

А. Б. Бушуев, канд. техн. наук, доц., abbushuev@corp.ifmo.ru,
В. В. Григорьев, д-р техн. наук, проф., vvgrigorev@corp.ifmo.ru,
В. А. Петров, аспирант, vapetrov@corp.ifmo.ru
Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург

Синтез позитивных нелинейных систем на основе методов оптимального управления

Рассматривается нелинейная позитивная система управления движением автономного интеллектуального агента. Целью данной работы является синтез закона управления, обеспечивающего заданную степень экспоненциальной устойчивости в замкнутой позитивной системе на основе уравнений Лотки—Вольтерры. При синтезе системы используются методы теории оптимального управления для обеспечения устойчивости. Асимптотическая устойчивость достигается за счет решения уравнения Риккати и использования полученных коэффициентов в предложенной модели. Представлены результаты расчета и моделирования предложенной модели. Результаты моделирования соответствуют требуемым показателям качества, система управления обладает заданной степенью экспоненциальной устойчивости и требуемой переходной характеристикой, что позволяет использовать предложенную модель в наземных мобильных роботах, беспилотных летательных аппаратах, автономных подводных аппаратах и других роботах при поиске на большой площади.

Ключевые слова: нелинейная САУ, случайное движение, интеллектуальный агент, оптимальное управление, уравнение Риккати, модель Лотки—Вольтерры, устойчивость, моделирование

Введение

Существует множество алгоритмов и способов управления автономными интеллектуальными агентами, такими как мобильные роботы и беспилотные летательные аппараты (БПЛА). Интеллектуальные агенты способны к самостоятельному принятию решений для достижения поставленной цели, например, при поиске опасных для человека объектов, находящихся на большой территории, и др. [1—4] При создании подобных систем используются различные биологические алгоритмы, такие как хемотаксис [5—7], скопление в группы и поиск пищи [8—12], развитие популяций или взаимодействие видов, например, модель "хищник—жертва" [13—19]. В работах [14—18] рассмотрен биологический алгоритм формирования целевых углов поворота агента, основанный на модели взаимодействия популяций Лотки—Вольтерры, для достижения источника запаха или радиоактивного излучения. В биологическом алгоритме в качестве видов, которые взаимодействуют, представлены тенденции развития углов поворота налево и направо. Алгоритм имитирует процесс принятия решения живого организма. По этому алгоритму агент, в зависимости от преобладающего из двух видов, осуществляет поворот налево или направо. Таким образом агент управляет собственными движениями для

достижения поставленной цели. При подобном управлении устойчивость системы автоматического управления является важным критерием качества, которое необходимо обеспечить. В нашей работе для обеспечения заданной степени экспоненциальной устойчивости предлагается в модели формирования поворотов интеллектуального агента использовать методы теории оптимального управления [20—23].

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейный непрерывный позитивный стационарный объект управления (ОУ) с уравнением движения

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{F}(\mathbf{x}(t))u(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}$ — n -мерный вектор состояния ОУ; u — скалярное управляющее воздействие; $\mathbf{A}$ — квадратная матрица линейной части с постоянными коэффициентами размерности $n \times n$; $\mathbf{B}$ — матрица входов размерности $n \times 1$. Нелинейная функция $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ допускает представление в виде $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{I} + \mathbf{x}^T \mathbf{F}_0 \mathbf{x}$, где $\mathbf{F}_0$ — матрица размерности $n \times n$, по крайней мере, положительно полуопределенная, причем начальные условия, порождающие процессы объекта управления, все положительно $x_i(0) > 0$, где x_i — компоненты вектора состояния при $i = \overline{1, n}$.

Поставим задачу — синтезировать управление в виде линейных и квадратичных стационарных обратных связей (ЛКСОС) $u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^T(t)\mathbf{K}^T\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$, обеспечивающих в замкнутой системе заданную степень экспоненциальной устойчивости α при ограничении $\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \geq 0$, где $\mathbf{K}$ — матрица ЛКСОС размерности $1 \times n$, элементы которой определяют коэффициенты обратных связей по соответствующим переменным вектора состояний $\mathbf{x}(t)$. Параметр α позволяет проводить оценку времени переходных процессов $t_n \approx \frac{3}{\alpha}$.

