

М. Е. Семёнов, д-р физ.-мат. наук, проф., mkl150@mail.ru,
М. Г. Матвеев, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой, mgmatveev@yandex.ru,
П. А. Мелешенко, канд. физ.-мат. наук, доц., melechp@yandex.ru,
А. М. Соловьев, канд. физ.-мат. наук, darkzite@yandex.ru,
Воронежский государственный университет

Динамика демпфирующего устройства на основе материала Ишлинского¹

Статья посвящена исследованию динамических характеристик колебательной системы с демпфирующим звеном, находящейся под воздействием периодической вынуждающей силы. В качестве демпфирующего звена рассматривается гистерезисный демпфер на основе материала Ишлинского, а также линейный вязкий и нелинейный вязкий демпферы, проводится их сравнительный анализ. Так как рассматриваемые демпферы имеют ярко выраженные частотные свойства, исследование их эффективности целесообразно проводить в частотной области, анализируя динамику системы как в области резонанса, так и за ее пределами.

Исследование динамических характеристик колебательной системы, а также сравнительный анализ гистерезисного и вязкого демпфирования проводится в терминах передаточных функций, в качестве которых используются передаточная функция силы и функция "перемещение—сила". Передаточная функция силы отражает эффективность гашения внешнего воздействия в отношении передачи силы от внешнего источника к грузу. Передаточная функция "перемещение—сила" отражает эффективность гашения колебаний в плане способности демпфера уменьшать относительное перемещение груза под воздействием внешних сил.

Динамика изучаемой системы проиллюстрирована с помощью компьютерного моделирования, результаты которого показывают, что линейный вязкий демпфер имеет высокую эффективность за областью резонанса системы и низкую вблизи нее. Следует отметить, что увеличением коэффициента демпфирования можно добиться улучшения эффективности линейного вязкого демпфера в области резонанса, однако в этом случае его характеристики за пределами области резонанса значительно ухудшаются.

Решением указанной проблемы может стать использование нелинейного вязкого демпфера. Такой демпфер имеет лучшие характеристики в области резонанса и незначительно хуже за ее пределами в сравнении с линейным вязким демпфером. Также увеличение коэффициента демпфирования ведет к увеличению эффективности нелинейного вязкого демпфера в области резонанса и ухудшению за ее пределами, однако в отличие от линейного вязкого демпфера влияние коэффициента проявляется нелинейно, и при значительном улучшении характеристик в области резонанса ухудшение за ее пределами не столь значительно.

В случае использования демпфера на основе материала Ишлинского возможно добиться еще большей эффективности демпфирования. Подобрать параметры материала, можно получить значительное увеличение эффективности демпфирования в области резонанса при незначительном ее ухудшении вне данной области.

Ключевые слова: гистерезис, материал Ишлинского, вязкое демпфирование, гистерезисный демпфер

Введение

Демпфер представляет собой устройство, используемое для гашения (демпфирования) механических, электрических и других видов колебаний, возникающих в механических и электромеханических устройствах в процессе их функционирования. Так, например, в гидравлических системах применяются гидравлические и пневматические демпферы — гасители пульсаций и гидроударов; в электрических машинах демпферная обмотка предотвращает резкое увеличение коммутационных токов; в подвесках автомобилей и других транспортных средств используются демпфирующие устройства — амортизаторы; в авионике демп-

фер аэроупругих колебаний летательного аппарата — бортовая электронная система (на основе PID регуляторов), предназначенная для автоматического гашения короткопериодических колебаний самолета, неизбежно возникающих при изменении полетных режимов.

В случае гашения колебаний механических систем широкое распространение получило линейное вязкое демпфирование, основанное на диссипации энергии колебаний за счет работы сил вязкого трения [1–7]. Однако такой вид демпфирования имеет существенный недостаток — низкую эффективность в области резонансных частот системы. Нелинейные аналоги (моделируемые посредством степенных функциональных соотношений) частично лишены этого недостатка, однако не учитывают реальную природу материалов демпфирующих устройств. Альтернативный способ связан с использованием нелинейного вязкого

¹Статья подготовлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-08-00312, № 17-01-00251).

демпфирования или демпфирующей системы с материалом гистерезисной природы (механический гистерезис может быть успешно промоделирован в рамках конструктивной модели материала Ишлинского). Отметим, что колебательным процессам в системах с гистерезисным типом нелинейности посвящено достаточно много работ, из которых выделим [8, 9].

Постановка задачи

Рассмотрим механическую систему, находящуюся под действием вынуждающей периодической силы при наличии демпфирующего звена. Структурная схема рассматриваемой системы приведена на рис. 1. Механическая система состоит из цилиндра массой M , внутри которого находится груз массой m , прикрепленный к боковой стенке цилиндра посредством пружины с жесткостью k , и демпфирующего звена D ,двигающийся без трения в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложена вынуждающая сила $f(t)$, которая изменяется по гармоническому закону. Без обобщения общности можно считать, что рассматриваемая система обладает одной степенью свободы.

Пусть закон изменения силы $f(t)$, приложенной к цилиндру M , задается следующим соотношением:

$$f(t) = Y\omega^2 \sin(\omega t), \quad (1)$$

где Y — амплитуда, ω — частота воздействия.

