

В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, проф., pshichop@rambler.ru,
М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, доц., medvmihal@sfnu.ru,
Б. В. Гуренко, канд. техн. наук, boris.gurenko@gmail.com
Южный федеральный университет, г. Таганрог

Алгоритмы терминального управления подвижными объектами мультикоптерного типа¹

Статья посвящена разработке алгоритмов терминального управления подвижными объектами. Рассматривается подвижный объект мультикоптерного типа, описываемый нелинейной моделью движения твердого тела в трехмерном пространстве. Предлагается трехэтапная процедура решения задачи терминального управления подвижным объектом при его движении в заданную точку. Основное отличие предложенной процедуры заключается в такой коррекции программной траектории, чтобы она проходила в каждый момент времени через текущее положение подвижного объекта. Такой способ построения программной траектории позволяет автоматически корректировать скорость при движении в заданную точку. Необходимость коррекции программной траектории может быть вызвана наличием некартографированных препятствий, различиями между моделью и реальным объектом или воздействием внешних возмущений. На первом этапе строится программная траектория, учитывающая заданное конечное время движения. Программа движения представляет собой желаемую скорость и углы ориентации подвижного объекта мультикоптерного типа. На втором этапе методом позиционно-траекторного управления осуществляется синтез обратной связи, обеспечивающей стабилизацию подвижного объекта относительно вычисленной программной траектории. Результатом выполнения второго этапа являются тяга и моменты, создаваемые винтами, которые далее пересчитываются в скорости вращения винтов. На третьем этапе проводится коррекция программной траектории в зависимости от текущего положения подвижного объекта. В результате коррекции в целевой точке возникает особенность. В целях устранения возникающей в целевой точке неопределенности задача решается в постановке слабого терминального управления. До попадания в заданную окрестность целевой точки скорость подвижного объекта рассчитывается исходя из оставшегося расстояния и времени движения. При достижении заданной окрестности целевой точки скорость движения делается постоянной. Проводится анализ замкнутой системы, в результате которого показана асимптотическая устойчивость программной траектории и попадание подвижного объекта в конечную заданную окрестность целевой точки в конечный момент времени. Приводятся результаты численного моделирования, подтверждающие работоспособность предложенных алгоритмов на примере гексакоптера.

Ключевые слова: терминальное управление, подвижный объект, мультикоптерный летательный аппарат, позиционно-траекторное управление

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) активно применяются при решении задач [1] разведки, мониторинга и поиска объектов на наземной и надводной территории, картографирования, доставки грузов, ретрансляции радиосигналов, обработки сельскохозяйственных угодий, охраны объектов, радиоэлектронной борьбы, поражения наземных и воздушных целей. Согласно документу [2],

который является программой развития роботизированных комплексов военного назначения в США, большое внимание планируется уделить задачам, требующим группового применения БЛА. К таким задачам относятся: подавление систем ПВО; роевое боевое применение групп беспилотных самолетов по обмену разведывательной информацией и ударным действиям; ведение воздушной разведки; выдача целеуказания ударным средствам; уничтожение наземных целей и авиационная поддержка сухопутных войск; ведение радиоэлектронной борьбы и постановка помех; ретрансляция связи и команд боевого управления войсками. В рамках программы [2] в США в настоящее время ведутся несколько проектов. Проект DARPA "Gremlin" предусматривает комплексное использование транспортного

¹ Статья подготовлена при финансовой поддержке Южного федерального университета (грант ЮФУ "Разработка теоретических основ и интеллектуальных методов управления терминальным состоянием подвижных объектов в условиях неопределенности"). В разделе "Результаты численных исследований" использованы результаты, полученные в рамках гранта РФФИ 16-08-00012.

самолета — носителя ракет и группы БЛА под управлением малозаметного истребителя. По заказу военно-морских сил США ведется проект LOWCUST (саранча). БЛА выстреливаются из специальных пусковых установок и формируют рой, который предназначен для выполнения разведывательных и боевых функций, в числе которых групповая атака морских судов. В настоящее время скорость БЛА достигает 140 км/ч, а максимальное удаление от оператора 20 км.

В том же русле лежит проект DARPA Collaborative Operations in Denied Environment, цель которого — обеспечить возможность одновременного управления оператором роем БЛА в конфликтных зонах, в том числе при плохой связи и навигации.

Исследователи Технологического института Джорджии и Высшей школы ВМС США в 2016 г. провели учебный бой между двумя роями БЛА по 10 штук в каждом. Боевое взаимодействие БЛА симулировал наземный компьютер, однако каждый рой использовал собственную тактику, БЛА обменивались информацией и принимали решения. Целью испытаний стало исследование методов противодействия группе БЛА посредством другой группы БЛА.

В последнее время интенсивно появляется информация о групповом применении роботов в гражданской сфере. Так, в 2016 г. компания Intel в ходе светового шоу, подняла в воздух 500 БЛА, синхронизированных в единую группу. В 2017 г. китайский производитель БЛА Ehang запустил рой из 1000 аппаратов в рамках шоу "Meteor Sky". Европейской комиссией поддержан проект Widely scalable mobile underwater sonar technology (WiMUST) [3] по разработке группы автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) в целях обеспечения сейсмических исследований. Особенность системы WiMUST заключается в использовании команды совместных автономных морских роботов, выступающих в качестве интеллектуальных зондов и коммуникационных узлов реконфигурируемой движущейся акустической сети.