Метод синтеза системы

Рассмотрим линейный объект управления с уравнением движения

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t). \quad (2)$$

В работе [20] показано, что если для ОУ (2) выбрать закон управления в виде

$$u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) - \text{sign}\mathbf{K}\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)\mathbf{K}^T\mathbf{K}\mathbf{x}(t), \quad (3)$$

то в замкнутой системе

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x}(t) - \\ &- \mathbf{B}\text{sign}\mathbf{K}\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)\mathbf{K}^T\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

обеспечивается экспоненциальная устойчивость со степенью сходимости α , если матрица $\mathbf{K}$ получена в результате решения нелинейного матричного уравнения Риккати

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \nu\mathbf{K}^T\mathbf{R}\mathbf{K} + 2\alpha\mathbf{P} = -\mathbf{Q}; \quad (5)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}. \quad (6)$$

В уравнениях (5), (6) $\mathbf{P}$ — симметрическая положительно определенная квадратная матрица размерности $n \times n$; $\mathbf{Q}$ — симметрическая матрица штрафов на вектор состояния ОУ размерности $n \times n$, по крайней мере, положительно полуопределенная; $\mathbf{R}$ — ненулевой скаляр, определяющий штраф на управление; ν — параметр, принимающий значения в пределах от 0 до 2. При $\nu = 2$ уравнение Риккати позволяет решать задачу нахождения оптимального управления, соответствующего принципу оптимальности по принуждению [24].

Будем рассматривать позитивные [25] системы с матрицей ЛКСОС, такой что $\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \geq 0$, у которых координаты вектора $x_i(t) \geq 0$, а матрица $\mathbf{K}$ имеет положительные коэффициенты. Тогда знаковую функцию в соотношении (4) можно опустить.

Из результатов анализа поведения позитивной замкнутой системы [25] можно сделать

вывод, что объект управления (1) с законом управления (4) будет экспоненциально устойчивым при условии, если матрица

$$\mathbf{F}_0 - \mathbf{K}^T\mathbf{K} \quad (7)$$

положительно полуопределенная, а в случае невыполнения условия (7) система будет экспоненциально устойчивой в области $\mathbf{x} \in D$, ограниченной гиперплоскостью

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = 1 \quad (8)$$

при значениях $x_i \geq 0$ при $i = \overline{1, n}$.

Пример синтеза системы

Для примера рассмотрим систему уравнений развития популяций, относящихся к типу уравнений Лотки—Вольтерры [26]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= c_1x_1(t)x_2(t) - c_2x_1(t); \\ \dot{x}_2(t) &= c_1x_1(t)x_2(t) - c_3x_2(t), \end{aligned} \quad (9)$$

где $x_1(t) \geq 0$ и $x_2(t) \geq 0$ — соответственно число особей мужского и женского пола в популяции; c_1 — коэффициент рождаемости; c_2 и c_3 — коэффициенты смертности. Если одна из координат становится равной нулю, например $x_1(t) = 0$, то развитие $x_1(t)$ прекращается, поскольку правая часть первого уравнения (9) будет равна нулю. Другая координата $x_2(t)$ в этом случае будет экспоненциально затухать при $c_3 > 0$.

Пусть $x_1(t)$ и $x_2(t)$ образуют координаты вектора состояния $\mathbf{x}(t)$. Запишем систему уравнений (9) в форме уравнения (1):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c_2 & 0 \\ 0 & -c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0,5c_1 \\ 0,5c_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}; \quad (10) \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -c_2 & 0 \\ 0 & -c_3 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5c_1 \\ 0,5c_1 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Решаем уравнение Риккати (5), (6) с матрицами (10) при следующих значениях заданных параметров: $R = 1$, $\nu = 2$, $\alpha = 0,2$, $c_2 = 0,3$, $c_3 = 0,25$, $\mathbf{Q} = -\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ и начальных приближениях $k_1 = k_2 = 1$ и для матрицы $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2,3 \end{bmatrix}$. Кроме уравнения (5), (6), заданы, по критерию Сильвестра [27], условия положительной определенности $\det \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} > 0$, $p_{11} > 0$ и симметричности $p_{12} = p_{21}$ матрицы $\mathbf{P}$. Решением явля-

ется следующая матрица: $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 3,289 & -2,13 \\ -2,13 & 2,883 \end{bmatrix}$, матрица $\mathbf{K}$ ЛКСОС находится по уравнению (6) $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} = [1,159 \quad 0,753]$.

