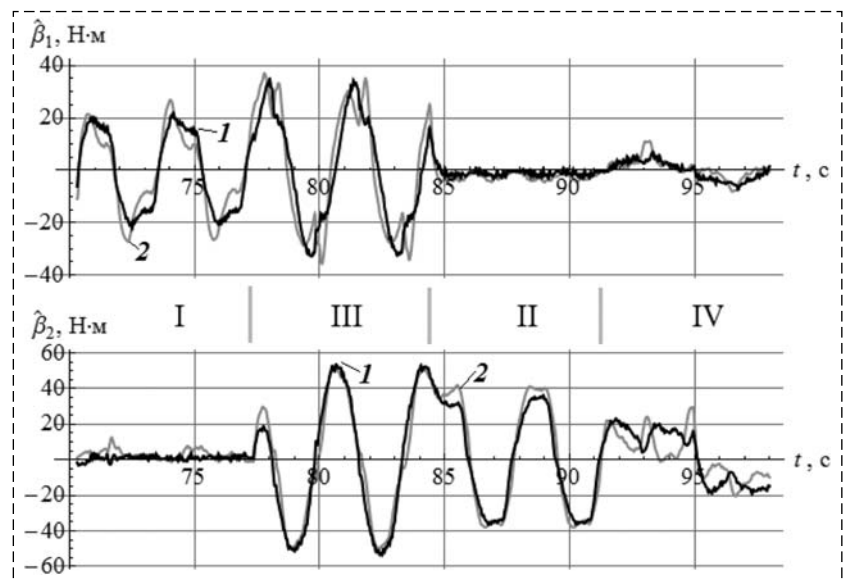


Рис. 7. Точность параметрической модели робота на последовательности калибровочных движений I—III—II—IV (1 — прогноз выходных переменных параметрической модели робота, 2 — экспериментальные данные)

Графики изменения прогнозируемых выходов параметрической модели (9) $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_2$, аппроксимирующих экспериментальные зависимости β_1 и β_2 , представлены на рис. 7.

Заключение

Построена неголономная математическая модель мобильной роботизированной платформы всенаправленного движения *youBot*. Предложена совокупность калибровочных движений робота, на которых обеспечивается полная наблюдаемость параметров системы (коэффициентов в уравнениях движения) и возможна декомпозиция задачи оценивания параметров. На основе полученной математической модели разработан алгоритм идентификации и получены оценки параметров мобильной платформы *youBot*.

Список литературы

1. **Ilon B. E.** Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base (Patent Sweden) B60B 19/12 (20060101); B60b 019/00, REF/3876255, November 13, 1972.
2. **Adascalitei F., Doroftei I.** Practical applications for mobile robots based on Mecanum wheels — a systematic survey // The Romanian Review Precision Mechanics, Optics & Mechatronics. 2011. N. 40. P. 21—29.
3. **Doroftei I., Grosu V., Spinu V.** Omnidirectional Mobile Robot — Design and implementation // Bioinspiration and Robotics Walking and Climbing Robots. Ed. by Maki K. Habib. I-Tech Education and Publishing, 2007. P. 511—528.
4. **Abdelrahman M., Zeidis I., Bondarev O., Adamov B., Becker F., Zimmermann K.** A Description of the Dynamics of a Four-Wheel Mecanum Mobile System as a Basis for a Platform

Concept for Special Purpose Vehicles for Disabled Persons // 58-th Ilmenau Scientific Colloquium — Shaping the Future by Engineering. — Ilmenau: 2014. URL: <http://www.db-thueringen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-30822/ilm1-2014iwk-041.pdf>, свободный. (Дата обращения: 20.05.2017).

