УДК 531.36 DOI: 10.17587/mau.20.230-235

М. В. Ишханян, канд. физ.-мат. наук, доц., m.ishkhanyan@miit-ief.ru,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Российский университет транспорта (МИИТ)", г. Москва

Моделирование динамики колесного буера, использующего для перемещения эффект Магнуса

Рассматривается движение ветрового транспортного средства (буера), движущегося под углом к ветру. Подобные аппараты могут представлять интерес для организации перевозок на больших открытых пространствах, где имеется доступ к свободному ветру. В работе построена математическая модель буера с закрепленным на нем ротором Савониуса. Ротор Савониуса представляет собой ветротурбину, ось вращения которой перпендикулярна направлению ветра. При вращении ротора Савониуса формируется сила Магнуса, которая приводит в движение буер. Для описания аэродинамических сил и моментов, действующих на систему, используется квазистационарный подход, при этом коэффициенты сил и моментов аппроксимируются на основе экспериментальных данных. Движение корпуса буера предполагается прямолинейным. Уравнения модели представлены в виде динамической системы второго порядка. Получены условия существования стационарных режимов движения динамической системы, доказана их устойчивость. Описана зависимость скорости стационарного движения от угла, образуемого вектором скорости корпуса и направлением ветра.

Ключевые слова: *буер, ротор Савониуса, эффект Магнуса, замкнутая динамическая модель, установившиеся режимы, устойчивость*

Введение

В последнее время большую актуальность приобретают виды транспорта, использующие экологически чистую энергию. Одним из таких видов транспорта является ветромобиль. Сама идея использования ветра в качестве движущей силы на суше не нова. Первыми прототипами ветромобиля были буеры. В России они появились еще в XVIII веке и применялись в промысловых целях, затем, в период Второй мировой войны, буеры использовались как средства транспорта, разведки и связи [1]. В последнее время возникло новое востребованное направление применения буера — в задачах робототехники [2—4]. На современном этапе ветромобили рассматриваются как концептуальное средство доставки груза в районах с регулярными ветрами.

При конструировании ветромобиля сейчас особое внимание уделяют турбопарусам, главной конструктивной особенностью которых является тот факт, что всегда можно получить движущую силу в нужном направлении, независимо от направления скорости ветра. Впервые идея замены паруса на ротор появилась в начале XX века, когда ученые предложили использовать эффект Магнуса для приведения в движение кораблей [5]. Суть данного эффекта состоит в том, что при движении воздуха через вращающееся тело создается боковое усилие.

Так, в 1922 г. Антон Флеттнер, доказав на практике возможность использования боковой силы, возникающей в результате эффекта Магнуса, получил немецкий патент на "роторное судно" и переоборудовал трехмачтовик "Букау" в роторный корабль [6]. Несмотря на успешное начало, роторные корабли не получили развития и надолго были забыты.

Продолжением идеи роторного судна Флеттнера стал модифицированный Жак-Ивом Кусто турбопарус. Известный исследователь и борец за экологически чистые средства передвижения в апреле 1985 г. спустил на воду судно "Алкиона", оборудованное запатентованными турбопарусами, в работе которых также использовался эффект Магнуса.

В последнее время наблюдается новая волна интереса к использованию силы Магнуса для движения транспортных средств и для выработки электроэнергии [7—9]. Ветрогенераторы оснащаются специальными вращающимися элементами (обычно их несколько), создающими силу Магнуса, и таким образом формируется крутящий момент, вращающий главный вал турбины. Такие механизмы можно разделить на два класса: 1) каждый из вращающихся элементов приводится в движение двигателем (в этом случае двигатель расходует часть энергии, вырабатываемой вращением главного вала); 2) самовращение элементов индуцируется действием ветрового потока. Лучшим при-

мером второго типа вращающихся элементов является ротор Савониуса [10].