Целью настоящей работы является исследование динамики механической системы под действием вынуждающих колебаний (рис. 1) при использовании вязкого демпфера, а также

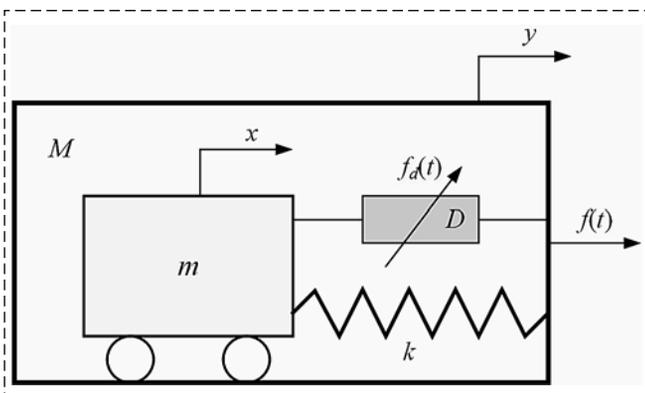


Рис. 1. Исследуемая механическая система
Fig. 1. The considered physical system

демпфера с гистерезисной нелинейностью. В качестве математической модели гистерезиса рассматривается преобразователь Ишлинского, являющийся одним из видов континуальных систем гистерезиса и представляющий собой систему параллельно соединенных нелинейных звеньев типа "упор" [10].

Вязкое демпфирование

Рассмотрим случай вязкого демпфирования, когда "гасящая" сила, приложенная к грузу m (см. рис. 1), определяется следующим образом:

$$f_d(t) = c(1+z)^n \dot{z}, \quad n \geq 0, \quad (2)$$

где c — коэффициент демпфирования; $z = y - x$ — относительное перемещение; n — коэффициент, определяющий закон демпфирования. В случае, когда $n = 0$, D представляет собой линейный вязкий демпфер. Если $n > 0$, имеет место нелинейное демпфирование с нелинейностью n -го порядка [1].

Составим уравнения, описывающие динамику исследуемой системы:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 y}{dt^2} + kz + c(1+z)^n \frac{dz}{dt} = Y\omega^2 \sin(\omega t); \\ M \frac{d^2 x}{dt^2} - kz - c(1+z)^n \frac{dz}{dt} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Исключив из уравнений системы (3) переменные x и y , получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{M+m}{Mm} \left[c(1+z)^n \frac{dz}{dt} + kz \right] = \\ = \frac{Y}{M} \omega^2 \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (4)$$

Так как исследование механической системы с демпфированием удобно проводить в частотной области, а эффективность демпфера в области резонанса и за ее пределами является одним из важных критериев его применимости, обезразмерим переменные таким образом, чтобы перейти к относительной частоте. Пусть

$$\begin{aligned} u = z, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{\mu}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \tau = \omega_0 t, \\ \zeta = \frac{c}{2\omega_0 \mu}, \quad \mu = \frac{Mm}{M+m}, \quad A = \frac{Y}{M}, \end{aligned} \quad (5)$$

где ω_0 — частота резонанса системы.

Перепишем уравнение (5), учитывая проведенную замену:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + 2\zeta(1+u)^n \frac{du}{d\tau} + u = A\Omega^2 \sin(\Omega\tau). \quad (6)$$

Материал Ишлинского

Материалы, используемые для гистерезисного демпфирования, чаще всего представляют собой полимеры (синтетические резины), состав которых надлежащим образом подобран, чтобы обеспечить высокие демпфирующие свойства в определенном диапазоне частот и температур. В процессе демпфирования диссипация энергии происходит внутри самого материала. Этот эффект обусловлен трением между внутренними слоями, которые "текут" или скользят, когда имеет место демпфирование. Когда конструкция с таким типом демпфирования подвергается внешней периодической возбуждающей силе, на диаграмме "напряжение—деформация" появляется петля гистерезиса. Площадь петли определяет потерю энергии в единице объема тела за один цикл вследствие демпфирования.

Рассмотрим подробнее математическую модель гистерезиса, применяемую в данной работе. Носителем гистерезисных нелинейностей обычно является преобразователь W со скалярными входами $u(t)$ и выходами $x(t)$, состояниями которого являются пары $\{u, x\}$, т. е. пары вход—выход. Пусть множеством возможных состояний преобразователя W является полоса $\Omega = \Omega(W)$, расположенная между двумя горизонтальными прямыми Φ_l и Φ_r , как показано на рис. 2.

