

М. Ю. Шавин, shawinmihail@gmail.com,
Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный,
Д. А. Притыкин, канд. физ.-мат. наук, dpritykin@rambler.ru,
Сколковский институт науки и технологий, Москва

Синтез системы управления квадрокоптером с поворотными роторами и наблюдение за подвижной целью

Предлагаются алгоритмы системы управления и навигации для беспилотного летательного аппарата (БЛА) с четырьмя поворотными роторами. Рассматриваемый аппарат реализует так называемую X-схему, основным элементом конструкции является корпус с симметричными лучами, на концах которых закреплены двигатели с пропеллерами. Отличие от классической конструкции квадрокоптера состоит в том, что аппарат снабжен дополнительными сервоприводами, способными изменять направление оси каждого ротора относительно корпуса, за счет чего увеличивается размерность вектора управляющих воздействий. Наличие дополнительных исполнительных органов системы управления, с одной стороны, открывает новые возможности использования БЛА, а с другой стороны, существенно усложняет модель динамики аппарата, что приводит к необходимости разработки новых алгоритмов управления.

Сформулирована математическая модель динамики аппарата. Показано, что наличие поворотных роторов позволяет добиться независимого управления положением и ориентацией аппарата. Синтезирован контур управления, в основе которого лежит аналитическое обращение динамики БЛА. Анализ полученных выражений для компонент вектора управляющих воздействий с применением численных методов позволяет учесть технические ограничения на максимальные обороты двигателей и углы отклонения сервоприводов.

Обратные связи в контуре управления реализованы посредством модели бортовых датчиков, характеристики которых соответствуют системе отслеживания движения, использованной при разработке прототипа БЛА. Для обработки сигналов бортовых датчиков применяется сигма-точечный фильтр Калмана.

Приведены результаты численных экспериментов, которые демонстрируют работоспособность алгоритмов управления и оценки состояния. В эксперименте аппарат выполняет движение по некоторой наперед заданной траектории, ориентируя при этом жестко закрепленную на корпусе камеру так, чтобы она отслеживала подвижный объект, также осуществляющий программное перемещение в трехмерном пространстве. Результаты численных экспериментов подтверждают способность аппарата выполнять сложные маневры, требующие независимого управления перемещением центра масс и ориентацией корпуса.

Ключевые слова: управление БЛА, квадрокоптер, поворотные роторы, обращение динамики, сигма-точечный фильтр Калмана

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) мультироторного типа находят все более широкое применение в различных областях человеческой деятельности, а миниатюризация и доступность электронных компонентов их бортового оборудования приводит к расширению спектра задач, в решении которых используются такие аппараты. Интерес исследователей к БЛА обусловлен также и тем, что они являются доступным средством для отработки новых технологий в аэрокосмической отрасли [1]. С момента создания первых квадрокоптеров интенсивно ведутся исследования в области их динамики и управления, причем число работ столь велико, что мы ограничимся ссылкой на статью [2], в которой приведен обзор и качественный анализ основных алгоритмов. Однако, несмотря на обилие публикаций, в области управляемой динамики квадрокоптеров остаются перспективные направления, среди которых усовершенствование конструкции БЛА,

связанное с увеличением размерности вектора управляющих воздействий. Конструктивно это достигается, например, с помощью сервоприводов, способных поворачивать роторы с пропеллерами относительно корпуса.

Стандартный квадрокоптер с четырехмерным вектором управляющих воздействий и шестью степенями свободы корпуса аппарата не способен, например, независимо управлять положением и ориентацией. Это приводит к необходимости иметь дополнительные устройства для наведения камер или лазерных дальномеров, используемых при выполнении ряда стандартных для БЛА задач. Возможность независимо управлять положением и ориентацией, приобретаемая за счет использования поворотных роторов, влияет не только на работу полезной нагрузки и датчиков, но и на функциональные возможности всей системы в целом. Согласно работе [3] усовершенствованные таким образом квадрокоптеры более устойчивы к возмущениям внешней среды, а также лучше, чем стандартные квадрокоптеры, пригодны для

вертикального взлета и посадки на неровные поверхности. Достоинства БЛА с поворотными роторами отмечают и исследователи, работающие над управлением БЛА в экстренных ситуациях (при отказе части двигателей) [4, 5]. В работе [4] обосновывается достижение более высокой скорости за счет выбора оптимальной по отношению к набегающему потоку ориентации, а также более рациональное по сравнению со стандартными аппаратами энергопотребление. В работе [5] отмечена перспективность конструкции с поворотными роторами, однако ее применение не рассматривается из-за сложности реализации. Использование поворотных роторов действительно усложняет реализацию контура управления [6—9] и не позволяет применять ставшую классической изящную схему управления [10], однако мы полагаем, что предлагаемое нами аналитическое обращение динамики системы позволит преодолеть некоторую часть возникающих трудностей.

Отметим несколько работ, в которых в той или иной степени рассматривалась управляемая динамика квадрокоптера с поворотными роторами. Общая схема построения управления с помощью обращения динамики модели обсуждается в статье [3]. В работе [7] контур управления строится с помощью численного обращения динамики (фактически, поскольку размерность вектора управляющих воздействий больше размерности вектора фазовых переменных, в каждом такте управления вычисляется псевдообратная матрица Мура—Пенроуза). Тот же прием используется в известной работе [6], где перед обращением выполнен дополнительный переход от переменных положение, угловая скорость к переменным скорость, угловое ускорение, что позволяет преобразовать получившуюся систему, выразив искомые управляющие воздействия через управляющие параметры, в качестве которых выбраны обороты винтов и скорости поворота сервоприводов. Работа [6] примечательна тем, что в ней обсуждается способ выполнения существующих в системе технических ограничений на обороты роторов и углы отклонения сервоприводов за счет работы со штрафными функциями, что становится возможным благодаря переопределенности обрабатываемой системы. Однако, строго

говоря, этот подход предполагает нахождение решения с минимумом вращательной энергии роторов, а не непосредственное удовлетворение ограничений на максимальные обороты.

В работе [11] для квадрокоптера с поворотными роторами обсуждается построение регулятора на основе скользящих режимов управления. Работа [12], выполненная той же группой исследователей, показывает сравнение квадрокоптера с поворотными роторами и стандартного квадрокоптера при выполнении задачи слежения. В первом случае система управления демонстрирует более высокую робастность при наличии помех измерений, возмущений внешней среды и резких ускорений при маневрах.

Основным результатом нашей статьи является полное описание построения системы управления, включающее в себя аналитическое обращение динамики модели, явно сформулированный метод учета ограничений на управляющие воздействия и алгоритм определения состояния системы по модели датчиков. В первом разделе приводится постановка задачи. Далее кратко описана математическая модель системы, опубликованная ранее в работе [13]. Затем обсуждается синтез контура управления, рассматривается модель датчиков и алгоритм оценки состояния системы, в качестве которого выбран сигма-точечный фильтр Калмана, и представлены результаты численных экспериментов с моделью.