Моделирование системы

Результаты моделирования представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 приведены графики собственного движения ($u(t) = 0$) объекта (10) с ненулевыми начальными условиями $x_1(0) = 5$, $x_2(0) = 3$. Видно, что объект неустойчив. На рис. 2 приведены графики движения объекта, замкнутого ЛКСОС с рассчитанной матрицей $\mathbf{K}$. Замкнутая система устойчива, координаты сходятся к установившимся значениям $x_1(t) = 0$, $x_2(t) = 0$. Вторая координата $x_2(t)$ в ходе переходного процесса принимает отрицательное значение, т.е. система относится к классу систем, более широких, чем позитивные, а именно, для которых выполняется условие неотрицательности линейной части управления $\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \geq 0$.

График на рис. 3 показывает, что это условие выполняется.

На рис. 4 приведены графики переходного процесса с нулевых начальных условий при подаче на оба входа единичного ступенчатого воздействия $u(t) = 1(t)$. Время переходного процесса не превышает 15 с, что коррелирует с заданной при синтезе обратных связей степенью устойчивости $\alpha = 0,2$.

На рис. 5 представлены графики изменения координат замкнутого объекта с ограничениями $\mathbf{x}(t) \geq 0$. Видно, что при достижении одной из координат $x_2(t) = 0$ другая координата $x_1(t)$ затухает по экспоненте. Развитие популяции прекращается.

Популяционные уравнения используются в системах управления мобильными роботами и квадрокоптерами [17, 18], в которых координатами являются углы поворота робота вправо-влево, а для квадрокоптера добавляются повороты вверх-вниз.

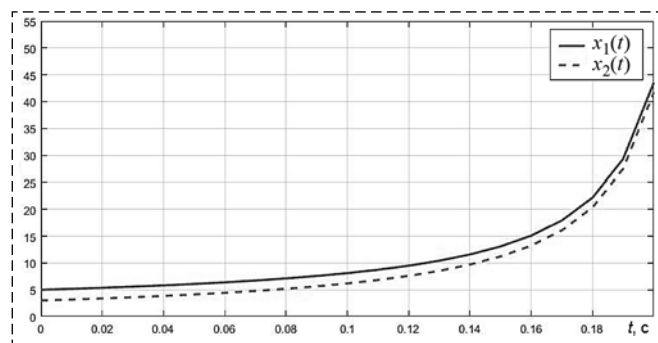


Рис. 1. Графики собственного движения разомкнутого объекта
Fig. 1. The diagram of the dynamics of population change with $u(t) = 0$

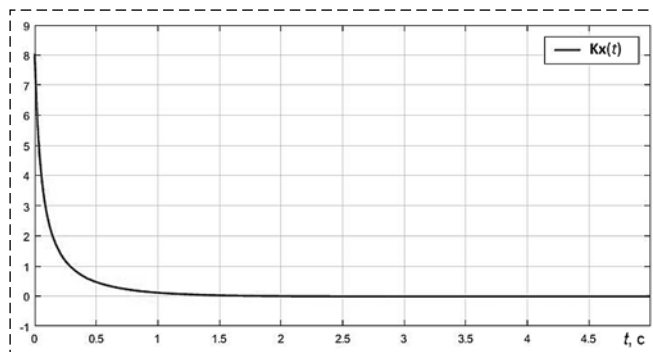


Рис. 2. Графики движения объекта, замкнутого ЛКСОС
Fig. 2. The diagram of the dynamics of population change with linear-quadratic time-invariant feedback