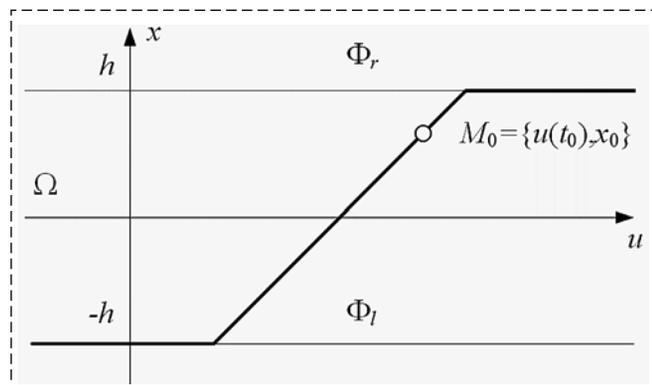


Рис. 2. Характеристика нелинейности типа "упор"
Fig. 2. Action of hysteron-nonlinearity

Если вход $u(t)$ при $t \geq t_0$ непрерывен и монотонен, то определим выход

$$x(t) = W[t_0, x_0]u(t), \quad t \geq t_0, \quad (7)$$

так, чтобы переменное состояние $\{u(t), x(t)\}$ было точкой ломаной, показанной на рис. 2 утолщенной линией; эта ломаная состоит из проходящего через начальное состояние $M_0 = \{u(t_0), x_0\}$ отрезка с угловым коэффициентом 1 и концами на прямых Φ_l и Φ_r и из двух горизонтальных полупрямых. Иначе говоря, при монотонном входе выход определяется равенством

$$x(t) = \begin{cases} \min\{h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, \\ u(t) \text{ не убывает;} \\ \max\{-h, u(t) - u(t_0) + x(t_0)\}, \\ u(t) \text{ не возрастает.} \end{cases} \quad (8)$$

Описанный преобразователь называется упором.

В наиболее распространенных моделях упругопластических волокон их состояния полностью определяются значениями u деформации и x напряжения, а параметр h в этом случае называется пределом текучести материала. Такие волокна можно рассматривать как преобразователи с входом — переменной деформацией и выходом — переменным напряжением. В модели Прандтля напряжение определяется по деформации тем же способом, как в нелинейности "упор", только траектории возможных состояний между граничными горизонтальными прямыми имеют угловой коэффициент E , который может быть отличен от 1 (при малых деформациях волокно считается упругим и E — его модуль упругости).

Рассмотрим преобразователь W , представленный в виде простой схемы без обратных связей из конечного числа гистеронов W^1, \dots, W^N и простейших функциональных звеньев, как показано на рис. 3.

Такие преобразователи W , как правило, недетерминированны. Их состоянием удобно считать не пару вход—выход, а набор $\{u, z_1, \dots, z_N\} \in R^{N+1}$, где u — вход преобразователя, а z_j — выход участвующего в схеме гистерона W^j .

Пусть заданы гистероны W^1, \dots, W^N с областями допустимых состояний $\Omega(W^1), \dots, \Omega(W^N)$ и вход-выходными соответствиями

$$z_j(t) = W^j[t_0, z_j(t_0)]u(t), \quad j = \overline{1, N}. \quad (9)$$

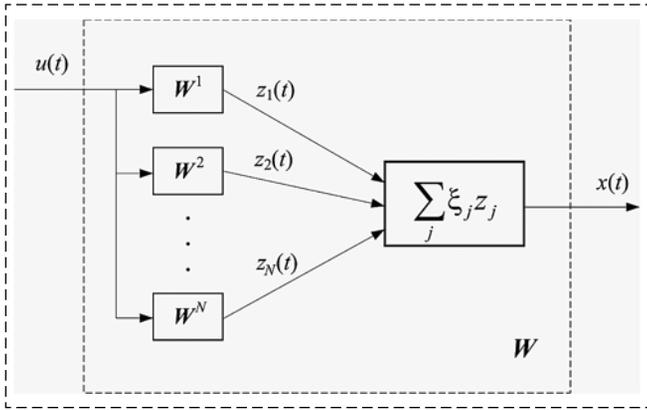


Рис. 3. Параллельное соединение гистеронов
Fig. 3. Parallel connection of hysterons

Положим

$$\Omega(W) = \{ \{u, z_1, \dots, z_N\} : \{u, z_j\} \in \Omega(W^j), u \in R^1 \}. \quad (10)$$

Параллельным соединением с весами ξ_j гистеронов W^j назовем преобразователь W с областью возможных состояний (10), для которого при каждом начальном состоянии

$$q(t_0) = \{u_0, z_0\} = \{u(t_0), z_1(t_0), \dots, z_N(t_0)\} \in \Omega(W) \subset R^{N+1} \quad (11)$$

допустимы все непрерывные скалярные входы $u(t)$ при $t \geq t_0$, удовлетворяющие условию $u(t_0) = u_0$, а выход определяется по входу равенством

$$x(t) = W[t_0, z_0]u(t) = \sum_{j=1}^N \xi_j W^j[t_0, z_j(t_0)]u(t), \quad t \geq t_0. \quad (12)$$