Постановка задачи

Общий вид аппарата представлен на рис. 1. Основным элементом конструкции является корпус, из которого выходят лучи с закреплен-

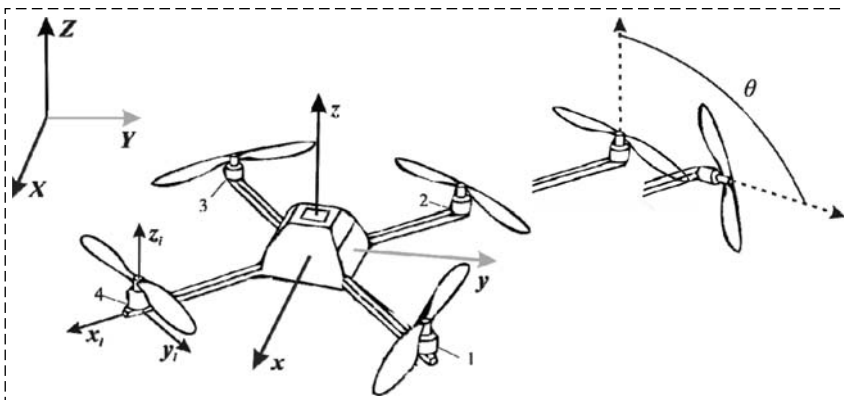


Рис. 1. Общий вид квадрокоптера и используемые системы координат
Fig. 1. Schematic view of the quadrotor and the reference frames

ными на концах двигателями с пропеллерами. Лучи расположены симметрично относительно корпуса аппарата и реализуют так называемую Х-схему. Смежные пропеллеры имеют противоположное направление вращения; первый и третий — пропеллеры левого вращения, а второй и четвертый — правого. Каждый из роторов может поворачиваться посредством сервопривода вокруг продольной оси луча.

Положим целью управления обеспечение наперед заданной траектории центра масс аппарата, а также требуемой ориентации. Такая постановка позволяет формализовать следующие задачи:

- приведение БЛА в некоторое наперед заданное статичное положение;
- перемещение БЛА вдоль некоторой наперед заданной (дискретным набором точек или непрерывной функцией координат от времени) траектории;
- наведение камеры, установленной на БЛА, на неподвижный или перемещающийся объект (съемка неподвижного объекта с разных ракурсов или слежение камерой за подвижным объектом).

Решение последней задачи в явном виде использует степени свободы, связанные с увеличением размерности вектора управляющих параметров. Квадрокоптер со стандартной конструкцией не способен выполнить произвольный маневр наведения камеры в точку с одновременным изменением высоты. В качестве примера, иллюстрирующего работоспособность системы управления, нами выбрано отслеживание квадрокоптером некоторой траектории с одновременным слежением установленной на аппарате камерой за движущимся объектом. Считается, что трехмерная траектория объекта при этом известна, что, например, соответствует задаче, выполняемой квадрокоптером при видеозаписи тренировок или соревнований биатлонистов.

Математическая модель динамики аппарата

Системы координат

Движение аппарата рассматривается относительно неподвижной инерциальной системы отсчета I , связанной с Землей (вращением Земли на характерных временах автономного полета БЛА рассматриваемого класса принято пренебрегать). Ось Z направлена вверх по вертикали, оси X и Y направим так, чтобы система образовывала правую тройку.

Индексом B обозначается жестко связанная с корпусом аппарата система координат $хуз$ с началом в центре масс и осями, совпадающими с главными центральными осями инерции корпуса БЛА.

Индексами R_i обозначаются системы координат, жестко связанные с роторами и совпадающие с их главными центральными осями инерции.

При записи векторов верхним индексом отмечается система координат, в которой записано разложение вектора. Повороты систем координат друг относительно друга описываются кватернионами. Кватернион, обозначаемый q_{IB} , задает ориентацию системы координат B относительно I в том смысле, что для любого вектора r выполняется соотношение

$$r^I = q_{IB} \circ r^B \circ \tilde{q}_{IB}. \quad (1)$$

Уравнения движения

При построении модели нами приняты следующие допущения: под ротором имеется в виду вращающаяся часть двигателя и пропеллер, которые считаются одним телом; корпус БЛА и каждый из четырех роторов считаются твердыми телами; крепление роторов к корпусу БЛА происходит в точках, совпадающих с центрами масс роторов. Помимо роторов в системе отсутствуют подвижные части; центры масс роторов лежат на окружности радиуса L , центр окружности совпадает с центром масс корпуса аппарата.

Положение БЛА в пространстве определяется радиус-вектором его центра масс r^I и кватернионом ориентации q_{IB} . Скорость центра масс аппарата равна

$$\dot{r}^I = \dot{r}^I. \quad (2)$$

Изменение кватерниона ориентации аппарата описывается уравнением Пуассона

$$\dot{q}_{IB} = \frac{1}{2} q_{IB} \circ \Omega^B, \quad (3)$$

где Ω^B — угловая скорость корпуса БЛА в проекции на собственные оси.

Движение центра масс БЛА определяется уравнением

$$M\ddot{r}^I = Mg^I - \frac{\rho CS_{\perp}}{2} |v^I| v^I + \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} k \tilde{\omega}_i |\tilde{\omega}_i| e_{z_i}^I, \quad (4)$$

где три члена в правой части соответствуют силе тяжести, силе аэродинамического сопротивления F_{drag}^B и создаваемой пропеллерами тяге F_{thr}^B ; $M = m + \sum m_i$, m — масса корпуса; m_i — масса i -го ротора с пропеллером; g — ускорение свободного падения; $S_\perp$ — площадь миделева сечения корпуса аппарата; C — аэродинамический коэффициент сопротивления воздуха; $e_{z_i}^{R_i}$ — единичный вектор вдоль оси симметрии i -го ротора; k — аэродинамический коэффициент, определяемый экспериментально; $\tilde{\omega}_i$ — скорость вращения i -го пропеллера.

Для описания вращательного движения воспользуемся динамическими уравнениями Эйлера, которые принимают вид [13]

$$\mathbb{J}_B \dot{\Omega}^B + \Omega^B \times \mathbb{J}_B \Omega^B = \sum_i r_i^B \times F_{thr_i}^B - \sum_i b \tilde{\omega}_i |\tilde{\omega}_i| e_{z_i}^B - \sum_i q_{BR_i} (\mathbb{J}_{R_i} \dot{\omega}_i^{R_i} + \omega_i^{R_i} \times \mathbb{J}_{R_i} \omega_i^{R_i}) \tilde{q}_{BR_i}, \quad (5)$$

где $\mathbb{J}_B$ и $\mathbb{J}_{R_i}$ — тензоры инерции корпуса и поворотных роторов; $\tau_{aero_i}^B = -b \tilde{\omega}_i |\tilde{\omega}_i| e_{z_i}^B$ — аэродинамический момент, связанный с вращением пропеллеров; b — определяемый экспериментально аэродинамический коэффициент.