Ротор Савониуса представляет собой ветротурбину, ось вращения которой перпендикулярна направлению ветра. В классическом варианте, предложенном Сигурдом Савониусом, турбина состоит из двух одинаковых полуцилиндрических лопастей, прикрепленных к общей оси, параллельной образующим цилиндра. Характерной особенностью ротора Савониуса является то, что несмотря на сравнительную невысокую вырабатываемую мощность, создаваемый ротором крутящий момент достаточно велик, что позволяет эффективно использовать его в качестве силового привода. Этим объясняется интерес к разработке и исследованию систем, использующих ротор Савониуса и его модификации [11—15].

В настоящем исследовании модель буера [16] расширена до системы, в которой парус заменяется на ротор Савониуса, и рассматривается движение ветрового транспортного средства, движущегося под углом к ветру. Получены условия существования стационарных режимов движения и исследована их устойчивость.

1. Описание механической системы

Рассмотрим буер с закрепленным на нем ротором Савониуса (рис. 1). Буер находится в стационарном потоке воздуха, имеющем скорость **V**. Устройство состоит из тележки массой m, которая может совершать прямолинейное поступательное движение с переменной скоростью, и ротора Савониуса (S-ротора), прикрепленного к тележке (массой колес тележки пренебрегаем). Пусть тележка движется вдоль оси Oz, причем вектор скорости воздушного потока **V** составляет угол φ с данной осью. Ротор Савониуса, установленный на тележке, может совершать вращательные движения вокруг вертикальной оси Ox. Обозначим J — момент инерции S-ротора относительно оси Ox. Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Пусть U — мгновенная скорость движения центра масс тележки, Ω_x — угловая скорость вращения S-ротора вокруг оси Ox. Тогда текущее кинематическое состояние буера полностью описывается значениями переменных U и Ω_x.

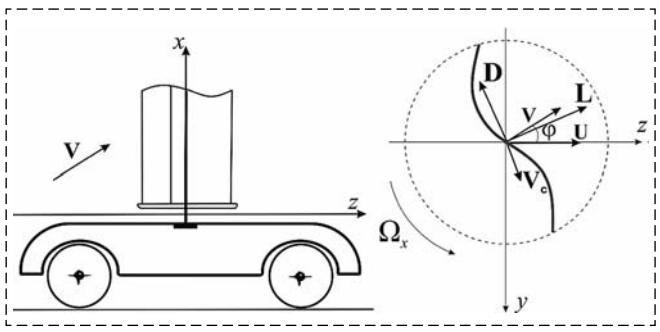

Рис. 1. Схема буера и аэродинамические силы
Fig. 1. The scheme of the land boat and aerodynamic forces

Будем считать, что аэродинамическое воздействие на S-ротор описывается аэродинамическим моментом T_x относительно оси Ox и силами **D** и **L**, приложенными в некоторой точке C (центре давления), лежащей на оси Ox. Здесь **D** — сила лобового сопротивления, направленная противоположно вектору воздушной скорости $\mathbf{V}_C$ точки C; **L** — боковая сила, включающая в себя силу Магнуса; вектор **L** направлен ортогонально вектору воздушной скорости точки C. Аэродинамическое воздействие на ротор описывается на базе квазистационарного подхода, предполагающего зависимость аэродинамических сил и моментов от мгновенной воздушной скорости центра давления [17—19]. Аэродинамическим воздействием на корпус тележки пренебрегаем.

Уравнения движения системы в форме уравнений Лагранжа второго рода имеют следующий вид:

$$\begin{cases} m\dfrac{dU}{dt} = \dfrac{1}{\sqrt{(U - V\cos\varphi)^2 + (V\sin\varphi)^2}} \times \\ \times\,(-D(U - V\cos\varphi) + LV\sin\varphi); \\ J\dfrac{d\Omega_x}{dt} = T_x. \end{cases}$$

Здесь $T_x = \frac{1}{2}\rho S V_C^2 b C_T(\lambda)$; $L = \frac{1}{2}\rho S V_C^2 C_L(\lambda)$; $D = \frac{1}{2}\rho S V_C^2 C_D(\lambda)$; $\lambda = \frac{b\Omega_x}{V_C}$; ρ — плотность воздуха; S — характерная площадь S-ротора; b — радиус S-ротора.