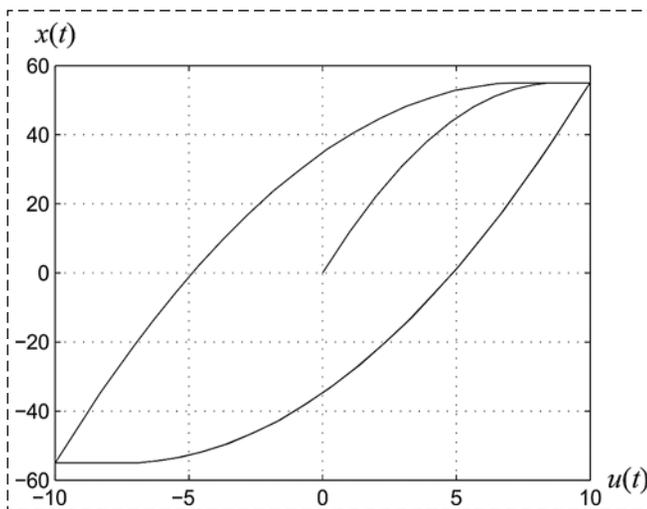


Рис. 4. Диаграмма "напряжение—деформация" материала Ишлинского
Fig. 4. "Stress—strain" diagram for Ishlinsky material

Рассмотренный преобразователь W является одним из видов непрерывных систем гистеронов и называется материалом Ишлинского [10], а схема, приведенная на рис. 3, является его конечномерной аппроксимацией.

Рассмотрим в качестве примера реакцию материала Ишлинского на синусоидальное воздействие. Используем преобразователь W , состоящий из 10 гистеронов ($N = 10$), имеющих следующие параметры: модуль упругости $E = 1$, начальное состояние $W^j[t_0, z_j(t_0)] = 0$, вес $\xi_j = 1$, предел текучести $h = j$, где j — порядковый номер гистерона. Используем входное воздействие вида $u(t) = 12\sin(t)$. Диаграмма "напряжение—деформация" такого преобразователя приведена на рис. 4.

Гистерезисное демпфирование

Рассмотрим случай гистерезисного демпфирования, тогда сила, приложенная к грузу m (см. рис. 1), в относительных величинах (5) определяется следующим образом:

$$f_d(\tau) = W[\tau, z_j(\tau)]u, \quad j = \overline{1, N}, \quad (13)$$

где W — описанный выше преобразователь Ишлинского (см. рис. 3), состояние которого определяется равенством (12).

В этом случае уравнение, описывающее динамику исследуемой механической системы в относительных величинах, будет иметь следующий вид:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + \alpha W[\tau, z_j(\tau)]u + u = A\Omega^2 \sin(\Omega\tau), \quad (14)$$

$$j = \overline{1, N},$$

где коэффициент $\alpha = S/k$; S — площадь сечения демпфирующего материала; k — жесткость пружины.

Основные характеристики

Целью настоящей работы является исследование динамики механической системы с вынуждающими колебаниями в случае использования вязкого демпфера, а также демпфера с гистерезисной нелинейностью. Сравнение указанных типов демпфирующих элементов наиболее репрезентативно может быть пред-

ставлено в терминах передаточных функций [11–13], отражающих эффективность использования рассматриваемого демпфера в области резонанса системы и за ее пределами.

- *Передаточная функция силы*, определяемая отношением силы, приложенной к цилиндру M , и силы, приложенной к грузу m (см. рис. 1), отражает эффективность гашения внешнего воздействия в отношении передачи силы от внешнего источника к грузу. Данная характеристика описывается следующим образом:

$$T_{ff} = \frac{\max_{\tau} \left| m \omega_0^2 \frac{d^2 x}{d\tau^2} \right|}{Y \omega^2}. \quad (15)$$

Из системы (3) и уравнения (6) T_{ff} можно выразить через переменную u :

$$T_{ff} = \max_{\tau} \left| \frac{m}{(M+m)A\Omega^2} [A\Omega^2 \sin(\Omega\tau) - \ddot{u}] \right|. \quad (16)$$

- *Передаточная функция "перемещение—сила"*, определяемая отношением перемещения груза m относительно цилиндра M , и силы, приложенной к цилиндру, отражает эффективность гашения колебаний в отношении способности демпфера уменьшать относительное перемещение груза под воздействием внешних сил. Указанная характеристика выражается следующим образом:

$$T_{fd} = \frac{\max_{\tau} |x(\tau)|}{Y \omega^2}. \quad (17)$$

Из системы (3) и уравнения (6) можно найти T_{fd} как функцию от u в следующем виде:

$$T_{fd} = \max_{\tau} \left| \frac{A \sin(\Omega\tau) + u}{(M+m)A\Omega^2 \omega_0^2} \right|. \quad (18)$$

В процессе компьютерного моделирования используем эти характеристики для сравнения линейного вязкого, нелинейного вязкого и гистерезисного демпферов колебаний.

Результаты компьютерного моделирования

Выполним компьютерное моделирование динамики исследуемой механической системы. Построим график передаточной функции силы (15) и функции "перемещение—сила" (17) для

случая вязкого демпфирования с параметром $n = \{0, 2, 4\}$ и гистерезисного демпфирования.

В качестве гистерезисного демпфера используем материал Ишлинского W , состоящий из 500 гистеронов ($N = 500$), имеющих следующие параметры: модуль упругости $E = 10^5$, начальное состояние $W_j[t_0, z_j(t_0)] = 0$, вес $\xi_j = 1$, предел текучести $h = 0,1j$, где j — порядковый номер гистерона, параметр материала $\alpha = 10^{-4}$ (14).