5. **Hendzel Z., Rykala L.** Modeling of Dynamics of a Wheeled Mobile Robot with Mecanum Wheels with the Use of Lagrange Equations of the Second Kind // Z. Hendzel // Int. J. of Applied Mechanics and Engineering. 2017. Vol. 22, N. 1. P. 81—99. DOI: 10.1515/ijame-2017-0005
6. **Зобова А. А., Татаринев Я. В.** Динамика экипажа с роликонесущими колесами // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, № 1. С. 13—22.
7. **Килин А. А., Бобыкин А. Д.** Управление тележкой с омниколесами на плоскости // Нелинейная динамика. 2014. Т. 10, № 4. С. 473—481.
8. **Борисов А. В., Килин А. А., Мамаев И. С.** Тележка с омниколесами на плоскости и сфере // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7, № 4 (Мобильные роботы). С. 785—801.
9. **Martynenko Yu. G., Formal'skii A. M.** On the Motion of a Mobile Robot with Roller-Carrying Wheels // *Journal of Computer and Systems Sciences*. 2007. Vol. 46, N. 6. P. 976—983.
10. **Маркеев А. П.** Теоретическая механика. М., Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2007. 592 с.
11. **Голубев Ю. Ф.** Функция Апеля в динамике систем твердых тел // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2014. № 58. С. 1—16.
12. **Адамов Б. И.** Применение аппарата неголономных связей в задачах идентификации параметров и управления движением: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.01 [Место защиты: Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова], М., 2016. 206 с.
13. **Slotine J. J. E., Li W.** Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall, 1991. 461 p.
14. **Ioannou P. A., Sun J.** Robust Adaptive Control. Courier Corporation, 2012. 821 p.
15. **Степанов О. А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: Изд. ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электронприбор" 2012. 417 с.

Parametric Identification of the Mathematical Model of the Omnidirectional Mobile Robot KUKA youBot

B. I. Adamov, adamoff.b@yandex.ru, **A. I. Kobrin**, kobrinai@yandex.ru,
National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, 111250, Russian Federation

*Corresponding author: Adamov Boris I., Ph. D., Associate Professor,
National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow,
111250, Russian Federation, e-mail: adamoff.b@yandex.ru*

Accepted on December 01, 2017

The object of the study is a mobile robot KUKA youBot. Because of two pairs of mecanum—wheels its platform has full omnidirectional motion capabilities. We consider ideal contact of the wheel rollers and the floor. Under this assumption a complete (kinematics and dynamics) non-holonomic model of the system is developed. The dynamical model of the mecanum-wheeled robot consider mass eccentricity of its platform and linear viscous friction in platform-and-wheel and wheel-and-roller joints. The motion equations are derived using Appel's equations in terms of longitudinal and transversal velocities of the robot platform center, and rotational velocity of the platform. Values of the robot parameters (coefficients in the equations of motion) are not available and have to be determined. Calibration motions, such that all parameters are observable on them and it is possible to decompose identification problem, are designed. The physical robot inputs and

outputs are respectively the motor torques and the wheel rotational velocities (for each wheel). Using measurements of them and kinematics and dynamics relations longitudinal, transversal, and rotational velocities of the platform and generalized control forces in the equations of motion are computed. Because of the presence of the unmeasurable accelerations the equations of the robot motion can not be used directly for parameter estimation as a robot estimation model. To avoid the accelerations in the estimation model a filter technique is used. The "inputs" to the estimation model are the filtered versions of longitudinal, transversal, and rotational velocities of the platform. The estimation model "outputs" are filtered generalized control forces. The estimate of the parameters is generated by continuous-time recurrent least squares algorithm (LSM-estimator). Using experimental data measured on series of calibration motions the robot parameters is estimated.

Keywords: omnidirectional platform, Mecanum wheel, Ilon wheel, youBot, parameter estimation, non-holonomic system

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 16-01-00429-a.

For citation:

Adamov B. I., Kobrin A. I. Parametric Identification of the Mathematical Model of the Omnidirectional Mobile Robot KUKA youBot, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 4, no. 4, pp. 251–258.