Перечисленные задачи характеризуются необходимостью автоматической реализации согласованных во времени действий элементов группы подвижных объектов. В условиях ограниченной связи между элементами группы эффективным подходом для решения перечисленных задач является их формулировка в терминальной постановке.

Впервые задача терминального управления была сформулирована в 1948 г. А. А. Фельдбаумом в работе [4], в которой даны верхняя и

нижняя оценки времени переходных процессов в линейных системах. Можно выделить два вида терминального управления [5]: сильное и слабое. Сильное терминальное управление переводит объект из заданного начального состояния в заданное конечное состояние за заданное время. Слабое терминальное управление переводит объект из заданного начального состояния в заданную окрестность конечного состояния за заданное время.

В настоящей статье решается задача слабого терминального управления для подвижного объекта мультикоптерного типа. Решение задачи базируется на подходе, включающем три этапа: расчет программной траектории; решение задачи стабилизации подвижного объекта относительно заданной программной траектории; коррекция программной траектории в зависимости от текущего состояния. Первые два из перечисленных этапов достаточно часто используются для решения задач терминального управления [6—11].

В частности, в работе [10] задача терминального управления сведена к расчету оптимальной траектории путем оптимизации обобщенного функционала, содержащего терминальную и интегральную составляющие, а затем к расчету управления, обеспечивающего приближение реального движения к оптимальному.

В работе [11] критерий качества содержит только терминальную составляющую в виде квадратичной функции. При этом рассмотрено движение материальной точки в продольной плоскости и обеспечена инвариантность замкнутой системы по вектору возмущений относительно заданного критерия.

В статье [9] строится программная траектория в виде полиномиальной функции, проходящей через заданную начальную точку (в начальный момент времени) и заданную конечную точку (в конечный момент времени). Затем находится управление, обеспечивающее стабилизацию движения объекта относительно найденной программной траектории.

В данной статье также предлагается обеспечивать стабилизацию замкнутой системы относительно программной траектории, однако одновременно выполняется коррекция программной траектории в зависимости от текущего состояния. Кроме того, при решении задачи терминального управления обеспечивается адаптация к возмущениям, коррекция параметров движения при возникновении препятствий и учитываются особенности управления подвижными объектами мультикоптерного типа.

Постановка задачи

Модель подвижного объекта мультикоптерного типа задана в виде

$$\dot{y} = R(y)x; \quad (1)$$

$$\dot{x} = M^{-1}(K_u K_h w_h + F_d), \quad (2)$$

где $y = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6]^T$ — вектор, определяющий положение и ориентацию подвижного объекта в неподвижных декартовых координатах; $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$ — вектор линейных и угловых скоростей в связанных с подвижным объектом координатах;

$$R(y) = \begin{bmatrix} R_V & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_\omega \end{bmatrix},$$

$$R_\omega = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\cos y_6}{\cos y_5} & -\frac{\sin y_6}{\cos y_5} \\ 0 & \sin y_6 & \cos y_6 \\ 1 & -\operatorname{tg} y_5 \cos y_6 & \operatorname{tg} y_5 \sin y_6 \end{bmatrix},$$

$$R_V = \begin{bmatrix} \cos y_4 \cos y_5 & -\cos y_4 \sin y_5 \cos y_6 + \sin y_4 \sin y_6 & \sin y_4 \cos y_6 + \cos y_4 \sin y_5 \sin y_6 \\ \sin y_5 & \cos y_5 \cos y_6 & -\cos y_5 \sin y_6 \\ -\sin y_4 \cos y_5 & \cos y_4 \sin y_6 + \sin y_4 \sin y_5 \cos y_6 & \cos y_4 \cos y_6 - \sin y_4 \sin y_5 \sin y_6 \end{bmatrix};$$

$$F_d = \begin{bmatrix} m(-g \sin y_5 - x_5 x_3 + x_6 x_2) \\ m(-g \cos y_5 \cos y_6 - x_6 x_1 + x_4 x_3) \\ m(g \cos y_5 \sin y_6 - x_4 x_2 + x_5 x_1) \\ -(J_{y3} - J_{y2})x_5 x_6 \\ -(J_{y1} - J_{y3})x_4 x_6 \\ -(J_{y2} - J_{y1})x_5 x_4 \end{bmatrix};$$

$$K_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M = \operatorname{diag}([m, m, m, J_{y1}, J_{y2}, J_{y3}]);$$

w_h — вектор скоростей вращения винтов подвижного объекта; K_h — матрица преобразования скоростей вращения винтов в тяги и моменты; m — полная масса подвижного объекта; J_{y1}, J_{y2}, J_{y3} — моменты инерции.

Структура матрицы K_u соответствует подвижному объекту мультикоптерного типа (квадрокоптер, гексакоптер), для которого характерны присутствие управляющей тяги в вертикальной оси и возможность создания вращающихся моментов относительно трех осей.