Функции $C_T(\lambda)$, $C_L(\lambda)$, $C_D(\lambda)$ — безразмерные коэффициенты момента T_x, силы **D** лобового сопротивления и боковой силы **L** соответственно. Данные функции строятся по результатам экспериментов. В настоящей работе эти функции интерполированы по экспериментальным данным для ротора Савониуса [20], получены следующие зависимости:

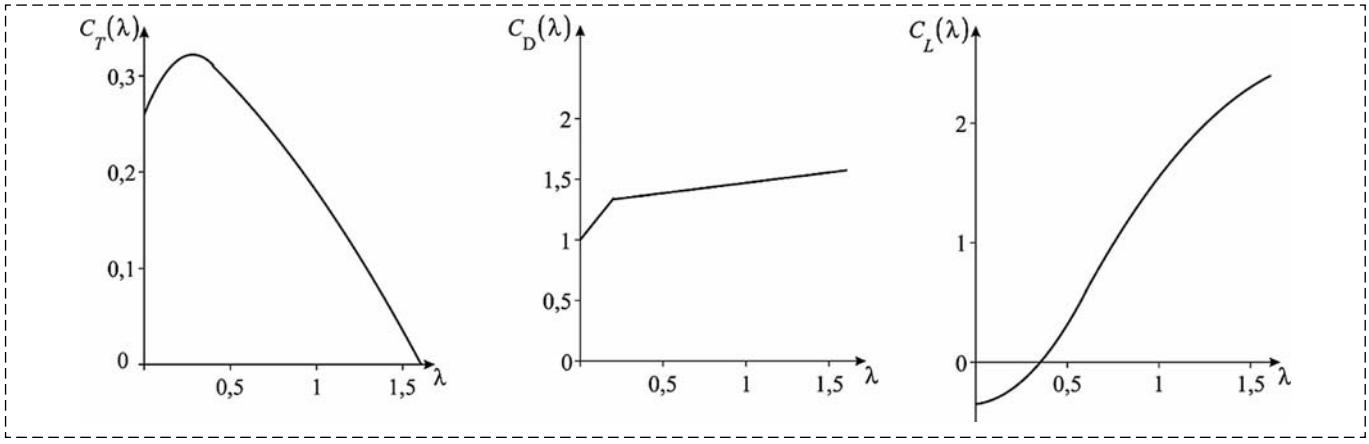

Рис. 2. Графики аэродинамических коэффициентов $C_T(\lambda)$, $C_L(\lambda)$, $C_D(\lambda)$ для ротора Савониуса
Fig. 2. Aerodynamic coefficients $C_T(\lambda)$, $C_L(\lambda)$, $C_D(\lambda)$ for the Savonius rotor

$$C_T(\lambda) = \begin{cases} 0,78\lambda^2 + 0,44\lambda + 0,26 \text{ при } \lambda \in [0;0,4]; \\ -0,066\lambda^2 - 0,124\lambda + 0,37 \text{ при } \lambda (0,4;1,61]; \end{cases}$$

$$C_D(\lambda) = \begin{cases} 1,7\lambda + 1 \text{ при } \lambda \in [0;0,2]; \\ 0,17\lambda + 1,3 \text{ при } \lambda \in (0,2;1,61]; \end{cases}$$

$$C_L(\lambda) = \begin{cases} 2,3\lambda^2 + 0,18\lambda - 0,35 \text{ при } \lambda \in [0;0,6]; \\ -\lambda^2 + 4\lambda - 1,45 \text{ при } \lambda \in (0,6;1,61]. \end{cases}$$

Графики данных функций приведены на рис. 2.