DOI: 10.17587/mau.19.251-258

References

1. **Ilon B. E.** Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction on the ground or some other base. (Patent Sweden) B60B 19/12 (20060101); B60b 019/00, REF/3876255, November 13, 1972.
2. **Adascalitei F., Doroftei I.** Practical applications for mobile robots based on Mecanum wheels — a systematic survey, *The Romanian Review Precision Mechanics, Optics & Mechatronics*, 2011, no. 40, pp. 21–29.
3. **Doroftei I., Grosu V., Spinu V.** Omnidirectional Mobile Robot — Design and implementation, *Bioinspiration and Robotics Walking and Climbing Robots*, Ed. by Maki K. Habib, I-Tech Education and Publishing, 2007, pp. 511–528.
4. **Abdelrahman M., Zeidis I., Bondarev O., Adamov B., Becker F., Zimmermann K.** A Description of the Dynamics of a Four-Wheel Mecanum Mobile System as a Basis for a Platform Concept for Special Purpose Vehicles for Disabled Persons, *58-th Ilmenau Scientific Colloquium — Shaping the Future by Engineering*, Ilmenau, 2014, 10 p., available at: <http://www.db-thueringen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-30822/ilm1-2014iwk-041.pdf>
5. **Hendzel Z., Rykala L.** Modeling of Dynamics of a Wheeled Mobile Robot with Mecanum Wheels with the Use of Lagrange Equations of the Second Kind, *Int. J. of Applied Mechanics and Engineering*, 2017, vol. 22, no. 1, pp. 81–99, DOI: 10.1515/ijame-2017-0005
6. **Zobova A. A., Tatarinov Ya. V.** The dynamics of an omnimobile vehicle, *J. Appl. Math. Mech.*, 2009, vol. 73, no. 1, pp. 13–22 (in Russian).
7. **Kilin A. A., Bobykin A. D.** *Upravlenie telejkoi s omnivoliosami na ploskosti* (Control of a vehicle with omniwheels on a plane), *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2014, vol. 10, no. 4, pp. 473–481 (in Russian)
8. **Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S.** *Telejka s omnivoliosami na ploskosti i sfere* (An omni-wheel vehicle on a plane and a sphere), *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2011, vol. 7, no. 4 (Mobile Robots), pp. 785–801 (in Russian)
9. **Martynenko Yu. G., Formal'skii A. M.** On the Motion of a Mobile Robot with Roller-Carrying Wheels, *Journal of Computer and Systems Sciences*, 2007, vol. 46, no. 6, pp. 976–983.
10. **Mavkeev A. P.** *Teoreticheskaya mehanika* (Theoretical Mechanics), Moscow, Izhevsk, Regular and Chaotic Dynamics, 2007, 592 p. (in Russian)
11. **Golubev Yu. F.** Funktsiya Appelya v dinamike sistem tvordykh tel (Appel's Function in the Dynamics of Rigid Body Systems), *KIAM Preprint*, 2014, no. 58, pp. 1–16. (in Russian), URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-58>
12. **Adamov B. I.** *Primenenie apparata negolonomnykh svyazei v zadachah identifikatsii parametrov i upravleniya dvizheniem* (Application of non-holonomic constraints technique in parametric identification and motion control problems), Ph. D. Dissertation, Moscow, Lomonosov Moscow State University, 2016, 206 p. (in Russian)
13. **Slotine J. J. E., Li W.** *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, 1991.
14. **Ioannou P. A., Sun J.** *Robust Adaptive Control*, Courier Corporation, 2012.
15. **Stepanov O. A.** *Osnovy teorii otsenivania s prilozheniyami k zadacham obrabotki navigatsionnoi informatsii. Chast 2. Vvedenie v teoriyu filtratsii* (Fundamentals of Estimation Theory with Applications to Problems of Navigation Information Processing. Part 2. Introduction to Filtration Theory), Saint Petersburg, Concern Central Scientific and Research Institute Elektropribor, 2012, 417 p. (in Russian)