Ставится задача найти вектор управляющих воздействий w_h , обеспечивающий перевод подвижного объекта (1), (2) из произвольного начального состояния $(y(0), x(0))$ в δ_y -окрестность точки $(y(T_k), x(T_k))$ за заданное время T_k .

Алгоритм расчета терминального управления

Расчет терминального управления сводится к трехэтапной процедуре. На первом этапе рассчитывается программная траектория движения. Исходными данными для первого этапа являются вектор текущего положения $p(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ y_3(t)]^T$ подвижного объекта, вектор конечного положения $p_k = [y_1(T_k) \ y_2(T_k) \ y_3(T_k)]^T$ подвижного объекта и время выполнения задачи T_k . На основе конечного и текущего положения подвижного объекта (1), (2) формируется направляющий вектор

$$p_n = p_k - p(t) = [y_1(T_k) - y_1(t) \ y_2(T_k) - y_2(t) \ y_3(T_k) - y_3(t)]^T, \quad (3)$$

$$t \geq 0, T_k > t.$$

Модуль скорости подвижного объекта (1), (2) вычисляется с учетом времени T_k выполнения задачи

$$V_k = \|p_n\| / (T_k - t), \quad (4)$$

где $\|p_n\|$ — евклидова норма.

Тогда желаемые значения проекций линейной скорости подвижного объекта вычисляются в соответствии с выражениями

$$x_1^* = V_k \frac{y_1(T_k) - y_1(t)}{\|p_n\|};$$

$$x_2^* = V_k \frac{y_2(T_k) - y_2(t)}{\|p_n\|}; \quad (5)$$

$$x_3^* = V_k \frac{y_3(T_k) - y_3(t)}{\|p_n\|}.$$

Желаемые скорости x_1^*, x_2^*, x_3^* используются для формирования задающих воздействий по углам Эйлера подвижного объекта. В соответствии с особенностями мультикоптерных аппаратов углы тангажа ϑ и крена γ используются для обеспечения требуемых проекций скоростей x_1^*, x_3^* , а угол рысканья ψ — для обеспечения требуемой ориентации полезной нагрузки. Проекция вертикальной скорости x_2^*

обеспечивается за счет тяги, создаваемой винтами вдоль оси $0x_2$. В соответствии с изложенным выше требуемая программная траектория подвижного объекта описывается следующими выражениями:

$$\begin{aligned} x_2^* &= V_k \frac{y_2(T_k) - y_2(t)}{\|p_n\|}; \\ \psi^* &= f(y_4, y_5, y_6); \\ \vartheta^* &= -k_\vartheta(x_1^* - x_1); \\ \gamma^* &= -k_\gamma(x_3^* - x_3), \end{aligned} \quad (6)$$

где k_ϑ, k_γ — постоянные коэффициенты; $f(y_4, y_5, y_6)$ — функция углов Эйлера, определяющая требуемую ориентацию подвижного объекта.

Задающие воздействия по углам тангажа и крена дополнительно ограничиваются постоянными значениями $\pm\vartheta^{\max}, \pm\gamma^{\max}$.

Второй этап — синтез управления, стабилизирующего подвижный объект (1), (2) относительно программной траектории (6), с использованием метода, изложенного в работе [12], обеспечивающего адаптацию к внешним и параметрическим возмущениям. В соответствии с данным методом [12], с учетом программы (6) сформируем векторы ошибок управления

$$e_1 = [y_4 - \psi^* \quad y_5 + k_\vartheta(x_1^* - x_1) \quad y_6 + k_\gamma(x_3^* - x_3)]^T; \quad (7)$$

$$e_2 = x_2 - x_2^*. \quad (8)$$

Потребуем, чтобы ошибки (7), (8) удовлетворяли уравнениям вида

$$\dot{e}_1 + T_2 \dot{e}_1 + T_1 e_1 = 0; \quad (9)$$

$$\dot{e}_2 + T_3 e_2 = 0, \quad (10)$$

где T_1, T_2, T_3 — матрицы постоянных параметров регулятора, определяющих свойства замкнутой системы.

Продифференцируем по времени выражение (8) с учетом модели подвижного объекта (1), (2):

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_2^*, \quad (11)$$

где \dot{x}_2^* — желаемое ускорение подвижного объекта, которое вычисляется в соответствии с выражением

$$\begin{aligned} \dot{x}_2^* &= -V_k \frac{[0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] R(y) x}{\|p_n\|} + \\ &+ V_k \frac{(y_2(T_k) - y_2(t)) [y_1(T_k) - y_1(t) \quad y_2(T_k) - y_2(t) \quad y_3(T_k) - y_3(t)] R_V(y) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}{\|p_n\|^3}. \end{aligned}$$

Подставляя (11) в соотношение (10), находим

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_2^* - T_3 e_2. \quad (12)$$

