

Е. С. Брискин, д-р физ.-мат. наук, проф., dtm@vstu.ru, В. Н. Платонов, аспирант, Platonov.Vitaliy@yandex.ru, Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград

## О математическом моделировании управления движением твердого тела с избыточным числом тросовых движителей<sup>1</sup>

*Предложена расчетная схема и математическая модель динамики поступательного движения твердого тела, которые имитируют передвижение подводной платформы с помощью якорно-тросовых движителей, а также указаны примеры применения таких платформ при проведении работ по добыче и разведке новых месторождений углеводородов на континентальном шельфе. Представлена схема подводной платформы с якорно-тросовыми движителями, а также способ ее перемещения. Особенность математической модели процесса движения платформы с таким типом движителей заключается в зависимости развиваемых усилий от положения тросов относительно перемещаемого тела и превышения числа управляющих воздействий над числом степеней свободы механической системы. Математическая модель, описывающая перемещение платформы, основана на геометрических уравнениях при одновременной работе электроприводов движителя, с одной стороны, и на уравнении динамики поступательного движения тела — с другой. Показано, что задачей системы управления при этом процессе является обеспечение необходимого соотношения сил в тросах, идущих к якорю движителя. В качестве приводов рассмотрены двигатели постоянного тока и шаговые двигатели ввиду их способности работать от автономного источника питания, такого как аккумуляторные батареи. Установлены особенности управления двигателями постоянного тока и шаговыми двигателями в составе приводов якорно-тросовых движителей. Для разрешения динамической неопределенности доказана необходимость введения в математическую модель дополнительного уравнения. В соответствии с разработанной математической моделью получены законы изменения во времени управляющих воздействий, в частности, напряжения, подаваемого на якоря электродвигателей постоянного тока, и частот коммутации обмоток при использовании шаговых двигателей. Разработан метод управления движением твердого тела, находящегося под воздействием двух приводов, который может быть использован при изучении поступательного перемещения подводной платформы с якорно-тросовыми движителями. Рассмотрены особенности управления двигателями постоянного тока и шаговыми двигателями для изменения длины тросовых движителей по заданному закону.*

**Ключевые слова:** робототехнический комплекс, якорно-тросовый движитель, система управления, моделирование, стенд

### Введение

Освоение новых месторождений углеводородов на континентальном шельфе требует внедрения перспективных технологий для их добычи и разведки. Установлено [1], что применение тяжелых самоподъемных оснований подводных буровых комплексов при значительном числе точек бурения (более сотни) экономически нецелесообразно, а легкие самоподъемные основания характеризуются недостаточной безопасностью. Процесс бурения с самоходного судна также сопряжен с трудностями, основными из которых являются качка и дрейф.

В настоящее время существуют различные дистанционно управляемые автономные подводные аппараты, передвигающиеся по дну, например, подводные бульдозеры Hitachi, Komatsu, Sumimoto, экскаваторы Menzi Muck, кабелеукладчики Tyco Resolute, добычные агрегаты De Beers Marine, Nautilus Minerals и

др. [2, 3]. Среди таких подводных дистанционно управляемых аппаратов следует отметить аппараты с шагающими движителями [4, 5].

К одной из перспективных технологий добычи и разведки новых месторождений углеводородов на континентальном шельфе можно отнести применение автономного подводного робототехнического комплекса с якорно-тросовыми движителями.

Якорно-тросовый движитель может быть использован для перемещения автономного подводного или надводного робототехнического комплекса за счет тяги, возникающей вследствие натяжения тросов, идущих к якорю [6—8].

Кинематическая схема и принцип работы якорно-тросового движителя представлены на рис. 1.

Движителем является якорь, двумя тросами 2 и 3 связанный с вращающимися в соответствии с определенными законами маховиками приводов. В исходном положении трос 3 прослаблен, якорь при отсутствии течения занимает положение на одной вертикали с маховиком 5. При вращении маховика трос 2 натягивается,

<sup>1</sup> Статья подготовлена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 17-01-00675.

