С. В. Волков, канд. техн. наук, cniiag@cniiag.ru,
О. В. Горячев, д-р техн. наук, проф., olegvgor@rambler.ru,
А. Г. Ефромеев, канд. техн. наук, доц., age.sau@mail.ru,
А. О. Степочкин, аспирант, s.a.o.1984@yandex.ru,
Тульский государственный университет, г. Тула

# Расчет параметров математической модели электрического шагового двигателя гибридного типа на основе анализа картины магнитостатического поля

Представлен вариант решения задачи расчета параметров математической модели электрического шагового двигателя гибридного типа на основе анализа картины его магнитостатического поля. Показан один из основных недостатков такого двигателя — среднечастотный резонанс, возникающий из-за совпадения частоты собственных колебаний ротора с частотой подачи импульсов напряжения питания. Обоснована необходимость учета данного фактора при проектировании системы дискретного электропривода на основе исполнительного двигателя данного типа путем расчета значений резонансных частот и использования их при разработке алгоритма управления приводом. Поставлена задача разработки математической модели двигателя, позволяющей выполнить анализ влияния его конструктивных параметров на спектр резонансных частот. Сформирована методика расчета параметров заданной математической модели. Рассмотрены варианты математического описания данной электрической машины и выполнен подбор ее известной математической модели на основе схемы замещения электрической цепи. Выполнен численный расчет пространственной картины магнитостатического поля электродвигателя. На основе анализа результатов расчета сформирована система допущений для разработки эквивалентной схемы замещения магнитной цепи электрической машины. Разработана эквивалентная схема замещения магнитной цепи и соответствующая ей система уравнений. Сформирована система уравнений математической модели на основе схем замещения электрической и магнитной цепей. На основе системы уравнений разработана имитационная модель дискретного электропривода в программном пакете Simulink. С помощью полученной имитационной модели выполнен расчет переходных процессов по углу поворота ротора и электромагнитному моменту и проведен анализ влияния одного из конструктивных параметров на частоту собственных колебаний ротора. На основе результатов моделирования показано, что при увеличении высоты воздушного зазора у гибридного шагового двигателя уменьшается значение результирующего электромагнитного момента, и снижается частота собственных колебаний ротора, соответственно снижается и частота, при которой возникает среднечастотный резонанс. Полученная математическая модель может быть использована на этапе поверочного расчета выбранного двигателя, так как позволяет проанализировать влияние конкретного конструктивного параметра машины, в частности воздушного зазора, на частоту собственных колебаний ротора, а следовательно, на спектр резонансных частот дискретного электропривода.

**Ключевые слова:** гибридный шаговый двигатель, математическая модель, численный расчет пространственной картины магнитостатического поля, расчет параметров математической модели, эквивалентная схема замещения электрической цепи, эквивалентная схема замещения магнитной цепи

#### Введение

Электрические шаговые двигатели гибридного типа на сегодняшний день являются одним из перспективных типов исполнительных устройств дискретного электропривода высокоточных систем и комплексов гражданского и оборонного назначения. Важное преимущество такого привода — возможность реализации позиционного контура управления без использования обратной связи. Наиболее существенным его недостатком является характерный для всех типов шаговых двигателей резонанс, вызывающий шум, вибрацию, уменьшение развиваемого двигателем момента и пропуск шагов при определенных скоростях вращения.

Можно выделить два типа резонансных явлений в шаговом двигателе. Низкочастотный резонанс проявляется в виде вибрации машины при низких частотах вращения (порядка  $1...2\ c^{-1}$ ). Он вызван несимметричностью токов в обмотках статора. Современные драйверы для управления шаговыми двигателями имеют механизм устранения низкочастотного резонанса с помощью подстройки фазных токов.

Среднечастотный резонанс проявляется в виде шума на средних частотах вращения (порядка  $5...15 \, c^{-1}$ ) и возникает при совпадении частоты собственных колебаний ротора с частотой подачи импульсов фазных напряжений. Частота собственных колебаний ротора зависит, прежде всего, от конструктивных параметров двигателя: момента инерции, гео-

метрических размеров магнитопровода и воздушного зазора.