Производная по времени от выражения (7) равна

$$\dot{e}_1 = R_\omega \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\psi}^* \\ k_\vartheta(-g \sin y_5 - x_5 x_3 + x_6 x_2) \\ k_\gamma(g \cos y_5 \sin y_6 - x_4 x_2 + x_5 x_1) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Производная по времени от выражения (13) имеет вид

$$\dot{e}_1 = (R_\omega + B_\omega) \dot{\omega} + \dot{R}_\omega \omega + f_\omega; \quad (14)$$

$$B_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_\vartheta x_3 & k_\vartheta x_2 \\ -k_\gamma x_2 & k_\gamma x_1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \omega = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix};$$

$$\dot{R}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\dot{y}_6 \sin y_6}{\cos y_5} + \frac{\dot{y}_5 \cos y_6 \sin y_5}{\cos^2 y_5} & -\frac{\dot{y}_6 \cos y_6}{\cos y_5} - \frac{\dot{y}_5 \sin y_6 \sin y_5}{\cos^2 y_5} \\ 0 & \dot{y}_6 \cos y_6 & -\dot{y}_6 \sin y_6 \\ 0 & \dot{y}_6 \sin y_6 \operatorname{tg} y_5 - \dot{y}_5 \cos y_6 (1 + \operatorname{tg}^2 y_5) & \dot{y}_6 \cos y_6 \operatorname{tg} y_5 + \dot{y}_5 \sin y_6 (1 + \operatorname{tg}^2 y_5) \end{bmatrix};$$

$$f_\omega = \begin{bmatrix} \dot{\psi}^* \\ k_\vartheta(-g \dot{y}_5 \cos y_5 - x_5 \dot{x}_3 - x_3 T_3 (x_2 - x_2^*)) \\ k_\gamma(g(-\dot{y}_5 \sin y_5 \sin y_6 + \dot{y}_6 \cos y_5 \cos y_6) + x_4 T_1 (x_2 - x_2^*) + \omega_y \dot{x}_1) \end{bmatrix},$$

где производные $\dot{y}_5, \dot{y}_6, \dot{x}_1, \dot{x}_3$ вычисляются в соответствии с уравнениями подвижного объекта (1), (2).

Подставляя выражение (14) в уравнение (9), получаем

$$\dot{\omega} = -(R_\omega + B_\omega)^{-1} (\dot{R}_\omega \omega + f_\omega + T_2 \dot{e}_1 + T_1 e_1).$$

Объединяя последнее уравнение с выражением (12) и учитывая уравнения модели подвижного объекта (1), (2), получаем выражения для вычисления проекций управляющих сил и моментов:

$$\begin{aligned}
P_{y2} &= m(\dot{x}_2^* - T_3 e_2) - mg \cos y_5 \cos y_6 - \\
&- m(x_6 x_1 - x_4 x_3) + \widehat{F}_{vy2}; \\
\begin{bmatrix} N_{y1} \\ N_{y2} \\ N_{y3} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} -(J_{y3} - J_{y2})x_5 x_6 \\ -(J_{y1} - J_{y3})x_4 x_6 \\ -(J_{y2} - J_{y1})x_5 x_4 \end{bmatrix} - \\
&- (R_\omega + B_\omega)^{-1} \begin{bmatrix} J_{y1} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix} \times \\
&\times (\dot{R}_\omega \omega + f_\omega + T_2 \dot{e}_1 + T_1 e_1) + \begin{bmatrix} \widehat{N}_{vy1} \\ \widehat{N}_{vy2} \\ \widehat{N}_{vy3} \end{bmatrix},
\end{aligned} \quad (15)$$

где $P_{y2}, N_{y1}, N_{y2}, N_{y3}$ — управляющие сила и моменты; $\widehat{F}_{vy2}, \widehat{N}_{vy1}, \widehat{N}_{vy2}, \widehat{N}_{vy3}$ — оценки возмущений, используемые для адаптации системы управления подвижного объекта. Для получения указанных оценок применяются алгоритмы, изложенные в работе [13].

Связь управляющих силы и моментов со скоростями вращения винтов определяется выражением

$$w_h = K_h^+ \begin{bmatrix} P_{y2} \\ N_{y1} \\ N_{y2} \\ N_{y3} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где K_h^+ — псевдоинверсная матрица в смысле определения [14, с. 34].

Вид матрицы K_h зависит от числа и расположения винтов. Например, для гексакоптера матрица K_h имеет вид

$$N_u = \begin{bmatrix} k_v & k_v & k_v & k_v & k_v & k_v \\ 0 & k_v l_k \sin \varphi_k & k_v l_k \sin \varphi_k & 0 & -k_v l_k \sin \varphi_k & -k_v l_k \sin \varphi_k \\ -b_v & b_v & -b_v & b_v & -b_v & b_v \\ k_v l_k & k_v l_k \cos \varphi_k & -k_v l_k \cos \varphi_k & -k_v l_k & -k_v l_k \cos \varphi_k & k_v l_k \cos \varphi_k \end{bmatrix}, \quad \text{В соответствии с уравнением (10) получаем}$$

где l_k — расстояние от центра масс гексакоптера до винта; φ_k — угол установки исполнительных механизмов; k_v, b_v — коэффициенты аэродинамической тяги винтов.