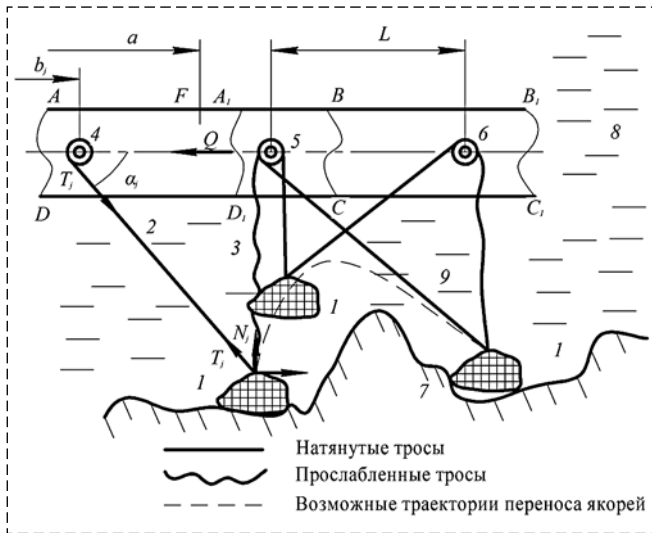


Рис. 1. Кинематическая схема и принцип работы якорно-тросового движителя мобильного робота с положительной плавучестью:

$ABCD$ ,  $A_1B_1C_1D_1$  — соответственно исходное и последующее положение фрагмента робота; 1 — якорь; 2, 3 — тросы; 4–6 — управляемые маховики; 7 — профиль дна; 8 — водная среда; 9 — траектория переноса якоря

Fig. 1. Kinematic scheme and principle of operation of the anchor-rope propulsion of a mobile robot with positive buoyancy:

$ABCD$ ,  $A_1B_1C_1D_1$  — initial and subsequent position of the robot fragment; 1 — anchor; 2, 3 — cables; 4–6 — controlled flywheels; 7 — bottom profile; 8 — water environment; 9 — anchor transfer trajectory

и при отсутствии проскальзывания якоря по дну мобильный робот перемещается. На рис. 1 показан фрагмент робота  $ABCD$ , который перемещается в положение  $A_1B_1C_1D_1$  таким образом, чтобы ось маховика 4 в новом положении совпадала с осью маховика 5 в исходном. Ось маховика 5 перемещается в положение 6. Затем путем совместного согласованного управления маховиками происходит перемещение якоря в новое положение. Его подъем облегчается тем, что трос, осуществляющий подъем, занимает близкое к вертикальному положение. Затем цикл повторяется. Работа такого движителя подобна работе шагающего, а отличие состоит в том, что робот не опирается на него, а цепляется с его помощью за опорную поверхность [7].

Особенностью таких робототехнических систем является применение избыточного с точки зрения обеспечения задаваемого движения платформы робота числа движителей, что объясняется необходимостью надежного взаимодействия якорей с трудно прогнозируемым рельефом дна и его физико-механическими свойствами.

Действительно, если для однозначного описания движения абсолютно твердого тела не-

обходимо минимум шесть управляющих воздействий (для платформы робота — шесть якорно-тросовых движителей), то в случае отсутствия надежного взаимодействия хотя бы одного якоря с грунтом движение робота становится непредсказуемым. Поэтому в силу превышения числа управляющих воздействия над числом обобщенных координат имеет место динамическая неопределенность.

Однако в решении технической задачи эта неопределенность является полезной. Она позволяет накладывать дополнительные условия на управляющие воздействия, оптимальные в том или ином смысле.

### Постановка модельной задачи

Исследование и анализ особенностей динамики движения рассматриваемых систем удобно осуществлять на простейшей механической системе с одной степенью свободы, представленной на рис. 2.

Для перемещения груза вдоль вертикальной направляющей (рис. 2) достаточно одного привода. При использовании двух приводов задачей системы управления является реализация заданного распределения усилий между этими приводами, а также обеспечение требуемого закона поступательного перемещения груза.

Управление сводится к поиску управляющих воздействий на электродвигатели, в частности, к определению напряжения, подаваемого на обмотки якоря двигателя постоянного тока, для обеспечения требуемых моментов или частоты коммутации обмоток для шаговых двигателей.