Далее, проводя процедуру обезразмеривания, получаем уравнения движения в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{u} = a\sqrt{\sin^2\varphi + (u - \cos\varphi)^2}\times \\ \times(-(u - \cos\varphi)C_D(\lambda) + C_L(\lambda)\sin\varphi); \\ \dot{\omega}_x = (\sin^2\varphi + (u - \cos\varphi)^2)C_T(\lambda); \end{cases} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\omega_x}{\sqrt{\sin^2\varphi + (u - \cos\varphi)^2}},\ a = \frac{J}{mb^2} > 0.$$

Здесь точка обозначает производную по безразмерному времени $\tau = 0,5\rho Sb^2Vt/J$; переменные $\omega_x = b\Omega_x/V$, $u = U/V$ — безразмерные угловая скорость S-ротора и мгновенная скорость тележки соответственно.

Установившемуся режиму движения буера соответствует устойчивая неподвижная точка уравнений (1).

Неподвижная точка $(\omega_x^*; u^*)$ системы (1) удовлетворяет следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \omega_x^* = \lambda_0\sqrt{\sin^2\varphi + (u^* - \cos\varphi)^2},\ C_T(\lambda_0) = 0; \\ (u^* - \cos\varphi)C_D(\lambda_0) - C_L(\lambda_0)\sin\varphi = 0. \end{cases} \quad (2)$$

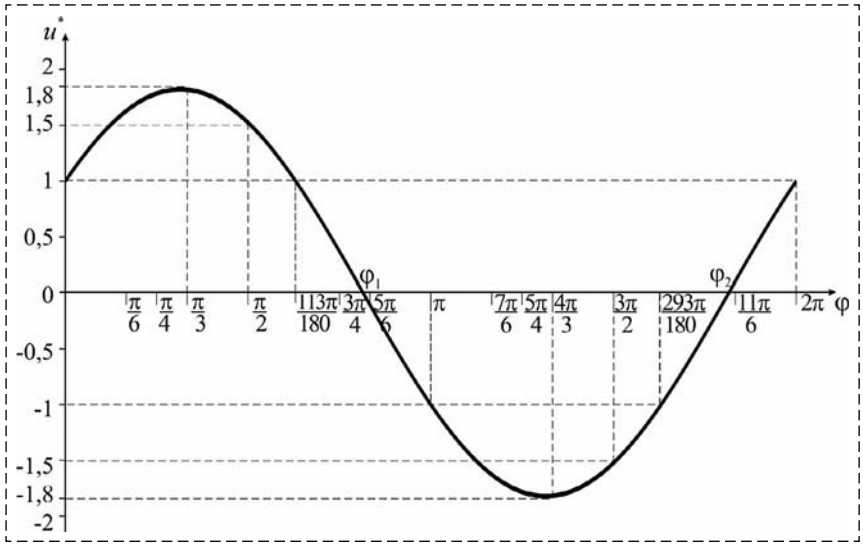

Рис. 3. График стационарной безразмерной скорости буера u в зависимости от значений угла φ
Fig. 3. Dimensionless steady speed u of the land boat depending on the angle φ

Здесь значение $\lambda = \lambda_0$, соответствующее стационарному движению системы, определяется корнем функции $C_T(\lambda)$.

Из второго уравнения системы (2) получаем единственное значение скорости u, обеспечивающее существование неподвижной точки с заданным λ_0:

$$u^* = \frac{C_D(\lambda_0)\cos\varphi + C_L(\lambda_0)\sin\varphi}{C_D(\lambda_0)}.$$

На рис. 3 представлены значения скорости u^* в зависимости от различных значений угла φ.

Устойчивость стационарных режимов движения системы

В случае, когда система (2) имеет решение, достаточные условия асимптотической устойчивости неподвижной точки выглядят следующим образом (получены с использованием критерия Гурвица):

$$\begin{cases}\Delta_1 > 0;\\ \Delta_2 > 0,\end{cases}$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 = {} & -a(-C_D(\lambda_0) + C'_D(\lambda_0)\lambda_0)\cos^2\varphi + \\ & + (-4aC_D(\lambda_0)u^* - a(-C_L(\lambda_0) + C'_L(\lambda_0)\lambda_0)\sin\varphi + \\ & + 2u^*(-C'_T(\lambda_0) + aC'_D(\lambda_0)\lambda_0)\cos\varphi + \\ & + a(2(u^*)^2 + 1)C_D(\lambda_0) + au^*(-C_L(\lambda_0) + \\ & + C'_L(\lambda_0)\lambda_0)\sin\varphi - aC'_D(\lambda_0)\lambda_0(u^*)^2 - \\ & - C'_T(\lambda_0)((u^*)^2 + 1);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 = {} & -2aC'_T(\lambda_0)\left(\frac{1}{2}C_D(\lambda_0)\sin^2\varphi + \right. \\ & \left. + C_D(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2 - \frac{1}{2}C_L(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)\sin\varphi\right).\end{aligned}$$