Полученные из выражения (16) скорости вращения винтов подвижного объекта ограничиваются их максимальными значениями w_{hi}^{\max} .

На третьем этапе осуществляется коррекция программной траектории (4), (5). Если фиксировать момент времени $t = t_0$, то выражения (4), (5) являются программой изменения скоростей x_1^*, x_2^*, x_3^* в общепринятой постановке задачи терминального управления.

Поскольку желаемая траектория должна строиться из текущего положения объекта, то она должна корректироваться с течением времени. Нахождение скоростей x_1^*, x_2^*, x_3^* из выражений (4), (5) в каждый момент времени t может приводить к вычислительным особенностям. С практической точки зрения эти особенности могут быть учтены при решении задачи слабого терминального управления, когда задана погрешность δ , попадания в целевую точку p_k . В этом случае расчет программной траектории осуществляется следующим образом. Во-первых, значения задающего воздействия, получаемые из выражения (4), ограничиваются максимально возможной скоростью подвижного объекта V_k^{\max} . Во-вторых, для устранения неопределенности в конечной точке при $t \rightarrow T_k$ ставится задача слабого терминального управления, т. е.

$$\begin{cases} V_k = \|p_n\| / (T_k - t), & \|p_n\| > \delta; \\ V_k = V(T_k), & \|p_n\| \leq \delta, \end{cases} \quad (17)$$

где $V(T_k)$ — желаемое значение скорости подвижного объекта в конечной точке p_k .

Анализ устойчивости траектории движения (7), (8) осуществляется с использованием следующей квадратичной функции:

$$\begin{aligned} V &= e_1^T T_1 e_1 + 0,5 \dot{e}_1^T \dot{e}_1 + \\ &+ 0,5 (\dot{e}_1 + T_2 e_1)^T (\dot{e}_1 + T_2 e_1) + 0,5 e_2^T e_2. \end{aligned}$$

Производная по времени от последнего выражения, вычисленная в силу уравнений замкнутой системы, равна

$$\dot{V} = -e_1^T T_1 T_2 e_1 - \dot{e}_1^T T_2 \dot{e}_1 - e_2^T T_3 e_2.$$

где C_3 — постоянная интегрирования, определяемая начальными условиями.

Сравнивая последнее выражение с соотношением (8) и учитывая (6), находим

$$y_2(T_k) - y_2(t) = (T_k - t)(x_2(t) - C_3 e^{-T_3 t}).$$

Из последнего выражения получаем, что

$$|y_2(T_k) - y_2(t)| \leq (T_k - t)(|x_2(t)| + |C_3 e^{-T_3 t}|).$$

В силу того, что второе слагаемое $(T_k - t)C_3 e^{-T_3 t}$ в правой части последнего выра-

жения стремится к нулю, а переменная $x_2(t)$ на конечном интервале времени ограничена из-за своей непрерывности, ошибка $|y_2(T_k) - y_2(t)|$ с течением времени окажется внутри заданной области δ_y .

Аналогичным образом, полагая, что $\psi^* = \cos t$, а матрицы T_1, T_2 таковы, что характеристический полином уравнения (9) имеет действительные собственные числа, получаем

$$\begin{aligned} |y_1(T_k) - y_1(t)| &\leq (T_k - t) \times \\ &\times \left(|x_1(t)| + \left| \frac{y_5(t)}{k_\vartheta} \right| + \left| C_1^1 e^{-\lambda_1^1 t} + C_2^1 e^{-\lambda_2^1 t} \right| \right); \\ |y_3(T_k) - y_3(t)| &\leq (T_k - t) \times \\ &\times \left(|x_3(t)| + \left| \frac{y_6(t)}{k_\gamma} \right| + \left| C_1^2 e^{-\lambda_1^2 t} + C_2^2 e^{-\lambda_2^2 t} \right| \right), \end{aligned}$$

где $C_1^1, C_2^1, C_1^2, C_2^2$ — постоянные интегрирования, обусловленные начальными условиями; $\lambda_1^1, \lambda_2^1, \lambda_1^2, \lambda_2^2$ — собственные числа характеристического полинома уравнения (9).

Из последних выражений следует, что ошибки $|y_1(T_k) - y_1(t)|$ и $|y_3(T_k) - y_3(t)|$ с течением времени окажутся внутри заданной области δ_y .

Результаты численных исследований

Моделирование проведено для подвижного объекта на базе гексакоптера ERLY при следующих параметрах:

- масса центральной части гексакоптера $m_k = 1$ кг;
- масса одного исполнительного механизма с винтами $m_{ac} = 0,112$ кг;
- радиус центральной части гексакоптера $r_k = 0,15$ м;
- расстояние от центра масс до винта $l_k = 0,275$ м;
- высота центральной части гексакоптера $h_k = 0,095$ м;
- угол установки исполнительных механизмов $\varphi_k = 60^\circ$;
- коэффициенты аэродинамической тяги винтов $k_v = 11,5 \cdot 10^{-6}$ кг·с²/м, и $b_v = 10,0 \cdot 10^{-5}$ кг·с²;
- ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с²;

- значения координат целевой точки $T_k = 10$ с, $p_k = [10 \ 10 \ 20]^T$;
- матрицы эталонных уравнений (9), (10):

$$T_3 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}, T_3 = 10;$$

- ограничения на скорости вращения винтов $\omega_i^{\max} = 775$ рад/с;
- погрешность достижения заданной точки $\delta_y = 2$ м;
- максимальная скорость полета 3 м/с;
- скорость подвижного объекта в конечной точке 0 м/с;
- коэффициенты $k_\vartheta = -0,3$; $k_\gamma = 0,3$;
- максимальные углы тангажа и крена $\vartheta^{\max} = \pi/6$, $\gamma^{\max} = \pi/6$.