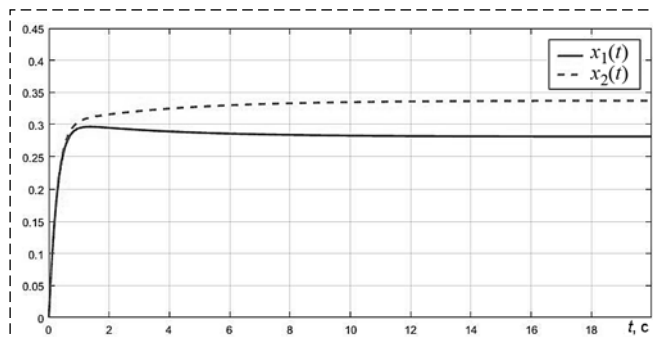


Рис. 3. График изменения функции $\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$
Fig. 3. The diagram of the changing function $\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$

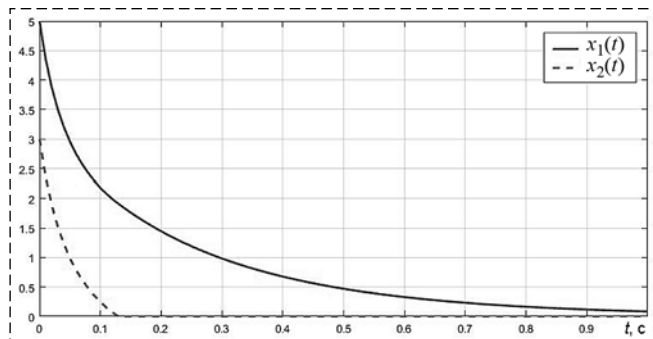


Рис. 4. Графики переходного процесса при $u(t) = 1(t)$ на оба входа
Fig. 4. The diagram of the transient responses with $u(t) = 1(t)$

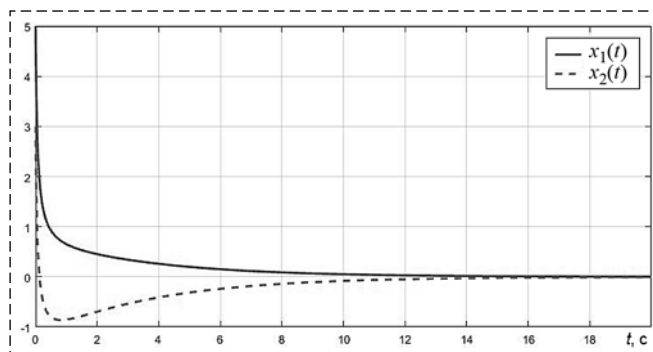


Рис. 5. Графики развития популяции
Fig. 5. The diagram of the dynamics of population change with $\mathbf{x}(t) \geq 0$

Закключение

В данной работе рассматривается использование методов теории оптимального управления при синтезе системы автоматического управления роботизированным интеллектуальным агентом. Вычислены коэффициенты системы с использованием уравнения Риккати. Проведено моделирование системы, результаты которого показали, что синтезированная система экспоненциально устойчива и может быть применена в наземных мобильных роботах и квадрокоптере.