Уравнения (2), (3), (4) и (5) составляют замкнутую систему, позволяющую моделировать динамику полета квадрокоптера с поворотными роторами.

Контур управления

Синтез регулятора

Пусть задана требуемая траектория центра масс аппарата $r^0(t)$, а также требуемая ориентация $q^0(t)$. Обозначим $\Delta r(t) = r^0(t) - r(t)$ и $\Delta q(t) = q^0(t) \circ \tilde{q}(t)$, где Δr и Δq определяют расхождение требуемой и текущей траектории БЛА в координатном пространстве, а $q = q_{IB}$. В качестве переменных управления выберем скорости вращения пропеллеров $\tilde{\omega}_i$ и углы поворота роторов θ_i :

$$u = \begin{pmatrix} \omega_u \\ \theta_u \end{pmatrix}, \quad \omega_u = (\tilde{\omega}_1 |\tilde{\omega}_1| \quad \tilde{\omega}_2 |\tilde{\omega}_2| \quad \tilde{\omega}_3 |\tilde{\omega}_3| \quad \tilde{\omega}_4 |\tilde{\omega}_4|)^T, \quad \theta_u = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4)^T. \quad (6)$$

Регуляторы, обеспечивающие необходимое управление по положению и ориентации, строятся как [7]

$$\ddot{r}(t) = \ddot{r}^0(t) + \mathbb{K}_{r1}(\dot{r}^0(t) - \dot{r}(t)) + \mathbb{K}_{r2}(r^0(t) - r(t)); \quad (7)$$

$$\dot{\Omega}(t) = \dot{\Omega}^0(t) + \mathbb{K}_{\Omega 1}(\Omega^0(t) - \Omega(t)) + \mathbb{K}_{\Omega 2} \Delta q(t),$$

где Δq — векторная часть кватерниона рассогласования ориентации, а $\mathbb{K}_{r_i}$ и $\mathbb{K}_{\Omega i}$ — диагональные матрицы коэффициентов. Сходимость траектории аппарата к требуемой гарантируется выбором коэффициентов регулятора, удовлетворяющих критерию Рауса—Гурвица для характеристических полиномов уравнения. Таким образом, для построения контура управления необходимо связать выход из регулятора (7) с управляющими параметрами (6), учесть присутствующие в системе ограничения на реализацию управляющих воздействий, а также реализовать обратные связи.

Обращение динамики модели

Реализация контура управления с регуляторами (7) требует определения значений управляющих параметров (6) по выходу из регулятора (7). Преобразуем уравнения модели (2)—(5), оставив в правой части получившихся уравнений все члены, в которые явно входят управляющие параметры (6), а все остальные члены перенесем в левую часть:

$$\mathcal{F}(\ddot{r}, \dot{r}, q_{IB}) = k \mathbb{F}_{thr}(\theta_u) \omega_u, \quad (8)$$

$$\mathcal{T}(\dot{\Omega}, \Omega) = (k L \mathbb{T}_{thr}(\theta_u) - b \mathbb{T}_{aero}(\theta_u)) \omega_u,$$

В правой части уравнений (8) матрицы, зависящие только от углов θ_i , соответствуют силе тяги $\mathbb{F}_{thr}$, моменту силы тяги $\mathbb{T}_{thr}$ и аэродинамическому моменту $\mathbb{T}_{aero}$. Система (8) содержит 6 уравнений и 8 неизвестных. Доопределим систему, используя выражения для распределения вертикальных составляющих сил и моментов между парами двигателей, расположенных на параллельных лучах:

$$\begin{aligned} k \omega_{u1} \cos \theta_{u1} + k \omega_{u3} \cos \theta_{u3} &= \frac{1}{2} \mathcal{F}_Z + \varepsilon_F; \\ k \omega_{u2} \cos \theta_{u2} + k \omega_{u4} \cos \theta_{u4} &= -\frac{1}{2} \mathcal{F}_Z + \varepsilon_F; \\ \omega_{u1} (b \cos \theta_{u1} - k L \sin \theta_{u1}) + \\ + \omega_{u3} (b \cos \theta_{u3} - k L \sin \theta_{u3}) &= \frac{1}{2} \mathcal{T}_Z + \varepsilon_T; \\ \omega_{u2} (b \cos \theta_{u2} + k L \sin \theta_{u2}) + \\ + \omega_{u4} (b \cos \theta_{u4} + k L \sin \theta_{u4}) &= \frac{1}{2} \mathcal{T}_Z - \varepsilon_T, \end{aligned} \quad (9)$$

где ε_F и ε_T — некоторые балансировочные параметры. Полученная система уравнений (8)—(9) имеет аналитическое решение, которое достаточно громоздко, поэтому приведем его здесь в общем виде:

$$\begin{aligned}\omega_{ui} &= \frac{(-1)^{i+1}}{2kL} \sqrt{A_i^2(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T) + B_i^2(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T)}; \\ \theta_{ui} &= 2\arctg \left((-1)^{i+1} \frac{A_i(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T) - \sqrt{A_i^2(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T) + B_i^2(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T)}}{B_i(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T)} \right),\end{aligned}\quad (10)$$

где $A_i(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T)$ и $B_i(\mathcal{F}, T, \varepsilon_F, \varepsilon_T)$ — скалярные функции, куда линейно входят компоненты $\mathcal{F}$ и T . Таким образом, полученные выражения (10) связывают выход регулятора с управляющими параметрами при наличии обратной связи.