На рис. 1 представлены траектория движения гексакоптера (рис. 1, а) и его контурная скорость (рис. 1, б).

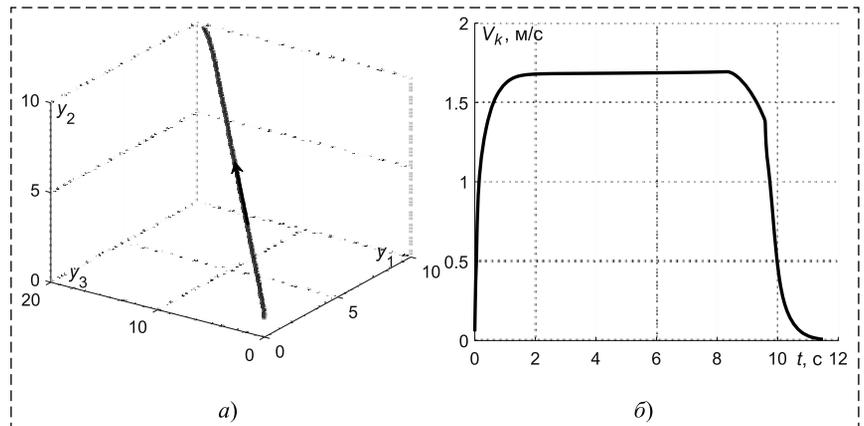


Рис. 1. Траектория полета гексакоптера (а) и скорость его движения (б)
Fig. 1. The flight path of the hexacopter (а) and its speed of movement (б)

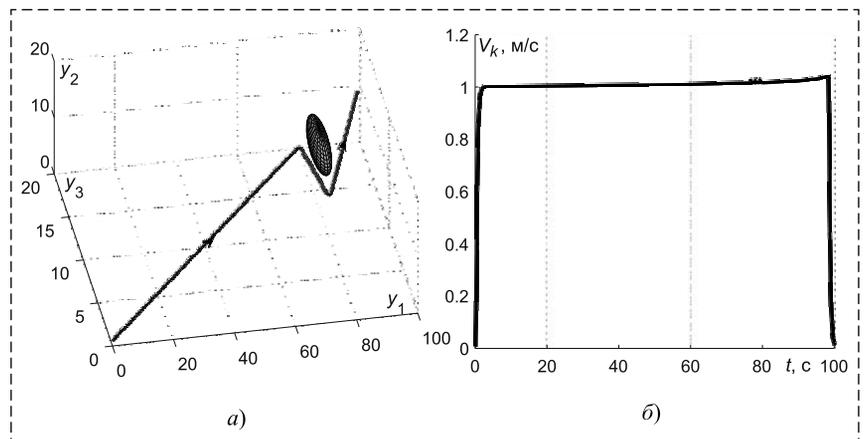


Рис. 2. Траектория полета гексакоптера (а) и скорость его движения (б) в среде с препятствием
Fig. 2. The flight path of the hexacopter (а) and its speed of movement (б) in an environment with an obstacle

Численные исследования показали, что средняя погрешность достижения заданной точки в момент времени $t = T_k$ составляет 1,2 м, что не превышает заданной погрешности $\delta_y = 2$ м.

На рис. 2 представлены результаты моделирования при наличии препятствия с центром в точке [80; 8; 15]. Координаты целевой точки [100; 10; 20]. Радиус препятствия 3 м. Для обхода препятствия применен метод неустойчивых режимов [15], отличающийся низкими требованиями к системе технического зрения и к вычислительным ресурсам.

Средняя погрешность достижения заданной точки в момент времени $t = T_k$, при наличии сферического препятствия радиусом 3 м, расположенном примерно на пути следования гексакоптера, составила около 1,37 м, что также не превышает заданной погрешности $\delta_y = 2$ м. На рис. 2, б хорошо заметно увеличение скорости V_k движения на участке траектории, начиная от момента начала обхода препятствия. Указанное изменение V_k обусловлено увеличением длины пути и происходит автоматически в соответствии с выражением (17).