Список литературы

1. Oyekan J., Hu H. Biologically-inspired behaviour based robotics for making invisible pollution visible: a survey // *Advanced Robotics*. 2014. Vol. 28, N. 5. P. 271–288.
2. Mair E., Augustine M., Jäger B., Stelzer A., Brand C., Burschka D., Suppa M. A biologically inspired navigation concept based on the Landmark-Tree map for efficient long-distance robot navigation // *Advanced Robotics*. 2014. Vol. 28, N. 5. P. 289–302.
3. Augustine M., Mair E., Stelzer A., Ortmeier F., Burschka D., Suppa M. Landmark-tree map: a biologically inspired topological map for long-distance robot navigation // *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. 2012. P. 128–135.
4. Jäger B., Mair E., Brand C., Stürzl W., Suppa M. Efficient navigation based on the landmark-tree map and the zinf algorithm using an omnidirectional camera // *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. 2013. Tokyo, Japan.
5. Muller S. D., Marchetto J., Airaghi S., Koumoutsakos P. Optimization based on bacterial chemotaxis // *IEEE Trans. Evol. Comput.* 2002;6:16–29.
6. Dhariwal A., Sukhatme G. S., Requicha A. A. G. Bacterium inspired robots for environmental monitoring. Vol. 2 // *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, LA, USA; 2004. p. 1436–1443.
7. Passino K. M. Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control // *IEEE Control Syst. Mag.* 2002;22:52–67.
8. Bernardine Dias M., Zinck M., Zlot R., Stentz A. Robust multirobot coordination in dynamic environments // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2004. Vol. 4. New Orleans, LA, USA. P. 3435–3442.
9. Gu D., Hu H. Using fuzzy logic to design separation function in flocking algorithms // *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 2008;16:826–838.
10. Tanner H. G., Jadbabaie A., Pappas G. J. Flocking in fixed and switching networks // *IEEE Trans. Autom. Control*. 2007;52:863–868.
11. Gazi V., Passino K. M. Stability analysis of social foraging swarms. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part B*. 2004;34:539–557.
12. Cortes J., Martinez S., Karatas T., Bullo F. Coverage control for mobile sensing networks // *IEEE Trans. Robot. Autom.* 2004;20:243–255.
13. Murray J. D. *Mathematical Biology I: An Introduction*. (3rd edition), Springer, 2002. 584 p.
14. Бушуев А. Б., Воробьев В. С., Непомнящих В. А., Сергеев А. И. Алгоритмы управления совместным поведением интеллектуальных агентов в пространстве // *Материалы 9-й Российской конференции "Информационные технологии в управлении (ИТУ-2016)*. СПб.: АО "Концерн "ЦНИИ "Электрон", 2016. С. 311–316.
15. Непомнящих В. А. Модели автономного поискового поведения // *От моделей поведения к искусственному интеллекту / Коллективная монография под общ. ред. Редько В. Г. М.: УРСС, 2006. С. 200–242.*
16. Бушуев А. Б., Воробьев В. С., Томашевич С. П., Мансурова О. К., Кульчицкий А. А. Поведение агента, заданное логистическим отображением // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2015. Т. 58, № 8. С. 600–605.
17. Bushuev A. B., Grigoriev V. V., Petrov V. A. Biological algorithms of control of a flying robot // *IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies" (IT&QM&IS)*. 2017. P. 364–369.
18. Бушуев А. Б., Петров В. А., Литвинов Ю. В., Мансурова О. К. Биологический алгоритм управления поисковыми движениями инерционного агента // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2017. Т. 60, № 9. С. 912–917.
19. Бушуев А. Б., Мансурова О. К. Синтез управлений в двумерной системе с гладкими нелинейностями // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2013. Т. 56, № 4. С. 38–41.
20. Быстров С. В., Григорьев В. В., Першин И. М., Мансурова О. К. Синтез линейно-квадратичных законов управления для непрерывных динамических объектов // *Международный научно-исследовательский журнал*. 2017. № 2–3(56). С. 97–100.
21. Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М. Синтез полиномиальных законов управления для непрерывных динамических объектов // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2017. Т. 60, № 5. С. 398–403.
22. Бобцов А. А., Быстров С. В., Григорьев В. В., Дудров П. В., Козис Д. В., Костина О. В., Мансурова О. К. Построение областей допустимых изменений параметров гарантированного качества процессов динамических систем // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2006. № 10. С. 2–5.
23. Bystrov S. V., Grigoriev V. V. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems and range estimation of parameter acceptable changes // *Universal Journal of Control and Automation*. 2013. Vol. 1, N. 1. P. 15–18.
24. Фурасов В. Д. Устойчивость движения, оценки и стабилизация. М.: Наука, 1977. 247 с.
25. Григорьев В. В., Бойков В. И., Быстров С. В., Рябов А. И., Мансурова О. К. Исследование процессов позитивных систем на основе качественной экспоненциальной устойчивости // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2013. Т. 56, № 4. С. 15–19.
26. Марри Д. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии: Лекции о моделях: Пер. с англ. / Под ред. А. Д. Мышкиса. М.: Мир, 1983. 397 с.
27. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Физматлит, 2007. 308 с.