Ограничения на управляющие воздействия

Рассмотрим возможные ограничения на вектор управляющих воздействий, а именно на максимальную скорость вращения роторов и на углы отклонения сервоприводов. Пусть

$$0 < (-1)^{i+1} \omega_{ui} < \omega_{ui}^{\max}, |\theta_{ui}| < \theta_{ui}^{\max} < \pi. \quad (11)$$

С учетом выражений (10) получим

$$\begin{aligned}0 < \sqrt{A_i^2 + B_i^2} < 2lk^2 \omega_{ui}^{\max}, \\ \left| \frac{A_i - \sqrt{A_i^2 + B_i^2}}{B_i} \right| < \tg \frac{\theta_{ui}^{\max}}{2}.\end{aligned}\quad (12)$$

Уравнения (12) могут быть преобразованы к виду

$$\begin{aligned}\sqrt{A_i^2(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T) + B_i^2(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T)} < 2lk^2 \omega_{ui}^{\max}, \\ |B_i(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T)| < A_i(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T) \tg \theta_{ui}^{\max}.\end{aligned}\quad (13)$$

Условия (13) определяют в пространстве $y = (\mathcal{F}, T)^T \in \mathcal{R}^6$ область Ω_y , в которой выполняются ограничения (11). Однако работать с ограничениями в таком виде на практике не всегда удобно. Выделив прямоугольную подобласть $\Psi_y \in \Omega_y$, можно независимо определить ограничения на каждую из компонент вектора y . Для этого сначала выделим линейноограниченную подобласть Ω_y^* из Ω_y .

$$\begin{aligned}\frac{|A_i(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T)| + |B_i(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T)|}{\sqrt{2}} < 2lk^2 \omega_{ui}^{\max}, \\ |B_i(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T)| < A_i(y, \varepsilon_F, \varepsilon_T) \tg \theta_{ui}^{\max}.\end{aligned}\quad (14)$$

Далее выберем центр прямоугольной области y^C и единичный направляющий вектор ее диагонали d и определим значения балансирующих параметров $\varepsilon_F, \varepsilon_T$, при которых все точки n -мерного прямоугольника Ψ_y удовлетворяют ограничениям (14), а длина его диагонали 2γ максимальна. За центр прямоугольника имеет смысл выбрать точку, соответствующую неподвижному зависанию аппарата: $y^C = (0 \ 0 \ -m|g| \ 0 \ 0 \ 0)^T$.

Можно показать, что если все вершины прямоугольной области удовлетворяют набору линейных ограничений, то все его внутренние точки также удовлетворяют этим ограничениям. Тогда достаточно проверить конечное число точек области Ψ_y на принадлежность к области Ω_y^* , чтобы убедиться, что ограничения выполняются в каждой точке области Ψ_y (рис. 2). Это позволяет применить численные методы к поиску значений параметров $\varepsilon_T, \varepsilon_F$ и максимальной длины диагонали прямоугольника $2\gamma^*$. В итоге ограничения для компонент вектора y , при котором выполняются ограничения (11), могут быть записаны в виде: $y_k^C - \gamma^* d_k < y_k^0 < y_k^C + \gamma^* d_k, \quad k = \overline{1, 6}$.

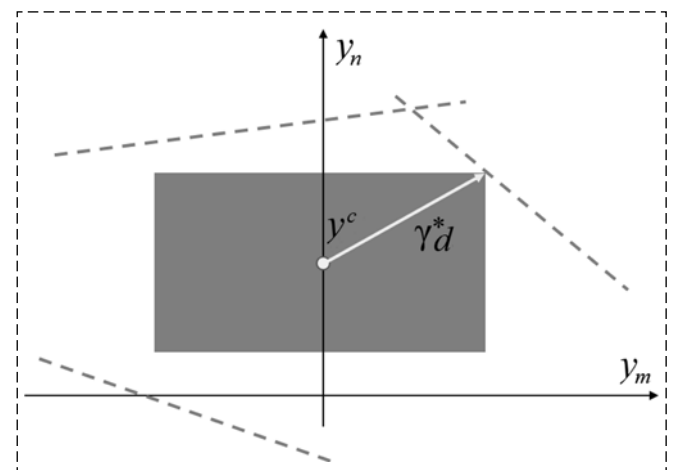


Рис. 2. Поиск прямоугольной области Ψ_y
Fig. 2. Determining a rectangular domain Ψ_y

Модель бортовых датчиков

Для реализации обратных связей в контуре управления необходимо обеспечить оценку текущего положения, скорости, кватерниона ориентации и угловой скорости БЛА. Здесь в качестве основы для моделирования обратных связей использована популярная среди разработчиков мультироторных роботов бортовая система Xsens MTi-7 [14]. Она содержит стандартный набор необходимых для оценки состояния БЛА подсистем, включающих в себя спутниковую систему глобального позиционирования, цифровой барометрический датчик давления, трехосевые электромеханические акселерометр и гироскоп, а также магнитный компас. Устройством предусмотрена возможность автоматической калибровки датчиков для устранения статических ошибок, которые могут возникнуть при его установке. Измерения датчиков моделируются добавлением к результатам интегрирования уравнений движения БЛА белого гауссовского шума с параметрами, соответствующими значениям, указанным в документации устройства [14]. Показания угловой скорости также содержат составляющую, отвечающую за дрейф нуля датчика угловой скорости. Стандартные отклонения для шума измерений горизонтальной составляющей позиции, вертикальной составляющей позиции, скорости, угла тангажа, крена и рысканья равны соответственно $\sigma_{rh} = 1$ м, $\sigma_{rv} = 2$ м, $\sigma_v = 0,05$ м/с, $\sigma_\psi = 0,5^\circ$, $\sigma_\theta = 0,5^\circ$, $\sigma_\phi = 1,5^\circ$. Плотность шума измерений угловой скорости равна $\rho_\Omega = 0,007^\circ \text{ с}^{-1} \cdot \text{Гц}^{-0,5}$, а дрейф нуля $\beta_\Omega = 0,003^\circ \text{ с}^{-1}$.

Алгоритм фильтрации

Ранее [13] для обработки сигналов бортовых датчиков авторами использовался расширенный фильтр Калмана, однако реализация этого фильтра основана на предположении о том, что линеаризованное преобразование математического ожидания вектора состояния системы и соответствующей матрицы ковариации достаточно близко к истинному нелинейному преобразованию, определяемому динамикой системы. Ввиду того что исследуемая система существенно нелинейна, в настоящей работе в качестве алгоритма фильтрации выбран сиг-

ма-точечный фильтр Калмана [16, 17]. Преимуществом этого метода является более высокая точность аппроксимации при тех же вычислительных затратах, что и в ЕКФ-методе [18]. Кроме того, как показывают численные эксперименты [15], стандартный алгоритм расширенного фильтра Калмана более чувствителен к ошибкам дискретизации и округления, чем алгоритм, реализованный в настоящей работе.

Приведем основные формулы алгоритма фильтрации. Модель непрерывной динамической системы:

$$\dot{x} = f(x, t) + w(t), \quad (15)$$

где $x(t)$ — вектор состояний системы, а $w(t)$ — шум системы. В нашем случае вектор состояний системы $x = (r^I, \dot{r}^I, q_{IB}, \Omega^B)^T$. Дискретные измерения:

$$z_k = h_k(x(t_k)) + y_k, \quad (16)$$

где $z(t)$ — вектор измерений, а $y(t)$ — шум измерений. В нашем случае вектор измерений совпадает с вектором состояния.