Заключение

В статье предложены алгоритмы терминального управления подвижным объектом мультикоптерного типа, описываемым нелинейными уравнениями движения твердого тела. В модели учтены особенности управления мультикоптерными аппаратами. Основное отличие предложенных алгоритмов заключено в такой коррекции программной траектории, чтобы она проходила в каждый момент времени через текущее положение подвижного объекта. Такой способ построения программной траектории позволяет автоматически корректировать скорость при движении в заданную точку. Необходимость коррекции программной траектории может быть вызвана наличием некартографированных препятствий, различиями между моделью и реальным объектом или воздействием внешних возмущений. В силу того, что в конечной точке, при $t = T_k$, возникает особенность, решается задача слабого терминального управления. Анализ замкнутой системы показал, что с течением времени подвижный объект попадает в конечную область δ_y целевой точки, однако размер этой области зависит от динамических свойств системы управления.

1. **Моисеев В. С.** Групповое применение беспилотных летательных аппаратов. Казань: Редакционно-издательский центр "Школа", 2017. 572 с.
2. **Unmanned Systems Integrated Roadmap 2013-2038.** Department of defense. US, 2013.
3. **Al-Khatib H., Antonelli G., Caffaz A., Caiti A., Casalino G., De Jong I. B., Duarte H., Indiveri G., Jesus S., Kebkal K., Pascoal A., and Polani D.** Navigation, guidance and control of underwater vehicles within the widely scalable mobile underwater sonar technology project: an overview // Proceedings of IFAC Workshop NGCUV. 2015. Girona. Spain. April 28–30.
4. **Фельдбаум А. А.** О распределении корней характеристического уравнения системы регулирования // Автоматика и телемеханика. 1948. № 4. С. 253–279.
5. **Зубер И. Е.** Терминальное управление по выходу для нелинейных нестационарных дискретных систем // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2004. № 2. С. 35–42.
6. **Li B., Xu Y., Liu Ch., Fan Sh., Xu W.** Terminal navigation and control for docking an underactuated autonomous underwater vehicle // IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation Control and Intelligent Systems. 2015. P. 25–30.
7. **Shikai W., Hongzhang J., Lingwei M.** Trajectory tracking for underactuated UUV using terminal sliding mode control // Chinese Control and Decision Conference (CCDC). 2016. P. 6833–6837.
8. **Londhe P. S., Dhadekar D. D., Patre B. M., Waghmare L. M.** Non-singular terminal sliding mode control for robust trajectory tracking control of an autonomous underwater vehicle // 2017 Indian Control Conference (ICC). 2017. P. 443–449.
9. **Пшихопов В. Х.** Аналитическое конструирование нелинейных систем терминального управления // Сб. РАН "Новые концепции общей теории управления". М.; Таганрог, 1995. С. 125–141.
10. **Половинчук Н. Я., Таран В. Н.** Способ терминального оптимального управления летательным аппаратом на участке спуска в атмосфере // Научный вестник МГТУ ГА. 2011. № 171 (9). С. 145–150.
11. **Кабанов С. А., Шалыгин А. С.** Решение терминальной задачи управления движением летательного аппарата с применением методов аналитической механики // Автоматика и телемеханика. 1992. № 8. С. 39–45.
12. **Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю.** Управление подвижными объектами в определенных и неопределенных средах. М.: Наука, 2011. 350 с.
13. **Медведев М. Ю.** Алгоритмы адаптивного управления исполнительными приводами. // Мехатроника, автоматизация и управление. 2006. № 6. С. 17–22.
14. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 560 с.
15. **Pshikhovop V. Kh., Beloglazov D., Finaev V., Guzik V., Kosenko E., Krukhmalev V., Medvedev M., Pereverzev V., Pyavchenko A., Saprykin R., Shapovalov I., Soloviev V.** Path Planning for Vehicles Operating in Uncertain 2D Environments. Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2017. 312 p.

Algorithms of Terminal Control of Multi-Copters

V. Kh. Pshikhopov, pshichop@rambler.ru, M. Yu. Medvedev, medvmihal@sfnu.ru,
B. V. Gurenko, boris.gurenko@gmail.com,
Southern Federal University, 347900, Taganrog, Russian Federation

Corresponding author: **Medvedev Mikhail Yu.**, Ph.D., Associate Professor,
Southern Federal University, 347900, Taganrog, Russian Federation, e-mail: medvmihal@sfnu.ru

Accepted on August 15, 2018

Abstract

The article is devoted to the development of algorithms for terminal control of mobile objects. A moving object of multi-copter type described by a nonlinear model of motion of a solid body in three-dimensional space is considered. A three-stage procedure for solving the problem of terminal control of a moving object when it moves to a given point is proposed. The main difference of the proposed procedure is the correction of the desired trajectory so that it passes through the current position of the moving object at each moment of time. This method of constructing the desired trajectory allows you to automatically adjust the speed when moving to a given point. The need for correction of the desired trajectory can be caused by the presence of obstacles, differences between the model and the real object, and the influence of external disturbances. At the first stage, the desired trajectory taking into account a given finite time of motion is constructed. The motion trajectory represents the desired velocity and orientation angles of a moving object of multi-copter type. At the second stage, the method of position-trajectory control is used to synthesize feedback, which provides stabilization of the moving object relative to the calculated desired trajectory. The result of the second stage is the thrust and torque generated by the motors, which are then recalculated in the speed of rotation of the rotors. At the third stage, the desired trajectory is corrected depending on the current position of the moving object. As a result of the correction, a singularity occurs at the target point. In order to eliminate the singularity at the target point, the problem is solved in the formulation of weak terminal control. Before the target point hits the given neighborhood, the velocity of the moving object is calculated based on the remaining distance and time of movement. When a given neighborhood of the target point is reached, the speed of movement becomes constant. The analysis of the closed-loop system is carried out, as a result of which the asymptotic stability of the desired trajectory and the hit of a moving object in a finite given neighborhood of the target point at a finite time are shown. The results of numerical modeling, confirming the performance of the proposed algorithms in the example of hexacopter, are presented.