Positive Nonlinear Systems Synthesis Based on Optimal Control Methods

A. B. Bushuev, abbushuev@corp.ifmo.ru, V. V. Grigoriev, vvgrigorev@corp.ifmo.ru,

V. A. Petrov, vapetrov@corp.ifmo.ru

ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: Petrov Vadim A., Post-Graduate Student,
ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation,
e-mail: vapetrov@corp.ifmo.ru

Accepted on November 16, 2018

Abstract

This paper considers a nonlinear positive control system of autonomous intellectual agent's motions. Single or multiple intellectual agents are capable of independent decision-making to achieve an odor source or radioactive source. Various biologically inspired behaviour-based approaches, such as chemotaxis, the moth inspired casting algorithm, flocking behavior and foraging, population development or species interaction are used for creation of control system of an intellectual agent. The agent is a tracking system, for example, unmanned aerial vehicle or a multicopter. The intellectual agent searches hazardous pollutants in dangerous environments. The task of a flying robot is to find the source of invisible pollutions. The aim of this work is to synthesize the control law, that provides a predetermined degree of exponential stability in a closed-loop positive system based on Lotka—Volterra equations. The methods of optimal control theory are used in the synthesis of the system. Asymptotic stability is achieved by solving the Riccati equation. The stability of the control system is an important criterion of quality to be ensured. Therefore, the intellectual agent is able to control the movements to the right and to the left, reaching the source. With the model proposed we provide the simulation and experimental results, which correspond to the quality metrics required. In this work, the control system has a given degree of exponential stability and the transient response, which confirms the possibility of using the model proposed in terrestrial mobile robots, unmanned aerial vehicles, autonomous underwater vehicles and other robots in searching a large area.

Keywords: nonlinear control system, random search, intellectual agent, optimal control, Riccati equation, Lotka—Volterra equations, stability, simulation

For citation:

Bushuev A. B., Grigoriev V. V., Petrov V. A. Positive Nonlinear Systems Synthesis Based on Optimal Control Methods, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 2, pp. 67—71.

