

И. П. Попов, ст. преподаватель, e-mail: ip.popow@yandex.ru,
Курганский государственный университет

Системы отсчета в навигации движущихся объектов

Показано, что при равномерном и прямолинейном движении двух, трех или нескольких свободных инертных тел в одномерном или трехмерном пространстве произвольные инерциальные системы отсчета, в том числе связанные с каждым из движущихся инертных тел, существенно не эквивалентны в части суммарной кинетической энергии. В частном случае, если два свободных инертных тела с массами m_1 и m_2 движутся друг относительно друга с постоянной скоростью v , то в инерциальной системе отсчета, связанной с первым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна E_{112} . В инерциальной системе отсчета, связанной со вторым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна E_{212} . В произвольной (третьей) инерциальной системе отсчета первое инертное тело движется со скоростью v_1 , второе — со скоростью v_2 . В третьей системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна E_{312} . В части кинетической энергии все три инерциальные системы отсчета существенно не эквивалентны. При этом ни одна из этих систем отсчета не представляется уникальной или выделенной. При необходимости выбора уникальной или выделенной инерциальной системы отсчета можно исходить из условия минимума суммарной кинетической энергии движущихся инертных тел в этой системе. При этом уникальной или выделенной инерциальной системой отсчета является реликтовая система отсчета, связанная с центром масс движущихся инертных тел и с эпицентром их начального гипотетического взаимодействия. Реликтовые системы отсчета являются расчетными. Инертные тела не обязательно изначально в них взаимодействуют. Применение реликтовых систем отсчета позволяет сохранить баланс между кинетической энергией и произведенной работой. Число инертных тел при расчете реликтовой системы отсчета может быть сколь угодно большим. Если верна теория Большого взрыва, то мировая реликтовая инерциальная система отсчета связана с его эпицентром, который является центром масс вселенной.

Ключевые слова: тело, движение, инерциальная система отсчета, кинетическая энергия, центр масс

Введение

Пусть два свободных тела с массами m_1 и m_2 движутся друг относительно друга с постоянной скоростью v .

В инерциальной системе отсчета, связанной с первым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна

$$E_{112} = E_{11} + E_{12} = 0 + \frac{m_2 v^2}{2}. \quad (1)$$

В инерциальной системе отсчета, связанной со вторым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна

$$E_{212} = E_{21} + E_{22} = \frac{m_1 v^2}{2} + 0. \quad (2)$$

В произвольной (третьей) инерциальной системе отсчета первое тело движется со скоростью v_1 , второе — со скоростью $v_2 = v_1 - v$.

В третьей системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{312} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v)^2}{2}. \quad (3)$$

В части кинетической энергии (1)—(3) все три инерциальные системы отсчета существен-

но не эквивалентны. При этом ни одна из них не представляется уникальной [1].

При необходимости выбора уникальной инерциальной системы отсчета [2—5] можно исходить из условия минимума величины (3), который определяется следующим образом [6—8]:

$$\frac{d(E_{312})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v = 0. \quad (4)$$

Скорости тел в уникальной системе отсчета равны

$$v_1 = \frac{m_2}{m_2 + m_1} v; \quad v_2 = -\frac{m_1}{m_2 + m_1} v. \quad (5)$$

Взаимодействие двух тел в R^1

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс двух тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (например, взрыва) тела имеют количество движения

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2 = -m_2 (v_1 - v).$$

Это выражение идентично (4).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связан-

ная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва), в которой скорости тел после взаимодействия (взрыва) определяются выражениями (5).

О выборе инерциальной системы отсчета для трех свободных тел в R^1

Пусть три свободных тела с массами m_1 , m_2 и m_3 движутся друг относительно друга с постоянными скоростями v_{12} , v_{13} и v_{23} . При этом $v_{23} = v_{13} - v_{12}$.

В произвольной (четвертой) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью v_1 , второе — со скоростью $v_2 = v_1 - v_{12}$, третье — со скоростью $v_3 = v_1 - v_{13}$.

В четвертой системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{4123} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (v_1 - v_{13})^2}{2}. \quad (6)$$

Минимум величины (6) определяется следующим образом.

$$\frac{d(E_{4123})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v_{12} + m_3 v_1 - m_3 v_{13} = 0. \quad (7)$$

Скорости тел в уникальной системе отсчета равны

$$v_1 = \frac{m_2 v_{12} + m_3 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad (8)$$

$$v_2 = \frac{m_3 v_{13} - m_1 v_{12} - m_3 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3 v_{23} - m_1 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad (9)$$

$$v_3 = \frac{m_2 v_{12} - m_1 v_{13} - m_2 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{-m_1 v_{13} - m_2 v_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (10)$$

Взаимодействие трех тел в R^1

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс трех тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (взрыва) тела имеют количество движения

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 = \\ = m_1 v_1 + m_2 (v_1 - v_{12}) + m_3 (v_1 - v_{13}) = 0. \end{aligned}$$

Это выражение идентично (7).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связан-

ная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва), в которой скорости тел после взаимодействия (взрыва) определяются выражениями (8)—(10).