Характеристики механической системы: $M = 1$, $m = 1$, $\zeta = 0,8$, $\omega_0 = 10$, внешнее воздействие с параметрами $A = 1$, $\omega = 0, \dots, 30$ (с шагом 0,2).

Результаты моделирования приведены на рис. 5 и 6.

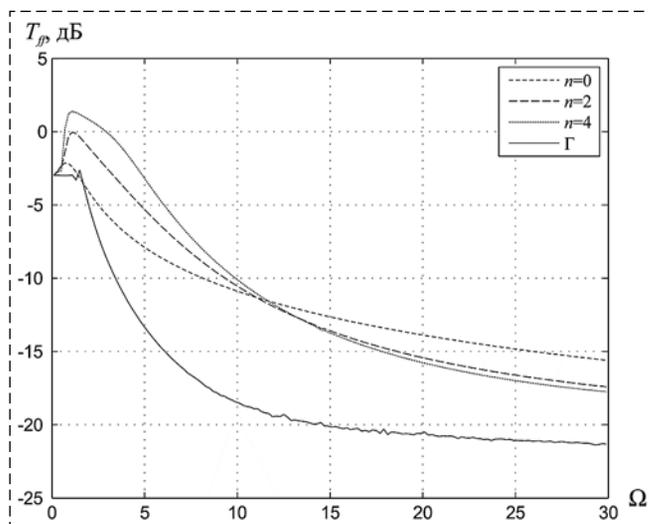


Рис. 5. Передаточная функция силы
Fig. 5. Force transmission function

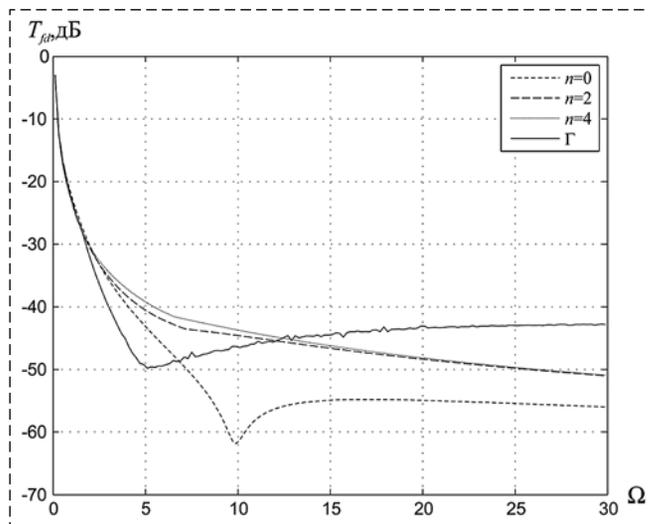


Рис. 6. Передаточная функция "перемещение—сила"
Fig. 6. "Force—displacement" transmission function

Построим фазовые траектории динамики исследуемой системы. В качестве координат фазовой плоскости возьмем мгновенные значения перемещения груза внутри цилиндра $x(\tau)$ и его относительную скорость $\dot{x}(\tau)$. Фазовые траектории приведены на рис. 7–10.

Результаты численного моделирования демонстрируют, что линейный вязкий демпфер имеет высокую эффективность за область резонанса системы и низкую вблизи резонанса. Следует отметить, что увеличением коэффициента ζ можно добиться улучшения эффективности демпфирования в области резонанса, однако в этом случае характеристики линейного демпфера за пределами области резонанса значительно ухудшаются.

Решением указанной проблемы может стать использование нелинейного вязкого демпфера. Такой демпфер имеет лучшие характеристики в области резонанса и незначительно хуже за ее пределами в сравнении с линейным вязким демпфером. Также увеличение коэффициента ζ ведет к увеличению эффективности демпфирования в области резонанса и ухудшению за ее пределами, однако, в отличие от линейного вязкого демпфера, влияние коэффициента проявляется нелинейно, и при значительном улучшении характеристик в области резонанса ухудшение за ее пределами не столь значительно.

В случае использования демпфера на основе материала Ишлинского возможно добиться еще большей эффективности демпфирования. Подбором параметров материала можно добиться значительного увеличения эффективности демпфирования в области резонанса при незначительном ее ухудшении вне

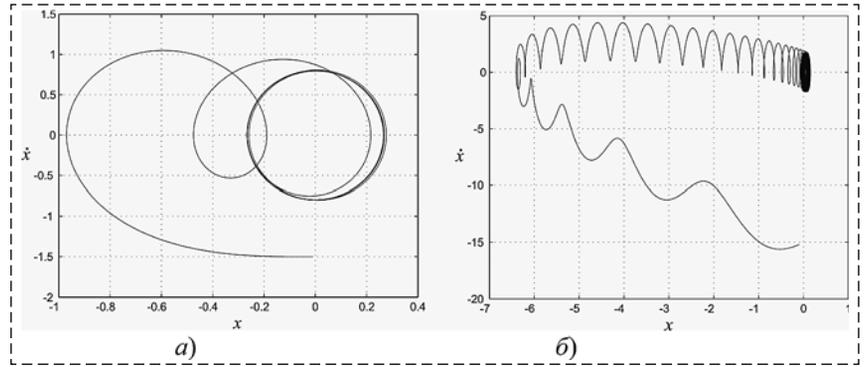


Рис. 7. Фазовый портрет линейного демпфера при $n = 0$, $\Omega = 3$ (а), $\Omega = 30$ (б)
Fig. 7. Phase portraits of the system in the case of linear viscous damper ($n = 0$) at $\Omega = 3$ (а) and $\Omega = 30$ (б)