DOI: 10.17587/mau.20.67-71

References

1. Oyekan J., Hu H. Biologically-inspired behaviour based robotics for making invisible pollution visible: a survey, *Advanced Robotics*, vol. 28, no. 5, 2014, pp. 271—288.
2. Mair E., Augustine M., Jäger B., Stelzer A., Brand C., Burschka D., Suppa M. A biologically inspired navigation concept based on the Land-mark-Tree map for efficient long-distance robot navigation, *Advanced Robotics*, vol. 28, no. 5, 2014, pp. 289—302.
3. Augustine M., Mair E., Stelzer A., Ortmeier F., Burschka D., Suppa M. Landmark-tree map: a biologically inspired topological map for long-distance robot navigation, *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, 2012, pp. 128—135.
4. Jäger B., Mair E., Brand C., Stürzl W., Suppa M. Efficient navigation based on the landmark-tree map and the zinf algorithm using an omnidirectional camera, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2013, Tokyo, Japan.
5. Muller S. D., Marchetto J., Airaghi S., Koumoutsakos P. Optimization based on bacterial chemotaxis, *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2002, no. 6, pp. 16—29.
6. Dhariwal A., Sukhatme G. S., Requicha A. A. G. Bacterium inspired robots for environmental monitoring. Vol. 2, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, LA, USA, 2004, pp. 1436—1443.
7. Passino K. M. Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control, *IEEE Control Syst. Mag.*, 2002;22:52—67.
8. Bernardino Dias M., Zinck M., Zlot R., Stentz A. Robust multirobot coordination in dynamic environments, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 4, 2004, New Orleans, LA, USA, pp. 3435—3442.
9. Gu D., Hu H. Using fuzzy logic to design separation function in flocking algorithms, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 2008;16:826—838.
10. Tanner H. G., Jadbabaie A., Pappas G. J. Flocking in fixed and switching networks, *IEEE Trans. Autom. Control*, 2007;52:863—868.
11. Gazi V., Passino K. M. Stability analysis of social foraging swarms, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part B*, 2004;34:539—557.
12. Cortes J., Martinez S., Karatas T., Bullo F. Coverage control for mobile sensing networks, *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 2004;20:243—255.
13. Murray J. D. Mathematical Biology I: An Introduction. (3rd edition), Springer, 2002, 584 p.
14. Bushuev A. B., Vorobiev V. S., Nepomnyashchikh V. A., Sergeev A. I. *Algoritmy upravleniya sovmeystnym povedeniem intellektual'nykh agentov v prostranstve* (The control algorithms for the collective behaviours of intellectual agents in three-dimensional space), *The 9th Conference on Information Technologies in Control (ITC-2016)*, 2016, pp. 311—316 (in Russian).
15. Nepomnyashchikh V. A. *Modeli avtonomnogo poiskovogo povedeniya, Ot modelej povedeniya k iskusstvennomu intellektu*, (Models of Autonomous search behavior. From models of behavior to artificial intelligence, Redko V. G. ed.), Moscow, URSS, 2006, pp. 200—242.
16. Bushuev A. B., Vorobiev V. S., Tomashevich S. I., Mansurova O. K., Kulchitsky A. A. *Povedenie agenta, zadannoe logisticheskim otobrazheniem* (Agent behavior defined by logistic mapping), *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, 2015, vol. 58, no. 8, pp. 600—605 (in Russian).
17. Bushuev A. B., Grigoriev V. V., Petrov V. A. Biological algorithms of control of a flying robot, *IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies" (IT&QM&IS)*, 2017, pp. 364—369.
18. Bushuev A. B., Petrov V. A., Litvinov Yu. V., Mansurova O. K. *Biologicheskij algoritim upravleniya poiskovymi dvizheniyami inercionnogo agenta* (Biological control algorithm for searching movements of inertial agent), *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, 2017, vol. 60, no. 9, pp. 912—917 (in Russian).
19. Bushuev A. B., Mansurova O. K. *Sintez upravlenij v dvumernoj sisteme s gladkimi nelinejnostyami* (Control synthesis in two-dimensional system with smooth nonlinearities), *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 38—41 (in Russian).
20. Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Pershin I. M., Mansurova O. K. *Sintez linejno-kvadraticnykh zakonov upravleniya dlya nepreryvnykh dinamicheskikh ob'ektov* (Synthesis of linear-quadratic control laws for continuous dynamic objects), *International Research Journal*, 2017, no. 2, pp. 97—100 (in Russian).
21. Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M. *Sintez polinomial'nykh zakonov upravleniya dlya nepreryvnykh dinamicheskikh ob'ektov* (Synthesis of polynomial control laws for continuous dynamic objects), *Journal of Instrument Engineering*, 2017, vol. 60, no. 5, pp. 398—403 (in Russian).
22. Bobtsov A. A., Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Dudrov P. V., Kozis D. V., Kostina O. V., Mansurova O. K. *Postroenie oblastej dopustimyh izmenenij parametrov garantirovannogo kachestva processov dinamicheskikh sistem* (Structure of the domains of admissible variation of guarantee quality parameters of dynamic systems processes), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2006, no. 10, pp. 2—5 (in Russian).
23. Bystrov S. V., Grigoriev V. V. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems and range estimation of parameter acceptable changes, *Universal Journal of Control and Automation*, 2013, vol. 1, no. 1, pp. 15—18.
24. Furasov V. D. *Ustojchivost' dvizheniya, ocenki i stabilizatsiya* (The stability of motion, estimates and stabilization), Nauka, 1977, 247 p.
25. Grigoriev V. V., Boykov V. I., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Ryabov A. I. *Issledovanie processov pozitivnykh sistem na osnove kachestvennoj ehksponencial'noj ustojchivosti* (Study of positive systems processes on the base of qualitative exponential stability), *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 15—19.
26. Marry D. *Nelinejnye differentsial'nye uravneniya v biologii: Lekcii o mo-deljah* (Nonlinear differential equations in biology: Lectures on models), Moscow, Mir, 1983, 397 p. (in Russian).
27. Beklemishev D. V. *Kurs analiticheskoy geometrii i linejnoy algebry* (Analytical geometry and linear algebra course), Moscow, Fizmatlit, 2007, 308 p. (in Russian).