Полученный вывод легко обобщается на любое, сколь угодно большое число тел.

О выборе инерциальной системы отсчета для трех свободных тел в R^3

Пусть три свободных тела движутся друг относительно друга с постоянными скоростями $\mathbf{v}_{12}$, $\mathbf{v}_{13}$ и $\mathbf{v}_{23}$. При этом $\mathbf{v}_{23} = \mathbf{v}_{13} - \mathbf{v}_{12}$.

В произвольной (четвертой) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью $\mathbf{v}_1$, второе — со скоростью $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}$, третье — со скоростью $\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}$.

В четвертой системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$\begin{aligned} E_{4123} &= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13})^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1^2 - 2v_1 v_{12} \cos \varphi_{112} + v_{12}^2)}{2} + \\ &\quad + \frac{m_3 (v_1^2 - 2v_1 v_{13} \cos \varphi_{113} + v_{13}^2)}{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь φ_{ijj} — угол между векторами $\mathbf{v}_i$ и $\mathbf{v}_{ij}$.

Минимум величины (11) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d(E_{4123})}{dv_1} &= m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v_{12} \cos \varphi_{112} + \\ &\quad + m_3 v_1 - m_3 v_{13} \cos \varphi_{113} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Взаимодействие трех тел в R^3

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс трех тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (взрыва) тела имеют количество движения

$$\begin{aligned} m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + m_3 \mathbf{v}_3 = \\ = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) + m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) = 0; \\ m_1 \mathbf{v}_1 \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0. \end{aligned}$$

Это выражение идентично (12).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связан-

ная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва), в которой скорости тел после взаимодействия (взрыва) определяются выражениями

$$\mathbf{v}_1 = \frac{m_2 \mathbf{v}_{12} + m_3 \mathbf{v}_{13}}{m_1 + m_2 + m_3}; \mathbf{v}_2 = \frac{m_3 \mathbf{v}_{23} - m_1 \mathbf{v}_{12}}{m_1 + m_2 + m_3};$$

$$\mathbf{v}_3 = \frac{-m_1 \mathbf{v}_{13} - m_2 \mathbf{v}_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

О выборе инерциальной системы отсчета для произвольного числа свободных тел в R^3

Пусть произвольное число n свободных тел с массами $m_1, \dots, m_i, \dots, m_n$ движутся друг относительно друга с постоянными скоростями $\mathbf{v}_{12}, \dots, \mathbf{v}_{ij}, \dots, \mathbf{v}_{(n-1)n}$. При этом $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_{1j} - \mathbf{v}_{1i}$.

В произвольной $((n+1)$ -й) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью $\mathbf{v}_1$, i -е — со скоростью $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}$, n -е — со скоростью $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1n}$.

В $(n+1)$ -й системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{(n+1)1 \div n} = \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i})^2}{2} =$$

$$= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (v_1^2 - 2v_1 v_{1i} \cos \varphi_{11i} + v_{1i}^2)}{2}. \quad (13)$$

Минимум величины (13) определяется следующим образом:

$$\frac{d(E_{(n+1)1 \div n})}{dv_1} =$$

$$= m_1 v_1 + \sum_{i=2}^n (m_i v_1 - m_i v_{1i} \cos \varphi_{11i}) = 0. \quad (14)$$

Взаимодействие произвольного числа тел в R^3

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс произвольного числа n свободных тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (взрыва) тела имеют количество движения

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = m_1 \mathbf{v}_1 + \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) = 0;$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0.$$

Это выражение идентично (14).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связанная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва). При этом

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\sum_{i=2}^n m_i \mathbf{v}_{1i}}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

Заключение

Реликтовые системы отсчета являются расчетными. Тела не обязательно изначально в них взаимодействуют.

Число тел при расчете реликтовой системы отсчета может быть сколь угодно большим.

