УДК 519.216 DOI: 10.17587/mau.19.183-193

Т. А. Алиев, д-р техн. наук, проф., академик, директор института, director@cyber.az,
Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан
Н. Э. Рзаева, нач. отдела, nikanel1@gmail.com,
Азербайджанский университет архитектуры и строительства, Баку, Азербайджан

Алгоритмы спектрального и корреляционного анализа помехи случайных сигналов в скрытом периоде аварийного состояния объектов контроля

Предлагаются алгоритмы и технологии замены не поддающихся измерению отсчетов помехи их приближенными величинами, и показана возможность их применения как для определения оценок спектральных и корреляционных характеристик помехи зашумленных сигналов, так и для обеспечения робастности результатов корреляционного и спектрального анализа в скрытом периоде аварийного состояния объектов контроля.

Ключевые слова: *помеха, спектральный анализ, корреляционный анализ, зашумленный сигнал, мониторинг, диагностика, объект контроля*

Введение

Известно [1—6], что в нормальном, штатном техническом состоянии объектов контроля и диагностики для центрированных зашумленных сигналов $g(t) = X(t) + \varepsilon(t)$, получаемых на выходах соответствующих датчиков и представляющих собой аддитивную смесь полезного сигнала $X(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$, выполняются такие условия, как нормальность закона распределения, стационарность, и имеет место равенство

$$R_{gg}(t) = M[g(t)g(t)] = M[(X(t) + \varepsilon(t))(X(t) + \varepsilon(t))] = \\ = M[X(t)X(t) + \varepsilon(t)X(t) + X(t)\varepsilon(t) + \varepsilon(t)\varepsilon(t)], \quad (1)$$

где $R_{gg}(t)$ — автокорреляционная функция сигнала $g(t)$; $M[\cdot]$ — математическое ожидание.

При этом из-за отсутствия корреляции между полезным сигналом $X(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$ выполняются условия

$$\begin{cases} M[X(t)X(t)] \neq 0; M[\varepsilon(t)X(t)] = 0; \\ M[X(t)\varepsilon(t)] = 0; M[\varepsilon(t)\varepsilon(t)] = 0; \\ R_{gg}(t) = M[X(t)X(t)] + \varepsilon(t)\varepsilon(t)], \end{cases} \quad (2)$$

и оценки корреляционной функции $R_{gg}(t)$ и дисперсии $D_{\varepsilon\varepsilon}$ зашумленного сигнала определяются по формулам

$$R_{gg}(t) = M[X(t)X(t) + \varepsilon(t)\varepsilon(t)] = R_{XX}(t) + D_{\varepsilon\varepsilon}; \quad (3)$$

$$D_{\varepsilon\varepsilon} = M[\varepsilon(t)\varepsilon(t)], \quad (4)$$

где R_{XX} — автокорреляционная функция полезного сигнала $X(t)$.

В процессе эксплуатации для реальных объектов характерен переход в скрытый период аварийного состояния из-за зарождения различных дефектов, таких как износ, микротрещина, деформация от усталости, коррозии и т. д. [7, 8]. Обычно все это отражается на сигналах, получаемых от соответствующих датчиков в виде шума, который в большинстве случаев имеет корреляцию с полезным сигналом $X(t)$ [1—8]. Вследствие этого в подобных случаях суммарная помеха $\varepsilon(t)$ формируется из шума $\varepsilon_1(t)$, который возникает от влияния внешних факторов, и шума $\varepsilon_2(t)$, который возникает в результате зарождения различных дефектов. При этом нормальное состояние функционирования объекта заканчивается, выполнение условий (2)—(4) нарушается, и наступает скрытый период его аварийного состояния [7—10]. В этом случае из-за наличия корреляции между полезным сигналом $X(t)$ и помехой $\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$ имеют место неравенства

$$\begin{cases} M[X(t)X(t)] \neq 0; M[\varepsilon(t)X(t)] \neq 0; \\ M[X(t)\varepsilon(t)] \neq 0; M[\varepsilon(t)\varepsilon(t)] \neq 0, \end{cases} \quad (5)$$

и оценка $R_{gg}(0)$ определяется по выражению

$$R_{gg}(0) = M[X(t)X(t) + \varepsilon(t)X(t) + \\ + X(t)\varepsilon(t) + \varepsilon(t)\varepsilon(t)] = R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + D_{\varepsilon\varepsilon}. \quad (6)$$

Суммарная дисперсия помехи вычисляется по формуле

$$D_\varepsilon = M[\varepsilon(t)X(t) + X(t)\varepsilon(t) + \varepsilon(t)\varepsilon(t)] = \\ = R_{X\varepsilon}(t) + D_{\varepsilon\varepsilon}. \quad (7)$$

Из-за этого в скрытый период аварийного состояния объектов оценки спектральных и корреляционных характеристик сигналов $g(t)$ при применении традиционных технологий определяются с некоторой погрешностью. По этой причине индикация начальной стадии зарождения неисправностей, приводящих к переходу объектов в скрытый период аварийного состояния, в некоторых случаях оказывается запоздалой.

Учитывая сказанное, создание алгоритмов определения робастных оценок спектральных и корреляционных характеристик зашумленных сигналов $g(t)$, а также разработка технологий анализа помехи $\varepsilon(t)$ в период нарушения равенств (1)—(4) имеют большое практическое значение.

Постановка задачи

Сначала рассмотрим вопрос обеспечения робастности вычисления оценок спектральных характеристик в скрытом периоде аварийного состояния объектов контроля. Допустим, что время наблюдения T реализации зашумленного сигнала $g(t) = X(t) + \varepsilon(t)$ выбрано достаточно большим. При этом предполагая, что функции $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ представляют собой стационарные дискретизированные центрированные случайные сигналы с математическими ожиданиями, равными нулю, а формулы определения спектральных характеристик помехи, т. е. коэффициентов a_n, b_n можно представить в виде

$$a_n = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)]\cos(n\omega(i\Delta t)) = \\ = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))] - \\ -\left[\frac{2}{N}\left[\sum_{i=1}^{N^+}\varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t)) - \\ -\sum_{i=1}^{N^-}\varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))\right]\right]; \quad (8)$$

$$b_n = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}[X + \varepsilon(i\Delta t)]\sin(n\omega(i\Delta t))] = \\ = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t))] - \\ -\left[\frac{2}{N}\left[\sum_{i=1}^{N^+}\varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t)) - \\ -\sum_{i=1}^{N^-}\varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t))\right]\right], \quad (9)$$

где $X(t)$ представляет собой центрированный сигнал с математическим ожиданием, равным нулю; a_n, b_n — амплитуды соответственно синусоиды и косинусоиды с частотой $n\omega$; $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ — отсчеты сигнала $X(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$ в момент дискретизации t_0, t_1, ..., t_i, ..., t_N с шагом Δt.