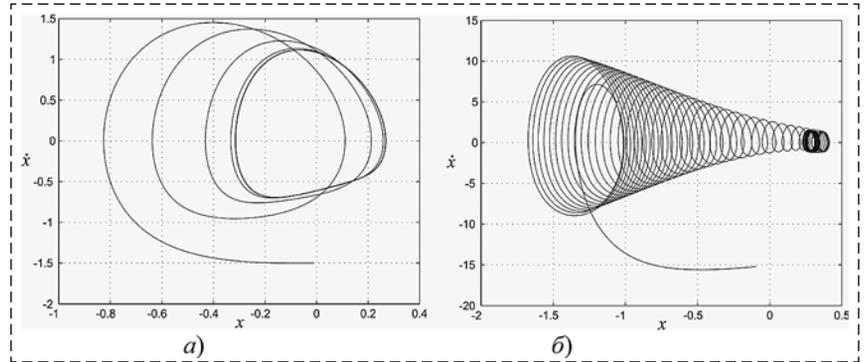


Рис. 8. Фазовый портрет нелинейного демпфера при $n = 2$, $\Omega = 3$ (а), $\Omega = 30$ (б)
Fig. 8. Phase portraits of the system in the case of linear viscous damper ($n = 2$) at $\Omega = 3$ (а) and $\Omega = 30$ (б)

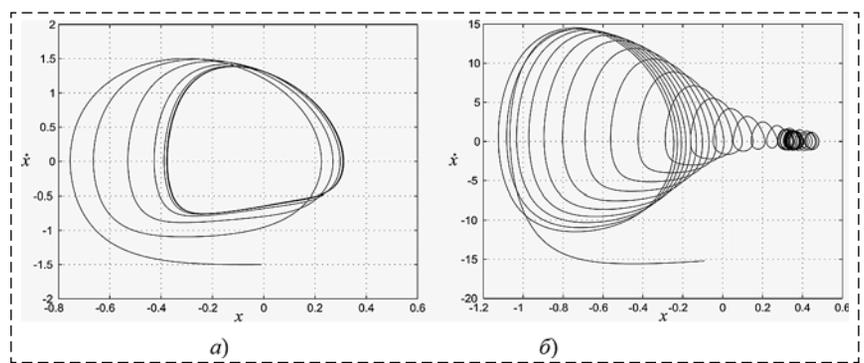


Рис. 9. Фазовый портрет линейного демпфера при $n = 4$, $\Omega = 3$ (а), $\Omega = 30$ (б)
Fig. 9. Phase portraits of the system in the case of linear viscous damper ($n = 4$) at $\Omega = 3$ (а) and $\Omega = 30$ (б)

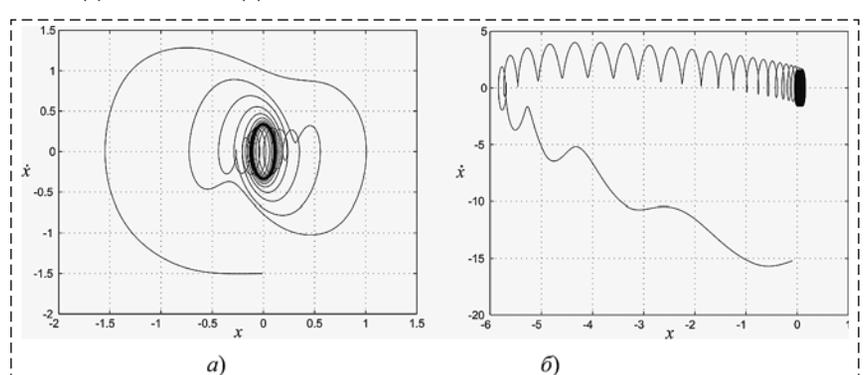


Рис. 10. Фазовый портрет гистерезисного демпфера при $\Omega = 3$ (а), $\Omega = 30$ (б)
Fig. 10. Phase portraits of the system in the case of hysteretic damper at $\Omega = 3$ (а) and $\Omega = 30$ (б)

данной области. На характеристики демпфера оказывают влияние следующие параметры: коэффициент α , число упоров N , а также тип распределения весов гистерезисов ξ .

Заключение

В работе проведено исследование динамики линейного вязкого, нелинейного вязкого и гистерезисного демпферов колебаний. Динамика изучаемой системы проиллюстрирована с помощью компьютерного моделирования, в процессе которого было показано, что гистерезисный вибрационный демпфер на основе материала Ишлинского имеет ряд важных преимуществ по сравнению с демпферами, построенными на основе вязкого трения.