Здесь $C'_T(\lambda_0) = \left.\frac{dC_T}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$, $C'_D(\lambda_0) = \left.\frac{dC_D}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$, $C'_L(\lambda_0) = \left.\frac{dC_L}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$.

Если или $\Delta_1 < 0$, или $\Delta_2 < 0$, то соответствующая неподвижная точка неустойчива.

Из качественных свойств аэродинамических коэффициентов следует, что $C'_T(\lambda_0) < 0$, $C'_L(\lambda_0) > 0$, $C'_D(\lambda_0) > 0$, $C_D(\lambda_0) > 0$. Принимая во внимание, что на стационарном режиме $(u^* - \cos\varphi)C_D(\lambda_0) = C_L(\lambda_0)\sin\varphi$, выражение Δ_2 можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Delta_2 = {} & -2aC'_T(\lambda_0)\left(\frac{1}{2}C_D(\lambda_0)\sin^2\varphi + \right. \\ & \left. + C_D(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2 - \frac{1}{2}C_D(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2\right) = \\ = {} & -aC'_T(\lambda_0)C_D(\lambda_0)((u^* - \cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi).\end{aligned}$$

Таким образом, $\Delta_2 > 0$ при $\varphi \neq 0$ и $\varphi \neq \pi$; $\Delta_2 = 0$ при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$.

Рассмотрим выражение Δ_1. Аналогично, принимая во внимание, что $(u^* - \cos\varphi)C_D(\lambda_0) = C_L(\lambda_0)\sin\varphi$, получаем

$$\begin{aligned}\Delta_1 = {} & aC_D(\lambda_0)\sin^2\varphi + \\ & + a(C_D(\lambda_0) - C'_D(\lambda_0)\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2 + \\ & + aC'_L(\lambda_0)\lambda_0(u^* - \cos\varphi)\sin\varphi - \\ & - C'_T(\lambda_0)(\sin^2\varphi + (u^* - \cos\varphi)^2).\end{aligned}$$

В случае если $C_D(\lambda_0) > C'_D(\lambda_0)\lambda_0$, получаем, что $\Delta_1 > 0$. В силу качественных свойств функции $C_D(\lambda)$ выполнены следующие неравенства: $C_D(0) > 0$, и величина $C'_D(\lambda_0)$ меньше, чем среднее (по λ) значение производной $dC_D(\lambda)/d\lambda$ на интервале $\lambda \in (0, \lambda_0)$. Из этого, в частности, следует, что выполнено неравенство: $C_D(\lambda_0) > C_D(0) + \lambda_0 C'_D(\lambda_0) > \lambda_0 C'_D(\lambda_0)$. Следовательно, $\Delta_1 > 0$ при $\varphi \neq 0$ и $\varphi \neq \pi$; $\Delta_1 = 0$ при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$.

Таким образом, неподвижная точка системы (1) асимптотически устойчива при $\varphi \neq 0$ и $\varphi \neq \pi$.

Рассмотрев систему (1) при $\varphi = \pi$, легко показать, что стационарное движение также является асимптотически устойчивым.

3. Обсуждение результатов

Остановимся более подробно на графике зависимости $u(\varphi)$ (рис. 3). Видно, что когда скорость буера u образует с направлением ветра угол $\varphi = \varphi_1 \approx \frac{49\pi}{60}$ или $\varphi = \varphi_2 \approx \frac{109\pi}{60}$ (курс бакштаг полный), буер не может начать движение, при этом ротор будет вращаться с угловой скоростью $\omega_x^* = \lambda_0$. При любом значении угла $0 < \varphi < \varphi_1$ и $\varphi_2 < \varphi < 2\pi$ тележка на стационарном режиме движется вправо вдоль оси z, при $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ — влево. Максимальная скорость буера достигается при $\varphi = \frac{\pi}{3}$ и $\varphi = \frac{4\pi}{3}$ (курс бейдевинд крутой) и превышает скорость ветра в 1,8 раза. При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ (курс галфвинд) буер на стационарном режиме движется со скоростью в 1,5 раза больше, чем скорость ветра.

Особым является случай $\varphi = 0$ (курс левентик), при котором скорость ветра направлена вдоль линии движения тележки. В данном случае скорость тележки $u = 1$ и выбранная модель аэродинамических сил и моментов не применима. Однако из более общих соображений понятно, что ротор (даже если он вращался) остановится: присутствует тормозящий аэродинамический момент. Невращающийся

ротор будет играть роль паруса. Таким образом, следует ожидать, что в том случае, если скорость ветра параллельна прямой, вдоль которой может двигаться буер, то система выйдет на режим, в котором буер едет по ветру со скоростью, примерно равной скорости ветра (потери на трение мы не учитываем), а ротор не вращается.

Следует отметить, что полученная максимальная скорость стационарного движения тележки, оснащенной *S*-ротором, оказалась ниже, чем для классического парусного буера [2, 16]. Однако при использовании ротора Савониуса можно ожидать более широкий диапазон рабочих скоростей ветра, поскольку известным преимуществом таких роторов является возможность эффективного функционирования при скорости ветра от 2 м/с.

Заключение

В работе проведено исследование математической модели буера с ротором Савониуса. Получены стационарные режимы движения динамической системы, доказана их устойчивость. Описана зависимость скорости стационарного движения от угла, образуемого вектором скорости корпуса и направлением ветра. В частности, показано, что при движении по прямой максимальная скорость буера будет достигаться на курсе бейдевинд крутой, что соответствует рекомендациям выставления паруса, известным в морской навигации [1].

Список литературы

1. **Коровельский Д. Н.** Буерный спорт. М.: Физкультура и спорт, 1968. 86 с.

2. **Глазкова Л. В., Павловский В. Е., Панченко А. В.** Динамика, моделирование и управление колесным робобуером // Нелинейная динамика. 2012. Т. 8, № 4. С. 679—687.

3. **Павловский В. Е., Шамин А. Ю.** Динамическая модель и оптимальное управление движением робота-буера // Известия ВолгГТУ. 2013. Т.19, № 24. С. 61—70.

4. **Павловский В. Е., Шамин А. Ю.** Динамически оптимальное управление роботом-буером с различной формой паруса // Экстремальная робототехника. 2017. № 1. С. 250—256.

5. **Прандтль Л.** Эффект Магнуса и ветряной корабль // Успехи физических наук. 1925. Т.V, Вып. 1—2. С. 1—27.

6. **Flettner A.** Aerodynamical investigations of ship propulsion // Journal of the American Society for Naval Engineers. 1925. Vol. 37, N. 1. P. 149—153.

7. **Luo D., Huang D., Wu G.** Analytical solution on Magnus wind turbine power performance based on the blade element momentum theory // Journal of Renewable and Sustainable Energy. 2011. N. 3. P. 033104.

8. **Nuttall P., & Kaitu'u J.** The Magnus Effect and the Flettner Rotor: potential application for future Oceanic Shipping // The Journal of Pacific Studies. 2016. Vol. 36, N. 2. P. 161—182.

9. **Jamieson P.** Innovation in wind turbine design. John Wiley & Sons, 2018.

10. **Savonius S. J.** Rotor adapted to be driven by wind or flowing water. U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.

11. **Tartuferi M., D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R.** Enhancement of Savonius wind rotor aerodynamic performance: a computational study of new blade shapes and curtain systems // Energy. 2015. Vol. 79, P. 371—384.

12. **Roy S., Saha U. K.** Wind tunnel experiments of a newly developed two-bladed Savonius-style wind turbine. Applied Energy. 2015. Vol. 137. P. 117—125.

13. **Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., Hwang Sh.-Sh., Lin Ch.-H.** On dynamics of a Savonius rotor-based wind power generator // Proceedings of 14th Conference on Dynamical Systems. Theory and Applications (DSTA 2017). The Technical University of Lodz (Poland). 2017. Vol. 3. P. 275—284.

14. **Ishkhanyan M. V., Klimina L. A., Privalova O. G.** Autorotation motions of a turbine coursed by the Magnus effect. AIP Conference Proceedings. 2018. Vol. 1959. P. 030010.

15. **Mao Z., Bai J.** Numerical investigation of a small water turbine used for the power supply of underwater vehicles // Advances in Mechanical Engineering. 2018. Vol. 10, N. 6. P. 1687814018783654.

16. **Досаев М. З., Кобрин А. И., Локшин Б. Я., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д.** Конструктивная теория МВЭУ. Учеб. пособие в двух частях. Часть I (Главы I-II). М.: Изд-во Московского университета, 2007. 76 с.

17. **Dosaev M. Z., Samsonov V. A., Seliutski Y. D.** On the dynamics of a small-scale wind power generator // Doklady Physics. 2007. Vol. 52, N. 9. P. 493—495.

18. **Досаев М. З., Линь Ч.-Х., Лю В.-Л., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д.** Качественный анализ стационарных режимов малых ветровых электростанций // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, № 3. С. 368—374.

19. **Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D.** Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium // International journal of bifurcation and chaos. 2011. Vol. 21, Iss. 10. P. 2955-2961.

20. **Bach V. G.** Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strömungsmaschinen // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. 1931. Vol. 2, Iss. 6. P. 218—231.

Modeling of Dynamics of Land Boat Based on the Magnus Effect

M. V. Ishkhanyan, m.ishkhanyan@miit-ief.ru,
Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport",
Moscow, 127994, Russian Federation

Corresponding author: **Ishkhanyan Margarita V.**, Ph. D., Assistant Professor,
Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport",
Moscow, 127994, Russian Federation, e-mail: m.ishkhanyan@miit-ief.ru

Accepted on December 03, 2018

Abstract

The motion of a wind powered land boat is studied. It is supposed that the land boat moves along a straight line in a steady horizontal wind flow. The axis of rotation of the Savonius rotor is vertical. The rotation of the Savonius rotors induces the Magnus force that maintains the motion of the load boat. Such vehicles can be used to perform transportation in large open areas, where there is an access to free wind. In this paper, the mathematical model of the land boat driven by the Savonius rotor is constructed. The quasi-steady approach is used to describe the aerodynamic action upon the system. Corresponding aerodynamic coefficients are approximated basing on experimental data. The angle between the wind velocity and the velocity of the boat is a varied parameter of the model. The equations of the model are presented as a dynamic system of the second order. The conditions of existence and stability of stationary modes of the dynamic system motion are obtained. It is described how the boat speed at steady motion depends upon the angle formed by the velocity of the boat and direction of the wind. In particular, it is shown that the maximum of the boat speed is achieved on the close-hauled course, that corresponds to the recommendations of the sail settings known in sea navigation.

Keywords: *land boat, Savonius rotor, Magnus effect, closed dynamic model, steady-state regimes, stability*

For citation:

Ishkhanyan M. V. Modeling of Dynamics of Land Boat Based on the Magnus Effect, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 4, pp. 230—235.

DOI: 10.17587/mau.20.230-235

References

1. **Korovelsky D. N.** *Buernyj sport* (Boating sport), Moscow, Fizkul'tura i sport, 1968, 86 p. (in Russian).

2. **Glazkova L. V., Pavlovsky V. E., Panchenko A. V.** *Dinamika, modelirovanie i upravlenie kolesnym robobuerom* (Dynamics, simulation and control of a wheeled robotic glider), *Nelinejnaya Dinamika*, 2012, vol. 8, no. 4, pp. 679—687 (in Russian).

3. **Pavlovsky V. E., Shamin A. Yu.** *Dinamicheskaya model' i optimal'noe upravlenie dvizheniem robota-buera* (The dynamic model and optimal control of the motion of the robot-yacht), *Izvestia VSTU*, 2013, vol.19, no. 24, pp. 61—70 (in Russian).

4. **Pavlovsky V. E., Shamin A. Yu.** *Dinamicheski optimal'noe upravlenie robotom-buerom s razlichnoj formoj parusa* (The dynamic model and optimal control of the motion of the robot-yacht with different forms of the sail). *Extreme Robotics*, 2017, vol. 1, pp. 250—256 (in Russian).

5. **Prandtl L.** *Effekt Magnusa i vetryanoj korabl'* (Magnus effect and wind ship), *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 1925, vol. V. Iss. 1—2, pp. 1—27 (in Russian).

6. **Flettner A.** Aerodynamical investigations of ship propulsion, *Journal of the American Society for Naval Engineers*, 1925, vol. 37, no. 1, pp. 149—153.

7. **Lu, D., Huang D., Wu G.** Analytical solution on Magnus wind turbine power performance based on the blade element momentum theory, *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 2011, no. 3, pp. 033104.

8. **Nuttall P., Kaitu'u J.** The Magnus Effect and the Flettner Rotor: potential application for future Oceanic Shipping, *The Journal of Pacific Studies*, 2016, vol. 36, no. 2, pp. 161—182.

9. **Jamieson P.** Innovation in wind turbine design, *John Wiley & Sons*, 2018.

10. **Savonius S. J.** Rotor adapted to be driven by wind or flowing water, U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.

11. **Tartuferi M., D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R.** Enhancement of Savonius wind rotor aerodynamic performance: a computational study of new blade shapes and curtain systems, *Energy*, 2015, vol. 79, pp. 371—384.

12. **Roy S., Saha U. K.** Wind tunnel experiments of a newly developed two-bladed Savonius-style wind turbine, *Applied Energy*, 2015, vol. 137, pp. 117—125.

13. **Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., Hwang Sh.-Sh., Lin Ch.-H.** On dynamics of a Savonius rotor-based wind power generator, *Proceedings of 14th Conference on Dynamical Systems, Theory and Applications (DSTA 2017)*, The Technical University of Lodz (Poland), 2017, vol. 3, pp. 275—284.

14. **Ishkhanyan M. V., Klimina L. A., Privalova O. G.** Autorotation motions of a turbine coursed by the Magnus effect, *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 1959, pp. 030010.

15. **Mao Z., Bai J.** Numerical investigation of a small water turbine used for the power supply of underwater vehicles, *Advances in Mechanical Engineering*, 2018, vol. 10, no. 6, pp. 1687814018783654.

16. **Dosaev M. Z., Kobrin A. I., Lokshin B. Ya., Samsonov V. A., Selyutsky Yu. D.** *Konstruktivnaya Teoriya MVEHU. Chast' 1. Glavy I-II.* (Constructive Theory of Small-Scale Wind Power Generators. Part I. Chapters I-II), Moscow, Izdatel'stvo *Moskovskogo Universiteta,* 2007, 76 p. (in Russian).

17. **Dosaev M. Z., Samsonov V. A., Seliutski Y. D.** On the dynamics of a small-scale wind power generator, *Doklady Physics*, 2007, vol. 52, no. 9, pp. 493—495.

18. **Dosaev M. Z., Lin Ch.-H., Lu W.-L., Samsonov V. A., Selyutskii Yu. D.** *Kachestvennyj analiz stacionarnyh rezhimov malyh vetrovyh ehlektrostancij* (A qualitative analysis of the steady modes of operation of small wind power generators), *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, vol. 73, no. 3, pp. 259—263 (in Russian).

19. **Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D.** Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2011, vol. 21, iss. 10, pp. 2955—2961.

20. **Bach V. G.** Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strömungsmaschinen, *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A*, 1931, vol. 2, iss. 6, pp. 218—231.