Если верна теория Большого взрыва [9, 10], то мировая реликтовая инерциальная система отсчета связана с его эпицентром, который является центром масс вселенной.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. Т. 1. М.: Наука, 1973. 208 с.
2. Sigmund O., Maute K. Struct topology optimization approaches. A comparative review // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2013. December. Vol. 48, iss. 6. P. 1031–1055.
3. Jikai Liu, Yongsheng Ma. A survey of manufacturing oriented topology optimization methods // Advances in Engineering Softwar. 2016. August. P. 161–175.
4. Deaton J. D., Grandhi R. V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000 // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2014. January. Vol. 49, iss. 1. P. 1–38.
5. Munk D. J., Vio G. A., Steven G. P. Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review // Struct Multidisc Optim. 2015. September. Vol. 52, iss. 3. P. 613–631.
6. Попов И. П. О мерах механического движения // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2014. № 3(26). С. 13–15.
7. Попов И. П. Меры механического движения с различными степенями скорости // Вестник Тверского государственного технического университета. 2018. № 1(33). С. 49–53.
8. Попов И. П. Волновые уравнения и меры движения // Вестник Удмуртского университета. Физика и химия. 2014. Вып. 2. С. 30–33.
9. Bisnovatyi-Kogan G. S. Strong shock in a uniformly expanding universe // Гравитация и космология. 2015. Т. 21, № 3. С. 236–240.
10. Sutherland B. R. Internal Gravity Waves. Cambridge: Univ. Press, 2010. 394 p.

Reference Systems in the Navigation of Moving Objects

I. P. Popov, ip.popow@yandex.ru

Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation

Corresponding author: **Popov Igor P.**, Senior Lecturer of the Department "Technology of mechanical engineering, machine tools and instruments" of the Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation, e-mail: ip.popow@yandex.ru

Accepted on October 20, 2018

Abstract

It is shown that with uniform and rectilinear motion of two, three or several free inert bodies in one-dimensional or three-dimensional space, arbitrary inertial reference systems, including those associated with each of the moving inert bodies, are not substantially equivalent in part of the total kinetic energy. In the particular case, if two free inert bodies with masses m_1 and m_2 move relative to each other with a constant velocity v , then in the inertial reference system associated with the first body, the total kinetic energy of the bodies is equal to E_{112} . In the inertial reference frame associated with the second body, the total kinetic energy of the bodies is equal to E_{212} . In an arbitrary (third) inertial reference frame, the first inert body moves at a speed v_1 , the second at a speed v_2 . In the third reference system, the total kinetic energy is E_{312} . In terms of kinetic energy, all three inertial reference systems are not substantially equivalent. At the same time, none of these reference systems is unique or distinguished. If it is necessary to choose a unique or dedicated inertial reference system, one can proceed from the condition of the minimum of the total kinetic energy of moving inert bodies in this system. At the same time, a unique or distinguished inertial reference system is a relic reference system associated with the center of mass of moving inert bodies and with the epicenter of their initial hypothetical interaction. Relic reference systems are calculated. Inert bodies do not necessarily interact with them initially. The use of relic reference systems allows you to maintain a balance between kinetic energy and the work performed. The number of inert bodies in the calculation of the relic reference system can be arbitrarily large. If the theory of the Big Bang is true, then the world relic inertial reference system is connected with its epicenter, which is the center of mass of the universe.

Keywords: body, motion, inertial reference system, kinetic energy, center of mass

For citation:

Popov I. P. Reference Systems in the Navigation of Moving Objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 189–192.

DOI: 10.17587/mau.20.189-192

References

1. **Landau L. D., Lifshic E. M.** *Mekhanika. T. 1* (Mechanics. T. 1), Moscow, Nauka, 1973, 208 p. (in Russian).
2. **Sigmund O., Maute K.** Struct topology optimization approaches. A comparative review, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, December, vol. 48, iss. 6, pp. 1031–1055.
3. **Jikai Liu, Yongsheng Ma.** A survey of manufacturing oriented topology optimization methods, *Advances in Engineering Softwa*, 2016, August, pp. 161–175.
4. **Deaton J. D., Grandhi R. V.** A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, January, vol. 49, iss. 1, pp. 1–38.
5. **Munk D. J., Vio G. A., Steven G. P.** Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review, *Struct Multidisc Optim.*, 2015, September, vol. 52, iss. 3, pp. 613–631.
6. **Popov I. P.** О мерах механического движения (On the measures of mechanical movement), *Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2014, no. 3(26), pp. 13–15 (in Russian).
7. **Popov I. P.** Меры механического движения с различными степенями скорости (Measures of mechanical motion with varying degrees of speed), *Vestnik Tverskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2018, no. 1 (33), pp. 49–53 (in Russian).
8. **Popov I. P.** Волновые уравнения и меры движения (Wave equations and motion measures), *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Fizika i himiya*, 2014, no. 2, pp. 30–33 (in Russian).
9. **Bisnovaty-Kogan G. S.** Strong shock in a uniformly expanding universe, *Gravitatsiya i Kosmologiya*, 2015, vol. 21, no. 3, pp. 236–240.
10. **Sutherland B. R.** Internal Gravity Waves, Cambridge, Univ. Press, 2010. 394 p.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Н. В. Яшина*.

Сдано в набор 29.11.2018. Подписано в печать 07.02.2018. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН319. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюнзн". Отпечатано в ООО "Авансд солюнзн".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.