При реализации системы управления дискретным электроприводом возникает задача минимизации негативного влияния среднечастотного резонанса, что может быть достигнуто путем расчета соответствующих резонансных частот и их учета при разработке алгоритма управления. Соответственно актуальной является задача подбора математической модели, которая позволит оценить влияние конструктивных параметров машины на частоту собственных колебаний ротора, а следовательно, и на спектр резонансных частот. Это поможет оптимизировать подбор конкретной марки двигателя и реализовать алгоритм управления приводом таким образом, чтобы негативное влияние резонансных явлений на его характеристики было минимальным.

#### Постановка задачи

Для расчета статических и динамических характеристик систем электрического привода применяются математические модели исполнительного двигателя разной степени идеализации. Математическое описание электрических машин, как правило, основано на системе уравнений Лагранжа-Максвелла, описывающих основные моменты процесса электромеханического преобразования энергии. Конструктивные параметры конкретного электрического двигателя в модели отражены в соответствующих постоянных коэффициентах системы дифференциальных и алгебраических уравнений, таких как потокосцепление, индуктивность фазы, коэффициент момента и противоЭДС и других, заданных заводом-изготовителем в прилагаемой технической документации. Однако в инженерной практике возникают задачи, решение которых требует непосредственного учета в математическом описании машины геометрических размеров магнитопровода и воздушного зазора, свойств конструкционных материалов ротора и статора, параметров обмоток. Одной из таких задач и является анализ влияния конструктивных параметров шагового двигателя на присущие данному типу электрических машин резонансные явления.

Различные аспекты формирования математического описания гибридного шагового двигателя (ГШД) рассмотрены в целом ряде работ [1—7]. На основе анализа данных источников

можно выделить модель, основанную на схеме замещения электрической цепи обмотки статора. В частности, согласно работе [7] для двухфазного ГШД соответствующая система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} U_{A} = i_{A}R_{A} + L_{A}\frac{di_{A}}{dt} + \omega p\psi \sin(p\theta); \\ U_{B} = i_{B}R_{B} + L_{B}\frac{di_{B}}{dt} - \omega p\psi \cos(p\theta); \\ M_{9} = p(\psi_{B}i_{B}\cos(p\theta) - \\ -\psi_{A}i_{A}\sin(p\theta)) - M_{\text{CT max}}\sin(2p\theta); \end{cases}$$

$$J_{\text{MB}}\frac{d\omega}{dt} = M_{9} - M_{c};$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}.$$

$$(1)$$

Здесь U, i, R,  $\psi$ , L — напряжение, ток, сопротивление, потокосцепление и индуктивность соответствующей фазы;  $\theta$ ,  $\omega$ ,  $J_{\rm дв}$ , p — угол поворота, угловая частота вращения ротора, момент инерции ротора, число пар полюсов ротора;  $M_{\rm 3}$  — электромагнитный момент;  $M_{\rm cr\ max}$  — амплитудное значение статического фиксирующего момента, определяемого постоянными магнитами ротора;  $M_{\rm c}$  — момент статического сопротивления вала двигателя.

Модель включает в себя:

- уравнения напряжений каждой из фаз, полученные согласно схеме замещения обмоток статора;
- выражение для электромагнитного момента, полученное из уравнения баланса мощностей;
- уравнение движения ротора двигателя под действием электромагнитного вращающего момента и момента статического сопротивления.

В системе уравнений (1) параметры L — индуктивность обмотки статора и  $\psi$  — потокосцепление обмотки статора заданы в виде постоянных коэффициентов без учета изменения модуля вектора магнитного потока, а также геометрии магнитопровода и воздушного зазора двигателя в процессе электромеханического преобразования энергии. В связи с этим задачу получения математической модели ГШД на основе анализа конструктивных параметров машины фактически будем рассматривать как задачу расчета параметров L и  $\psi$  как функций угла поворота ротора двигателя  $\theta$ , зависящих также от геометрических соотношений маг-

нитной системы, свойств конструкционных материалов, параметров обмоток статора.

### Общий подход к построению эквивалентной схемы замещения магнитной цепи ГШД

Для расчета значений индуктивности и потокосцепления обмотки статора в зависимости от параметров магнитной системы целесообразно использование эквивалентной схемы замещения магнитной цепи ГШД.

Общий подход к построению эквивалентной схемы замещения магнитной цепи, применимый для любого электромеханического преобразователя, рассмотрен, в частности, в работе [2].

Магнитодвижущие силы (МДС) обмоток статора и постоянных магнитов ротора создают магнитный поток, который замыкается через элементы магнитопровода. В силу специфики конструкции данного типа электрических машин схему замещения магнитной цепи ГШД целесообразно представить в виде пространственной структуры, включающей: источники МДС, линейные магнитные сопротивления, нелинейные магнитные сопротивления.

В качестве источников МДС могут выступать обмотки с током либо постоянные магниты. МДС обмотки статора  $F_{\rm of}$  рассчитывается по формуле

$$F_{05} = iw, (2)$$

где i — ток в обмотке соответствующей фазы статора; w — число витков обмотки фазы статора.

Если источником МДС выступает постоянный магнит, вводится понятие фиктивной МДС постоянного магнита  $F_{\text{пм}}$ :

$$F_{\text{IIM}} = H_{\text{K} \dot{\text{D}}} l_{\text{M}}, \tag{3}$$

где  $H_{\rm k\phi}$  — фиктивная коэрцитивная сила постоянного магнита ротора;  $l_{\rm M}$  — длина элемента постоянного магнита ротора (как правило, длина по средней линии).

Значение  $H_{\kappa \varphi}$  может быть рассчитано аналитически на основе анализа кривой размагничивания материала постоянного магнита [2], либо численно при решении задачи магнитостатики средствами одного из специализированных программных пакетов.

Магнитное сопротивление участка магнитопровода может быть вычислено по формуле

$$R_i = \frac{h_i}{S_{\text{old}}},\tag{4}$$

где  $h_i$  — соответствующие длины участков магнитопровода двигателя;  $S_i$  — площадь, пересекаемая магнитным потоком на заданном участке магнитопровода;  $\mu_i$  — относительная магнитная проницаемость материала заданного участка магнитопровода.

Магнитная проводимость участка магнитопровода очевидно является величиной, обратной магнитному сопротивлению:

$$G_i = \frac{1}{R_i}. (5)$$

В соответствии с общими принципами формирования магнитная цепь условно разбивается на участки с равномерным сечением и постоянной магнитной проницаемостью. Затем каждый участок магнитной цепи заменяется магнитным сопротивлением, а МДС, распределенная на участке, заменяется источником МДС соответствующего вида.

Согласно принятым выше обозначениям выражение для закона полного тока магнитной цепи может быть записано в виде

$$\sum_{i=1}^{n} \Phi R_i = \sum_{i=1}^{k} F_{\text{o}6} + F_{\text{mm}}, \tag{6}$$

где  $\Phi$  — магнитный поток на рассматриваемом участке магнитной цепи двигателя; n — число участков магнитной цепи с соответствующим магнитным сопротивлением; k — число фаз обмотки статора.

## Методика расчета параметров математической модели ГШД на основе эквивалентной схемы замещения магнитной цепи

Для построения эквивалентной схемы замещения магнитной цепи ГШД необходимо учитывать структуру магнитной системы в целом, а также параметры рабочего воздушного зазора. При расчете магнитной цепи необходимо знать магнитную проводимость рабочего воздушного зазора и проводимости потоков рассеяния. Значение магнитной проводимости определяется конфигурацией поверхностей полюсов, ограничивающих воздушный зазор, их размерами и непосредственно высотой воздушного зазора. Для расчета магнитных проводимостей участков магнитных цепей применяется целый ряд методов, в том числе: аналитический метод, метод вероятного пути потока, метод рас-

четных полюсов, метод построения картины поля и др.

Конструктивная схема ГШД представлена на рис. 1 (см. вторую сторону обложки).

Анализ данной схемы позволяет сделать вывод, что в силу специфики конструкции двигателя магнитное поле, созданное фазными обмотками и постоянными магнитами. имеет сложную трехмерную конфигурацию, и для подтверждения выводов по элементам и структуре магнитной системы целесообразно выполнить расчет его пространственной картины для серии взаимных положений ротора и статора. На основе полученных результатов моделирования можно будет сформировать систему допущений для разработки схемы замещения магнитной цепи. Расчет картины поля может быть проведен с помощью численных методов средствами специализированных программных пакетов.

Соответственно, методика расчета параметров модели на основе анализа магнитной системы машины включает в себя:

- 1) анализ физических свойств и характеристик применяемых конструкционных материалов;
- 2) численное моделирование магнитного поля машины с помощью метода конечных элементов средствами специализированных программных пакетов и формулировка выводов по структуре и параметрам магнитной системы;
- 3) формирование системы допущений для описания структуры магнитной системы машины:
- 4) разработку схемы замещения магнитной системы машины;
- 5) формирование аналитических зависимостей для расчета полной проводимости магнитной цепи согласно полученной схеме замещения;
- 6) формирование системы уравнений с учетом полученных аналитических зависимостей для потокосцепления и индуктивности фаз двигателя.

#### Расчет картины магнитостатического поля ГШД

Исходя из анализа конструкции двигателя решение задачи расчета магнитного поля машины осуществляется в трехмерной постановке. В качестве исходных данных выступают трехмерная модель ГШД, выполненная в паке-

те SolidWorks, и параметры соответствующих конструкционных материалов.

Решение задачи магнитостатики выполняется с помощью численного метода конечных элементов средствами демоверсии программного пакета JMAG Designer. Численный расчет магнитного поля ГШД позволит решить следующие задачи:

- 1) выполнить анализ пространственной структуры пути магнитного потока и получить соответствующие геометрические размеры элементов магнитопровода;
- 2) выполнить анализ значения магнитной проницаемости участков магнитной цепи.

На рис. 2 (см. вторую сторону обложки) представлен вариант разбиения в рабочем окне программного пакета трехмерной модели секции двигателя с помощью сетки конечных элементов. Построение сетки выполняется в автоматическом режиме. Свойства конструкционных материалов элементов машины выбираются из библиотеки материалов Jmag Designer исходя из соответствия располагаемых кривых намагничивания магнитомягких материалов и кривых размагничивания магнитотвердых материалов заданным.

Результаты моделирования представлены на рис. 3, 4 (см. вторую сторону обложки).

В результате решения задачи магнитостатики получены картины линий вектора магнитной индукции и плотность ее распределения по магнитопроводу машины при заданных режимах подачи питания на обмотки статора. В соответствии с анализом полученных результатов была сформулирована система допущений для разработки схемы замещения магнитной цепи машины:

- 1) путь магнитного потока по магнитопроводу разбивается на участки, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда;
- 2) вследствие малого значения воздушного зазора магнитные потоки рассеяния и выпучивания не учитываются;
- 3) при перемещении ротора относительно статора на один шаг угловые перемещения ввиду малости угла поворота считаются линейными;
- 4) магнитопровод и обмотки принимаются симметричными, т. е. имеющими одинаковые геометрические размеры на всех полюсных делениях, а в пределах одного деления симметричными относительно продольных и поперечных осей;

- 5) для симметричных элементов конструкции машины (зубцы ротора, полюсные наконечники статора) анализ и расчет выполняются лишь для одного из элементов с последующим отображением результатов на остальные;
- 6) значение относительной магнитной проницаемости участков магнитопровода из магнитомягких материалов значительно превосходит данный показатель для воздушного зазора двигателя, следовательно, согласно выражению (4) при разработке схемы замещения магнитной цепи в расчет принимаем лишь магнитное сопротивление воздушного зазора;
- 7) результирующее магнитное поле в воздушном зазоре формируется в результате наложения полей фазных обмоток и постоянного магнита.

### Разработка эквивалентной схемы замещения магнитной цепи ГШЛ

При разработке схемы замещения магнитной цепи, помимо сформулированных выше допущений необходимо учитывать направления магнитодвижущих сил фазных обмоток двигателя, направления которых определяются заданными токами. Направление магнитодвижущей силы постоянного магнита одной секции ротора соответствует правилу о направлении линий вектора магнитной индукции постоянного магнита от его северного полюса N к южному полюсу S.

Эквивалентная схема замещения магнитной цепи с учетом принятых выше допущений представлена на рис. 5.

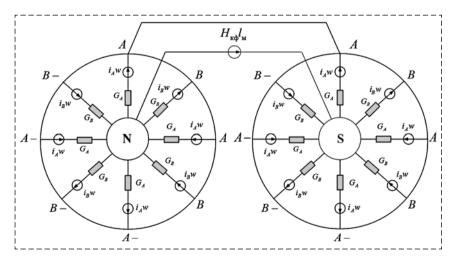


Рис. 5. Эквивалентная схема замещения магнитной цепи гибридного шагового двигателя

Fig. 5. The equivalent circuit of the magnetic circuit of the hybrid stepper motor

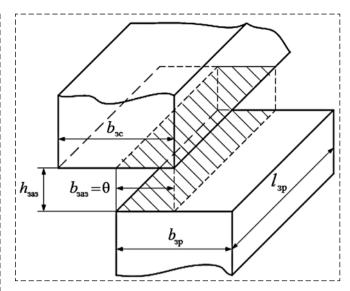


Рис. 6. Эскиз области воздушного зазора для одной пары зубцов статора и ротора гибридного шагового двигателя с соответствующими геометрическими соотношениями

Fig. 6. Sketch of the air gap area for one pair of teeth of the stator and rotor of the hybrid stepper motor with the corresponding geometric relations

В соответствии с анализом распределения линий магнитной индукции воздушного зазора при моделировании вращения двигателя и принятых допущений о структуре магнитной системы выполним эскиз области динамического воздушного зазора для одной пары зубцов статора и ротора, представленный на рис. 6.

На рис. 6  $h_{\rm 3a3}$  — высота воздушного зазора между ротором и статором;  $b_{\rm 3p}$  — ширина зубца ротора;  $l_{\rm 3p}$  — длина зубца ротора;  $b_{\rm 3c}$  — ширина зубца статора;  $b_{\rm 3a3}$  — ширина воздушного зазора.

#### Формирование системы уравнений математической модели на основе схем замещения электрической и магнитной цепей

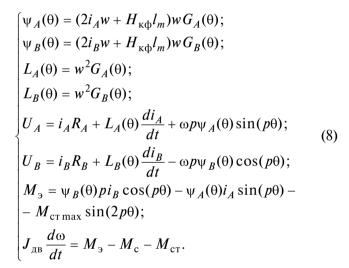
Соответствующая система уравнений по структуре повторяет математическую модель на основе схемы замещения электрической цепи, однако заданные в ней в качестве констант значения индуктивности L и потокосцепления  $\psi$  рассчитываются в соответствии с аналитическим выражением зависимости проводимости воздушного зазора G от угла поворота ротора двигателя  $\theta$ .

Выражения для расчета магнитных сопротивлений и со-

ответствующих им магнитных проводимостей зазоров полюсов ротора и статора можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} R_{A_{9KB}}(\theta) = \frac{h_{3a3}}{((b_{3p}/2) + \theta)l_{3p}\mu_{v}}; \\ R_{B_{9KB}}(\theta) = \frac{h_{3a3}}{((b_{3p}/2) + \theta)l_{3p}\mu_{v}}; \\ G_{A}(\theta) = \frac{1}{\sum R_{A_{9KB}}(\theta)}; \\ G_{B}(\theta) = \frac{1}{\sum R_{B_{9KB}}(\theta)}. \end{cases}$$
(7)

Система уравнений математической модели на основе эквивалентных схем замещения электрической и магнитной цепей имеет вид



Из анализа уравнений (7) и (8) следует, что модель позволяет варьировать следующие конструктивные параметры двигателя: высоту воздушного зазора  $h_{\rm 3a3}$ , ширину зубца ротора  $b_{\rm 3p}$ , длину зубца ротора  $l_{\rm 3p}$ , число витков обмотки одной фазы w, параметры постоянного магнита ротора  $H_{\rm K\Phi}$  и  $I_{\rm M}$ .

#### Simulink-модель ГШД на основе эквивалентных схем замещения электрической и магнитной цепей

Имитационная модель ГШД в пакете расширения MATLAB Simulink на основе уравнений (7) и (8) представлена на рис. 7. Переходные процессы по результирующему электромагнитному моменту и углу поворота ротора приведены на рис. 8 и 9. Модель полностью соответствует рас-

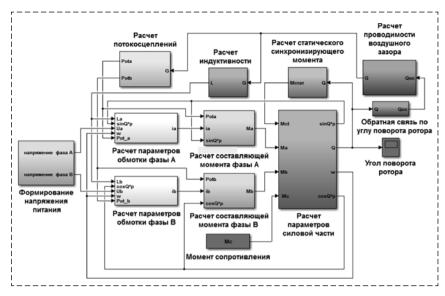


Рис. 7. Имитационная модель ГШД на основе эквивалентных схем замещения электрической и магнитной цепей в программном пакете Simulink

Fig. 7. Simulation model of a hybrid stepper motor based on equivalent circuits of electric and magnetic circuits in the software package Simulink

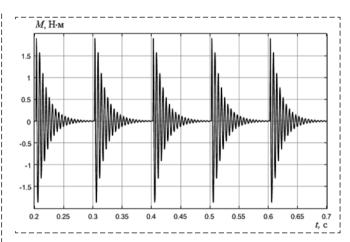


Рис. 8. Результаты моделирования переходного процесса по электромагнитному моменту при частоте питания 10 Гц Fig. 8. The results of the simulation of the transition process electromagnetic moment at a frequency of 10 Hz

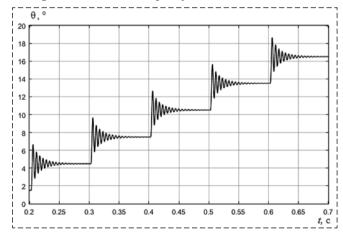


Рис. 9. Результаты моделирования переходного процесса по углу поворота ротора при частоте питания 10 Гц

Fig. 9. The results of the simulation of the transition process in the angle of rotation of the rotor with a power frequency of 10 Hz

смотренной выше системы уравнений (9) и состоит из следующих подсистем:

- подсистема расчета параметров обмоток фаз;
- подсистема расчета индуктивности фаз;
- подсистема расчета потокосцепления фаз;
- подсистемы расчета составляющих момента фаз;
  - подсистема расчета проводимостей;
- подсистема расчета параметров силовой части;
- подсистема формирования напряжения питания;
- подсистема расчета статического синхронизирующего момента.

## Анализ влияния высоты воздушного зазора ГШД на частоту собственных колебаний ротора

В качестве примера выполним сравнительный анализ результатов моделирования угла поворота вала двигателя при увеличении высоты воздушного зазора  $h_{3a3}$  между ротором и статором на 40 % с 0,00015 до 0,00021 м.

Результаты моделирования представлены на рис. 10 и 11.

Из анализа результатов моделирования можно сделать вывод, что при увеличении высоты воздушного зазора уменьшается значение результирующего электромагнитного момента и снижается частота собственных колебаний ротора, соответственно снижается и частота, при которой возникает среднечастотный резонанс ГШД.

#### Заключение

В статье представлен вариант решения задачи расчета параметров математической модели ГШД на основе результатов анализа картины его магнитостатического поля. Поставлена задача разработки математической модели двигателя, позволяющей выполнить анализ влияния его конструктивных параметров на спектр резонансных частот. Выполнен подбор известной модели на основе эквивалентной схемы замещения электрической цепи и выделены соответствующие ее параметры. Сформирована методика расчета заданных параметров с помощью эквивалентной схемы замещения магнитной цепи. Выполнен численный расчет и анализ пространственной картины магнитостатического поля в программном пакете JMAG Designer, на основе которого сформирована система допущений для постро-

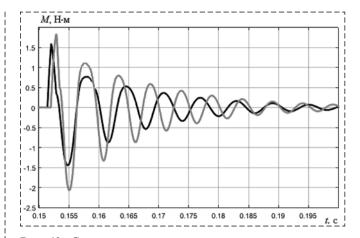


Рис. 10. Сравнение результатов моделирования переходного процесса по результирующему электромагнитному моменту при заданном и увеличенном значениях высоты воздушного зазора Fig. 10. Comparison of the simulation results of the transition process for the resulting electromagnetic moment for a given and

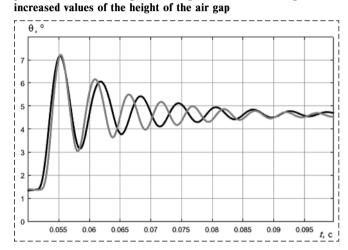


Рис. 11. Сравнение результатов моделирования переходного процесса по углу поворота ротора при заданном и увеличенном значениях высоты воздушного зазора

Fig. 11. Comparison of the results of the simulation of the transition process in the angle of rotation of the rotor for a given and increased values of the height of the air gap

ения требуемой схемы замещения. Разработана эквивалентная схема замещения магнитной цепи и сформирована уточненная система уравнений математической модели ГШД. Представлена имитационная модель дискретного электропривода в программном пакете Simulink, с помощью которой выполнен расчет переходных процессов по углу поворота ротора и электромагнитному моменту двигателя и проведен анализ влияния одного из конструктивных параметров машины на частоту собственных колебаний ротора. Сделаны выводы о влиянии высоты воздушного зазора ГШД на частоту собственных колебаний ротора двигателя, а следовательно, на спектр резонансных частот дискретного электропривода на его основе.

#### Список литературы

- 1. **Денисов В. А., Жуков А. В.** Математическое моделирование работы шагового двигателя в составе мехатронного модуля компенсации износа режущего инструмента // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2012. Т. 14, № 6. С. 54—58.
- 2. **Елецкая Г. П., Илюхина Н. С., Панков А. П.** Электромеханические системы. Тула: ТулГУ, 2009. 214 с.
- 3. **Емельянов А. В., Шилин А. Н.** Шаговые двигатели: Учеб. пособ. Волгоград: ВолгГТУ, 2005. 48 с.
- 4. Рыбак Л. А., Черкашин Н. Н., Гунькин А. А., Чичварин А. В. Моделирование электромеханического привода с

- гибридным шаговым двигателем роботизированной платформы // Современные проблемы науки и образования.  $2014. \ Note 6.$
- 5. **Austin Hughes.** Electric Motors and Drives. Fundamentals, Types and Applications. Third edition. Published by Elsevier Ltd, 2006.
- 6. **Binglin Lu, Yanliang Xu.** Presentation and Performance Evaluation of a Novel Stator-Permanent-Magnet Hybrid Stepper Motor. College of Electrical Engineering, Shandong University. Jinan. China, 2015.
- 7. Chirila A., Deaconu I., Navrapescu V., Albu M., Ghita C. On the model of a Hybrid Stepper Motor // Proc IEEE international conference on industrial electronics. 2008. P. 496—501.

## Calculation of the Parameters of a Mathematical Model of an Electric Hybrid Stepper Motor Based on the Analysis of the Magneto Static Field Pattern

S. V. Volkov, cniiag@cniiag.ru, O. V. Goryachev, olegvgor@rambler.ru,

A. G. Efromeev, age.sau@mail.ru, A. O. Stepochkin, s.a.o.1984@yandex.ru, Tula State University, Tula, 300600, Russian Federation

Corresponding author: **Stepochkin Aleksandr O.,** Postgraduate Student, Tula State University, Tula, 300600, Russian Federation, e-mail s.a.o.1984@yandex.ru

Accepted on March 26, 2019

#### Abstract

The article presents a solution to the problem of calculating the parameters of a mathematical model of an electric hybrid stepper motor based on an analysis of the picture of its magnetostatic field. The main disadvantage of such an engine described. Is the mid-frequency resonance, which occurs due to the coincidence of the natural frequency of the rotor with the frequency of the supply voltage pulses. The necessity of taking this factor into account when designing a discrete electric drive system based on the executive motor of this type by calculating the values of resonant frequencies and using them in developing the drive control algorithm is shown. The task of developing a mathematical model of the engine is formulated, which allows to analyze the influence of its design parameters on the spectrum of resonant frequencies. The method of calculating the parameters of a given mathematical model is formed. The variants of the mathematical description of this electric machine are considered and the selection of its known mathematical model is made based on the equivalent electric circuit. The numerical calculation of the spatial pattern of the magnetostatic field of the electric motor is performed. Based on the analysis of the calculation results, a system of assumptions has been formed to develop an equivalent magnetic circuit of an electrical machine.

An equivalent magnetic circuit and the corresponding system of equations has been developed. Formed a system of equations of a mathematical model based on the equivalent circuits of the electric and magnetic circuits. On the basis of the obtained system of equations, a simulation model of a discrete electric drive was developed in the Simulink software package. Using the obtained simulation model, the calculation of transients on the angle of rotation of the rotor and the electromagnetic moment is carried out and the influence of one of the design parameters on the natural frequency of the rotor is analyzed. Based on the simulation results, it is shown that with an increase in the air gap height of a hybrid stepper motor, the resulting electromagnetic moment decreases, and the natural oscillation frequency of the rotor decreases, and the frequency at which medium-frequency resonance occurs also decreases. This mathematical model can be used at the stage of the correct calculation of the selected engine, since allows you to analyze the effect of a specific design parameter of the machine — in particular the size of the air gap on the natural frequency of the rotor, and, consequently, on the spectrum of the resonant frequencies of a discrete electric drive.

**Keywords:** hybrid stepper motor, mathematical model, calculation of parameters of a mathematical model, numerical calculation of the spatial picture of the magnetostatic field, equivalent electric circuit, equivalent magnetic circuit

For citation:

Volkov S. V., Goryachev O. V., Efromeev A. G., Stepochkin A. O. Calculation of the Parameters of a Mathematical Model of an Electric Hybrid Stepper Motor Based on the Analysis of the Magneto Static Field Pattern, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 8, pp. 482—489.

DOI: 10.17587/mau.20.482-489

#### References

- 1. **Denisov V. A., Zhukov A. V.** *Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2012, vol. 14, no. 6, pp. 54—58 (in Russian).
- 2. Eletskaya G. P., Ilyukhina N. S., Pankov A. P. Electromechanical systems, Tula, TSU, 2009, 214 p. (in Russian).

- 3. **Emelyanov A. V., Shilin A. N.** Stepper motors. Tutorial, Volgograd, VolgGTU, 2005, 48 p. (in Russian).
- 4. Rybak L. A., Cherkashin N. N., Gunkin A. A., Chichvarin A. V. Modern problems of science and education, 2014, no. 6 (in Russian).
- Austin Hughes. Electric Motors and Drives. Fundamentals, Types and Applications, Third edition, Published by Elsevier Ltd, 2006.
- 6. **Binglin Lu, Yanliang Xu.** Presentation and Performance Evaluation of a Novel Stator-Permanent-Magnet Hybrid Stepper Motor, College of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan, China, 2015.
- 7. Chirila A., Deaconu I., Navrapescu V., Albu M., Ghita C. *Proc IEEE international conference on industrial electronics*, 2008, pp. 496–501.