Список литературы

1. Qibao Lv, Zhiyuan Yao. Analysis of the effects of nonlinear viscous damping on vibration isolator // *Nonlinear Dynamics*. 2014. 79 (4). P. 2325–2332.
2. Milovanovic Z., Kovacic I., Branam M. J. On the displacement transmissibility of a base excited viscously damped nonlinear vibration isolator // *Nonlinear Dynamics. J. Vib. Acoust.* 2009. 131 (5). P. 054502–054507.
3. Peng Z. K., Meng G., Lang Z. Q., Zhang W. M., Chu F. L. Study of the effects of cubic nonlinear damping on vibration isolations using harmonic balance method // *Int. J. Nonlinear Mech.* 2012. 47(10). P.1073–1080.
4. Rigaud E., Perret-Liaudet J. Experiments and numerical results on non-linear vibrations of an impacting Hertzian con-

tact. Part I: harmonic excitation // *J. Sound Vib.* 2003. 265(2). P. 289–307.

5. Solovyov A. M., Semenov M. E., Meleshenko P. A., Barsukov A. I. Bouc-Wen model of hysteretic damping // *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 201. P. 549–555. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.605.

6. Semenov M. E., Solovyov A. M., Rukavitsyn A. G., Gorlov V. A., Meleshenko P. A. Hysteretic damper based on the Ishlinsky-Prandtl model // *MATEC Web of Conferences*. 3rd International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis (CSNDD 2016), Marrakech, Morocco, May 2016. Vol. 83. DOI: 10.1051/mateconf/20168301008.

7. Semenov M. E., Solovyov A. M., Meleshenko P. A., Balthazar J. M. Nonlinear Damping: From Viscous to Hysteretic Dampers // *Proceedings in Physics*. Vol. 199. Recent Trends in Applied Nonlinear Mechanics and Physics. Springer. P. 259–275. DOI: 10.1007/978-3-319-63937-6_15.

8. Radons G., Zienert A. Nonlinear dynamics of complex hysteretic systems: Oscillator in a magnetic field // *The European Physical Journal Special Topics*. 2013. 222 (7). P. 1675–1684.

9. Семенов М. Е., Матвеев М. Г., Лебедев Г. Н., Соловьев А. М. Стабилизация обратного гибкого маятника с гистерезисными свойствами // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2017. № 8. С. 516–525.

10. Красносельский М. А., Покровский А. В. Системы с гистерезисом. М.: Наука, 1983.

11. Luongo A., D’Annibale F. Linear and Nonlinear Damping Effects on the Stability of the Ziegler Column // *Springer Proceedings in Physics*. SPPHY. 2015. Vol. 168. Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis. P. 335–352. DOI: 10.1007/978-3-319-19851-4_16.

12. Luongo A., D’Annibale F. Nonlinear hysteretic damping effects on the post-critical behavior of the visco-elastic Beck’s beam // *Mathematics and Mechanics of Solids*. 2016. Vol. 22, Iss. 6. P. 1347–1365. DOI: 10.1177/1081286516632381.

13. Sandu C., Southward S., Richards R. Comparison of Linear, Nonlinear, Hysteretic, and Probabilistic Models for Magnetorheological Fluid Dampers // *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. 2010. Vol. 132, Iss. 6. Model Validation and Identification. DOI: 10.1115/1.4002480.

Dynamics of a Damping Device Based on Ishlinsky Material

M. E. Semenov, mk1150@mail.ru, M. G. Matveev, mgmatveev@yandex.ru,
P. A. Meleshenko, melechp@yandex.ru, A. M. Solovyov, darkzite@yandex.ru
Voronezh State University, 394006, Voronezh, Russian Federation

Corresponding author: Semenov M. E., Professor of the Digital Technologies Department, Voronezh State University, 394006, Voronezh Russian Federation, e-mail: bobtsov@mail.ru

Accepted on October 29, 2018

Abstract

In present paper we consider the damping properties of the oscillating system with hysteretic nature. The mathematical model of considered system is based on the operator approach for the hysteretic nonlinearity on the example of Ishlinsky material. Such a converter is a continual analogue of the set of stops connected in parallel. In the frame of the paper we compare the various approaches to modeling of damping systems. Namely, together with the hysteretic damper we consider the so-called nonlinear viscous damper which is a generalization of a standard linear damper with dependence on the velocity. The mathematical model of the considered system is formulated in terms of second order ordinary differential equation with hysteretic nonlinearity (namely, the operator-type nonlinearity). In comparison with the phenomenological models of hysteresis (such as Bouc-Wen model) that are often used in the modeling, the Ishlinsky model allows to "feel" the hysteretic nature of the material on the physical level. The major result of the presented paper is the comparison both the hysteretic and viscous (including the linear and nonlinear cases) dampers. Such a comparison is made in terms of transmission functions that reflect the "efficiency" of suppression of the external perturbations by the force transmission from an external

source to the load. The results of numerical simulations showed the high efficiency of hysteretic damper both in and outside the resonance region (at the same time it is well known that the linear viscous damper has a weak efficiency outside the resonance region). The disadvantage of the hysteretic damper lies in the fact that its ability to dump the relative motion of the system under external forces is insignificantly reduced outside the resonance region.