Задача фильтрации — найти являющуюся функцией измерений z_k несмещенную оценку вектора состояния системы $x(t_k)$, которую мы обозначим $\hat{x}_k$, минимизирующую дисперсию ошибки $\hat{x}_k - x(t_k)$.

Пусть в момент времени t_{k-1} получена оценка вектора состояния $\hat{x}_{k-1}$. На основании этой оценки строится прогноз оценки вектора состояний $\hat{x}_k^-$ (оценка априори), затем проводятся измерения z_k и коррекция оценки априори на основании результатов измерений — $\hat{x}_k^+$ (оценка апостериори).

Априори оценка вектора состояния $\hat{x}_k^-$ вычисляется как

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2N} w^i f(X_k^i), \quad (17)$$

где в качестве функции f используется система уравнений (2), (3), (4) и (5) с начальными условиями $\hat{x}(t) = \hat{x}_{k-1}$ ($\hat{x}(0) = x_0$). Аргументами функции f в сумме (17) являются так называемые сигма-точки, выбор которых определяется соотношениями

$$\begin{aligned} X_k^0 &= x_{k-1}; \\ X_k^i &= x_{k-1} + \sqrt{N + \lambda} \left(\sqrt{\mathbb{P}_{k-1}} \right)^i, \quad i = 1, \dots, N; \\ X_k^i &= x_{k-1} + \sqrt{N + \lambda} \left(\sqrt{\mathbb{P}_{k-1}} \right)^{i-N}, \quad i = N + 1, \dots, 2N, \end{aligned} \quad (18)$$

где $(\sqrt{\mathbb{P}_{k-1}})^i$ обозначает i -й столбец матрицы $\sqrt{\mathbb{P}_{k-1}}$. Здесь используется разложение Холецкого [19] вида $\mathbb{P} = \sqrt{\mathbb{P}}\sqrt{\mathbb{P}}^T$, где $\sqrt{\mathbb{P}}$ — нижняя треугольная матрица; N — размерность оцениваемого вектора состояния.

Весовые коэффициенты в формуле (17) вычисляются как

$$w^0 = \frac{\lambda}{\lambda + N}, \quad w^i = \frac{1}{2(\lambda + N)}, \quad i = 1, \dots, 2N. \quad (19)$$

Оценка матрицы ковариации может быть получена по формуле

$$\mathbb{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2N} w^i (f(X_k^i) - \hat{x}_k^-)(f(X_k^i) - \hat{x}_k^-)^T + \mathbb{Q}, \quad (20)$$

где $\mathbb{Q}$ — ковариационная матрица шума системы. При этом весовые коэффициенты в формулах (20) и (17) совпадают, за исключением коэффициента w^0 , который в формуле (20) принимает значение [18]

$$w_c^0 = \frac{\lambda}{\lambda + N} + 1 - \alpha^2 + \beta,$$

где $\alpha \in [10^{-4}, 1]$ — параметр, определяющий разброс сигма-точек вокруг среднего. Параметр β позволяет учесть априорные данные о функции плотности вероятности неизвестного вектора состояния системы (для нормального распределения $\beta = 2$). Наконец, $\lambda = 3\alpha^2 - N$ — параметр масштабирования.

Далее происходит коррекция сделанных на предыдущем этапе оценок вектора состояния и матрицы ковариации с помощью вектора и модели измерений. С помощью функции h из уравнений (16) сигма-точки (18) отображаются в пространство измерений, где также делается оценка среднего и матрицы ковариации

$$\begin{aligned} \zeta_k^i &= h(X_k^i); \\ \hat{z}_k &= \sum_{i=0}^{2N} w^i \zeta_k^i; \\ \mathbb{S}_k &= \sum_{i=0}^{2N} w^i (\zeta_k^i - \hat{z}_k)(\zeta_k^i - \hat{z}_k)^T + \mathbb{R}, \end{aligned}$$

где $\mathbb{R}$ — ковариационная матрица шума измерений. Окончательные оценки для вектора состояния и матрицы ковариации получаются по формулам

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k^- + \mathbb{K}_k(z_k - \hat{z}_k); \\ \mathbb{P}_k^+ &= (\mathbb{E} - \mathbb{K}_k\mathbb{T}_k)\mathbb{P}_k^-, \end{aligned}$$

где

$$\mathbb{T}_k = \sum_{i=0}^{2N} w^i (X_k^i - \hat{x}_k^-)(\zeta_k^i - \hat{z}_k)^T, \quad \mathbb{K}_k = \mathbb{T}_k\mathbb{S}_k^{-1}.$$

Результаты численных экспериментов

Для проверки алгоритмов управления и фильтрации создана модель *MATLAB Simulink* и проведены вычислительные эксперименты. Параметры модели приведены в табл. 1.

На основе приведенных выше параметров динамики выбрано направление диагонали прямоугольной области Ψ_y и рассчитаны значения пределов ограничений (11), которые приведены в табл. 2.

В эксперименте аппарат должен выполнить наблюдение за подвижным объектом, летя неподалеку от него и ориентируя камеру, установленную спереди, так, чтобы объект находился в центре полученного изображения. Мы не рассматриваем вопрос построения траектории БЛА, считая ее определенной заранее. Точка

Таблица 1
Table 1

Параметры модели
Model parameters

Параметр	Значение
M	2,0 кг
$\mathbb{J}_B$	diag(0,02 0,02 0,04) кг·м ²
$\mathbb{J}_R$	diag($2e^{-5}$ $2e^{-5}$ $1e^{-5}$) кг·м ²
k	$1,13e^{-5}$ Н·с ² ·рад ⁻²
b	$1,5e^{-6}$ Н·м·с ² ·рад ⁻²
$S_{\perp}$	0,12 м ²
C	1,05
L	0,25 м
$\theta_{\max}$	$\pi/3$
$\tilde{\omega}_{\max}$	1140 рад/с

Таблица 2
Table 2

Параметры ограничений
Constraints parameters

Параметр	Значение
d	(0,577 0,577 0,577 0,014 0,014 0,014) ^T
ε_F	0 Н
ε_T	2,6 Н·м
γ^*	13,75

