

В. Т. Ле, аспирант, visaosang89@gmail.com,

М. М. Коротина, инженер, korotina.marina@gmail.com,

А. А. Бобцов, д-р техн. наук, директор, зав. кафедрой, проф., bobtsov@mail.ru,

С. В. Арановский, д-р техн. наук, вед. науч. сотр., s.aranovskiy@gmail.com,

К. Д. Во, аспирант, cuoi.di.em89@gmail.com,

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,
механики и оптики, г. Санкт-Петербург

Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем¹

Рассматривается задача синтеза алгоритма идентификации неизвестных параметров линейных нестационарных объектов управления. Предполагается, что измеряются только выходная переменная объекта и сигнал управления (но не их производные или переменные состояния), а неизвестные параметры являются линейными функциями времени или их производные представляют собой кусочно-постоянные сигналы. Допускается, что производные нестационарных параметров являются неизвестными постоянными числами на некотором интервале времени, который, в свою очередь, также не определен. Данное допущение относительно неизвестных параметров не является математической абстракцией, поскольку параметры большинства электромеханических систем в процессе работы изменяются относительно известных номинальных значений. Например, линейному изменению подвержено сопротивление ротора, которое может быть связано с температурными изменениями в электрическом двигателе, возникающем в процессе его функционирования. С использованием линейных стационарных устойчивых фильтров в данной работе предлагается итеративный алгоритм параметризации линейного нестационарного объекта управления, приводящий к типовой линейной регрессионной модели, включающей как переменные, так и постоянные (на некотором интервале времени) неизвестные параметры. Для этой модели применяется метод динамического расширения регрессора (DREM), обеспечивающий при условии незатухающего возбуждения сходимость оценок настраиваемых параметров к их истинным значениям при условии, что интервал времени, для которого производная каждого из параметров является константой, равен бесконечности. В противном случае (т. е. на любом конечном интервале) обеспечивается сходимость оценок в некоторую область. В отличие от известных градиентных подходов использование метода динамического расширения регрессора позволяет за счет увеличения коэффициентов алгоритма обеспечить улучшение быстродействия и, как следствие, увеличение точности сходимости оценок к истинным значениям. Дополнительно метод динамического расширения регрессора обеспечивает получение монотонности процессов, что для ряда технических приложений может быть крайне востребованным.

Ключевые слова: идентификация, линейные системы, нестационарные объекты, параметризация, линейная регрессионная модель, монотонность процессов

Введение

Проблема синтеза закона управления для линейных нестационарных систем с неизвестными параметрами до сих пор является нетривиальной задачей. По мнению авторов данной статьи, единых методов управления линейны-

ми системами с неизвестными переменными параметрами не существует, и каждый из подходов сфокусирован на решении задачи управления при некоторых допущениях на объект (см., например, работы [1–12]). Широко распространенные методы управления нестационарными системами с сильной обратной связью (см., например, работы [1, 2]) допускают, что линейная стационарная система представлена в некоторой канонической форме вида

$$\dot{x} = Ax + bu + \theta(t)y;$$

$$y = c^T x,$$

¹Статья написана при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 074-11-2018-029 от 13 июля 2018 г. "Создание высокотехнологичного производства роботизированных дефектоскопов для контроля труднодоступных сварных соединений и металлоконструкций опасных производственных объектов в промышленности, энергетике и ЖКХ".

где $x(t) \in R^n$ — неизмеряемый вектор переменных состояния модели; A , b и c — неизвестные постоянные матрицы размерности, соответственно, $n \times n$, $n \times 1$ и $n \times 1$; $\theta(t) \in R^n$ — вектор неизвестных переменных параметров; $y(t) \in R$ — выходная переменная системы. В предположении, что передаточная функция $H(p) = c^T(pI - A)^{-1}b = b(p)/a(p)$ — минимально-фазовая (т. е. полином $b(p)$ — гурвицев), в работах [1, 2] синтезируется специальное динамическое звено размерности $\rho - 1$ (где ρ — относительная степень $H(p) = b(p)/a(p)$), с помощью которого при достаточно больших коэффициентах обратной связи обеспечивается стабилизация нестационарного объекта.

Легко видеть, что рассматриваемый класс нестационарных объектов [1, 2] имеет как минимум два ограничения: во-первых, полином $b(p)$ — гурвицев; во-вторых, вектор неизвестных параметров $\theta(t)$ умножается на измеряемую выходную переменную $y(t)$, а не на неизмеряемый вектор переменных состояния $x(t)$.

В данной статье рассматриваются нестационарные системы вида

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + b(t)u(t); \\ y(t) &= c^T(t)x(t),\end{aligned}$$

в которых параметры матриц $A(t)$, $b(t)$ и $c(t)$ линейно изменяются во времени. Отметим, что объекты данного вида, в отличие от рассмотренных в работах [1–12], не имеют ограничений по модели, но имеют более жесткие допущения относительно неизвестных параметров, т. е. они являются линейными функциями времени. Линейное изменение параметров во времени, строго говоря, не является математической абстракцией. Например, параметры большинства

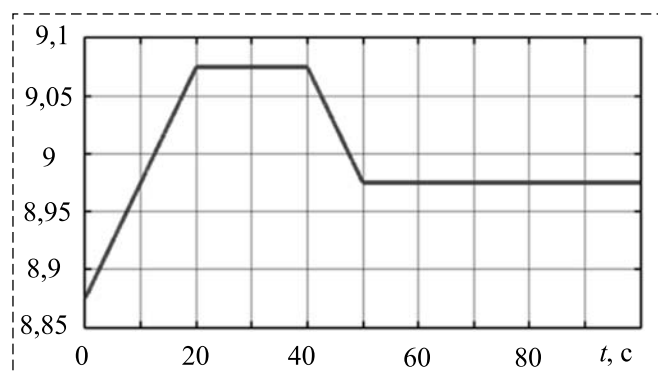


График изменения неизвестного параметра $\theta_i(t)$ во времени
Graph of change of unknown parameter $\theta_i(t)$ in time

электромеханических систем в процессе работы претерпевают изменения относительно номинальных значений. В частности, линейному изменению подвержено сопротивление ротора, которое вызвано нагревом электрического двигателя в процессе его функционирования.

Предлагаемый в статье подход к идентификации параметров нестационарных систем базируется на новом результате [13, 14], обеспечивающем оценку нестационарных параметров для линейной регрессионной модели.

Постановка задачи

Рассмотрим линейную нестационарную систему вида

$$\begin{aligned}y^{(n)} + \theta_{n+m}(t)y^{(n-1)} + \dots + \theta_{m+2}(t)\dot{y} + \theta_{m+1}(t)y &= \\ &= \theta_m(t)u^{(m)} + \dots + \theta_1(t)\dot{u} + \theta_0(t)u,\end{aligned}\quad (1)$$

где $y = y(t)$ и $u = u(t)$ — известные и измеряемые функции времени; числа m и n предполагаются известными и $n > m$; производные сигналов $y = y(t)$ и $u = u(t)$ не измеряются; $\theta_i(t)$ — неизвестные линейно изменяющиеся во времени функции, $i = 0, \dots, n + m$.

Относительно $\theta_i(t)$ будем допускать, что они изменяются по следующему закону:

$$\dot{\theta}_i = \beta_i = \begin{cases} \beta_{i,1} & \text{при } 0 \leq t < t_{i,2}; \\ \beta_{i,2} & \text{при } t_{i,2} \leq t < t_{i,3}; \\ \vdots & \\ \beta_{i,q} & \text{при } t_{i,q} \leq t < t_{i,q+1}, \end{cases}$$

где $\beta_{i,j}$ и $t_{i,j}$ — неизвестные числа, $j = 1, \dots, q$, причем $t_{i,j}$ определяет моменты времени, когда в j -й раз меняется скорость вариации параметра $\theta_i(t)$.

Графическая интерпретация данного допущения представлена на рисунке, где в качестве наглядного примера был выбран закон

$$\dot{\theta}_i = \beta_i = \begin{cases} 0,01 & \text{при } 0 \leq t < 20; \\ 0 & \text{при } 20 \leq t < 40; \\ -0,01 & \text{при } 40 \leq t < 50; \\ 0 & \text{при } 50 \leq t < 100. \end{cases}$$

Ставится задача синтеза алгоритма идентификации

$$\hat{\theta}(t) = f(y, u), \quad (2)$$

обеспечивающего асимптотическую сходимость функции $\hat{\theta}(t)$ к вектору неизвестных параметров $\theta(t) = \text{col}\{\theta_{n+m}, \theta_{n+m-1}, \dots, \theta_m, \theta_{m-1}, \dots, \theta_0\}$ на интервале времени $\Delta t = t_{i,j+1} - t_{i,j}$ при $\Delta t \rightarrow \infty$, или

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(\Delta t) = 0, \quad (3)$$

где $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$.

Замечание 1. Следует отметить, что в асимптотически устойчивых системах сходимость обеспечивается только при стремлении переменной времени к бесконечности. Таким образом, обеспечить получение нулевых ошибок оценивания на любом конечном интервале (без привлечения методов с асимптотически стремящимся к бесконечности коэффициентом усиления или разрывностью в производных) невозможно. С учетом этого замечания можно отметить, что цель (3) предполагает, что по мере увеличения длительности интервала между переключениями до бесконечности ошибка оценивания будет асимптотически стремиться к нулю.

Поскольку описание решения задачи (2) для системы общего вида (1) представляет собой сложную итеративную процедуру, то для облегчения понимания предлагаемого ниже подхода рассмотрим более простой случай объекта управления третьего порядка:

$$\ddot{y} + \theta_4(t)\ddot{y} + \theta_3(t)\dot{y} + \theta_2(t)y = \theta_1(t)\dot{u} + \theta_0(t)u. \quad (4)$$

Следует отметить, что анализ модели третьего порядка не сужает области применения данного подхода, но лишь показывает суть итеративной процедуры синтеза алгоритма идентификации.

Параметризация объекта управления

Рассмотрим объект управления (4). Применяя для него оператор $1/(p+1)^3$, получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p+1)^3} \ddot{y} + \frac{1}{(p+1)^3} \theta_4 \ddot{y} + \frac{1}{(p+1)^3} \theta_3 \dot{y} + \\ + \frac{1}{(p+1)^3} \theta_2 y = \frac{1}{(p+1)^3} \theta_1 \dot{u} + \frac{1}{(p+1)^3} \theta_0 u. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим отдельно каждое из слагаемых уравнения (5) на интервале времени $t_{i,j}$:

$$r = \frac{1}{(p+1)^3} \ddot{y} = \frac{p^3}{(p+1)^3} y; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p+1)^3} \theta_4 \ddot{y} &= \frac{1}{(p+1)^2} \frac{1}{(p+1)} \theta_4 \ddot{y} = \\ &= \frac{1}{(p+1)^2} \left(\theta_4 \frac{1}{(p+1)} \ddot{y} - \frac{1}{(p+1)} \left(\dot{\theta}_4 \frac{1}{(p+1)} \ddot{y} \right) \right) = \\ &= \frac{1}{(p+1)^2} \left(\theta_4 \frac{p}{(p+1)} \dot{y} - \beta_4 \frac{p^2}{(p+1)^2} y \right) = \\ &= \frac{1}{(p+1)} \left(\frac{1}{(p+1)} \left(\theta_4 \frac{p}{(p+1)} \dot{y} \right) - \beta_4 \frac{p^2}{(p+1)^3} y \right) = \\ &= \frac{1}{(p+1)} \left(\theta_4 \frac{p^2}{(p+1)^2} y - \frac{1}{(p+1)} \left(\dot{\theta}_4 \frac{p^2}{(p+1)^2} y \right) - \right. \\ &\quad \left. - \beta_4 \frac{p^2}{(p+1)^3} y \right) = \theta_4 \frac{p^2}{(p+1)^3} y - \frac{1}{(p+1)} \times \\ &\quad \times \left(\dot{\theta}_4 \frac{p^2}{(p+1)^3} y \right) - \beta_4 \frac{p^2}{(p+1)^4} y - \beta_4 \frac{p^2}{(p+1)^4} y = \\ &= \theta_4 \frac{p^2}{(p+1)^3} y - 3\beta_4 \frac{p^2}{(p+1)^4} y = \theta_4 \varphi_1 + \beta_4 \varphi_2; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p+1)^3} \theta_3 \dot{y} &= \frac{1}{(p+1)^2} \left(\theta_3 \frac{p}{(p+1)} y \right) - \\ &- \beta_3 \frac{p}{(p+1)^4} y = \theta_3 \frac{p}{(p+1)^3} y - 3\beta_3 \frac{p}{(p+1)^4} y = \\ &= \theta_3 \varphi_3 + \beta_3 \varphi_4; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p+1)^3} \theta_2 y &= \\ &= \frac{1}{(p+1)^2} \left(\theta_2 \frac{1}{(p+1)} y \right) - \beta_2 \frac{1}{(p+1)^4} y = \\ &= \theta_2 \frac{1}{(p+1)^3} y - 3\beta_2 \frac{1}{(p+1)^4} y = \theta_2 \varphi_5 + \beta_2 \varphi_6; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p+1)^3} \theta_1 \dot{u} &= \theta_1 \frac{p}{(p+1)^3} u - 3\beta_1 \frac{p}{(p+1)^4} u = \\ &= \theta_1 \varphi_7 + \beta_1 \varphi_8; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p+1)^3} \theta_0 u &= \theta_0 \frac{1}{(p+1)^3} u - 3\beta_0 \frac{1}{(p+1)^4} u = \\ &= \theta_0 \varphi_9 + \beta_0 \varphi_{10}, \end{aligned} \quad (11)$$

где в уравнениях (7)–(11) было использовано соотношение

$$\frac{\alpha}{p+\alpha} \chi_1 \chi_2 = \chi_1 \frac{\alpha}{p+\alpha} \chi_2 - \frac{1}{p+\alpha} \left(\dot{\chi}_1 \frac{\alpha}{p+\alpha} \chi_2 \right)$$

(см., например, [15]).

Таким образом, подставляя в соотношение (4) уравнения (6)–(11), получаем линейную регрессионную модель вида

$$r = \theta_4 \varphi_1 + \beta_4 \varphi_2 + \theta_3 \varphi_3 + \beta_3 \varphi_4 + \theta_2 \varphi_5 + \beta_2 \varphi_6 + \theta_1 \varphi_7 + \beta_1 \varphi_8 + \theta_0 \varphi_9 + \beta_0 \varphi_{10}. \quad (12)$$

Из представленной процедуры параметризации модели (4) можно видеть, что с использованием оператора $1/(p+1)^n$ уравнение (1) можно привести к виду, аналогичному (12):

$$r = \theta^T \omega + \beta^T \vartheta, \quad (13)$$

где $\theta = \text{col}\{\theta_{n+m}, \dots, \theta_m, \theta_{m-1}, \dots, \theta_0\}$ и $\beta = \text{col}\{\beta_{n+m}, \dots, \beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_0\}$ — соответственно векторы неизвестных переменных и постоянных (на интервале t_i) параметров, а ω и ϑ — известные векторы.

Замечание 2. Заметим, что итеративная процедура параметризации (6)–(11) может показаться крайне громоздкой, но, возможно, с методической точки зрения более прозрачной. Тем не менее алгоритм (6)–(11) может быть заменен на более емкий и общий. Рассмотрим фильтр вида (см., например, работу [15])

$$W(p) = L^T(pI - F)^{-1}G + d.$$

Тогда для функций ω , θ , где θ — дифференцируема, выполняется равенство

$$W(p)[\theta^T \omega] = \theta^T W(p)[\omega] - W_c(p)[(W_b(p)[\omega^T])]\dot{\theta},$$

где $W_c(p) = L^T(pI - F)^{-1}$ и $W_b(p) = (pI - F)^{-1}G$.

Для иллюстрации применения данного обобщения рассмотрим слагаемое $\frac{1}{(p+1)^3} \theta_2 y$. Выбирая $W(p) = \frac{\alpha^3}{(p+\alpha)^3}$, для скалярных функций времени y и θ , где $\dot{\theta} = \beta = \text{const}$, имеем

$$\frac{\alpha^3}{(p+\alpha)^3} [\theta y] = \theta \frac{\alpha^3}{(p+\alpha)^3} [y] - \beta W_c(p)[W_b[y]],$$

где $W_c(p)[W_b[y]] = \frac{3\alpha^3}{(p+\alpha)^4} [y]$, откуда получаем

$$\frac{\alpha^3}{(p+\alpha)^3} [\theta y] = \theta \frac{\alpha^3}{(p+\alpha)^3} [y] - \beta \frac{3\alpha^3}{(p+\alpha)^4} [y],$$

и для случая $\alpha = 1$ имеем уравнение, аналогичное (9).

Идентификация параметров

Для идентификации параметров $\theta = \text{col}\{\theta_{n+m}, \dots, \theta_m, \theta_{m-1}, \dots, \theta_0\}$ и $\beta = \text{col}\{\beta_{n+m}, \dots, \beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_0\}$ воспользуемся методом динамического расширения регрессора (DREM) [16].

Следуя алгоритму [14], применительно к регрессионной модели (13) рассмотрим $n+m+1$ фильтров вида $H_k(p) = \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}$:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} r &= \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \theta^T \omega + \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \beta^T \vartheta = \\ &= \theta^T \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \omega - \frac{1}{p+\lambda_k} \left[\dot{\theta}^T \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \omega \right] + \beta^T \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \vartheta = \\ &= \theta^T \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \omega - \beta^T \frac{\lambda_k}{(p+\lambda_k)^2} \omega + \beta^T \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \vartheta, \end{aligned}$$

где $\lambda_k > 0$.

Введем обозначения $z_k = \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} r$, $\varphi_k = \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \omega$ и $\xi_k = -\frac{\lambda_k}{(p+\lambda_k)^2} \omega + \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} \vartheta$. Сформируем матрицы

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n+m+1} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1^T \\ \varphi_2^T \\ \vdots \\ \varphi_{n+m+1}^T \end{bmatrix}, \quad \Xi = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \\ \vdots \\ \xi_{n+m+1}^T \end{bmatrix}$$

и запишем регрессионную модель в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^T \\ \Phi \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} \vartheta^T \\ \Xi \end{bmatrix} \beta. \quad (14)$$

Сформируем матрицу $T = [\omega \det \Phi - \omega \omega^T \text{adj} \Phi]$. Умножим слева уравнение (14) на матрицу T :

$$T \begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = [\omega \omega^T \det \Phi - \omega \omega^T \text{adj} \Phi \cdot \Phi] \theta + T \begin{bmatrix} \vartheta^T \\ \Xi \end{bmatrix} \beta.$$

Поскольку $\text{adj} \Phi \cdot \Phi = \det \Phi \cdot I$, то $T \begin{bmatrix} y \\ Z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} 0 \\ \Xi \end{bmatrix} \beta$.

Обозначим $Q = T \begin{bmatrix} y \\ Z \end{bmatrix}$ и $N = T \begin{bmatrix} 0 \\ \Xi \end{bmatrix}$. Тогда

$$Q = N\beta. \quad (15)$$

В силу структуры матрицы T ($\text{rank } T \leq 1$) получаем, что $\text{rank } N \leq 1$. Тогда из соотношения (15) имеем

$$q(t) = \varpi^T(t)\beta,$$

где $q \in R^l$ и $\varpi \in R^{n+m+1}$ — измеряемые сигналы.

Следуя технологии DREM, введем $n+m$ блоков запаздывания с значениями τ_μ , $\mu = \overline{1, n+m}$, и получим матричное уравнение вида

$$Y_e = A_e \beta, \quad (16)$$

$$\text{где } Y_e = \begin{bmatrix} q(t) \\ q(t - \tau_1) \\ \vdots \\ q(t - \tau_{n+m}) \end{bmatrix}, \quad A_e = \begin{bmatrix} \varpi^T(t) \\ \varpi^T(t - \tau_1) \\ \vdots \\ \varpi^T(t - \tau_{n+m}) \end{bmatrix}.$$

Умножая уравнение (16) на $\text{adj } A_e$ (т. е. союзную матрицу для A_e), получаем

$$Y(t) = \delta(t)\beta, \quad (17)$$

где $\delta = \det A_e \in R^1$ — определитель матрицы A_e , $Y = \text{adj } A_e \cdot Y_e$, $Y_i = \delta \beta_i$.

Для оценивания, соответственно, векторов β и θ будем использовать следующие алгоритмы:

$$\dot{\hat{\beta}}_i = -\gamma_i \delta (\delta \hat{\beta}_i - Y_i); \quad (18)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \hat{\beta} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega (r - \vartheta^T \hat{\beta}), \quad (19)$$

где γ_i и κ — любые положительные числа; $\hat{\beta}_i$ и $\hat{\theta}$ — соответственно, оценки параметров β_i и θ .

Утверждение. Пусть вектор ω удовлетворяет условию незатухающего возбуждения (см., например, работы [17, 18]), и для функции $\delta(t)$ выполнено

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \int_{t_{i,j}}^{t_{i,j+1}} \delta^2(s) ds = \infty. \quad (20)$$

Тогда алгоритм (17), (18) обеспечивает решение задачи (3).

Доказательство. Сначала покажем, что алгоритм (18) обеспечивает сходимость оценок $\hat{\beta}_i$ к β_i на интервале времени $\Delta t = t_{i,j+1} - t_{i,j}$ при $\Delta t \rightarrow \infty$. Для этого рассмотрим ошибку оценивания

$$\tilde{\beta}_i = \hat{\beta}_i - \beta_i. \quad (21)$$

Дифференцируя (20), с учетом уравнения (18), получаем

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\beta}}_i &= \dot{\hat{\beta}}_i - \dot{\beta}_i = -\gamma_i \delta (\delta \tilde{\beta}_i - Y_i) = \\ &= -\gamma_i \delta^2 \tilde{\beta}_i + \gamma_i \delta Y_i = -\gamma_i \delta^2 \tilde{\beta}_i + \gamma_i \delta^2 \beta_i = -\gamma_i \delta^2 \tilde{\beta}_i. \end{aligned} \quad (22)$$

Интегрируя уравнение (22) на интервале времени $\Delta t = t_{i,j+1} - t_{i,j}$, имеем

$$\tilde{\beta}_i(\Delta t) = \tilde{\beta}_i(t_{i,j}) \exp \left(-\gamma_i \int_{t_{i,j}}^{t_{i,j+1}} \delta^2(s) ds \right),$$

откуда следует $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\beta}_i(\Delta t) = 0$.

Теперь аналогичным образом докажем выполнения условия $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(\Delta t) = 0$. Дифференцируя $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$, имеем

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\theta}} &= \dot{\hat{\theta}} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega (r - \vartheta^T \hat{\beta}) - \dot{\beta} = \\ &= \tilde{\beta} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega (\omega^T \theta + \vartheta^T \beta - \vartheta^T \hat{\beta}) = \\ &= \tilde{\beta} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega \omega^T \theta + \kappa \omega \vartheta^T \tilde{\beta} = \\ &= \tilde{\beta} - \kappa \omega \omega^T \tilde{\theta} + \kappa \omega \vartheta^T \tilde{\beta}. \end{aligned} \quad (23)$$

Отсюда легко показать (см., например, [19]), что при $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\beta}_i(\Delta t) = 0$ и выполнении условия незатухающего возбуждения для вектора ω следует $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(\Delta t) = 0$.

Заключение

В статье рассмотрена процедура синтеза алгоритма идентификации для линейного нестационарного объекта вида (1). Относительно нестационарных параметров допускалось, что они линейно изменяются или их производные являются кусочно-постоянными функциями времени. Предложены алгоритмы идентификации вида (18)–(19), обеспечивающие асимптотическую сходимость по параметрам на интервале $\Delta t \rightarrow \infty$ при выполнении условия незатухающего возбуждения для вектора ω и интегрального неравенства (20) для функции $\delta(t)$.

В качестве предмета дальнейших исследований будет рассмотрено использование методологии DREM для получения скалярных уравнений не только по β_i , но и по параметрам θ_i , что позволит, как и в случае с β_i , улучшать качество настройки оценок $\hat{\beta}_i$, а также достигать их монотонности.

Список литературы

1. Бобцов А. А., Наговицина А. Г. Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 163—174.
2. Бобцов А. А., Григорьев В. В., Наговицина А. Г. Алгоритм адаптивного управления нестационарным объектом в условиях возмущения и запаздывания // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 1. С. 8—14.
3. Цыкунов А. М. Робастное управление нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 1996. № 2. С. 117—125.
4. Бобцов А. А., Лямин А. В., Сергеев К. А. Синтез закона адаптивного управления для стабилизации не точно заданных нестационарных объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. № 3. С. 3—7.
5. Никифоров В. О. Робастная следящая система // Изв. вузов. Приборостроение. 1998. № 7. С. 13—18.
6. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными системами. М.: Наука, 1976. 424 с.
7. Барабанов Н. Е. О стабилизации линейных нестационарных систем с неопределенностью в коэффициентах // Автоматика и телемеханика. 1990. № 10. С. 30—37.
8. Tsakalis K. S., Ioannou P. A. Adaptive control of linear time-varying plants // Automatica. 1987. Vol. 23, N. 4. P. 459—468.
9. Tsakalis K. S., Ioannou P. A. Linear time varying systems: control and adaptation. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
10. Zhang Y., Fidan B., Ioannou P. A. Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters // IEEE Trans. Automat. Contr. 2003. Vol. 48, N. 11. P. 1908—1925.
11. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. М.: Наука, 1986. 615 с.
12. Юркевич В. Д. Синтез нелинейных нестационарных систем управления с разнотемповыми процессами. СПб.: Наука, 2000. 288 с.
13. Ле В. Т., Бобцов А. А., Пыркин А. А. Новый алгоритм идентификации нестационарных параметров для линейной регрессионной модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17, № 5. С. 952—955.
14. Ван Ц., Ле В. Т., Бобцов А. А., Пыркин А. А., Колубин С. А. Идентификация нестационарных параметров линейных регрессионных моделей // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12 (в печати).
15. Ioannou P. A., Sun J. Robust adaptive control. California: PTR Prentice-Hall, 1996.
16. Aronovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IEEE Trans. Automat. Control. 2016. Vol. 62, N. 7. P. 3546—3550.
17. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
18. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. Courier Dover Publications, 2011. 400 p.
19. Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А., Колубин С. А. Оценивание параметров полигармонического сигнала // Автоматика и телемеханика. 2015. № 8. С. 94—114.

Identification of Linear Time-Varying Parameters of Nonstationary Systems

V. T. Le, visaosang89@gmail.com, M. M. Korotina, korotina.marina@gmail.com,
A. A. Bobtsov, bobtsov@mail.ru, S. V. Aronovskiy, s.aronovskiy@gmail.com,
Q. D. Vo, cuoi.di.em89@gmail.com,
ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: Bobtsov Aleksei A., D. Sc., Director, Head the Chair,
ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation,
e-mail: bobtsov@mail.ru

Accepted November 12, 2018

Abstract

The paper considers the identification algorithm for unknown parameters of linear non-stationary control objects. It is assumed that only the object output variable and the control signal are measured (but not their derivatives or state variables) and unknown parameters are linear functions or their derivatives are piecewise constant signals. The derivatives of non-stationary parameters are supposed to be unknown constant numbers on some time interval. This assumption for unknown parameters is not mathematical abstraction because in most electromechanical systems parameters are changing during the operation. For example, the resistance of the rotor is linearly changing, because the resistance of the rotor depends on the temperature changes of the electric motor in operation mode. This paper proposes an iterative algorithm for parameterization of the linear non-stationary control object using stable LTI filters. The algorithm leads to a linear regression model, which includes time-varying and constant (at a certain time interval) unknown parameters. For this model, the dynamic regressor extension and mixing (DREM) procedure is applied. If the persistent excitation condition holds, then, in the case the derivative of each parameter is constant on the whole time interval, DREM provides the convergence of the estimates of configurable parameters to their true values. In the case of a finite time interval, the estimates convergence in a certain region. Unlike well-known gradient approaches, using the method of dynamic regressor extension and mixing allows to improve the convergence speed and accuracy of the estimates to their true values by increasing the coefficients of the algorithm. Additionally, the method of dynamic regressor extension and mixing ensures the monotony of the processes, and this can be useful for many technical problems.

Keywords: identification, linear systems, non-stationary objects, parametrization, linear regression model, monotony of processes

Acknowledgements: The work was written with the support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, agreement № 074-11-2018-029, 13.07.2018, "Creation of high-tech production of robotic flaw detectors for control of hard-to-reach welded joints and metal structures of hazardous production facilities in industry, energy and housing"

For citation:

Le V. T., Korotina M. M., Bobtsov A. A., Aranovskiy S. V., Vo Q. D. Identification of Linear Time-Varying Parameters of Nonstationary Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 5, pp. 259—265.

DOI: 10.17587/mau.20.259-265

References

1. Bobtsov A. A., Nagovitsina A. G. *Adaptivnoe upravlenie po vyhodu linejnymi nestacionarnymi ob'ektami* (Adaptive control of linear nonstationary objects output), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2006, no. 12, pp. 163—174 (in Russian).
2. Bobtsov A. A., Grigoryev V. V., Nagovitsina A. G. *Algoritmy adaptivnogo upravleniya nestacionarnymi ob'ektami v usloviyah vozmushheniya i zapazdyvaniya* (Adaptive control algorithm by nonstationary object in terms of disturbance and delay time), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2007, no. 1, pp. 8—14 (in Russian).
3. Cykunov A. M. *Robustnoe upravlenie nestacionarnymi ob'ektami* (Robust control of nonstationary objects), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1996, no. 2, pp. 117—125 (in Russian).
4. Bobtsov A. A., Ljabin A. V., Sergeev K. A. *Sintez zakona adaptivnogo upravleniya dlja stabilizacii ne tochno zadannykh nestacionarnykh ob'ektov* (Synthesis of the law of adaptive control for stabilization of not exactly specified non-stationary objects), *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 2001, no. 3, pp. 3—7 (in Russian).
5. Nikiforov V. O. *Robustnaja sledjashhaja sistema* (Robust tracking system), *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 1998, no. 7, pp. 13—18 (in Russian).
6. Andreev Ju. N. *Upravlenie konechnomernymi linejnymi sistemami* (Control of finite-dimensional linear systems), Moscow, Nauka, 1976, 424 p. (in Russian).
7. Barabanov N. E. *O stabilizacii linejnykh nestacionarnykh sistem s neopredelennost'ju v koeficientah* (On stabilization of

linear nonstationary systems with uncertainty in coefficients), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1990, no. 10, pp. 30—37 (in Russian).

8. Tsakalis K. S., Ioannou P. A. Adaptive control of linear time-varying plants, *Automatica*, 1987, vol. 23, no. 4, p. 459—468.
9. Tsakalis K. S., Ioannou P. A. *Linear time varying systems: control and adaptation*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993.
10. Zhang Y., Fidan B., Ioannou P. A. Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2003, vol. 48, no. 11, p. 1908—1925.
11. Pervozvanskij A. A. *Kurs teorii avtomaticheskogo upravlenija* (The course of the theory of automatic control), Moscow, Nauka, 1986, 615 p. (in Russian).
12. Jurkevich V. D. *Sintez nelinejnykh nestacionarnykh sistem upravleniya s raznotempovymi processami* (Synthesis of nonlinear nonstationary control systems with multi-tempo processes), SPb, Nauka, 2000, 288 p. (in Russian).
13. Le V. T., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A. *Novyj algoritmy identifikacii nestacionarnykh parametrov dlja linejnoj regressionnoj modeli* (New algorithm of variable parameters identification for linear regression model), *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnykh tehnologij, mehaniki i optiki*, 2017, vol. 17, no. 5, pp. 952—955 (in Russian).
14. Van C., Le V. T., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Kolyubin S. A. *Identifikacija nestacionarnykh parametrov linejnykh regressionnykh modelej* (Identification of nonstationary parameters of linear regression models), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2018, no. 12, v pechati (in Russian).
15. Ioannou P. A., Sun J. *Robust adaptive control*, California, PTR Prentice-Hall, 1996.
16. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing, *IEEE Trans. Automat. Control*, 2016, vol. 62, no. 7, pp. 3546—3550.
17. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L. *Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* (Non-linear and adaptive control of complex dynamic systems), SPb, Nauka, 2000, 549 p. (in Russian).
18. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, Courier Dover Publications, 2011, 400 p.
19. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Vedyakov A. A., Kolyubin S. A. *Ocenivanie parametrov poligarmonicheskogo signala* (Estimation of polyharmonic signal parameters), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2015, no. 8, pp. 94—114 (in Russian).

3—7 июня 2019 года, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Санкт-Петербург, Россия

21—25 октября 2019 года, Белорусский национальный технический университет (БНТУ), Минск, Беларусь

30 октября — 1 ноября 2019 года, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия

XXXII Международная научная конференция

"МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ — ММТТ-32"

1. Качественные и численные методы исследования дифференциальных и интегральных уравнений.
 2. Оптимизация, автоматизация и оптимальное управление технологическими процессами.
 3. Математическое моделирование технологических и социальных процессов.
 4. Математическое моделирование и оптимизация в задачах САПР, аддитивных технологий.
 5. Математические методы в задачах радиотехники, радиоэлектроники и телекоммуникаций, геоинформатики, авионики и космонавтики.
 6. Математические методы и интеллектуальные системы в робототехнике и мехатронике.
 7. Математические методы в медицине, биотехнологии и экологии.
 8. Математические методы в экономике и гуманитарных науках.
 9. Информационные и интеллектуальные технологии в технике и образовании.
 10. Математические и инструментальные методы технологий Индустрии 4.0.
 11. Обсуждение квалификационных работ.
- Школа молодых ученых — ШМУ. Конкурс УМНИК.

Подробная информация о конференции и условиях участия в ней размещена на сайте <http://mmtt.sstu.ru/>