Keywords: hysteresis, Ishlinsky material, viscous damping, hysteretic damping.

Acknowledgements: This article was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research (project no. 16-08-00312, no. 17-01-00251).

For citation:

Semenov M. E., Matveev M. G., Meleshenko P. A., Solovyov A. M. Dynamics of a Damping Device Based on Ishlinsky Material, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 2, pp. 106–113.

DOI: 10.17587/mau.20.106-113

References

1. Qibao Lv, Zhiyuan Yao. Analysis of the effects of nonlinear damping on vibration isolator, *Nonlinear Dynamics*, 2014, 79 (4), pp. 2325–2332.
2. Milovanovic Z., Kovacic I., Branam M. J. On the displacement transmissibility of a base excited viscously damped nonlinear vibration isolator, *Nonlinear Dynamics. J. Vib. Acoust.*, 2009, 131 (5), pp. 054502–054507.
3. Peng Z. K., Meng G., Lang Z. Q., Zhang W. M., Chu F. L. Study of the effects of cubic nonlinear damping on vibration isolations using harmonic balance method, *Int. J. Non-Linear Mech.* 2012, 47(10), pp. 1073–1080.
4. Rigaud E., Perret-Liaudet J. Experiments and numerical results on non-linear vibrations of an impacting Hertzian contact. Part 1: harmonic excitation, *J. Sound Vib.*, 2003, 265(2), pp. 289–307.
5. Solovyov A. M., Semenov M. E., Meleshenko P. A., Barsukov A. I. Bouc-Wen model of hysteretic damping, *Procedia Engineering*, 2017, vol. 201, pp. 549–555. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.605.

6. Semenov M. E., Solovyov A. M., Rukavitsyn A. G., Gorlov V. A., Meleshenko P. A. Hysteretic damper based on the Ishlinsky-Prandtl model, *MATEC Web of Conferences. 3rd International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis (CSNDD 2016)*, Marrakech, Morocco, May 2016, vol. 83. DOI: 10.1051/mateconf/20168301008.

7. Semenov M. E., Solovyov A. M., Meleshenko P. A., Balthazar J. M. Nonlinear Damping: From Viscous to Hysteretic Dampers, *Proceedings in Physics*, vol. 199, Recent Trends in Applied Nonlinear Mechanics and Physics. Springer, pp 259–275. DOI: 10.1007/978-3-319-63937-6_15.

8. Radons G., Zienert A. Nonlinear dynamics of complex hysteretic systems: Oscillator in a magnetic field, *The European Physical Journal Special Topics*, 2013, 222 (7), pp. 1675–1684.

9. Semenov M. E., Matveev M. G., Lebedev G. N., Solovyov A. M. Stabilization of a Flexible Inverted Pendulum with the Hysteretic Properties, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 8, pp. 516–525 (in Russian).

10. Krasnosel'skij M. A., Pokrovskij A. V. *Sistemy s gisterezisom* (Systems with hysteresis), Moscow, Nauka, 1983 (in Russian).

11. Luongo A., D'Annibale F. Linear and Nonlinear Damping Effects on the Stability of the Ziegler Column, *Springer Proceedings in Physics. SPPHY*, 2015, vol. 168, Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis, pp. 335–352. DOI: 10.1007/978-3-319-19851-4_16.

12. Luongo A., D'Annibale F. Nonlinear hysteretic damping effects on the post-critical behavior of the visco-elastic Beck's beam, *Mathematics and Mechanics of Solids*, 2016, vol. 22, iss. 6, pp. 1347–1365. DOI: 10.1177/1081286516632381.

13. Sandu C., Southward S., Richards R. Comparison of Linear, Nonlinear, Hysteretic, and Probabilistic Models for Magnetorheological Fluid Dampers, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2010, vol. 132, iss. 6, Model Validation and Identification. DOI: 10.1115/1.4002480.

3–7 июня 2019 года, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Санкт-Петербург, Россия

21–25 октября 2019 года, Белорусский национальный технический университет (БНТУ), Минск, Беларусь

30 октября — 1 ноября 2019 года, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия

XXXII Международная научная конференция

"МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ — ММТТ-32"

1. Качественные и численные методы исследования дифференциальных и интегральных уравнений.
 2. Оптимизация, автоматизация и оптимальное управление технологическими процессами.
 3. Математическое моделирование технологических и социальных процессов.
 4. Математическое моделирование и оптимизация в задачах САПР, аддитивных технологий.
 5. Математические методы в задачах радиотехники, радиоэлектроники и телекоммуникаций, геоинформатики, авионики и космонавтики.
 6. Математические методы и интеллектуальные системы в робототехнике и мехатронике.
 7. Математические методы в медицине, биотехнологии и экологии.
 8. Математические методы в экономике и гуманитарных науках.
 9. Информационные и интеллектуальные технологии в технике и образовании.
 10. Математические и инструментальные методы технологий Индустрии 4.0.
 11. Обсуждение квалификационных работ.
- Школа молодых ученых — ШМУ. Конкурс УМНИК.

Подробная информация о конференции и условиях участия в ней размещена на сайте <http://mmtt.sstu.ru/>