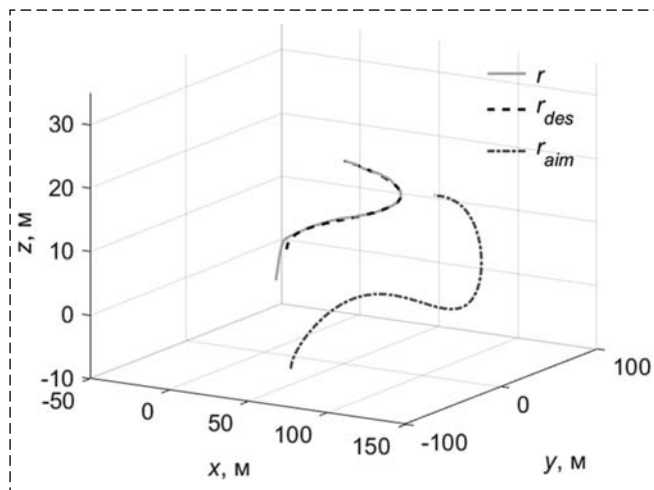


Рис. 3. Траектории: целевая БЛА (штриховая линия), БЛА (светлая линия), наблюдаемого объекта (темная линия)
Fig. 3. Trajectories: target (dotted line), UAV (light line), observed object (dark line)

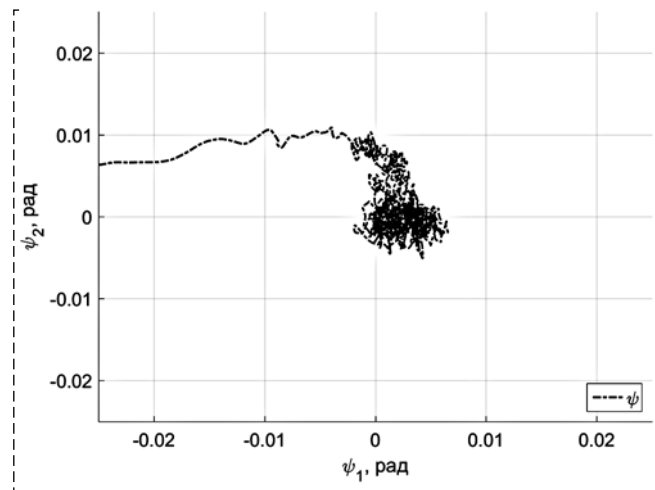


Рис. 5. Траектория объекта на записи
Fig. 5. Trajectory of the object as captured by the camera

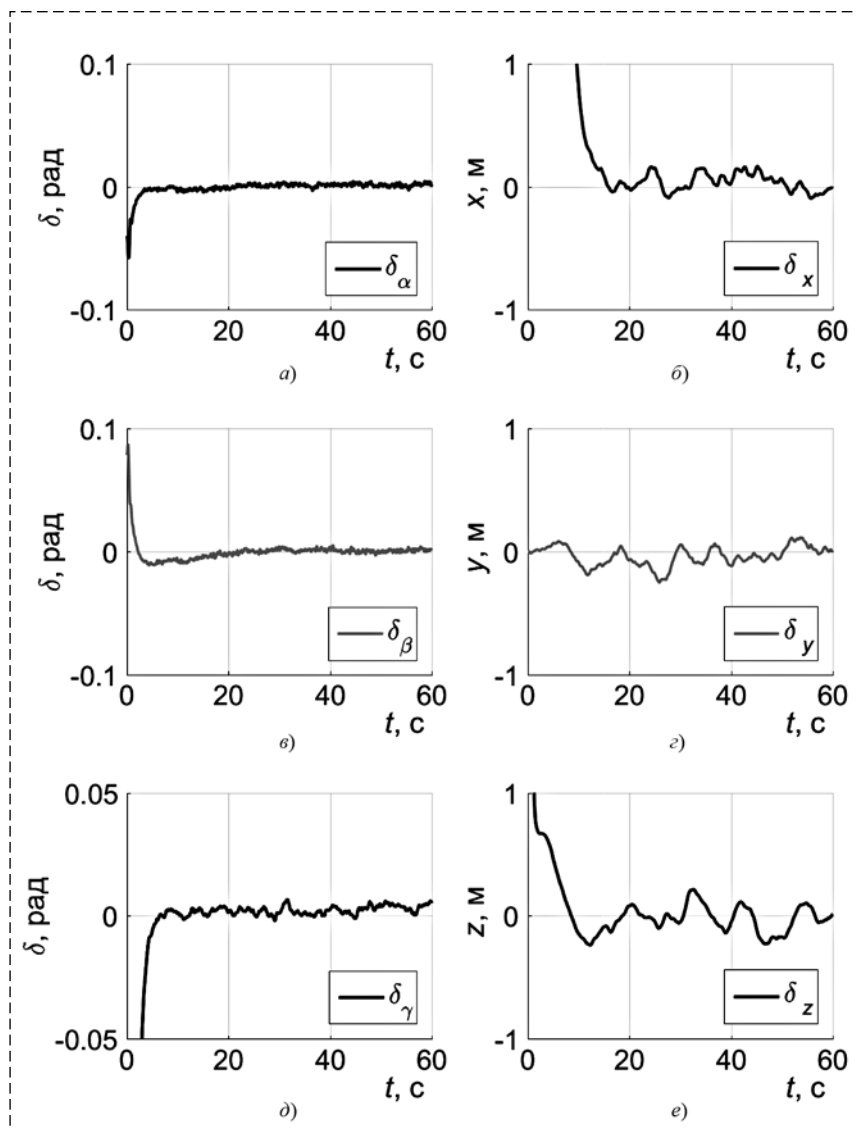


Рис. 4. Ошибка ориентации и позиции
Fig. 4. Attitude and position tracking errors

старта аппарата расположена на расстоянии 90 м от цели, затем это расстояние постепенно сокращается до 50 м. Траектория БЛА и наблюдаемого объекта изображены на рис. 3.

На рис. 4, а, в, д изображены ошибки ориентации по углам крена, тангажа и рысканья, а на рис. 4, б, г, е — положения квадрокоптера по оси X , Y и Z . Ошибки по каждому из углов ориентации после стабилизации не превышают 1° . После выхода аппарата на целевую кривую максимальное абсолютное отклонение от траектории составило 0,3 м.

На рис. 5 можно проследить за траекторией наблюдаемого объекта на записи, которую можно сделать с помощью передней камеры. Видно, что в начальный момент времени объект находится вне зоны видимости, затем перемещается в центр экрана, и далее на протяжении всего времени маневра ось визирования камеры отклоняется от вектора направления на объект не более чем на 1° .