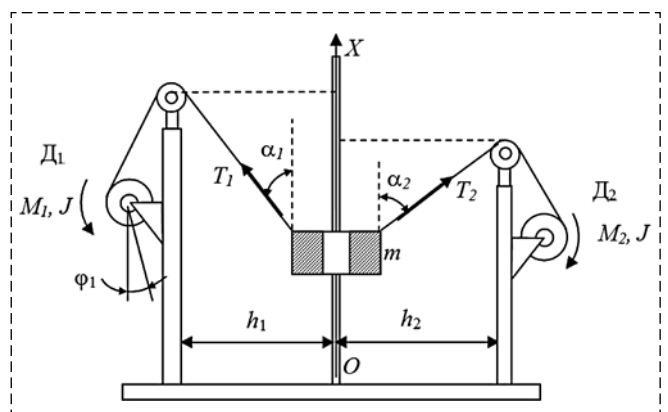


Рис. 2. Расчетная схема исследования режимов движения  
Fig. 2. The settlement scheme providing studies of the motion modes

Для исследования системы управления якорно-тросовыми движителями при поступательном движении подводной платформы рассматривается расчетная схема, которая представлена на рис. 2, где  $D_1, D_2$  — электродвигатели;  $M_1, M_2$  — моменты, развиваемые этими электродвигателями;  $\alpha_1, \alpha_2$  — углы, образованные тросами с горизонтальной осью;  $\varphi_1, \varphi_2$  — углы поворота маховиков электродвигателей;  $T_1, T_2$  — силы натяжения в тросах;  $J$  — момент инерции одинаковых маховиков приводов;  $h_1, h_2$  — расстояния от центра массы груза до осей маховиков;  $m$  — масса перемещаемого груза;  $x(t)$  — перемещение груза.

### Математическая модель

Математическая модель, описывающая перемещение груза, основана на геометрических уравнениях при одновременной работе электродвигателей  $D_1$  и  $D_2$ , с одной стороны, и на уравнении динамики поступательного движения груза — с другой. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{cases} x = l_{10} \cos \alpha_{10} - l_1 \cos \alpha_1; \\ x = l_{20} \cos \alpha_{20} - l_2 \cos \alpha_2; \\ m\ddot{x} = T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2 - mg, \end{cases} \quad (1)$$

где  $l_{10}, l_{20}, \alpha_{10}, \alpha_{20}$  — длины тросов и углы их отклонения в начальный момент времени.

Принимая во внимание тот факт, что

$$\sin \alpha_j = \frac{h_j}{l_j} \quad (j = 1, 2), \quad (2)$$

можно установить связь между перемещением груза  $x$  и длиной каждого из тросов:

$$l_j = \sqrt{(l_{j0} \cos \alpha_{j0} - x)^2 + h_j^2}. \quad (3)$$

Уравнения (1)—(3) дополняются уравнениями вращательного движения маховиков:

$$\begin{aligned} J\ddot{\varphi}_1 &= M_1 - T_1 R; \\ J\ddot{\varphi}_2 &= M_2 - T_2 R, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2$  — углы поворота маховиков приводных электродвигателей радиуса  $R$ , определяемые выражением

$$\varphi_j = \frac{l_{j0} - l_j}{R} = -\frac{\sqrt{(l_{j0} \cos \alpha_{j0} - x)^2 + h_j^2} + l_j}{R}. \quad (5)$$

Если используются одинаковые двигатели постоянного тока, то в соответствии с уравнением механической характеристики (для двигателей с независимым возбуждением)

$$\dot{\varphi}_j = \omega_d = \frac{1}{C} U_j - \frac{R_{\text{я}}}{C^2} M_j; \quad (6)$$

моменты  $M_j$  ( $j = 1, 2$ ) на валу этих двигателей удобно представить в следующей форме:

$$M_j = k U_j - \mu \dot{\varphi}_j, \quad (7)$$

где  $k = \frac{C}{R_{\text{я}}}$ ,  $\mu = \frac{C^2}{R_{\text{я}}}$ ,  $C = \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{ном}} R_{\text{я}}}{\omega_{\text{ном}}}$  — известные характеристики двигателей;  $U_j$  — напряжение, подводимое к обмотке якоря двигателя.

Если используются одинаковые шаговые двигатели, то угловое положение ротора каждого из двигателей определяется числом поданных импульсов  $n$  для коммутации его обмоток:

$$\varphi_j(n) = \frac{360}{N} n, \quad (8)$$

где  $N$  — число шагов шагового двигателя за один оборот.

Тогда закон вращательного движения маховиков будет зависеть от частоты коммутации обмоток  $p$  (частоты шагов) каждого шагового двигателя:

$$\varphi_j(t) = \frac{360}{N} \frac{n}{t} = \frac{360}{N} p, \quad (9)$$

откуда получаем

$$\dot{\varphi}(\omega) = \frac{\omega N}{360}. \quad (10)$$

Тогда с учетом уравнения (8) левые части в уравнениях (4) становятся известными.

В случае использования шаговых двигателей управление осуществляется именно скоростью вращения ротора (а не моментом на нем, как в случае применения двигателей постоянного тока) путем изменения частоты коммутации обмоток  $p_j$ , а получаемые моменты  $M_j$  при известных силах  $T_1$  и  $T_2$  требуют лишь проверки на реализуемость:

$$M_j \leq [M], \quad (11)$$

где  $[M]$  — максимальный момент удержания шагового двигателя.

В развернутом виде (11) имеет вид

$$J \left[ \frac{\partial \phi}{\partial p_j^2} \dot{p}_j^2 + \frac{\partial \phi_j}{\partial p_j} \ddot{p}_j \right] + T_j R \leq [M]. \quad (12)$$

### Метод решения

Особенность решения полученных уравнений состоит в необходимости субъективного введения дополнительного уравнения, причем как в случае применения двигателей постоянного тока, так и в случае использования шаговых двигателей.

Действительно, для определения сил натяжения следует решить систему уравнений, состоящую из третьего уравнения (1) и дополнительно введенного уравнения  $\Psi(T_1, T_2) = 0$ :

$$\begin{cases} T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2 = mg + m\ddot{x}; \\ \Psi(T_1, T_2) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

В этих уравнениях закон движения  $x(t)$  задается, а  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  определяются как функции времени из уравнений (2), (3).

В случае использования двигателей постоянного тока из уравнений (4) определяются моменты на валу двигателей, а затем из уравнений (6) — подаваемые напряжения  $U_j$  для обеспечения программного движения.

В случае использования шаговых двигателей из уравнений (5) определяется закон вращательного движения двигателей, а из уравнений (9) — частоты шагов  $p_j$  каждого из двигателей как функции времени, обеспечивающие программное движение груза  $x = x_3(t)$ .

Из уравнений (4) после решения уравнений (13) определяются моменты на двигателях  $M_1$  и  $M_2$ , и проверяется условие их реализации (11).

### Анализ результатов

Математическое моделирование проводили для проектируемого экспериментального макета со следующими параметрами:

- расстояния от электродвигателей до оси перемещения груза  $h_1 = h_2 = 16$  см;
- начальные длины тросов  $l_{10} = 45$  см,  $l_{20} = 34$  см;
- радиус маховиков электродвигателей  $R = 27$  мм;
- масса груза  $m = 240$  г.

В случае применения одинаковых двигателей постоянного тока для моделирования были взяты данные редукторного электродвигателя ZGA37RG 24V со следующими характеристиками:  $U_{\text{ном}} = 24$  В;  $P_{\text{ном}} = 2$  Вт;  $\eta_{\text{ном}} = 0,9$ . Тогда  $C = 0,073$ ;  $k = 5,6 \cdot 10^{-3}$ ;  $\mu = 4,06 \cdot 10^{-4}$ .

При применении шаговых двигателей для моделирования были взяты данные шагового двигателя с редуктором 28BY48-5V. Функция (10) в этом случае имеет вид

$$p(\omega) = \frac{4096}{360} \omega. \quad (14)$$

В качестве программного движения рассматривалось движение с постоянной скоростью:

$$x(t) = v_0 t. \quad (15)$$

Дополнительно вводимую функцию  $\Psi(T_1, T_2)$  задавали в виде

$$T_1 - \gamma T_2 = 0, \gamma = 2. \quad (16)$$

Характерные зависимости изучаемого движения представлены на рис. 3—7.

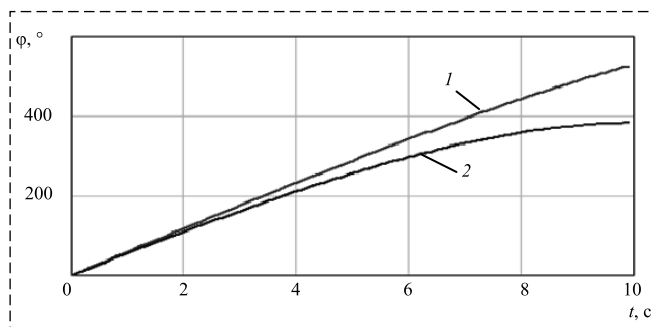


Рис. 3. Изменение углов поворота маховиков электродвигателей:

1 — для электродвигателя 1; 2 — для электродвигателя 2

Fig. 3. Changing the rotation angles of electric motors flywheels:

1 — for the motor 1; 2 — for the motor 2

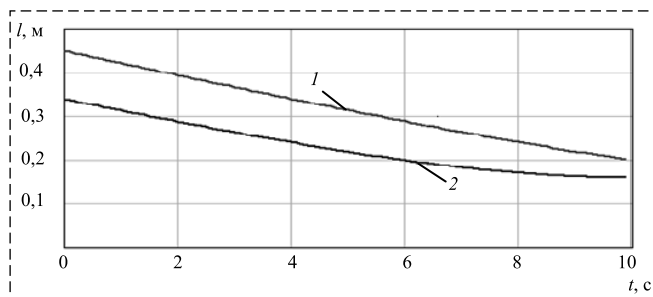
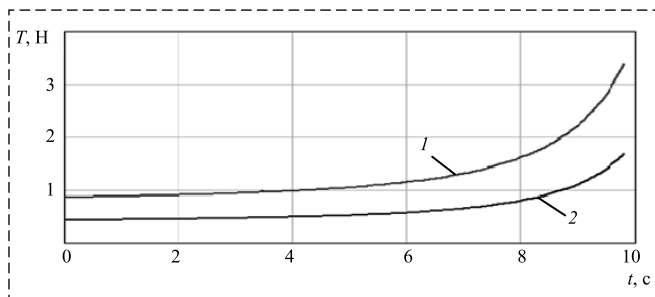


Рис. 4. Изменение длин тросов:

1 — для электродвигателя 1; 2 — для электродвигателя 2

Fig. 4. Changing cable lengths:

1 — the 1st motor; 2 — the 2nd motor

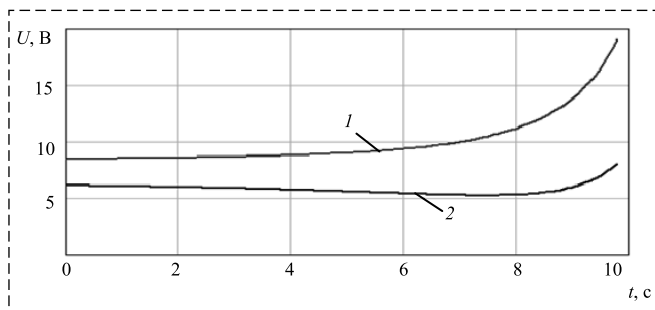


**Рис. 5. Изменение усилий в тросах:**

1 — для электродвигателя 1; 2 — для электродвигателя 2

**Fig. 5. Changing the forces in the cables:**

1 — the 1st motor; 2 — the 2<sup>nd</sup> motor

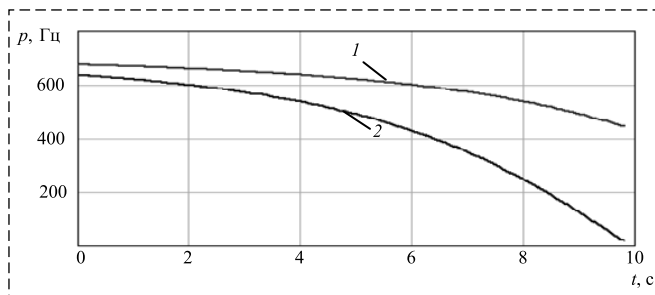


**Рис. 6. Изменение напряжений в обмотках якоря для электродвигателей постоянного тока  $U$ , В:**

1 — для электродвигателя 1; 2 — для электродвигателя 2

**Fig. 6. Changing the voltage in the armature windings for DC motors:**

1 — the 1st motor; 2 — the 2<sup>nd</sup> motor



**Рис. 7. Изменение частоты коммутации обмоток шаговых двигателей:**

1 — для электродвигателя 1; 2 — для электродвигателя 2

**Fig. 7. Changing the switching frequency of the windings of stepper motors:**

1 — the 1st motor; 2 — the 2<sup>nd</sup> motor

В соответствии с полученными графиками прослеживается пропорциональная зависимость усилий в тросах якоря управляющего воздействия от напряжения, поданного на обмотки якоря двигателей постоянного тока. В данном случае это объясняется связью усилий в тросах с моментами на маховиках, определяемыми, в свою очередь, напряжением на обмотках двигателя.

В случае применения шаговых двигателей управляющим воздействием является частота коммутации обмоток. Полученное изменение ее значений представлено на рис. 7.

## Заключение

Разработана математическая модель управления движением твердого тела, находящегося под воздействием двух приводов, которые могут быть использованы при изучении поступательного перемещения подводной платформы с якорно-тросовыми движителями.

Рассмотрены особенности управления двигателями постоянного тока и шаговыми двигателями для изменения длины тросовых движителей по заданному закону.

## Список литературы

1. Серов В. А., Ковшов И. В., Устинов С. А. Задачи технологических роботизированных шагающих платформ при освоении подводных (подледных) месторождений полезных ископаемых // Известия ЮФУ. Технические науки. 2017. № 9 (194). С. 181—191.
2. Jin-Ho Kim, Tae-Kyeong Yeu, Suk-Min Yoon, Hyung-Woo Kim, Jong-Su Choi, Cheon-Hong Min, Sup Hong. Electric-Electronic System of Pilot Mining Robot, MineRo-II // Proceedings of the Tenth ISOPE Ocean Mining and Gas Hydrates Symposium Szczecin, Poland, September 22—26, 2013. P. 269—273.
3. Verichev S., Laurens de Jonge, Wiebe B., Rodney N. Deep mining: from exploration to exploitation // Minerals of the Ocean — 7 & Deep-Sea Minerals and Mining — 4: abstracts of International Conference. VNII Okeangeologia. St. Petersburg, 2014. P. 126—138.
4. Брискин Е. С., Чернышев В. В., Малолетов А. В., Шаронов Н. Г. Сравнительный анализ колесных, гусеничных и шагающих машин // Робототехника и техническая кибернетика. 2013. № 1 (1). С. 6—14.
5. Чернышев В. В., Арыканцев В. В. МАК-1 — подводный шагающий робот // Робототехника и техническая кибернетика. 2015. № 2. С. 45—50.
6. Брискин Е. С., Пеньшин И. С., Смирная Л. Д., Шаронов Н. Г. Определение усилий в движителях якорно-тросового типа // Известия ВолгГТУ. Сер. Актуальные проблемы управления, вычислительной техники и информатики в технических системах. Волгоград. 2017. № 14 (209). С. 87—90.
7. Брискин Е. С., Серов В. А., Шаронов Н. Г., Пеньшин И. С. Об особенностях управления движением мобильных роботов с движителями якорно-тросового типа // Экстремальная робототехника. Труды Международной научно-технической конференции. Санкт-Петербург: ИПЦ ООО "Политехника-принт", 2017. С. 337—343.
8. Шаронов Н. Г., Пеньшин И. С., Платонов В. Н. Управление движением подводной платформы с движителями якорно-тросового типа = Underwater platform motion control with anchor-rope propulsion devices // XXIX Международная конференция "Машиноведение и инновации. Конференция молодых ученых и студентов" (МИКМУС — 2017) (г. Москва, 6—8 декабря 2017 г.). 2018. С. 353—355.
9. Кенио Т. Шаговые двигатели и их микропроцессорные системы управления: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1987. 200 с.

# On Math Modeling of Solid Body's Motion Control with an Excess Number of Rope Propulsion Devices

E. S. Briskin, dtm@vstu.ru, V. N. Platonov, Postgraduate, Platonov.Vitaliy@yandex.ru,  
Volgograd State Technical University, 400005, Volgograd, Russian Federation

Corresponding author: **Platonov Vitaliy N.**, Postgraduate,  
Volgograd State Technical University, 400005, Volgograd, Russian Federation,  
e-mail: Platonov.Vitaliy@yandex.ru

Accepted on March 25, 2019

## Abstract

A design scheme and a mathematical model of the dynamics of the translational motion of a solid body, which simulate the movement of an underwater platform using anchor-cable propulsion devices, are proposed, and examples of the use of such platforms during the mining and exploration of new hydrocarbon deposits on the continental shelf are given. A diagram of the underwater platform with anchor-cable propulsion devices, as well as the method of its movement. The peculiarity of the mathematical model of the process of moving a platform with this type of propulsion devices is in the dependence of the developed efforts on the position of the cables relative to the moving body and the excess of the number of control actions over the number of degrees of freedom of the mechanical system. The mathematical model describing the movement of the platform is based on geometric equations with simultaneous operation of propulsion drives on the one hand, and on the equation of the dynamics of the translational motion of the body on the other. It is shown that the task of the control system in this process is to provide the necessary balance of forces in the cables going to the propulsion anchor. As drives, DC motors and stepper motors are considered due to their ability to operate from an independent power source, such as batteries. The features of control of DC motors and stepper motors as part of anchor-cable drives are established. To resolve dynamic uncertainty, the necessity of introducing an additional equation into a mathematical model has been proved. In accordance with the developed mathematical model, the laws of changes in time of control actions are obtained, in particular, such as the voltage applied to the armatures of DC motors and the switching frequency of the windings when using stepping motors. A method for controlling the movement of a solid body under the influence of two drives has been developed. It can be used to study the translational movement of an underwater platform with anchor-cable propulsion devices. The features of control of DC motors and stepper motors are considered to change the length of cable drives according to a given law.

**Keywords:** robotic complex, anchor-rope propulsion device, control system, math modeling, stand.

**Acknowledgements:** This article was prepared with financial support of Russian Foundation for Basic Research (17-01-00675).

For citation:

**Briskin E. S., Platonov V. N.** On Math Modeling of Solid Body's Motion Control with an Excess Number of Rope Propulsion Devices, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 7, pp. 422—427.

DOI: 10.17587/mau.20.422-427

## References

1. Serov V. A., Kovshov I. V., Ustinov S. A. *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie nauki*, 2107, no. 9 (194), pp. 181—191 (in Russian)
2. Jin-Ho Kim, Tae-Kyeong Yeu, Suk-Min Yoon, Hyung-Woo Kim, Jong-Su Choi, Cheon-Hong Min, Sup Hong. Electric-Electronic System of Pilot Mining Robot, MineRo-II, *Proceedings of the Tenth ISOPE Ocean Mining and Gas Hydrates Symposium Szczecin*, 2013, pp. 269—273.

3. Verichev S., Laurens de Jonge, Wiebe B., Rodney N. Deep mining: from exploration to exploitation, *Proceedings of the International Conf. VNII Okeangeologia*, 2014, pp. 126—138.

4. Briskin E. S., Chernyshev V. V., Maloletov A. V., Sharonov N. G. *Robototekhnika i tekhnicheskaya kibernetika*, 2013, no. 1 (1), pp. 6—14 (in Russian)

5. Chernyshev V. V., Arykancev V. V. *Robototekhnika i Tekhnicheskaya Kibernetika*, 2015, no. 2, pp. 45—50 (in Russian)

6. Briskin E. S., Penshin I. S., Smirnaya L. D., Sharonov N. G. *Izvestiya VolgGTU. Aktual'nye problemy upravleniya, vychislitel'noy tekhniki i informatiki v tekhnicheskikh sistemah*, 2017, no. 14 (209), pp. 87—90 (in Russian)

7. Briskin E. S., Serov V. A., Sharonov N. G., Penshin I. S. *Ehkstremalnaya Robototekhnika*, 2017, pp. 337—343 (in Russian)

8. Sharonov N. G., Penshin I. S., Platonov V. N. *Proceedings of the International conf. MIKMUS*, 2017, pp. 353—355 (in Russian)

9. Kenio T. *Stepper motors and their microprocessor control systems: Trans. from English*, Moscow, Energoatmizdat, 1987, 200 p.