Ясно, что в случае выполнения условий (1)—(4) сумма погрешности положительных N^+ и отрицательных N^- парных произведений $\varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))$, $\varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t))$ будут уравновешиваться. Однако в тех случаях, когда объект переходит в аварийное состояние с возникновением корреляции между полезным сигналом $X(i\Delta t)$ и помехой $\varepsilon(i\Delta t)$, появляются погрешности λ_{a_n} и λ_{b_n}, которые могут быть определены по выражениям

$$\lambda_{a_n} = \left[\frac{2}{N}\left[\sum_{i=1}^{N^+}\varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t)) - \\ -\sum_{i=1}^{N^-}\varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))\right]\right], \quad (10)$$

$$\lambda_{b_n} = \left[\frac{2}{N}\left[\sum_{i=1}^{N^+}\varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t)) - \\ -\sum_{i=1}^{N^-}\varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t))\right]\right]. \quad (11)$$

Отметим, что с увеличением степени корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ значения погрешностей также увеличиваются. Вследствие этого, в некоторых случаях оценки погрешностей λ_{a_n}, λ_{b_n}, возникающих от влияния помехи $\varepsilon(i\Delta t)$, оказываются соизмеримыми с искомыми коэффициентами a_n, b_n, что нередко является причиной ошибок результатов мониторинга начала скрытого периода перехода объектов контроля в аварийное состояние.

Теперь рассмотрим специфику корреляционного анализа зашумленных сигналов в скрытом периоде аварийного состояния объекта. Согласно равенствам (5)—(7), в это время искомые оценки корреляционных функций определяются по выражению

$$R_{gg}(\mu\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}g(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t) = \\ = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t))(X((i+\mu)\Delta t) + \\ + \varepsilon((i+\mu)\Delta t)). \quad (12)$$

Очевидно, что при применении на практике этих оценок погрешности от влияния помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ можно определить по выражению

$$\lambda_{gg}(\mu\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t) + \\ + \varepsilon(i\Delta t)X((i+\mu)\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t)] = \\ = R_{X\varepsilon}(\mu\Delta t) + R_{\varepsilon X}(\mu\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu\Delta t) = \\ = R_{X\varepsilon}(\mu\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu\Delta t). \quad (13)$$

Таким образом, в силу появления погрешностей $\lambda_{a_n}, \lambda_{b_n}$ и λ_{gg} в скрытый период перехода объектов контроля в аварийное состояние на практике во многих случаях при применении традиционных алгоритмов спектрального и корреляционного анализа не удается обеспечить адекватность результатов решения задач контроля и диагностики. В настоящей работе ставится задача разработки алгоритмов определения оценок спектральных и корреляционных характеристик помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ и взаимно корреляционной функции между полезным сигналом и помехой, а также задача разработки технологий обеспечения робастности оценок a_n, b_n и $R_{gg}(\mu\Delta t)$ в указанный период.

Алгоритмы определения робастных оценок спектральных характеристик зашумленных сигналов в скрытом периоде аварийного состояния объекта

Для обеспечения робастности оценок a_n, b_n спектральных характеристик зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$ рассмотрим возможный вариант уравновешивания положительных и отрицательных погрешностей соответствующих парных произведений. Полагая, что отсчеты помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ суммарного сигнала $g(i\Delta t)$ известны, абсолютные величины погрешности $\lambda(i\Delta t)$ каждого парного произведения $g(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))$, $g(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))$ можно определить по формулам

$$\lambda_a(i\Delta t) = |\varepsilon(i\Delta t)||\cos(n\omega(i\Delta t))|; \tag{14}$$

$$\lambda_b(i\Delta t) = |\varepsilon(i\Delta t)||\sin(n\omega(i\Delta t))|. \tag{15}$$

При этом средние величины абсолютной погрешности $\lambda(i\Delta t)$ можно оценить по формулам

$$\overline{\lambda_a(i\Delta t)} = \overline{|\varepsilon(i\Delta t)||\cos(n\omega(i\Delta t))|}, \tag{16}$$

$$\overline{\lambda_b(i\Delta t)} = \overline{|\varepsilon(i\Delta t)||\sin(n\omega(i\Delta t))|}. \tag{17}$$

Однако согласно выражениям (14), (15) для вычисления погрешностей $\lambda_{a_n}, \lambda_{b_n}$ необходимо определение отсчетов помехи $\varepsilon(i\Delta t)$, что практически невозможно. Проведенные исследования показали [8], что имеется возможность замены не поддающихся измерению отсчетов помехи их приближенными величинами, и для этой цели возможно и целесообразно использование технологии определения оценки дисперсии помехи D_ε по выражению

$$D_\varepsilon \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)g(i\Delta t) + g(i+2)\Delta t)g(i\Delta t) - \\ -2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t), \tag{18}$$

которое можно представить в виде

$$\begin{aligned} D_\varepsilon &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)g(i\Delta t) - \sum_{i=1}^{N} 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + \\ &+\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t) = \\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)][X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)] - \\ &- \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} 2[X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t)] + \\ &+ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t)+\varepsilon((i+2)\Delta t)] = \\ &= R_{XX}(0)+R_{X\varepsilon}(0)+R_{\varepsilon X}(0)+R_{\varepsilon\varepsilon}(0)-2R_{XX}(\Delta t) - \\ &-2R_{X\varepsilon}(\Delta t)-2R_{\varepsilon X}(\Delta t)-2R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + \\ &+R_{XX}(2\Delta t)+R_{X\varepsilon}(2\Delta t)+R_{\varepsilon X}(2\Delta t)+R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t). \end{aligned} \tag{19}$$

Если для сигнала $g(i\Delta t) = X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)$ выполняются условия стационарности и нормальности закона распределения, то справедливы следующие равенства:

$$\left.\begin{aligned} &R_{X\varepsilon}(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \neq 0; \\ &R_{\varepsilon X}(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X(i\Delta t) \neq 0; \\ &R_{\varepsilon\varepsilon}(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \neq 0; \\ &R_{XX}(0)+R_{XX}(2\Delta t)-2R_{XX}(\Delta t) \approx 0; \\ &R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t) \approx 0; \\ &R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t) \approx 0; \\ &R_{X\varepsilon}(\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t) \approx 0; \\ &R_{X\varepsilon}(2\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t) \approx 0; \\ &R_{\varepsilon X}(\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X((i+1)\Delta t) \approx 0; \\ &R_{\varepsilon X}(2\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X((i+2)\Delta t) \approx 0. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

В результате в правой части выражения (18) получим

$$D_\varepsilon \approx R_{X\varepsilon}(0)+R_{\varepsilon X}(0)+R_{\varepsilon\varepsilon}(0) \approx R_{X\varepsilon}(0)+D_{\varepsilon\varepsilon} = \\ = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon^2(i\Delta t), \tag{21}$$

что показывает возможность на основании выражения (18) определения оценки дисперсии помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$.