Рис. 6 демонстрирует производительность алгоритмов оценки состояния. Слева приведены графики ошибки оценки угла

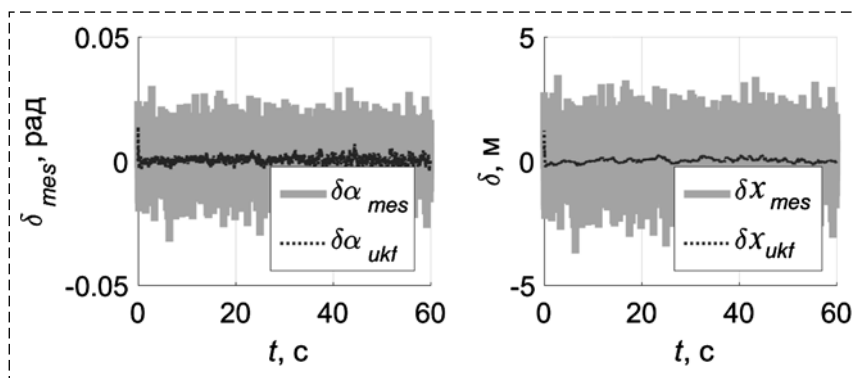


Рис. 6. Ошибка оценки состояния и прямых измерений
Fig. 6. Estimation and measurement errors

крена (темная линия) и прямых измерений (светлая линия). Справа — оценка положения по оси X и его прямые измерения.

Алгоритмы фильтрации позволяют значительно снизить уровень шума измерений текущей позиции. Среднеквадратичная ошибка оценки ориентации составила менее 1° .

В результате эксперимента мы оценили способность БЛА с поворотными роторами справляться со сложными маневрами, где необходимо независимо управлять ориентацией и положением аппарата. Квадрокоптер быстро вышел на целевую траекторию и отслеживал ее с ошибкой, максимальное значение которой составило 30 см, что значительно превышает точность прямых измерений положения аппарата. Отметим, что для решения поставленной задачи наблюдения за подвижным объектом ошибка оказалась не критичной. Однако при необходимости более точного отслеживания траектории имеет смысл использовать более чувствительные инструменты для измерения текущего положения и скорости, например, технологию RTK GPS [20], где применение неподвижной наземной базовой станции уменьшает погрешность измерений на 1...2 порядка.

При движении ориентация аппарата менялась таким образом, что зафиксированная на корпусе камера следила за движущейся целью, локализуя ее в центре изображения. Во время полета были выдержаны ограничения на компоненты вектора управляющего воздействия. Результаты эксперимента позволяют говорить о возможности эффективного применения БЛА с поворотными роторами для преследования и съемки движущихся по криволинейной траектории в трехмерном пространстве объектов.

Заключение

В работе предложена модель управляемой динамики квадрокоптера с поворотными роторами. При некоторых упрощениях эта модель допускает аналитическое обращение динамики и построение контура управления, который может обеспечить независимое управление положением и ориентацией аппарата с учетом имеющихся в системе ограничений на управляющие воздействия. Это позволяет решать задачи, недоступные

для выполнения квадрокоптером стандартной конструкции. В статье приведен пример решения одной из таких задач, а именно выполнение маневра одновременно со слежением установленной на аппарате камерой за объектом, движущимся по трехмерной траектории.

При построении системы управления определен набор бортовых измерений, необходимых для реализации синтезированного контура управления в бортовом программном обеспечении, приведены алгоритмы обработки этих измерений.

Дальнейшая работа с моделью предполагает дополнение полученных результатов алгоритмами построения оптимальных траекторий на борту БЛА [21], а также алгоритмами навигации на основе обработки поля локальных скоростей движения изображения, регистрируемого бортовой видеокамерой [22].

Список литературы

1. Otero A. S., Chen A., Miller D. W., Hilstad M. SPHERES: Development of an ISS Laboratory for formation flight and docking research // Proceedings IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA, 2002. P. 1—1.
2. Zulu A., John S. A Review of Control Algorithms for Autonomous Quadrotors // Open. Journal of Applied Sciences. 2014. N. 4. P. 547—556.
3. Шольц Г., Троммер Г. Ф. Модельное управление квадрокоптерами с поворотными роторами // Гироскопия и навигация. 2015. № 4 (91). С. 131—146.
4. Sridhar S., Kumar R., Cohen K., Kumar M. Fault Tolerance of a Reconfigurable Tilt-Rotor Quadcopter Using Sliding Mode Control // ASME 2018 Dynamic Systems and Control.
5. Морозов Ю. В. Экстренное управление квадрокоптером при отказе двух симметричных винтов // Автоматика и телемеханика. 2018. № 3. С. 92—110.
6. Ryll M., Bühlhoff H. H., Giordano P. R. A novel over-actuated quadrotor unmanned aerial vehicle: Modeling, control, and experimental validation // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2015. 23 (2). P. 540—556.

7. Falconi R., Melchiorri C. Dynamic Model and Control of an OverActuated Quadrotor UAV // Proc. of the 10th IFAC Symposium on Robotic Control. 2012. P. 192—197.
8. Segui-Gasco P., Al-Rihani Y., Shin H. S., Savvaris A. A Novel Actuation Concept for a Multi Rotor UAV // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2014. Vol. 74, Iss. 1—2. P. 173—191.
9. Oosedo A. et al. Flight control systems of a quad tilt rotor unmanned aerial vehicle for a large attitude change // Robotics and Automation (ICRA). 2015 IEEE International Conference on. 2015. P. 2326—2331.
10. Mellinger D., Kumar V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '11). Shanghai, China, IEEE, May 2011. P. 2520—2525.
11. Sridhar S., Kumar R., Radmanesh M., Kumar M. Non-Linear Sliding Mode Control of a Tilting-Rotor Quadcopter // ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference.
12. Kumar R., Nemati A., Kumar M., Sharma R., Cohen K., Cazaaurang F. Tilting-Rotor Quadcopter for Aggressive Flight Maneuvers Using Differential Flatness Based Flight Controller // ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference.
13. Шавин М. Ю. Управляемая динамика квадрокоптера с поворотными роторами // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. 76 (4).
14. Xsens North America Inc. Xsens MTi-7 module official page. URL: <https://www.xsens.com/products/mti-7/> (дата обращения: 10.11.2018).
15. Шавин М., Притыкин Д. Управляемая динамика квадрокоптера с поворотными роторами: алгоритмы оценки состояния // Проблемы механики и управления: Матер. Междунар. Конф. (16—22 сентября 2018 г., г. Махачкала). М.: Издательство Московского университета, 2018. С. 337—339.
16. Julier S. J., Uhlmann J. K., Durrant-Whyte H. F. A new approach for filtering nonlinear systems // In Proceedings of the American Control Conference. 1995. P. 1628—1632.
17. Julier S. J., Uhlmann J. K. Unscented filtering and nonlinear estimation // Proc. Of IEEE. 2004. N. 3. P. 401—422.
18. Куликова М. В., Куликов Г. Ю. Численные методы нелинейной фильтрации для обработки сигналов и измерений // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 4. С. 64—98.
19. Вержбицкий М. Основы численных методов. М.: Высшая школа, 2009. 840 с.
20. Feng Yanming, Jinling Wang. GPS RTK performance characteristics and analysis // Journal of Global Positioning Systems, 2008. Vol. 1. P. 1—8.
21. Андреев К. В., Рубинович Е. Я. Траекторное управление наблюдателем за мобильной целью по угломерной информации // Автоматика и телемеханика. 2016. № 1. С. 134—162.
22. Миллер Б. М., Степанян К. В., Попов А. К., Миллер А. Б. Навигация БПЛА на основе последовательностей изображений, регистрируемых бортовой видеокамерой // Автоматика и телемеханика. 2017. № 12. С. 141—154.