Keywords: terminal control, mobile object, multi-copter, position control, path control

Acknowledgements: This article was prepared with the financial support of Southern Federal University (project "Development of theory and methods of intellectual terminal of the mobile objects state with uncertainty"). Part "Numerical Simulation" was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research (16-08-00012).

For citation:

Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu., Gurenko B. V. Algorithms of Terminal Control of Multi-Copters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol.20, no.1, pp. 44–51.

DOI: 10.17587/mau.20.44-51

References

1. Moiseev V. S. *Gruppovoe primeneniye bespilotnykh letatel'nykh apparatov: monografiya*. (Group application of unmanned aircrafts), Kazan, Editorial and publishing center "School", 2017, 572 p. (in Russian).
2. *Unmanned Systems Integrated Roadmap 2013–2038*, Department of defense, US, 2013.
3. Al-Khatib H., Antonelli G., Caffaz A., Caiti A., Casalino G., De Jong I. B., Duarte H., Indiveri G., Jesus S., Kebkal K., Pascoal A., Polani D. Navigation, guidance and control of underwater vehicles within the widely scalable mobile underwater sonar technology project: an overview, *Proceedings of IFAC Workshop NGCUV*, 2015, Girona, Spain, April 28–30.
4. Fel'dbaum A. A. *O raspredelenii kornei harakteristicheskogo uravneniya sistemy regulirovaniya* (On the distribution of roots of the characteristic equation of the control system), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1948, no. 9 (4), pp. 253–279 (in Russian).
5. Zuber I. E. *Terminal'noye upravleniye po vyvodu dlya nelineynykh nestacionarnykh diskretnykh sistem* (Output terminal control for nonlinear time-dependent discrete systems), *Differentsial'nye uravneniya i protsessy upravleniya*, 2004, no. 2, pp. 35–42 (in Russian).
6. Li B., Xu Y., Liu Ch., Fan Sh., Xu W. Terminal navigation and control for docking an underactuated autonomous underwater

vehicle, *IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation Control and Intelligent Systems*, 2015, pp. 25–30.

7. Shikai W., Hongzhang J., Lingwei M. Trajectory tracking for underactuated UUV using terminal sliding mode control, *Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, 2016, pp. 6833–6837.

8. Londhe P. S., Dhadekar D. D., Patre B. M., Waghmare L. M. Non-singular terminal sliding mode control for robust trajectory tracking control of an autonomous underwater vehicle, *2017 Indian Control Conference (ICC)*, 2017, pp. 443–449.

9. Pshikhopov V. Kh. *Analiticheskoe konstruirovaniye nelineynykh sistem terminal'nogo upravleniya* (Analytical design of nonlinear terminal control systems), *Novye koncepcii obshchei teorii upravleniya*, Moscow; Taganrog, 1995, pp. 125–141 (in Russian).

10. Polovinchuk N. Ya., Taran V. N. *Sposob terminal'nogo optimal'nogo upravleniya letatel'nykh apparatami na uchastke spuska v atmosfere* (The method of terminal optimal control of the aircraft on the descent section in the atmosphere), *Nauchnyy vestnik MGТУ GA*, 2011, no. 171 (9), pp. 145–150 (in Russian).

11. Kabanov S. A., Shalygin A. S. *Resheniye terminal'noy zadachi upravleniya dvizheniem letatel'nogo apparata s primeneniem metodov analiticheskoy mekhaniki* (Solution of a terminal problem for the control of the motion of an aircraft using the methods of analytical mechanics), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1992, no. 8, pp. 39–45 (in Russian).

12. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu. *Upravleniye podvizhnyimi ob'ektami v opredelennykh i neopredelennykh sredakh* (Control of mobile objects in certain and uncertain environment), Moscow, Nauka, 2011, 350 p. (in Russian).

13. Medvedev M. Yu. *Algoritmy adaptivnogo upravleniya ispolnitel'nyimi privodami* (Algorithms of adaptive control of actuators), *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2006, no 6, pp. 17–22 (in Russian).

14. Gantmaher F. R. *Teoriya matric* (Theory of matrices), Moscow, Fizmatlit, 2004, 560 p. (in Russian).

15. Pshikhopov V. Kh., Beloglazov D., Finaev V., Guzik V., Kosenko E., Krukhmalev V., Medvedev M., Pereverzev V., Pyavchenko A., Saprykin R., Shapovalov I., Soloviev V. *Path Planning for Vehicles Operating in Uncertain 2D Environments*, Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2017, 312 p.