Вводя обозначения

$$\varepsilon'(i\Delta t) = |g(i\Delta t)[g(i\Delta t)+g((i+2)\Delta t)-2g((i+1)\Delta t]|; \tag{22}$$

$$\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t) = \sqrt{\varepsilon'(i\Delta t)} \quad (23)$$

и допуская справедливость выражения

$$D_{\varepsilon} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon^2(i\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\varepsilon^{\mathbf{e}})^2(i\Delta t) \quad (24)$$

формулу определения средней величины $\varepsilon(i\Delta t)$ можно свести к определению средней величины $\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$, т. е.

$$\overline{\varepsilon(i\Delta t)} \approx \overline{\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t).$$

При этом выражения (16), (17) можно представить в виде

$$\left|\overline{\lambda_a(i\Delta t)}\right| = \overline{\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))}; \quad (25)$$

$$\left|\overline{\lambda_b(i\Delta t)}\right| = \overline{\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t))} \quad (26)$$

и использовать для определения приближенных значений искомых погрешностей оценок a_n, b_n по формулам

$$\lambda_{a_n} = \left[\left(\frac{N_{a_n}^{+} - N_{a_n}^{-}}{N}\right)\overline{\lambda_a(i\Delta t)}\right]; \quad (27)$$

$$\lambda_{b_n} = \left[\left(\frac{N_{b_n}^{+} - N_{b_n}^{-}}{N}\right)\overline{\lambda_b(i\Delta t)}\right], \quad (28)$$

где N^{+} и N^{-} — число положительных и отрицательных погрешностей парных произведений $g(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))$, $g(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t))$.

Очевидно, что определение оценок $\lambda_{a_n}, \lambda_{b_n}$ открывает возможность путем уравновешивания положительных и отрицательных погрешностей обеспечить робастность, т. е. получить робастные оценки

$$a_n^R = \frac{2}{N}\left\{\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t)) - \lambda_a]\right\}; \quad (29)$$

$$b_n^R = \frac{2}{N}\left\{\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t)) - \lambda_b]\right\}, \quad (30)$$

которые позволяют повысить достоверность результатов мониторинга начала зарождения дефектов, предшествующих началу скрытого периода появления неисправностей в объектах контроля.

Технология спектрального анализа помехи в скрытом периоде аварийного состояния объекта

Проведенные исследования показали, что начало зарождения неисправности в объектах контроля, в первую очередь, отражается на спектре помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$ [7, 8, 11, 12]. В связи с этим при решении задачи контроля и диагностики в качестве информативных признаков целесообразно использование оценок спектральных характеристик помехи $\varepsilon(i\Delta t)$. Принимая во внимание выражения (22)—(26), алгоритмы определения оценок коэффициентов $a_{n\varepsilon}$, $b_{n\varepsilon}$ помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ можно представить в виде

$$a_{n\varepsilon} = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t)) \approx \approx \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t)); \quad (31)$$

$$b_{n\varepsilon} = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t)) \approx \approx \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t)), \quad (32)$$

который, принимая обозначения

$$\operatorname{sgn} g(i\Delta t) = \operatorname{sgn} X(i\Delta t) = \begin{cases} +1 \text{ при } g(i\Delta t) > 0; \\ 0 \quad \text{при } g(i\Delta t) = 0; \\ -1 \text{ при } g(i\Delta t) < 0 \end{cases} \quad (33)$$

и учитывая формулы (22), (23), можно преобразовать к виду

$$a_{n\varepsilon} \approx \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t) \times \times \sqrt{\left|g(i\Delta t)[g(i\Delta t) + g((i+2)\Delta t) - 2g((i+1)\Delta t]\right|} \times \times \cos(n\omega(i\Delta t)) = = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t)\sqrt{\varepsilon'(i\Delta t)}\cos(n\omega(i\Delta t)), \quad (34)$$

$$b_{n\varepsilon} \approx \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t) \times \times \sqrt{\left|g(i\Delta t)[g(i\Delta t) + g((i+2)\Delta t) - 2g((i+1)\Delta t]\right|} \times \times \sin(n\omega(i\Delta t)) = = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t)\sqrt{\varepsilon'(i\Delta t)}\sin(n\omega(i\Delta t)). \quad (35)$$

Таким образом, вычисления, полученные по выражениям (29), (30), обеспечивают получение робастных оценок a_n^R, b_n^R, что повышает степень достоверности контроля в скрытый период перехода объекта в аварийное состояние. Однако применение выражений (34), (35) открывает возможность регистрировать начало возникновения неисправностей значительно раньше робастных оценок a_n^R, b_n^R, вычисляя оценки $a_{n\varepsilon}$, $b_{n\varepsilon}$ спектральных характеристик помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$. Для анализа возможностей применения предложенной технологии проводились многочисленные вычислительные эксперименты, выполненные в среде компьютерной математики MATLAB.

С помощью генератора случайных величин формируется массив из отсчетов помехи $\varepsilon(i\Delta t)$, а из отсчетов $g(i\Delta t) = X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)$ по формуле (22) формируется массив отсчетов $\varepsilon'(i\Delta t)$. Затем по формулам (8), (9) вычисляются традиционные оценки спектральных характеристик a_n, b_n зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$, а по формуле (23) формируется массив отсчетов $\varepsilon^e(i\Delta t)$. Затем по формулам (25)—(28) вычисляются оценки $\overline{\lambda_a(i\Delta t)}, \overline{\lambda_b(i\Delta t)}$ и оценки погрешностей $\lambda_{a_n}, \lambda_{b_n}$. Далее по формулам (29), (30) вычисляются робастные оценки a_n^R и b_n^R. Наконец, по формулам (34), (35) определяются значения оценок спектральных характеристик помехи $a_{n\varepsilon}$, $b_{n\varepsilon}$. Результат одного из многочисленных экспериментов по определению a_n^R, b_n^R и $a_{n\varepsilon}$, $b_{n\varepsilon}$ представлен в табл. 1, где приведены только оценки, полученные при $n = 5$, так как оценки остальных гармоник были близки нулю.

Таблица 1

a_5	b_5	$\overline{\lambda_a(i\Delta t)}$	$\overline{\lambda_b(i\Delta t)}$	λ_{a_5}	λ_{b_5}
0,002	9,968	0,143	0,067	0,014	0,056
a_5^R	b_5^R	$a_{5_\varepsilon}^T$	$b_{5_\varepsilon}^T$	a_{5_ε}	b_{5_ε}
0,005	9,857	0,02	0,33	0,002	0,37

Анализ других возможных вариантов определения оценок спектральных характеристик помехи показал, что принимая во внимание выражения (31)—(35), алгоритмы определения оценок $a_{n\varepsilon}^*, b_{n\varepsilon}^*$ релейных спектральных характеристик помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} a_{n\varepsilon}^* &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{g(i\Delta t)[g(i\Delta t) + g((i+2)\Delta t) - 2g((i+1)\Delta t]} \times \\ &\times \cos(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{\varepsilon'(i\Delta t)}\cos(n\omega(i\Delta t)); \end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned} b_{n\varepsilon}^* &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{g(i\Delta t)[g(i\Delta t) + g((i+2)\Delta t) - 2g((i+1)\Delta t]} \times \\ &\times \sin(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{\varepsilon'(i\Delta t)}\sin(n\omega(i\Delta t)). \end{aligned} \tag{37}$$

Исследования также показали, что при решении задач мониторинга, контроля и диагностики также могут быть использованы оценки знакового спектрального анализа помехи, которые можно определить с помощью выражений

$$\begin{aligned} a'_{n\varepsilon} &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\varepsilon(i\Delta t)\operatorname{sgn}\cos(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{g(i\Delta t)[g(i\Delta t) + g((i+2)\Delta t) - 2g((i+1)\Delta t]} \times \\ &\times \operatorname{sgn}\cos(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{\varepsilon'(i\Delta t)}\operatorname{sgn}\cos(n\omega(i\Delta t)); \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned} b'_{n\varepsilon} &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\varepsilon(i\Delta t)\operatorname{sgn}\sin(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{g(i\Delta t)[g(i\Delta t) + g((i+2)\Delta t) - 2g((i+1)\Delta t]} \times \\ &\times \operatorname{sgn}\sin(n\omega(i\Delta t)) = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \operatorname{sgn}\sqrt{\varepsilon'(i\Delta t)}\operatorname{sgn}\sin(n\omega(i\Delta t)). \end{aligned} \tag{39}$$

Легко можно убедиться в том, что выражения (36)—(39) определения оценок $a_{n\varepsilon}^*$, $b_{n\varepsilon}^*$, $a'_{n\varepsilon}$, $b'_{n\varepsilon}$, отличаются тем, что они аппаратурно легко реализуются и могут быть использованы для сигнализации начала возникновения неисправности в объекте.

Технология корреляционного анализа помехи зашумленных сигналов в скрытом периоде аварийного состояния объекта

Как было указано выше, реальные контролируемые объекты в процессе эксплуатации при зарождении различных дефектов, таких как износ, микротрещина, усталостная деформация и т. д. [8, 9, 11, 13], переходят в скрытый период аварийного состояния. Это отражается на соответствующих сигналах в виде шума $\varepsilon_2(i\Delta t)$, которые в большинстве случаев коррелируют с полезным сигналом $X(i\Delta t)$. Тогда суммарная помеха складывается из помехи $\varepsilon_1(i\Delta t)$ от влияния внешних факторов и шума $\varepsilon_2(i\Delta t)$ вследствие зарождения различных дефектов. При этом, принимая во внимание формулу (12), оценку $R_{gg}(\mu)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} R_{gg}(\mu) &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t))(X(i+\mu)\Delta t) + \varepsilon((i+\mu)\Delta t)) \approx \\ &\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} [X(i\Delta t)X((i+\mu)\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)X((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ X(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t)] \approx \\ &\approx R_{XX}(\mu) + R_{\varepsilon X}(\mu) + R_{X\varepsilon}(\mu) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) \approx \\ &\approx \begin{cases} R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) & \text{при } \mu = 0; \\ R_{XX}(\mu) + 2R_{X\varepsilon}(\mu) & \text{при } \mu \neq 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{40}$$

Из выражений (12)—(17) и (40) следует, что без учета корреляционных характеристик помехи, т. е. оценок $R_{X\varepsilon}(0)$ и $R_{\varepsilon\varepsilon}(0)$, обеспечить адекватность решения задач контроля и идентификации технического состояния объектов в период их перехода в аварийное состояние будет трудно. Экспериментальные исследования показали, что для реальных объектов контроля достаточно часто существует корреляция между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ даже в течение нескольких шагов дискретизации, т. е. при $\mu = \Delta t$, $2\Delta t$, $3\Delta t$, ... [11, 12]. Поэтому для исключения погрешности $\lambda_{gg}(\mu)$ оценок $R_{gg}(\mu)$ кроме вычисления $R_{\varepsilon\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(0)$ также требуется разработать технологию определения оценок $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t)$, т. е. при $\mu = \Delta t$, $2\Delta t$, $3\Delta t$, ... Результаты проводимых исследований показали, что для указанных целей также можно использовать выражения (18) [11, 12]. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Очевидно, что при наличии корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ при $\mu = 0$ правую часть выражения (18) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
&R'_{X\varepsilon}(\mu = 0) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g(i\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + \\
&+g(i\Delta t)\, g((i+2)\Delta t)] \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X(i\Delta t) + \\
&+\varepsilon(i\Delta t)] - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t)\varepsilon((i+1\Delta t)] + \\
&+\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t) + \varepsilon((i+2)\Delta t)] \approx \\
&\approx R_{XX}(0) + R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon X}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) - 2R_{XX}(\Delta t) - \\
&-R_{X\varepsilon}(\Delta t) - 2R_{\varepsilon X}(\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + \\
&+R_{XX}(2\Delta t) + R_{X\varepsilon}(2\Delta t) + R_{\varepsilon X}(2\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t).
\end{aligned} \tag{41}$$

При этом, если выполняются условия стационарности и нормальности закона распределения зашумленных сигналов, то для контролируемых объектов будут справедливы следующие равенства:

$$\left.\begin{aligned}
&R_{X\varepsilon}(0) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \neq 0; \\
&R_{\varepsilon X}(0) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X(i\Delta t) \neq 0; \\
&R_{\varepsilon\varepsilon}(0) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \neq 0; \\
&R_{XX}(0) + R_{XX}(2\Delta t) - 2R_{XX}(\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X((i+1)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon X}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X((i+2)\Delta t) \approx 0.
\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

В этом случае правая часть выражения (18) примет вид

$$\begin{aligned}
R'_{X\varepsilon}(\mu = 0) &\approx R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon X}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) \approx \\
&\approx 2R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0).
\end{aligned} \tag{43}$$

Из соотношения (43) следует, что при наличии корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ при $\mu = 0$ результат, полученный по выражению (41), представляет собой сумму $2R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0)$. Можно показать, что при наличии корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ при $\mu = \Delta t$ оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ можно вычислить по выражению

$$\begin{aligned}
&R'_{X\varepsilon}(\mu = \Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g(i\Delta t) - \\
&-2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] \approx \\
&\approx R_{XX}(\Delta t) + R_{X\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon X}(\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) - \\
&-2R_{XX}(2\Delta t) - R_{X\varepsilon}(2\Delta t) - 2R_{\varepsilon X}(2\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) + \\
&+R_{XX}(3\Delta t) + R_{X\varepsilon}(3\Delta t) + R_{\varepsilon X}(3\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t).
\end{aligned} \tag{44}$$

При выполнении условий стационарности и нормальности закона распределения зашумленных сигналов при наличии корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ в случае $\mu = \Delta t$ можно считать справедливыми следующие равенства:

$$\left.\begin{aligned}
&R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t) \neq 0; \\
&R_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X((i+1)\Delta t) \neq 0; \\
&R_{XX}(\Delta t) + R_{XX}(3\Delta t) - 2R_{XX}(2\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) \approx 0;\ R_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0;\ R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0; \\
&R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X(i\Delta t)\varepsilon((i+3)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon X}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X((i+2)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon X}(3\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)X((i+3)\Delta t) \approx 0.
\end{aligned}\right\} \tag{45}$$

Формулу для определения $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned}
&R'_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{X\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx 2R_{X\varepsilon}(\Delta t), \\
&R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{2}R'_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \\
&\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g(i\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + \\
&+g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] \approx \\
&\approx \frac{1}{2N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t) + \\
&+g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)].
\end{aligned} \tag{46}$$

Аналогично, при корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ при $\mu = 2\Delta t$ можно найти оценку $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$. Очевидно, что в случае корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ при m различных временных сдвигах $m = m\Delta t$, $m = 1, 2, 3, ...$ по аналогии с вышеприведенными будет справедливо выражение

$$\begin{aligned}
&R'_{X\varepsilon}(\mu\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+m-1)\Delta t) - \\
&-2g(i\Delta t)g((i+m)\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+m+1)\Delta t)] \approx \\
&\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+m)\Delta t)] - \\
&-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2[g(i\Delta t)g((i+m+1)\Delta t)] + \\
&+\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+m+2)\Delta t)] \approx \\
&\approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)][X((i+m)\Delta t)+\varepsilon(i+m)\Delta t)] - \\
&-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2[X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)][X((i+m+1)\Delta t) + \\
&+\varepsilon(i+m+1)\Delta t)] + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)]\times \\
&\times[X((i+m+2)\Delta t)+\varepsilon(i+m+2)\Delta t)] \approx \\
&\approx R_{XX}(m\Delta t) + R_{X\varepsilon}(m\Delta t) + R_{\varepsilon X}(m\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(m\Delta t) - \\
&-2R_{XX}((m+1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((m+1)\Delta t) - \\
&-2R_{\varepsilon X}((m+1)\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}((m+1)\Delta t) + \\
&+R_{XX}((m+2)\Delta t) + R_{X\varepsilon}((m+2)\Delta t) + \\
&+R_{\varepsilon X}((m+2)\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}((m+2)\Delta t),
\end{aligned} \tag{47}$$

для элементов которого справедливы следующие оценки:

$$\left.\begin{aligned}
&R_{X\varepsilon}(m\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}X(i\Delta t)\varepsilon((i+m)\Delta t) \neq 0; \\
&R_{\varepsilon X}(m\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon(i\Delta t)X((i+m)\Delta t) \neq 0; \\
&R_{XX}(m\Delta t) + R_{XX}((m+2)\Delta t) - 2R_{XX}((m+1)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon\varepsilon}(m\Delta t) \approx 0;\ R_{\varepsilon\varepsilon}((m+1)\Delta t) \approx 0;\ R_{\varepsilon\varepsilon}((m+2)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon\varepsilon}(m\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}((m+2)\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}((m+1)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{X\varepsilon}((m+1)\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}X(i\Delta t)\varepsilon((i+m+1)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{X\varepsilon}((m+2)\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}X(i\Delta t)\varepsilon((i+m+2)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon X}((m+1)\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon(i\Delta t)X((i+m+1)\Delta t) \approx 0; \\
&R_{\varepsilon X}((m+2)\Delta t) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon(i\Delta t)X((i+m+2)\Delta t) \approx 0.
\end{aligned}\right\} \tag{48}$$

Следовательно, для определения оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$ можно использовать обобщенное выражение

$$\begin{aligned}
&R_{X\varepsilon}(m\Delta t) \approx \frac{1}{2}R'_{X\varepsilon}(m\Delta t) \approx \\
&\approx \frac{1}{2N}\sum_{i=1}^{N}[g(i\Delta t)g((i+m)\Delta t) - \\
&-2g(i\Delta t)g((i+(m+1))\Delta t) + \\
&+g(i\Delta t)g((i+(m+2))\Delta t)].
\end{aligned} \tag{49}$$

Из-за чрезвычайной важности обеспечения надежности и достоверности результатов решения задач контроля в скрытый период аварийного состояния объекта на современных системах контроля целесообразно дублирование индикации начала возникновения неисправностей на объекте с помощью всевозможных оценок спектральных и корреляционных характеристик помехи $\varepsilon(i\Delta t)$. Анализ создания других возможных вариантов этой технологии показал, что для этой цели целесообразно также использование алгоритма вычисления оценки релейной взаимно корреляционной функции $R^*_{X\varepsilon}(\mu)$ между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$. Из литературы [9, 10, 14] известно, что при наличии корреляции между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ для определения оценки релейной взаимно корреляционной функции $R^*_{X\varepsilon}(0)$ между $\varepsilon(i\Delta t)$ и $X(i\Delta t)$ можно использовать формулу

$$\begin{aligned}
&D^*_{\varepsilon} \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[\operatorname{sgn} g(i\Delta t)g(i\Delta t) - \\
&-2\operatorname{sgn} g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + \\
&+\operatorname{sgn} g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)].
\end{aligned} \tag{50}$$

Раскрывая правую часть этой формулы и принимая во внимание, что

$$\operatorname{sgn} g(i\Delta t) = \operatorname{sgn} X(i\Delta t), \tag{51}$$

выражение (50) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
&R^*_{X\varepsilon}(0) = \\
&= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[[\operatorname{sgn} X(i\Delta t)X(i\Delta t) + \\
&+\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t)] - \\
&-2\operatorname{sgn} X(i\Delta t)X((i+1)\Delta t) + \\
&+\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t)] + \\
&+[\operatorname{sgn} X(i\Delta t)X((i+2)\Delta t) + \\
&+\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t)]].
\end{aligned} \tag{52}$$

Если при этом выполняются условия стационарности и нормальности закона распределения, то можно считать справедливым равенства

$$
\left.\begin{aligned}
&R^*_{X\varepsilon}(0) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \neq 0,\\
&\text{где } R^*_{X\varepsilon}(\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t) = 0;\\
&R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t) = 0;\\
&\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)X(i\Delta t) +\\
&+\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)X((i+2)\Delta t) -\\
&-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2\operatorname{sgn} X(i\Delta t)X((i+1)\Delta t) \approx 0;\\
&R^*_{X\varepsilon}(\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon((i+1)\Delta t) \approx 0;\\
&R^*_{X\varepsilon}(2\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon((i+2)\Delta t) \approx 0.
\end{aligned}\right\} \quad (53)
$$

В результате получается

$$
D^*_{\varepsilon}(0) = R^*_{X\varepsilon}(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) =
$$
$$
= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} g(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t), \quad (54)
$$

что показывает, что результат, полученный по формуле (50), представляет собой оценку релейной взаимно корреляционной функции $R^*_{X\varepsilon}(0)$ между полезным сигналом $X(i\Delta t)$ и помехой $\varepsilon(i\Delta t)$, т. е.

$$
R^*_{X\varepsilon}(0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} g(i\Delta t)[g(i\Delta t) + g((i+2)\Delta t) -
$$
$$
-2g((i+1)\Delta t]. \quad (55)
$$

Аналогичную формулу определения $R^*_{X\varepsilon}(\Delta t)$ можно представить в виде

$$
R^*_{X\varepsilon}(\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn} g(i\Delta t)[g(i+1)\Delta t + g(i+3)\Delta t) -
$$
$$
-2g(i+2)\Delta t].
$$

По аналогии с выражениями (41)—(49) можно написать обобщенное выражение определения оценки релейной взаимно корреляционной функций $R^*_{X\varepsilon}(\mu)$ между $X(t)$, $\varepsilon(t)$ при $\mu = 1\Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, $\mu = 3\Delta t$:

$$
\begin{aligned}
R^*_{X\varepsilon}(m\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[&\operatorname{sgn} g(i\Delta t)g(i+m\Delta t) -\\
&-2\operatorname{sgn} g(i\Delta t)g(i+(m+1)\Delta t) +\\
&+\operatorname{sgn} g((i\Delta t)g(i+(m+2)\Delta t)].
\end{aligned} \quad (56)
$$

Отличительная особенность этих алгоритмов связана с тем, что при нормальном состоянии функционирования объекта оценка $R_{X\varepsilon}(0)$ будет равна нулю. Однако при зарождении различных неисправностей, когда между $X(i\Delta t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ возникает корреляция, оценка $R^*_{X\varepsilon}(0)$ отличается от нуля, и это позволяет надежно сигнализировать о начале неисправности объекта.

Теперь рассмотрим возможность корреляционного анализа помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$ в скрытом периоде аварийного состояния объектов контроля. Сначала допустим, что задана помеха $\varepsilon(t)$ и требуется определить оценку ее корреляционной функции по формуле

$$
\begin{aligned}
R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) &= M[\varepsilon(t)\varepsilon(t+\mu\Delta t)] =\\
&= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon(i\Delta t)\varepsilon(i+\mu)\Delta t,
\end{aligned} \quad (57)
$$

которую, допуская справедливость равенства $\varepsilon(i\Delta t) \approx \varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$, можно представить в виде

$$
\begin{aligned}
R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t+\mu\Delta t) =\\
&= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t)\sqrt{|\varepsilon'(i\Delta t)|}\,\times\\
&\times\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t+\mu\Delta t)\sqrt{\varepsilon'(i\Delta t+\mu\Delta t)}.
\end{aligned} \quad (58)
$$

Очевидно, что принимая во внимание выражения (22), (23), формулу определения оценки корреляционной функции помехи $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ в скрытом периоде аварийного состояния объекта можно также представить в виде

$$
\begin{aligned}
&R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t)\,\times\\
&\times\sqrt{|g(i\Delta t)|[g(i\Delta t)+g(i+\varepsilon)\Delta t - 2g(i+1)\Delta t]}\,\times\\
&\times\operatorname{sgn}\varepsilon'(i\Delta t)\times\\
&\times\sqrt{|g(i+1)\Delta t|[g(i+1)\Delta t + g(i+3)\Delta t - 2g(i+2)\Delta t]}.
\end{aligned} \quad (59)
$$

Отметим, что несмотря на кажущуюся громоздкость этой формулы, на современных средствах информатики она легко реализуема.

Таким образом, имеется возможность по выражениям (58), (59) осуществить корреляционный анализ помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$.

При этом оценка $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ корреляционной функции помехи может быть использована в качестве информативного признака для контроля начала скрытого периода перехода объекта в аварийное состояние.

Кроме того, оценки $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ и $R_{X\varepsilon}(\mu)$ также необходимы для определения робастных оценок зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$.

Как следует из выражения (6), при определении оценок корреляционных функций $R_{gg}(\mu)$ в скрытом периоде аварийного состояния объекта в результате влияния помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ возникает погрешность, состоящая из суммы оценок $R_{X\varepsilon}(\mu)$ и $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$. Очевидно, что для обеспечения робастности искомых оценок целесообразно использование оценок $R_{X\varepsilon}(\mu)$, $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$, которые определяются по выражениям (49), (58). Следовательно, формулу определения робастных оценок корреляционных функций зашумленных сигналов можно представить в виде

$$R_{gg}^{R}(\mu) = \begin{cases} R_{gg}(\mu) - [R_{X\varepsilon}(\mu) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)] & \text{при } \mu = 0; \\ R_{gg}(\mu) - R_{X\varepsilon}(\mu) & \text{при } \mu = 0. \end{cases} \quad (60)$$

Проводимые экспериментальные исследования показали, что для повышения степени надежности и достоверности результатов идентификации скрытого периода аварийного состояния целесообразно использование оценок спектрально-корреляционных характеристик зашумленных сигналов, которые можно определить по следующим выражениям:

$$a_n(\mu) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)\cos(n\omega(i+\mu)\Delta t);$$

$$b_n(\mu) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(i\Delta t)\sin(n\omega(i+\mu)\Delta t);$$

$$a_{n\varepsilon}(\mu) = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\cos(n\omega(i+\mu)\Delta t);$$

$$b_{n\varepsilon}(\mu) = \frac{2}{N}\sum_{i=1}^{N} \varepsilon(i\Delta t)\sin(n\omega(i+\mu)\Delta t).$$

Эксперименты показали, что при нормальном техническом состоянии объекта как оценки $a_n(\mu)$, $b_n(\mu)$, так и оценки $a_{n\varepsilon}(\mu)$, $b_{n\varepsilon}(\mu)$ остаются стабильными при различных величинах μ. Однако в начале скрытого периода аварийного состояния объекта при $\mu = 0$, $\mu = 1\Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, $\mu = 3\Delta t$, ... эти оценки меняются и становятся информативными признаками. Благодаря этому данные оценки также могут быть использованы в качестве информативных признаков при идентификации технического состояния объектов контроля.

Проведенный экспериментальный анализ зашумленных сигналов, полученных на компрессорных и сейсмоакустических станциях и глубинных морских платформах, объектах нефтегазодобычи и нефтепереработки [7—10, 14], показал, что на начальном этапе отклонения объектов от нормального состояния между сигналом $X(i\Delta t)$ и помехой $\varepsilon(i\Delta t)$ возникает корреляция при различных временных сдвигах. При этом максимальный временной сдвиг не превышает $\mu = 6\Delta t$, т. е. при $\mu = 6\Delta t$ корреляция исчезает.

Для подтверждения достоверности предложенных выше технологий ниже приводятся результаты вычислительного эксперимента, выполненного в среде компьютерной математики MATLAB, представленные на рисунке (см. третью сторону обложки).

В ходе эксперимента был сформирован зашумленный сигнал $g(i\Delta t)$, состоящий из смеси полезного сигнала $X(i\Delta t)$ и помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ в виде случайных функций с нормальными законами распределения с числом отсчетов $N = 30\,000$ и дисперсиями полезного сигнала $D_X = 519$ и помехи $D_\varepsilon = 81{,}5$. Проверялось выполнение условия (47).

Далее по формуле (50) вычислялась оценка дисперсии помехи D_ε, которую можно также вычислить традиционным методом, так как значения отсчетов известны (это возможно только в рамках эксперимента, поскольку на практике отделить помеху от полезного сигала невозможно). Далее по формуле (22) формировался массив из отсчетов $\varepsilon'(i\Delta t)$ и по формуле (23) формировалась эквивалентная помеха $\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$. Затем вычислялись традиционные оценки спектральных характеристик $a_n^{\text{т}}, b_n^{\text{т}}$, зашумленного сигнала $g^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$. После этого по формулам (31), (32) вычислялись традиционные оценки спектральных характеристик $a_{n\varepsilon}^{\text{т}}, b_{n\varepsilon}^{\text{т}}$, помехи $\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$. Наконец, определялись значения оценок спектральных характеристик a_n, b_n зашумленного сигнала $g^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$, состоящего из смеси полезного сигнала $X(i\Delta t)$ и эквивалентной помехи $\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$ и спектральных характеристик $a_{n\varepsilon}$, $b_{n\varepsilon}$ эквивалентной помехи $\varepsilon^{\mathbf{e}}(i\Delta t)$. В ходе эксперимента для спектров n = 1, 2, 3, 4 оценки спектральных характеристик принимали значения, близкие к нулю. Однако при n = 5 как в оценках $a_5^{\text{т}}, b_5^{\text{т}}$, так и в оценках $a_{5\varepsilon}^{\text{т}}, b_{5\varepsilon}^{\text{т}}$, наблюдался резкий скачок. Результат эксперимента по определению дисперсии помехи и спектральных характеристик зашумленного сигнала и помехи для этого случая представлен в табл. 2.

Таблица 2

$a_{5\varepsilon}$	$b_{5\varepsilon}^{\text{т}}$	$b_{5\varepsilon}$	$D_\varepsilon^{\text{т}}$	D_ε	$a_5^{\text{т}}$	a_5	$b_5^{\text{т}}$	b_5
0,9	0,5	0,4	81,5	82,1	1,2	0,9	1,9	1,8

Как видно из табл. 2, при n = 5 оценки спектральных характеристик зашумленного сигнала a_5, b_5, а также оценки спектральных характеристик помехи $a_{5\varepsilon}$, $b_{5\varepsilon}$ оказались близкими по значению к оценкам спектральных характеристик, вычисленным по традиционным технологиям.

Заключение

Благодаря стремительному развитию современных систем контроля в последние годы, несмотря на влияние различных факторов, затрудняющих безаварийную эксплуатацию многих объектов, обеспечивается их нормальное функционирование. Для этого во многих отраслях промышленности в системах контроля для идентификации текущего технического состояния объекта из оценок корреляционных и спектральных характеристик зашумленных сигналов, получаемых от соответствующих датчиков, формируется множество эталонных информативных признаков. В процессе эксплуатации объектов они сравниваются с текущими оценками тех же сигналов. Если их отличие превосходит допустимые значения установленных регламентов, то считается, что техническое состояние объекта изменилось. Однако применение технологий корреляционного и спектрального анализа эффективно и целесообразно в тех случаях, когда для анализируемых сигналов выполняются такие классические условия, как стационарность, нормальность закона распределения и отсутствие корреляции между полезным сигналом и помехой. При этом в системах контроля легко решается задача заблаговременной регистрации и сигнализации о начале всевозможных неисправностей, приводящих к отклонению технического состояния от нормального. Данные технологии можно применять в тех случаях, когда несмотря на появление корреляции между полезным сигналом и помехой запоздалая индикация неисправностей не приводит к аварийному состоянию объекта. Однако имеется множество объектов, для которых запоздалая индикация неисправностей может привести к катастрофическим авариям. Например, в системах контроля и диагностики морских платформ и коммуникаций, компрессорных станций, нефтяных буровых установок, магистральных нефтегазовых трубопроводов и т. д. запоздалый мониторинг неисправностей может стать причиной катастрофических аварий. При решении задач контроля и диагностики для таких объектов необходимо принимать во внимание, что при возникновении неисправностей на зашумленных сигналах появляются помехи, коррелирующие с полезным сигналом. В некоторых случаях они оказываются единственной ценной информацией о начале неисправностей, которые предшествуют аварийному состоянию объекта. Однако в существующих системах контроля часто в результате фильтрации информация, содержащаяся в помехе, теряется. Предлагаемые алгоритмы робастного спектрального и корреляционного анализа зашумленного сигнала и технологии формирования из спектральных и корреляционных оценок помехи информативных признаков в сочетании с традиционными алгоритмами позволяют повысить достоверность решения задач контроля и диагностики. Это связано с тем, что при этом для контроля технического состояния объектов кроме традиционных информативных признаков используются комбинации оценок, позволяющие использовать помеху в качестве носителя диагностической информации. Благодаря этому появляется возможность значительно повысить степень достоверности результатов контроля начала скрытого периода перехода объектов в аварийное состояние.

Список литературы

1. **Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В.** Теория автоматического управления техническими системами. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1993.
2. **Методы** классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
3. **Раннев Г. Г.** Измерительные информационные системы. М.: Изд. Центр "Академия", 2010.
4. **Льюнг Л.** Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991.
5. **Алексеев А. А., Кораблев Ю. А., Шестопалов М. Ю.** Идентификация и диагностика систем. М.: Изд. центр "Академия", 2009.
6. **Bendat J. S., Piersol A. G.** Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis, 2nd Edition. Wiley, New York, 1993.
7. **Aliev T. A.** Digital Noise Monitoring of Defect Origin. London: Springer, 2007.
8. **Алиев Т. А., Алиев Э. Р.** Многоканальная телеметрическая система сейсмоакустического помехомониторинга землетрясений // Автоматика и вычислительная техника. 2008, № 4. — С. 81—88.
9. **Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Sadygov A. B.** Noise monitoring technology for objects in transition to the emergency state // Mech. Syst. Signal Process. 2012. V. 27. — P. 755—762.
10. **Aliev T. A., Alizada T. A., Rzayeva N. E.** Noise technologies and systems for monitoring the beginning of the latent period of accidents on fixed platforms // Mechanical Systems and Signal Processing. 2017. V. 87. — P. 111—123.
11. **Mehdiyeva G. Y., Ibrahimov V. R., Imanova M. N.** Some refinement of the notion of symmetry for the Volterra integral equations and the construction of symmetrical methods to solve them // J. Computational and Appl. Mathematics. 2016. V. 306. — P. 1—9.
12. **Guseynov S. E., Aleksejeva J. V., Andreyev S. A.** On one Regularizing Algorithm for Comprehensive Diagnosing of Apparatus, Engines and Machinery. Advanced Materials Research. 2015. V. 1117. — P. 254—257.
13. **Skobelev O. P.** Acceleration, Vibration and Shock Sensor Dynamics. Wit Pr: Computational Mechanics, 2000.
14. **Aliev T. A., Abbasov A. M., Guluyev Q. A., Pashaev F. H., Sattarova U. E.** System of robust noise monitoring of anomalous seismic processes // Soil Dynamics and Earthquake Eng. 2013. V. 32. Is. 1. — P. 11—25.

Algorithms of Spectral and Correlation Analysis of the Noise of Random Signals in the Hidden Period of Failures on Control Objects

T. A. Aliev, director@cyber.az,
Institute of Control Systems of Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, AZ1141, Azerbaijan
N. E. Rzayeva, nikanel1@gmail.com,
Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, AZ1071, Azerbaijan

Corresponding author: **Rzayeva N. E.,** Researcher,
Azerbaijan University of Architecture and Construction,
Baku, AZ1071, Azerbaijan, e-mail: nikanel1@gmail.com

Accepted on August 10, 2017

It is well known that in normal technical condition of the objects of control and diagnostics for noisy signal which are received from corresponding sensors classical conditions such as normal distribution law, stationarity and etc. take place. Also it is well known that during exploitation of the control objects because of different defects like wear, microcracks, corrosion, deformation and etc. the hidden period of failure origin take place. In this period noise which have correlation with the useful signal appears. That is why determination of spectral and correlation characteristics of the noisy signal using traditional algorithms and technologies in the hidden stage of failures origin in the control objects take place with some errors. In this case the indication of the hidden stage of defects origin which lead to failures in the objects in some cases is belated. In the article algorithms and tecnologies of the substitution of unmeasurement readings of the noise for their approximate values are offered. Also the possibility of the use of the given readings for both determination the values of spectral and correlation characteristics of the noise and for providing the robustness of the results of correlation and spectral analysis in the hidden period of failures on the control objects is shown.

Keywords: *noise, spectral analysis, correlation analysis, noisy signal, monitoring, diagnostics, control object*

For citation:

Aliev T. A., Rzayeva N. E. Algorithms of Spectral and Correlation Analysis of the Noise of Random Signals in the Hidden Period of Failures on Control Objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 3, pp. 183—193.

DOI: 10.17587/mau.19.183-193

References

1. **Solodovnikov V. V., Plotnikov V. N., Yakovlev A. V.** *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya tekhnicheskimi sistemami* (Theory of automatic control of technical systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Baumana, 1993 (in Russian).
2. **Pupkov K. A., Egupov N. D.** ed. *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Staticheskaya dinamika i identifikaciya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of the classical and modern theory of automatic control. Vol. 2. Static dynamics and identification of systems of automatic control), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Baumana, 2004 (in Russian).
3. **Rannev G. G.** *Izmeritel'nye informacionnye sistemy* (Measuring information systems), Moscow, Izd. Centr "Akademiya", 2010 (in Russian).
4. **L'yung L.** *Identifikaciya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya*, Moscow, Nauka, 1991.
5. **Alekseev A. A., Korablev Yu. A., Shestopalov M. Yu.** Identifikaciya i diagnostika system (Identification and diagnostics of systems), Moscow, Izd. centr "Akademiya", 2009 (in Russian).
6. **Bendat J. S., Piersol A. G.** Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis, 2nd Edition. Wiley, New York, 1993.
7. **Aliev T. A.** Digital Noise Monitoring of Defect Origin. London: Springer, 2007.
8. **Aliev T. A., Aliev E. R.** *Mnogokanal'naya telemetricheskaya sistema sei-smoakusticheskogo pomekhomonitoringa zemletryasenii* (Multichannel telemetric system of a seismoacoustic pomekhomonitoring of earthquakes), *Avtomatika i Vychislitel'naya Tekhnika*, 2008, no. 4, pp. 81—88 (in Russian).
9. **Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Sadygov A. B.** Noise monitoring technology for objects in transition to the emergency state, *Mech. Syst. Signal Process*, 27 (2012), pp. 755—762.
10. **Aliev T. A., Alizada T. A., Rzayeva N. E.** Noise technologies and systems for monitoring the beginning of the latent period of accidents on fixed platforms, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, vol. 87, pp. 111—123.
11. **Mehdiyeva G. Y., Ibrahimov V. R., Imanova M. N.** Some refinement of the notion of symmetry for the Volterra integral equations and the construction of symmetrical methods to solve them, *J. Computational and Appl. Mathematics*, 2016, vol. 306, pp. 1—9.
12. **Guseynov S. E., Aleksejeva J. V., Andreyev S. A.** On one Regularizing Algorithm for Comprehensive Diagnosing of Apparatus, Engines and Machinery, *Advanced Materials Research*, 1117 (2015), pp. 254—257.
13. **Skobelev O. P.** Acceleration, Vibration and Shock Sensor Dynamics, Wit Pr: Computational Mechanics, 2000.
14. **Aliev T. A., Abbasov A. M., Guluyev Q. A., Pashaev F. H., Sattarova U. E.** System of robust noise monitoring of anomalous seismic processes, *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, 2013, vol. 32, iss. 1, pp. 11—25.