Tilt-Rotor Quadrotor Control System Design and Mobile Object Tracking

M. Shavin, shawinmihail@gmail.ru,

Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701, Russian Federation,

D. Pritykin, dpritykin@rambler.ru,

Skolkovo Institute of Science and Technology (Skoltech), Moscow, 121205, Russian Federation

Corresponding author: M. Shavin, Moscow Institute of Physics and Technology, 141701, Dolgoprudny, Russian Federation, e-mail: shawinmihail@gmail.ru

Accepted on May 15, 2019

Abstract

We design the navigation and control system for unmanned aerial vehicle (UAV) with four tilting rotors. The considered UAV implements the so-called X-scheme, which implies the main body and four symmetrical beams, upon which rotors with propellers are mounted. It is different from the classical quadrotor by having four additional servomotors that may change the orientation of the rotors with respect to the main body, thus increasing the control parameters number. Greater number of the actuators in the system, on the one hand, opens new venues for UAVs' applications but, on the other hand, makes the mathematical model of the UAV's dynamics quite complicated. The latter calls for new control algorithms to be developed. We start by forming the mathematical models of the UAV's dynamics. It is shown that the introduction of the tilting motors allows implementing independent control of the quadrotor's position and attitude. The control loop is designed on the base on the analytical dynamics inversion. The expressions for the control parameters thus obtained are subjected to the numerical analysis, which allows taking into account technical constraints for maximal motor speed and tilt angles. Feedback in the control loop is implemented by simulation of the on-board sensors' signals, whose characteristics correspond to those of the sensors used in the UAV's experimental prototype design. The signals are processed with the aid of the unscented Kalman filter algorithm. The results of numerical experiments corroborate the efficiency of the developed control and navigation algorithms. The mission simulated in the numeric experiments is tracking of a pre-defined trajectory and pointing with a body-fixed camera at a mobile object, which, in turn, moves along a programmed trajectory. The results of the numeric experiments show that the UAV is capable of performing complex maneuvers with independent position and attitude control.

Keywords: UAV control, quadrotor, tilt-rotors, dynamics inversion, unscented Kalman filter

Acknowledgements: Authors thank the head of MIPT Advanced Control Systems Lab. S. V. Avtaikin for providing facilities and assistance.

For citation:

Shavin M., Pritykin D. Tilt-Rotor Quadrotor Control System Design and Mobile Object Tracking, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 10, pp. 629—639.

DOI: 10.17587/mau.20.629-639

References

1. Otero A. S., Chen A., Miller D. W., Hilstad M. SPHERES: Development of an ISS Laboratory for formation flight and docking research, *Proceedings, IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, USA, 2002, pp. 1—1.
2. Zulu A., John S. A Review of Control Algorithms for Autonomous Quadrotors. *Open. Journal of Applied Sciences*, 2014, 4, pp. 547—556.
3. Sholc G., Trommer G. F. *Gyroscopy and Navigation*, 2015, no. 4 (91), pp. 131—146 (in Russian).
4. Sridhar S., Kumar R., Cohen K., Kumar M. *ASME 2018 Dynamic Systems and Control*, 2018.
5. Morozov Y. V. *Automation and Remote Control*, 2018, no. 3, pp. 92—110 (in Russian).
6. Ryll M., Bühlhoff H. H., Giordano P. R. A novel overactuated quadrotor unmanned aerial vehicle: Modeling, control, and experimental validation, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(2), pp. 540—556.
7. Falconi R., Melchiorri C. Dynamic Model and Control of an OverActuated Quadrotor UAV, in *Proc. of the 10th IFAC Symposium on Robotic Control*, 2012, pp. 192—197.
8. Segui-Gasco P., Al-Rihani Y., Shin H. S., Savvaris A. A Novel Actuation Concept for a Multi Rotor UAV, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, vol. 74, iss. 1—2, pp. 173—191.
9. Oosedo A. et al. Flight control systems of a quad tilt rotor unmanned aerial vehicle for a large attitude change, *Robotics and Automation (ICRA), 2015 IEEE International Conference on. IEEE*, 2015, pp. 2326—2331.
10. Mellinger D., Kumar V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '11)*, Shanghai, China, IEEE, May 2011, pp. 2520—2525.
11. Sridhar S., Kumar R., Radmanesh M., Kumar M. Non-Linear Sliding Mode Control of a Tilting-Rotor Quadcopter, *ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference*.
12. Kumar R., Nemati A., Kumar M., Sharma R., Cohen K., Cazaaurang F. Tilting-Rotor Quadcopter for Aggressive Flight Maneuvers Using Differential Flatness Based Flight Controller, *ASME 2017 Dynamic Systems and Control Conference*.
13. Shavin M. Y. *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2018, 76 (4) (in Russian).
14. Xsens North America Inc. Xsens MTi-7 module official page // xsens.com: Xsens official web-page. 2000—2018, available at: <https://www.xsens.com/products/mti-7/>
15. Shavin M., Pritykin D. *Proceedings of the Problems Of Mechanics And Control conference (2018, Makhachkala)*, pp. 337—339 (in Russian).
16. Julier S. J., Uhlmann J. K., Durrant-Whyte H. F. A new approach for filtering nonlinear systems, *In Proceedings of the American Control Conference*, 1995, pp. 1628—1632.
17. Julier S. J., Uhlmann J. K. Unscented filtering and nonlinear estimation, *Proc. of IEEE*, 2004, no. 3, pp. 401—422.
18. Kulikova M. V., Kulikov G. Y. *Computational Technologies*, 2016, vol. 21, no. 4, pp. 64—98 (in Russian).
19. Vergbickiy M. Fundamentals of numerical methods, Electronic resources in HSE, Moscow, 2009, 840 p. (in Russian).
20. Feng Yanming, Jinling Wang. GPS RTK performance characteristics and analysis, *Journal of Global Positioning Systems*, 2008, 1, pp. 1—8.
21. Andreev K. V., Rubinovich E. Ya. *Automation and Remote Control*, 2016, no. 1, pp. 134—162 (in Russian).
22. Miller B. M., Stepanyan K. V., Popov A. K., Miller A. B. *Automation and Remote Control*, 2017, no. 12, pp. 141—154 (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 31.07.2019. Подписано в печать 12.09.2019. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН1019. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru