

Г. К. Шадрин, канд. техн. наук, доц., shadrin.g.k@yandex.ru,  
Д. Л. Алонцева, д-р физ.-мат. наук, проф., dalontseva@mail.ru,  
А. Т. Кусайын-Мурат, докторант Ph. D, asselkussaiynmurat@gmail.com,  
А. Л. Красавин, канд. физ.-мат. наук, ст. преп., alexanderkrasavin@mail.ru,  
Восточно-Казахстанский государственный технический университет им. Д. Серикбаева,  
г. Усть-Каменогорск, Казахстан

## Синтез алгоритма управления движением инструмента робота методом коррекции его динамики и компенсации возмущений<sup>1</sup>

*Рассмотрена задача управления движением манипуляционного робота в одном направлении. Такая задача возникает при резке, сварке, покраске, нанесении покрытий и других аналогичных действиях, когда инструмент робота совершает программное движение вдоль обрабатываемой поверхности и в то же время нужно без перерегулирования автоматически поддерживать определенное расстояние от этого инструмента до поверхности. Получен новый алгоритм управления линейным объектом второго порядка общего вида методом компенсации динамики объекта и возмущений, имеющий преимущества перед известными решениями. Алгоритм обеспечивает нулевую статическую ошибку регулирования и движение системы при отработке внешних воздействий с точностью до фильтров-эталонов второго порядка, что удобно для практических применений. Первый фильтр задает движения системы при отработке задания, второй обеспечивает компенсацию возмущений на переменные состояния. Представлена пошаговая процедура синтеза алгоритма для объекта управления второго порядка общего вида, получены формулы для расчета коэффициентов регулятора. Полученные уравнения, определяющие процессы в замкнутой системе управления, позволяют выполнить анализ качества управления и динамики изменения управляющего воздействия в зависимости от внешних воздействий. Разработан метод идентификации уравнений движения данного робота в условиях, когда известна максимальная скорость перемещения его инструмента и динамическая ошибка регулирования сервосистем робота. По этому методу уравнения робота приводятся к форме Вышнеградского, затем на компьютерной модели легко подбираются нужные собственная частота и коэффициент затухания. Рассмотрено применение полученного алгоритма для создания системы автоматического регулирования положения инструмента робота. Выяснено, что задание свободных коэффициентов этих фильтров из условия равенства собственных частот фильтра и объекта управления обеспечивает заданное быстродействие системы при умеренной амплитуде управляющих воздействий. Методом математического моделирования показано достижение заданного качества регулирования и параметрической структурной робастности полученной системы управления.*

**Ключевые слова:** манипуляционный робот, управление движением, алгоритм управления, аналитический синтез, математическое моделирование

### Введение

В настоящее время манипуляционные роботы используются для широкого спектра действий, при этом рабочие инструменты роботов совершают сложные движения в пространстве и времени. Решению задачи управления движением робота-манипулятора и планирования его траектории за последнее время посвящено много исследований, в том числе работы [1–5]. В работе [1] предлагается контроллер

манипулятора, обеспечивающий прохождение заданной траектории с заданными временными параметрами и основанный на концепции онлайн-генерации траектории (OTG), что позволяет в реальном времени вычислять траектории и связывать различные компоненты системы планирования движения робота (включая планировщик маршрута, генератор траектории) и предотвращать столкновения звеньев манипулятора с препятствиями, а также непосредственно контроллер управления движением манипулятора. В работе [2] проблеме управления движением в оперативном пространстве решают с помощью контроллера

<sup>1</sup>Работа поддержана КН МОиН РК по программе 0006/ПЦФ-17.

(RMRC — resolved motion rate control) скоростного управления движением, так называемого кинематического управления, а также контроллера ПИ регулятора, входными параметрами которого служат угловые скорости поворота звеньев промышленного робота. В работе [3] рука робота выступает в качестве источника запрограммированных движений для таких задач, как перемещение объекта из одного места в другое или отслеживание траектории для пистолета-распылителя, причем авторы фокусируются на управлении с обратной связью и контроле импеданса. В работе [4] анализируются возможности управления роботом в аспекте модуляции траектории, когда рычаг робота перемещается с установленной скоростью через осевые точки. В книге [5] представлена стратегия адаптивного управления для контроля мобильных манипуляторов при наличии неопределенностей и беспорядков, желаемые траектории формулируются в пространстве задач.

Очевидно, что выбор и обеспечение заданных траекторий движения, включая скорости и ускорения — достаточно сложная для решения задача [1–8]. Приходится учитывать то обстоятельство, что манипулятор робота является многозвенной связанной инерционной механической системой с ограниченными по мощности и моменту приводами звеньев. Как правило, каждая кинематическая пара манипулятора (сустав) имеет свой привод, датчик положения и микропроцессорную систему управления приводом. В целом получается сервосистема позиционирования данной пары, обладающая своими динамическими характеристиками. На более высоком уровне реализуется координированная работа систем позиционирования всех суставов. Обычно для облегчения программирования на этом уровне предусматривается, наряду с другими, движение инструмента в заданном направлении в декартовой системе координат независимо от типа движения пар звеньев. Примером может служить робот Kawasaki RS10L, в котором используются вращательные пары, но предусмотрено движение инструмента в заданном направлении.

В данной статье рассматривается разработка системы автоматического регулирования движения инструмента робота в одном направлении в условиях внешних воздействий, удовлетворяющая предлагаемым требованиям. При

резке, сварке, нанесении покрытий и других аналогичных действиях инструмент, вмонтированный в робот Kawasaki RS10L, совершает программное движение вдоль обрабатываемой поверхности, в то же время нужно без пере-регулирования автоматически поддерживать определенное расстояние от этого инструмента до поверхности.

Поскольку объект управления включает в себя механические элементы манипулятора, то будем аппроксимировать динамику объекта линейным обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка общего вида. Таким образом, ставится задача управления одномерным инерционным линейным объектом второго порядка с сосредоточенными параметрами.

Данная задача является типовой для теории автоматического регулирования и имеет хорошо отработанные решения. Например, в известной работе [8] при математическом моделировании управления движением робота динамика робота сводится к использованию формулировки Гамильтона, которая в принципе может быть применена к большому числу типов роботов-манипуляторов. На данный момент для решения данной задачи используется ряд частотных и временных методов, имеющих свои преимущества и недостатки [9–16]. Среди частотных методов широкое применение имеет метод логарифмических частотных характеристик (метод ЛАЧХ). Этот графоаналитический метод позволяет выбирать корректирующее устройство, обеспечивающее заданные частотные показатели качества замкнутой системы [9–10]. Среди временных методов наиболее развиты аналитические методы модального управления и АКОР ( $LQ$ -оптимизация) [11, 12], являющиеся средствами коррекции собственной динамики объекта [13, 14]. В работах [15, 16] для отработки внешних воздействий (задания и возмущений) используются дополнительные компенсирующие блоки, а также отмечается, что при практическом применении этих методов используется метод последовательных приближений. Таким образом, несмотря на достаточно длительный период времени, посвященный исследованиям в данной области, задача синтеза алгоритма управления линейным объектом по-прежнему актуальна, об этом свидетельствуют также публикации [17–22].

В работах [21, 22] представлен метод компенсации динамики объекта и возмущений,

имеющий ряд преимуществ. Это аналитический метод, он предусматривает в едином алгоритме как коррекцию собственной динамики объекта управления, так и обработку внешних воздействий с нулевой статической ошибкой. Исходные данные здесь задаются в виде фильтров-эталонов замкнутой системы, что удобно для практических приложений, алгоритм управления получают путем выполнения конечного числа алгебраических операций над матрицами. Метод основан на компенсации всех внешних аддитивных воздействий и динамики объекта управления с точностью до фильтров-эталонов посредством обратной математической модели этого объекта. Фильтры-эталоны определяют динамику замкнутой системы управления по каналам задания и возмущений. Однако в известных публикациях представлены лишь общие формулы, последовательность расчета алгоритма регулирования и некоторые частные случаи применения указанного метода. В данной статье на основе этих формул получен алгоритм для линейного объекта второго порядка общего вида, выполнено исследование замкнутой системы и рассмотрено применение этого алгоритма для создания системы автоматического регулирования движения робота в одном направлении.

#### Алгоритм управления объектом второго порядка методом компенсации динамики и возмущений

Рассматривается линейный динамический объект управления второго порядка, описываемый в переменных состояния уравнениями вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_{01} &= a_1 x_{01} + a_2 x_{02} + u - f_{x1}; \\ \dot{x}_{02} &= x_{01} - f_{x2}; \\ y_0 &= c_1 x_{01} + c_2 x_{02} - f_y\end{aligned}$$

или в матричной форме:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_0 &= \mathbf{A}\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}u - \mathbf{f}_x; \\ y_0 &= \mathbf{C}\mathbf{x}_0 - f_y,\end{aligned}\quad (1)$$

где

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & 0 \end{bmatrix}.\quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{x}_0 = [x_{01} \ x_{02}]^T \in \mathbb{R}^2$  — вектор переменных состояния;  $u \in \mathbb{R}^1$  — входная (управляющая) переменная;  $y_0 \in \mathbb{R}^1$  — выходная (управляемая) переменная;  $f_y \in \mathbb{R}^1$  — возмущающее воздействие на выходную переменную;  $\mathbf{f}_x = [f_{x1} \ f_{x2}]^T \in \mathbb{R}^2$  — возмущающие воздействия на переменные состояния. Матрицы объекта  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$  считаются заданными,  $c_2 \neq 0$ . Доступными для измерения являются переменные  $y_0$ ,  $\mathbf{x}_0$ .

Алгоритм управления методом компенсации динамики объекта и возмущений для линейного объекта произвольного порядка приводит к синтезу регулятора, описываемого уравнениями вида [22]

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_\varphi &= \mathbf{R}_1 \mathbf{x}_\varphi + \Phi_2 \varepsilon; \\ u &= \mathbf{R}_3 \mathbf{x}_\varphi + \mathbf{N}_1 \tilde{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{P} \varepsilon; \\ \tilde{\mathbf{x}}_0 &= \mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_\varphi; \\ \varepsilon &= y - y_0,\end{aligned}\quad (3)$$

где для объекта второго порядка (1)–(2):  $\mathbf{x}_\varphi = [x_{\varphi 1} \ x_{\varphi 2}]^T \in \mathbb{R}^2$  — вектор переменных состояния фильтра-эталона;  $y \in \mathbb{R}^1$  — задание для выходной переменной;  $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\Phi_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ ,  $\mathbf{R}_3 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ ,  $\mathbf{N}_1 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ ,  $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  — матрицы, подлежащие определению.

Динамические свойства замкнутой системы управления (1)–(3) описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_\varphi &= \Phi_1 \mathbf{x}_\varphi - \Phi_2 \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}}_0 + \Phi_2 (y - f_y); \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_0 &= \Phi_{r1} \tilde{\mathbf{x}}_0 + f_x; \\ \varepsilon &= -\Phi_3 \mathbf{x}_\varphi - \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}}_0 + y - f_y; \\ u &= \mathbf{N} \mathbf{x}_\varphi + (\mathbf{N}_1 - \mathbf{P} \mathbf{C}) \tilde{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{P} (y - f_y),\end{aligned}\quad (4)$$

где  $\Phi_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\Phi_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ ,  $\Phi_3 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$  — матрицы фильтра-эталона по каналу обработки воздействия  $y - f_y$ ;  $\Phi_{r1} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\Phi_{r3} \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$  — матрицы фильтра-эталона по каналам действия  $\mathbf{f}_x$ . Часть элементов этих матриц задается, другая часть определяется расчетным путем.

С использованием последовательности этапов синтеза алгоритма управления методом компенсации динамики и возмущений (3), представленного в работе [22], рассмотрим решение следующих задач: определение параметров (матриц) регулятора (3) и замкнутой системы (4); анализ функционирования замкнутой системы; применение алгоритма управления для синтеза системы автоматического регулирования движением манипуляционного робота.

## Синтез регулятора методом компенсации динамики и возмущений

Определяем матрицы регулятора (3) в следующей последовательности (здесь громоздкие преобразования опущены).

Выполняя обращение блочной матрицы объекта управления (2), находим матрицу обратной модели:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{F} \\ \mathbf{G} & \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{c_1}{c_2} & \frac{1}{c_2} \\ 1 & -a_1 + a_2 \frac{c_1}{c_2} & -\frac{a_2}{c_2} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Формируем матрицу  $\mathbf{Q}$ , которая является верхним правым блоком размером  $2 \times 2$  матрицы (5):

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{c_1}{c_2} & \frac{1}{c_2} \end{bmatrix}$$

и выполняем ее обращение, например, путем решения матричного уравнения  $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{1}$ , где  $\mathbf{1}$  — единичная диагональная матрица. В итоге получаем

$$\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix}.$$

Определяем фильтры-эталонные. Обозначим свободно задаваемые коэффициенты этих фильтров, занимающие верхние строки матриц  $\Phi_1$ ,  $\Phi_{r1}$ , соответственно  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi_{r1}$ ,  $\varphi_{r2}$ . Соображения по заданию свободных коэффициентов будут приведены ниже при анализе системы управления. Находим оставшиеся коэффициенты фильтров-эталонных по формулам

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \varphi_{21} & \varphi_{22} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} \end{bmatrix} = \\ & = \mathbf{Q}^{-1} \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix}; \\ & \begin{bmatrix} \varphi_{r21} & \varphi_{r22} \\ \varphi_{r31} & \varphi_{r32} \end{bmatrix} = \\ & = \mathbf{Q}^{-1} \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{r11} & \varphi_{r12} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где  $e_{ij}$  — соответствующий элемент матрицы  $\mathbf{E}$ ;

$$\Phi_2 = -\Phi_1 \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\frac{\varphi_2}{c_2} \\ c_2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, блочные матрицы фильтров-эталонных имеют вид

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & -\frac{\varphi_2}{c_2} \\ 1 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \Phi_{r1} \\ \Phi_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{r1} & \varphi_{r2} \\ 1 & 0 \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Отметим, что каждый фильтр-эталон имеет единичный коэффициент передачи в статике. Далее, используя соотношения (5) и (6), определим матрицы регулятора (3):

$$\mathbf{R}_1 = \Phi_1 + \Phi_2 \Phi_3 = \begin{bmatrix} \varphi_1 - \frac{c_1}{c_2} \varphi_2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{G} \Phi_2 = -\frac{\varphi_2}{c_2}; \quad (8)$$

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{G} \Phi_1 + \mathbf{H} \Phi_3 = [\varphi_1 - a_1 \quad \varphi_2 - a_2]; \quad (9)$$

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{G} \Phi_{r1} + \mathbf{H} \Phi_{r3} = [\varphi_{r1} - a_1 \quad \varphi_{r2} - a_2]; \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{N} + \mathbf{P} \Phi_3 = \begin{bmatrix} \varphi_1 - a_1 - \frac{c_1}{c_2} \varphi_2 & -a_2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Подставляя выражения (7)–(11) в (3), записываем в общем виде уравнения регулятора для объекта (1)–(2) в скалярной форме:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\varphi 1} &= \left( \varphi_1 - \frac{c_1}{c_2} \varphi_2 \right) x_{\varphi 1} - \frac{\varphi_2}{c_2} \varepsilon; \\ \dot{x}_{\varphi 2} &= x_{\varphi 1}; \\ u &= \left( \varphi_1 - a_1 - \frac{c_1}{c_2} \varphi_2 \right) x_{\varphi 1} - a_2 x_{\varphi 2} + \\ &+ (\varphi_{r1} - a_1) \tilde{x}_{01} + (\varphi_{r2} - a_2) \tilde{x}_{02} - \frac{\varphi_2}{c_2} \varepsilon; \quad (12) \\ \tilde{x}_{01} &= x_{01} - x_{\varphi 1}; \\ \tilde{x}_{02} &= x_{02} - x_{\varphi 2}; \\ \varepsilon &= y - y_0. \end{aligned}$$

## Анализ синтезированной системы автоматического регулирования

Для удобства анализа представим уравнение для управляющего воздействия из системы (12) в области изображений по Лапласу:

$$u(s) = -\frac{\varphi_2}{c_2} \frac{(s^2 - \varphi_{r1}s - \varphi_{r2})}{s(s - \varphi_1 + \frac{c_1}{c_2}\varphi_2)} \varepsilon(s) +$$

$$+ (\varphi_{r1} - a_1)x_{01}(s) + (\varphi_{r2} - a_2)x_{02}(s). \quad (13)$$

Подстановка выражений (7)–(11) в (4) дает следующие уравнения, определяющие процессы в замкнутой системе управления:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\varphi 1} &= \varphi_1 x_{\varphi 1} + \varphi_2 x_{\varphi 2} - \\ &- \frac{c_1}{c_2} \varphi_2 \tilde{x}_{01} - \varphi_2 \tilde{x}_{02} - \frac{1}{c_2} \varphi_2 (y - f_y); \\ \dot{x}_{\varphi 2} &= x_{\varphi 1}; \\ \dot{\tilde{x}}_{01} &= \varphi_{r1} \tilde{x}_{01} + \varphi_{r2} \tilde{x}_{02} + f_{x1}; \\ \dot{\tilde{x}}_{02} &= \tilde{x}_{01} + f_{x2}; \\ \varepsilon &= -c_1 x_{\varphi 1} - c_2 x_{\varphi 2} - c_1 \tilde{x}_{01} - c_2 \tilde{x}_{02} + y - f_y; \\ u &= (\varphi_1 - a_1)x_{\varphi 1} + (\varphi_2 - a_2)x_{\varphi 2} + \\ &+ (\varphi_{r1} - a_1 + \frac{c_1}{c_2}\varphi_2)\tilde{x}_{01} + \\ &+ (\varphi_{r2} - a_2 + \varphi_2)\tilde{x}_{02} - \frac{\varphi_2}{c_2}(y - f_y). \end{aligned} \quad (14)$$

Согласно уравнению (13) в регуляторе по каналу рассогласования  $\varepsilon$  имеется интегральная составляющая, которая устраняет статическую ошибку регулирования. Из (13), (14) видно, что в системе используются местные обратные связи по переменным состояниям. Эти связи в соответствии с системой (14) "правят" процессы в замкнутой системе по каналам действия  $f_x$ , приводя собственную динамику объекта к своему фильтру-эталоноу посредством свободных коэффициентов  $\varphi_{r1}$ ,  $\varphi_{r2}$ , однако для этого нужно иметь информацию о переменных состояниях объекта. В свою очередь, фильтр со свободными коэффициентами  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  определяет переходные процессы замкнутой системы по каналу отработки  $y - f_y$ . Если динамика объекта удовлетворительная, следует принять  $\varphi_{r1} = a_1$ ,  $\varphi_{r2} = a_2$ , тогда отпадает необходимость контроля переменных состояний  $x_{01}$ ,  $x_{02}$ . Возможна частичная "правка" объекта. Используя (14), можно установить, что фильтр-эталон по  $f_x$  включен последовательно с фильтром по  $y - f_y$ . Уравнения (13), (14) позволяют легко получить количественные данные зависимости амплитуды управляющего воздействия от частоты среза фильтров-эталонов. Таким образом, поведение замкнутой системы управления по

всем каналам воздействий при заданном объекте определяется свободно задаваемыми коэффициентами, которые определяют положение полюсов фильтра. Это удобно при практическом применении данного метода синтеза.

Уравнения состояния для системы (14) без внешних воздействий, задающие собственные движения системы, можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\varphi 1} \\ \dot{x}_{\varphi 2} \\ \dot{\tilde{x}}_{01} \\ \dot{\tilde{x}}_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & -\frac{c_1}{c_2}\varphi_2 & -\varphi_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_{r1} & \varphi_{r2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\varphi 1} \\ x_{\varphi 2} \\ \tilde{x}_{01} \\ \tilde{x}_{02} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

откуда следует, что два полюса системы определяются только свободными коэффициентами  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , два других — коэффициентами  $\varphi_{r1}$ ,  $\varphi_{r2}$ . Каждый из фильтров-эталонов является фильтром низких частот второго порядка. Опыт показывает, что целесообразно выбирать свободные коэффициенты так, чтобы частотные полосы пропускания объекта управления и фильтра-эталона примерно были одинаковыми, тогда обеспечивается умеренная амплитуда управляющих воздействий и робастность системы управления. Соотношения между коэффициентами удобно выбирать, используя стандартные формы фильтров [15, 23, 24].

Отметим, что, согласно системе (14) нули фильтров-эталонов нельзя задать произвольно, они соответствуют нулям объекта управления. Таким образом, если объект является неминимальнофазовым, то это свойство переносится и на динамику замкнутой системы, не ухудшая качества ее работы. Предположительно, в рамках данного подхода к синтезу систем управления возможна коррекция и нулей объекта, но этот вопрос в данной статье не рассматривается.

### Синтез системы автоматического регулирования движения манипуляционного робота

Рассмотрим синтез системы автоматического регулирования манипуляционным роботом в одном направлении методом компенсации динамики объекта и возмущений. Уравнения робота как объекта управления представлены в виде (1). Здесь управляющим воздействием  $u$

является задание на положение инструмента робота в данном направлении для системы более низкого уровня. Управляемая переменная — фактическое положение инструмента робота. Доступными для контроля являются положение и скорость движения инструмента, т. е.  $y_0$  и  $\dot{x}_{01}$ . Система должна обеспечивать быстродействие, примерно соответствующее быстродействию системы более низкого уровня и динамическую ошибку не более 1 %. Для синтеза системы нужно найти числовые коэффициенты уравнения (1) конкретного робота. Снятие кривой разгона или других характеристик затруднительно, но обычно известна максимальная скорость перемещения инструмента робота в данном направлении  $v_{\max}$ . Кроме того, как правило, можно оценить динамическую ошибку (перерегулирование)  $\sigma$  механической servосистемы более низкого уровня.

Задачу параметрической идентификации в этих условиях предлагается решать следующим образом. Считая объект управления устойчивым с единичным коэффициентом передачи в статике, записываем его передаточную функцию по каналу "задание—выход" при  $c_1 = 0$  в форме Вышнеградского [23]:

$$W(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \zeta\omega_0 s + \omega_0^2}; \quad (16)$$

$$a_1 = -\zeta\omega_0; a_2 = -\omega_0^2; c_2 = \omega_0^2,$$

где  $\omega_0$  — собственная частота колебаний объекта управления;  $\zeta$  — коэффициент, характе-

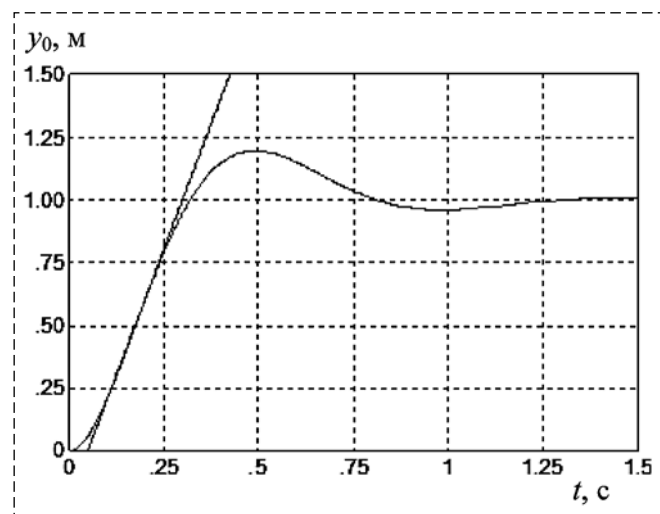


Рис. 1. Процесс параметрической идентификации математической модели (16)

Fig. 1. The process of parametric identification of the mathematical model (16)

ризующий затухание. Эта форма удобна тем, что позволяет независимо изменять временной масштаб (быстродействие) звена и форму переходной характеристики. Такое представление объекта облегчает задачу его идентификации. Далее задачу решаем методом математического моделирования.

На компьютерной математической модели (16) находим переходную функцию системы и, изменяя  $\zeta$ , добиваемся того, чтобы динамическая ошибка стала равной заданному значению  $\sigma$ . Затем, изменяя  $\omega_0$ , легко обеспечиваем соответствие угла наклона касательной в точке перегиба переходной характеристики значению  $v_{\max}$ . На рис. 1 показан процесс параметрической идентификации математической модели (16) при характерных значениях  $v_{\max} = 4$  м/с и  $\sigma = 20$  %. Для этих значений получено (размерности здесь и далее опущены):

$$\omega_0 = 7,2; \zeta = 0,92, \quad (17)$$

что, согласно (15), соответствует коэффициентам

$$a_1 = -0,92 \cdot 7,2 = -6,634; \quad (18)$$

$$a_2 = -51,84; c_2 = 51,84.$$

Для задания свободных коэффициентов фильтров-эталонов также запишем уравнения этих фильтров в виде (16) и получим

$$W(s) = \frac{\omega_{\varphi 0}^2}{s^2 + \zeta_{\varphi}\omega_{\varphi 0}s + \omega_{\varphi 0}^2}, \quad (19)$$

$$\varphi_1 = -\zeta_{\varphi}\omega_{\varphi 0}, \varphi_2 = -\omega_{\varphi 0}^2;$$

$$W(s) = \frac{\omega_{r\varphi 0}^2}{s^2 + \zeta_{r\varphi}\omega_{r\varphi 0}s + \omega_{r\varphi 0}^2}, \quad (20)$$

$$\varphi_{r1} = -\zeta_{r\varphi}\omega_{r\varphi 0}, \varphi_{r2} = -\omega_{r\varphi 0}^2,$$

где  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$  — собственные частоты колебаний фильтров-эталонов соответственно по  $y - f_y$  и  $f_x$ ;  $\zeta_{\varphi}$ ,  $\zeta_{r\varphi}$  — коэффициенты, характеризующие затухание по тем же фильтрам, являющиеся свободно задаваемыми параметрами. При увеличении  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$  согласно (14) увеличивается быстродействие системы управления, но одновременно увеличивается амплитуда управляющего воздействия. Как показывает опыт, при увеличении частот повышается чувствительность системы к отклонениям параметров и структуры объекта управления от своих расчетных значений. В данном случае целесообразно выбрать

$$\omega_{\varphi 0} = \omega_{r\varphi 0} = \omega_0. \quad (21)$$

Поскольку в нашей системе динамическая ошибка должна быть менее 1 %, то выбираем

$$\varsigma_{\varphi} = \varsigma_{r\varphi} = \sqrt{3} \approx 1,73, \quad (22)$$

что соответствует фильтру Бесселя, имеющему перерегулирование 0,43 % [24].

Регулятор (12) с коэффициентами, вычисленными по формулам (17)—(22), имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\varphi 1} &= -12,46x_{\varphi 1} + \varepsilon; \\ \dot{x}_{\varphi 2} &= x_{\varphi 1}; \\ u &= -5,83x_{\varphi 1} + 51,84x_{\varphi 2} - 5,83\tilde{x}_{01} + \varepsilon; \\ \tilde{x}_{01} &= x_{01} - x_{\varphi 1}; \\ \tilde{x}_{02} &= x_{02} - x_{\varphi 2}; \\ \varepsilon &= y - y_0. \end{aligned} \quad (23)$$

Исследование качества регулирования полученной системы проводилось методом математического моделирования. На рис. 2 пред-

ставлены переходные функции замкнутой системы управления объектом (1) с коэффициентами (18) и регулятором (12) по каналу "задание—выход" при разных значениях  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$ . Верхняя кривая на рис. 2 соответствует значениям  $\omega_{\varphi 0} = \omega_{r\varphi 0} = 10$ ; средняя кривая — значениям  $\omega_{\varphi 0} = \omega_{r\varphi 0} = 7,2$ ; нижняя кривая — значениям  $\omega_{\varphi 0} = \omega_{r\varphi 0} = 5$ .

На рис. 3 показаны переходные функции по каналу " $f_{x1}$  — выход" при тех же значениях  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$ , но чередование кривых обратное.

На модели проводилось также исследование параметрической и структурной робастности полученной системы управления. Исследование заключалось в анализе переходных функций при существенном изменении коэффициентов объекта управления и его структуры при регуляторе, рассчитанном для номинальных значений коэффициентов. На рис. 4 показаны переходные функции при поочередном изменении коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $c_2$  на  $\pm 30$  % от своих номинальных значений.

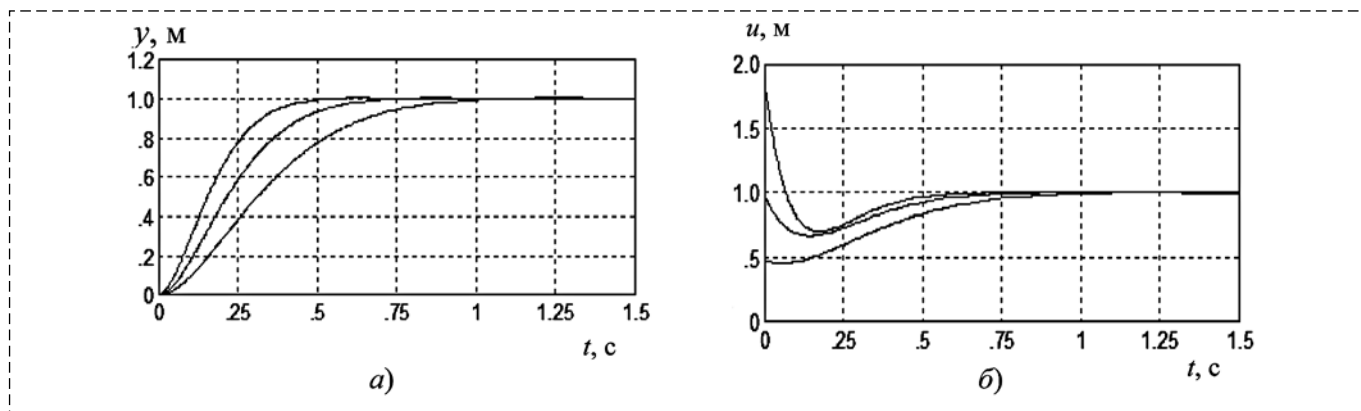


Рис. 2. Переходные процессы по каналу "задание—выход" при разных  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$ :

$a$  — выходная переменная;  $b$  — управляющее воздействие

Fig. 2. Transients on the channel "setpoint—output" with different  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$ :

$a$  — output variable;  $b$  — controlling action

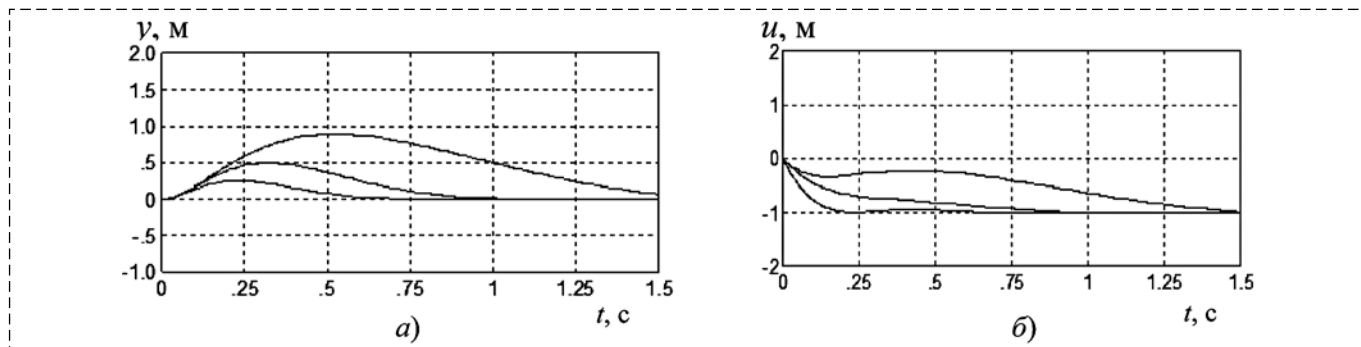


Рис. 3. Переходные процессы по каналу " $f_{x1}$  — выход" при разных  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$ :

$a$  — выходная переменная;  $b$  — управляющее воздействие

Fig. 3. Transients on the channel " $f_{x1}$  — output" with different  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r\varphi 0}$ :

$a$  — output variable;  $b$  — controlling action

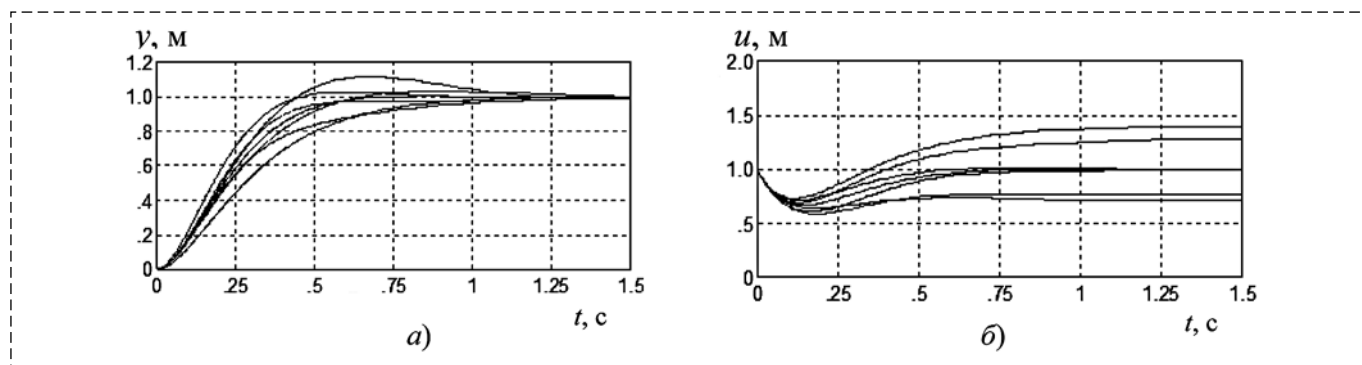


Рис. 4. Исследование системы на параметрическую робастность:

$a$  — выходная переменная;  $b$  — управляющее воздействие

Fig. 4. Research of the system on parametric robustness:

$a$  — output variable;  $b$  — controlling action

Запаздывание моделирует неучтенную динамику, а также реальные запаздывания в системе.

Таким образом, для данных внешних воздействий легко можно подобрать рациональные значения  $\omega_{\varphi 0}$ ,  $\omega_{r0}$  и обеспечить вполне удовлетворительное качество регулирования.

### Заключение

Рассмотрение особенностей манипуляционного робота позволяет формулировать задачу управления его движением в одном направлении как управление линейным объектом второго порядка. Применение метода компенсации динамики объекта и возмущений дает возможность получить алгоритм управления таким объектом общего вида в аналитической форме посредством алгебраических действий над матрицами. Исходными данными для расчета системы управления являются математическая модель объекта управления и свободные параметры фильтров-эталонов, что удобно для практических приложений. Алгоритм обеспечивает нулевую статическую ошибку и отработку внешних воздействий с точностью фильтров-эталонов.

Применение формы Вышнеградского облегчает параметрическую идентификацию объекта и задание свободных коэффициентов фильтра-эталона, удобных применительно к описанию движения робота. Анализ методом математического моделирования системы управления движением робота, разработанной на основе предложенного в статье алгоритма, позволяет заключить, что система обеспечивает заданные

показатели качества и обладает свойствами параметрической и структурной робастности.

Полученный алгоритм управления может быть использован при автоматизации широкого класса промышленных объектов. В дальнейшем предполагается проработка свойств алгоритма с применением наблюдателя состояния, более детальное исследование робастности алгоритма и разработка системы с автоподстройкой параметров регулятора.

### Список литературы

1. Zhao R. Trajectory planning and control for robot manipulations. Robotics [cs.RO]: thesis — Université Paul Sabatier — Toulouse III. 2015. P. 158. URL: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01285383v2/document>
2. Campa R., Ramirez C., Camarillo K., Santibanez V., Soto I. Motion Control of Industrial Robots in Operational Space: Analysis and Experiments with the PA10 Arm // Advances in Robot Manipulators, Ernest Hall (Ed.). 2010. P. 417–442.
3. Lynch K. M., Park F. C. Modern Robotics: Mechanics, Planning and Control. Cambridge U. Press, 2017. 642 p.
4. Nemeikšis A. Trajectory modulation of 2.5 degree of freedom robot arm // Scientific researches and their practical application. Modern state and ways of development. 2014. Vol. 5, N. 3. P. 3–11. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22270213>
5. Yurish S. (Editor). Advances in Robotics and Automatic Control: Reviews, Book Series. 2018. Vol. 1. P. 404.
6. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. 400 с.
7. Варков А. А., Красильникянц Е. В., Тютиков В. В. Система управления манипуляционным роботом с компенсацией динамических моментов // Автоматизация в промышленности. 2011, № 5. С. 38–44. URL: <https://avtprom.ru/sistema-upravleniya-manipulyatsionnym-ro>
8. Zada V., Belda K. Mathematical modeling of industrial robots based of Hamiltonian mechanics. 2016. P. 813–818. URL: [https://www.researchgate.net/publication/30466-5752\\_Mathematical\\_modeling\\_of\\_industrial\\_robots\\_based\\_on\\_Hamiltonian\\_mechanics](https://www.researchgate.net/publication/30466-5752_Mathematical_modeling_of_industrial_robots_based_on_Hamiltonian_mechanics)
9. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. Ч. I. Линейные системы регулирования одной вели-

чины. М.—Л.: Высшая школа, 1986. 367 с. URL: [http://www.studmed.ru/voronov-aa-teoriya-avtomaticheskogo-upravleniya-chast-per-vaya\\_92e4dec0e1e.html](http://www.studmed.ru/voronov-aa-teoriya-avtomaticheskogo-upravleniya-chast-per-vaya_92e4dec0e1e.html)

10. **Александров А. Г.** К аналитическому синтезу регуляторов // Автоматика и Телемеханика. 2010. № 6. С. 3—19. URL: [http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=826&option\\_lang=rus](http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=826&option_lang=rus)

11. **Летов А. М.** Аналитическое конструирование регуляторов. I, II, III // Автоматика и телемеханика. 1960. № 4. С. 406—411; № 5. С. 561—568; № 6. С. 661—665. URL: [http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=12522&option\\_lang=rus](http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=12522&option_lang=rus)

12. **Kalman R. E.** Contributions to the Theory of Optimal Control // Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana. 1960. Vol. 5, N. 1. P. 102—119. URL: <https://www.seman-ticscholar.org/paper/Contributions-to-the-Theory-of-Optimal-Control-K-%C3%A1lm%C3%A1n/4602a97c4965a9f6c41c9a7eeaf5be8333dbaef>

13. **Поляк Б. Т., Щербаков П. С.** Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. [http://www.studmed.ru/polyak-bt-scherbakov-ps-robastnaya-ustoychivost-i-upravlenie\\_9af8562ef3e.html](http://www.studmed.ru/polyak-bt-scherbakov-ps-robastnaya-ustoychivost-i-upravlenie_9af8562ef3e.html)

14. **Изерман Р.** Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984. URL: <https://lib-bkm.ru/12325>

15. **Методы классической и современной теории автоматического управления.** Учебник в 5 т. Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 656 с. URL: [http://www.studmed.ru/pupkov-ka-egupov-nd-metody-klassicheskoy-i-sovremennoy-teorii-avtomaticheskogo-upravleniya-tom-1\\_8c478adc2fa.html](http://www.studmed.ru/pupkov-ka-egupov-nd-metody-klassicheskoy-i-sovremennoy-teorii-avtomaticheskogo-upravleniya-tom-1_8c478adc2fa.html)

16. **Андреев А. Ю.** Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с. URL: <http://www.toroid.ru/andreevUN.html>

17. **Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А.** Синтез динамических систем по требуемым показателям качества // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 4. С. 7—12. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=10442093>

18. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Динамическая коррекция процессов регулирования методом линейно-квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 5. С. 9—14. URL: <http://novtex.ru/mech/mech2011/an-not05.html#2>

19. **Ким Д. П.** Определение желаемой передаточной функции при синтезе систем управления алгебраическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2011. № 5. С. 15—21.

20. **Ким Д. П.** Алгебраические методы синтеза систем автоматического управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 164 с.

21. **Шадрин Г. К.** Физический подход к построению систем управления на основе компенсации динамики объекта и возмущений // Автоматика и Телемеханика. 2016. № 7. С. 33—46. URL: [http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=14505&option\\_lang=rus](http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=14505&option_lang=rus)

22. **Шадрин Г. К., Порубов Д. А., Шадрин М. Г.** Синтез алгоритма управления движением двухколесного робота методом компенсации динамики объекта и возмущений / Автоматика и программная инженерия. 2017. № 4 (22). С. 10—15. URL: <http://jurnal.nips.ru/sites/default/files/AaSI-4-2017-1.pdf>

23. **Красовский А. А., Поспелов Г. С.** Основы автоматики и технической кибернетики. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1962. 600 с. URL: <https://www.twirpx.com/file/840055/>

24. **Титце У., Шенк К.** Полупроводниковая схемотехника. М.: Мир, 1982. 512 с. URL: <http://lazysmart.ru/wp-content/uploads/2016/07/Tittse-U.-SHenk-K.-Poluprovodniko-vaya-shemotekhnika.-Tom-I-2007.pdf>

## Synthesis of the Robotic Tool Motion-Controlling Algorithm Using Method of Correction Dynamics and Perturbations Compensation

**G. K. Shadrin**, [shadrin.g.k@yandex.ru](mailto:shadrin.g.k@yandex.ru), **D. L. Alontseva**, [dalontseva@mail.ru](mailto:dalontseva@mail.ru),

**A. T. Kussaiyn-Murat**, [asselkussaiynmurat@gmail.com](mailto:asselkussaiynmurat@gmail.com), **A. L. Krasavin**, [alexanderkrasavin@mail.ru](mailto:alexanderkrasavin@mail.ru),  
Automation and Control specialty at the Department of Instrument Engineering and Technology Automation,  
School of Information Technology, D. Serikbayev East-Kazakhstan State Technical University,  
Ust-Kamenogorsk, 070004, Kazakhstan

*Corresponding author: Shadrin G. K., Associated Professor, Automation and Control Specialty at the Department of Instrument Engineering and Technology Automation, School of Information Technology D. Serikbayev East-Kazakhstan State Technical University, Ust-Kamenogorsk, 070004, Kazakhstan, e-mail: shadrin.g.k@yandex.ru*

*Accepted on February 28, 2019*

### Abstract

*The task of controlling the manipulation robot movement in one direction has been considered. Such task appears at cutting, welding, painting and other similar operations, when the robot instrument performs a program motion along the working surface and at the same time, it is necessary to keep a definite distance from this instrument to the surface automatically without excessive correction. A new algorithm of controlling the linear object of the second order of the general form has been obtained by dynamics and perturbations compensation method, which takes precedence over well-known decisions. The algorithm provides a zero static error of the system regulation and movement in acquisition of external effects within the accuracy of standard filters of the second order that is convenient for practical use. The first filter indicates movements of the system during the task performing; the second one provides perturbations compensation on state variables. A step-by-step procedure of the algorithm synthesis has been represented for the second order controlled object of the general form. Formulae for calculating regulator coefficients have been obtained. The obtained equations defining processes in a closed control system allow performing the analysis of the control quality and the dynamics of control changes depending on external influences. A method of equations identification of the robot motion in conditions when we know the maximum speed of its instrument movement and a dynamic error of the robot servosystem regulating has been developed. By this method, the robot equations are brought up to the Vyshnegradskiy's form and then on the computer model a fundamental frequency and a decay factor can*

be easily chosen. The application of the obtained algorithm has been reviewed to create a system of automatic regulation of the robot instrument position. It has been clarified that defining free coefficients of these filters on position of filter fundamental frequency equation and a controlled object provides the given system operation speed at moderate amplitude of controlling actions. A mathematical modeling method has shown the advantages of regulation program quality, parametric and structural robustness of the obtained control system.

**Keywords:** programmable robot, motion control, algorithm of control, analytical synthesis, mathematic modeling

**Acknowledgements:** This work was supported by the Scientific Committee for the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan on program 0006 / PCF-17

For citation:

**Shadrin G. K., Alontseva D. L., Kussaiyn-Murat T., Krasavin A. L.** Synthesis of the Robotic Tool Motion-Controlling Algorithm Using Method of Correction Dynamics and Perturbations Compensation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 7, pp. 472—481.

DOI: 10.17587/mau.20.472-481

## References

1. **Zhao R.** Trajectory planning and control for robot manipulations. Robotics [cs.RO]: thesis — Universit@ Paul Sabatier — Toulouse III, 2015, pp. 158, available at: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01285383v2/document>
2. **Campa R., Ramirez C., Camarillo K., Santibanez V., Soto I.** Motion Control of Industrial Robots in Operational Space: Analysis and Experiments with the PA10 Arm, *Advances in Robot Manipulators*, Ernest Hall (Ed.), 2010, pp. 417—442.
3. **Lynch K. M., Park F. C.** Modern Robotics: Mechanics, Planning and Control, Cambridge U. Press, 2017, pp. 642.
4. **Nemeikšis A.** Trajectory modulation of 2.5 degree of freedom robot arm, *Scientific researches and their practical application. Modern state and shays of development*, 2014, vol. 5, no. 3, pp. 3—11, available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22270213>
5. **Yurish S.** ed. Advances in Robotics and Automatic Control: Reviews, Book Series, 2018, vol. 1, 404 p.
6. **Zenkevich S. L., Jushhenko A. S.** Robots control. The basics of manipulating robots, Moscow, Publishing house of MGTU named after N. Je. Bauman, 2000, 400 p. (in Russian)
7. **Varkov A. A., Krasil'nikjanc E. V., Tjutikov V. V.** Control system of a manipulation robot with compensation of dynamic moments, *Avtomatizacija v Promyshlennosti*. 2011, no. 5, pp. 38—44, available at: <https://avtprom.ru/sistema-upravleniya-manipulyatsionnym-ro> (in Russian)
8. **Zada V., Belda K.** Mathematical modeling of industrial robots based of Hamiltonian mechanics, 2016, pp. 813—818, available at: [https://www.researchgate.net/publication/30466-5752\\_Mathematical\\_modeling\\_of\\_industrial\\_robots\\_based\\_on\\_Hamiltonian\\_mechanics](https://www.researchgate.net/publication/30466-5752_Mathematical_modeling_of_industrial_robots_based_on_Hamiltonian_mechanics)
9. **Voronov A. A.** Fundamentals of the theory of automatic control. Part I. Linear control systems of one magnitude, Moscow—Leningrad, Vysshaja shkola, 1986, 367 p., available at: [http://www.studmed.ru/voronov-aa-teoriya-avtomaticheskogo-upravleniya-chast-per-vaya\\_92e4dec0e1e.html](http://www.studmed.ru/voronov-aa-teoriya-avtomaticheskogo-upravleniya-chast-per-vaya_92e4dec0e1e.html) (in Russian)
10. **Aleksandrov A. G.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 2010, no. 6, pp. 3—19, available at: [http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshowpaper&jrnid=at&paperid=826&option\\_lang=rus](http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshowpaper&jrnid=at&paperid=826&option_lang=rus) (in Russian)
11. **Letov A. M.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1960, no. 4, pp. 406—411; no. 5, pp. 561—568; no. 6, pp. 661—665, available at: [http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=12522&option\\_lang=rus](http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=12522&option_lang=rus) (in Russian)
12. **Kalman R. E.** *Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana*, 1960, vol. 5, no. 1, pp. 102-119, available at: <https://www.semanticscholar.org/paper/Contributions-to-the-Theory-of-Optimal-Control-K-K%C3%A1lm%C3%A1n/4602a97c4965a9f6c41c9a7eeaf5be8333dbaef>
13. **Poljak B. T., Shherbakov P. S.** Robust stability and control, Moscow, Nauka, 2002 (in Russian), available at: [http://www.studmed.ru/polyak-bt-scherbakov-ps-robastnaya-ustoychivost-i-upravle-nie\\_9af8562ef3e.html](http://www.studmed.ru/polyak-bt-scherbakov-ps-robastnaya-ustoychivost-i-upravle-nie_9af8562ef3e.html)
14. **Izerman R.** Digital control systems, Moscow, Mir, 1984, available at: <https://lib-bkm.ru/12325> (in Russian).
15. **Pupkov K. A., Egupov N. D.** Methods of classical and modern theory of automatic control. Textbook in 5 t.; V. 3. Synthesis of regulators of automatic control systems), Moscow Publishing house of MGTU named after N. Je. Bauman, 2004, 656 p. (in Russian).
16. **Andreev A. Ju.** Control of finite-dimensional linear objects, Moscow, Nauka, 1976, 424 p., available at: <http://www.toroid.ru/andreevUN.html> (in Russian).
17. **Gajduk A. R., Plaksienko E. A.** *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 4, pp. 7—12, available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=10442093> (in Russian).
18. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 5, pp. 9—14 (in Russian), available at: <http://novtex.ru/mech/mech2011/an-not05.html#2>
19. **Kim D. P.** *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 5, pp. 15—21 (in Russian).
20. **Kim D. P.** Algebraic methods for the synthesis of automatic control systems, Moscow, FIZMATLIT, 2014, 164 p. (in Russian).
21. **Shadrin G. K.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 2016, no. 7, pp. 1151-1162, available at: [http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=14505&option\\_lang=rus](http://m.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=at&paperid=14505&option_lang=rus) (in Russian).
22. **Shadrin G. K., Porubov D. A., Shadrin M. G.** *Avtomatika i programnaja inzhenerija*, 2017, no. 4 (22), pp. 10—15, available at: <http://jurnal.nips.ru/sites/default/files/AaSI-4-2017-1.pdf> (in Russian).
23. **Krasovskij A. A., Pospelov G. S.** Fundamentals of automation and technical cybernetics, Moscow—Leningrad, Gosjenergoizdat, 1962, 600 p., available at: <https://www.twirpx.com/file/840055/> (in Russian).
24. **Titce U., Shenk K.** Semiconductor Circuitry, Moscow, Mir, 1982, 512 pp. available at: <http://lazysmart.ru/wp-content/uploads/2016/07/Tittse-U.-Shenk-K.-Poluprovodniko-vaya-shemotehnika.-Tom-I-2007.pdf> (in Russian).