

Б. В. Сухинин, д-р техн. наук, проф., eeo@uic.tula.ru, В. В. Сурков, д-р техн. наук, доц., vvs150747@mail.ru,
Тулский государственный университет

К вопросу о методах АКОР и АКАР в задачах синтеза нелинейных систем управления

Предлагается продолжить сравнение известных методов аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) и аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), обсуждаемых в статье [1]. Приводится их сравнение с методом АКОР по критерию точности регулирования (АКОРТ). Метод АКОРТ идейно близок к методу АКАР, поскольку основан на том же физическом принципе сжатия фазового пространства по мере приближения изображающей точки к началу координат и также использует притягивающие многообразия (функции переключения). Показано, что метод АКОРТ обладает значительными достоинствами, связанными с простой процедурой аналитического конструирования нелинейных законов оптимального управления: АКОРТ осуществляется строго математически непосредственно по уравнениям объекта, причем не требуется решения каких-либо дифференциальных уравнений или искусственного введения в рассмотрение каких-либо функций преобразования в виде агрегированных макропеременных. Наиболее сложной математической процедурой является дифференцирование переменных и подстановка уравнений объекта управления. Главное отличие метода АКОРТ в теоретическом плане от всех известных методов состоит в том, что этот метод дает абсолютно точное решение и гарантирует нулевую ошибку регулирования при двукратной инвариантности как к не измеряемым случайным воздействиям (помехам), в том числе и к полезной помехе (момент нагрузки), так и к отклонениям параметров объекта управления от номинальных значений (нестабильность параметров), при этом все коэффициенты ошибок (по положению, скорости, ускорению, рывку и т. д.) также равны нулю.

Ключевые слова: нелинейные системы, теория оптимального по точности управления, метод АКОР, синтез управления, точность

Точность — вежливость королей и долг всех добрых людей.

Король Людовик XIV

Введение

Проблема аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР), начиная с работ А. М. Летова и А. А. Красовского (именно он ввел термин "аналитическое конструирование регуляторов (АКР)", является основополагающей, но вместе с тем и наиболее трудноразрешимой [1] до сих пор, несмотря на то что всевозможные методы АКОР (АКР), наряду с методом Р. Беллмана или принципом максимума Понтрягина, и в настоящее время составляют наиболее важный раздел теории и практики синтеза нелинейных систем оптимального управления.

Подробно рассмотрев проблемы различных модных направлений теории оптимального управления, в том числе на основе прогнозирующих моделей или на основе полиэдральной методологии, а также методов АКОР по разнообразным критериям, авторы статьи [1] показали, что "интерес к практическому применению методов АКОР по-прежнему высок: так, поисковый запрос "LQR or LQG" в реферативной системе Scopus только за период 2000—2016 гг. выдает более 5000 уникальных ссылок на научные работы".

Обозначенные в статье [1] проблемы, которые так и не решены непосредственно методами Понтрягина или Беллмана, явились причиной появления метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) А. А. Колесникова, "который позволяет весьма эффективно решать" обходным путем (так же, как и метод А. А. Красовского по критерию обобщенной работы) частную "проблему формирования структуры и выбора весовых коэффициентов оптимизирующих функционалов, имеющих, как правило, сопровождающий характер" и соответствующих заданной совокупности инвариантных (интегральных, притягивающих) многообразий или, другими словами, агрегированных макропеременных относительно координат состояния объекта или, одним словом, аттракторов, гарантирующих асимптотическую устойчивость движения и обеспечивающих требуемые показатели качества замкнутых систем.

Метод АКАР имеет ряд достоинств и "значительную эвристическую силу", но одновременно таит в себе и определенные трудности эвристического выбора аттрактора и оптимизирующего функционала, зависящего от интуиции и

опыта проектировщика. Следует подчеркнуть, что здесь использовано понятие "эвристика" из Википедии: "Эвристический алгоритм (эвристика) — алгоритм решения задачи, включающий практический метод, не являющийся гарантированно точным или оптимальным, но достаточный для решения поставленной задачи. Позволяет ускорить решение задачи в тех случаях, когда точное решение не может быть найдено".

Главный и общий недостаток всех без исключения рассматриваемых в работе [1] методов — это неопределенность критериев оценки качества управления, которые либо имеют сопровождающий характер (метод АКАР), либо имеют проблему выбора весовых коэффициентов (методы АКОР), либо имеют различные комбайны из конкретных критериев с весовыми коэффициентами: быстродействия, расхода энергии, вещества и т. д. (многокритериальная оптимизация), в том числе и квадратичные (по существу, это тот же комбайн). Это все равно, что гнаться за двумя зайцами...

Подробно рассмотрев причины сложившегося кризиса в теории управления (ТУ), Н. Б. Филимонов показал, что "ключом к его преодолению является достижение в задачах управления органического единства математической строгости и физического смысла [2]. Автор отмечает, что "несмотря на актуальность проблемы разработки физической ТУ, она, фактически, так и осталась без внимания и не вызвала никакой реакции со стороны ни отечественных, ни зарубежных специалистов. За прошедшие четверть века не опубликована ни одна работа, посвященная данной проблеме".

Один из возможных подходов к разработке математически строгой физической теории управления рассмотрен в работе [3]. Разработка физической ТУ очевидно должна начинаться с выбора конкретного физического критерия [3] не "комбайнового" типа. Наибольшее значение из всех известных таких критериев имеет критерий максимальной точности воспроизведения (что толку от того, что деталь изготовлена быстро, с минимумом ресурсов, но не точно). Общим признаком интегральных критериев точности регулирования является их независимость в явной форме от управления:

$$J = \int_0^T F_0(\mathbf{X}) dt, \\ F_0(\mathbf{X}) > 0, \text{ время } T \text{ не определено,} \quad (1)$$

причем критерий быстродействия является частным случаем критерия точности при $F_0(\mathbf{X}) = 1$ или критерий быстродействия является одновременно и критерием точности регулирования [4]. Можно показать [5], что в рамках достаточно общего критерия точности (1) находится также и энергосберегающий критерий расхода "сигнала управления", присутствующий в "комбайновом" и полуопределенном критерии обобщенной работы А. А. Красовского.

Известно, что минимизация критерия точности регулирования обеспечивается идеальными релейными управлениями:

$$u_{ij}(t) = -\text{sign}(\psi_{ij}(\mathbf{X})), \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где $|u_{ij}(t)| \leq 1$; $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ — вектор фазовых координат; m — число управляющих воздействий; n — порядок объекта управления (число интервалов управления); $\psi_{ij}(\mathbf{X})$ — искомые функции переключения, причем $\psi_{ij}(\mathbf{X}) = 0$ — поверхности переключения, проходящие через начало координат $\psi_{ij}(0) = 0$.

В данной работе предлагается обсудить математически точное аналитическое решение задачи оптимальной точности регулирования на основе использования метода Беллмана [5], не зависящее от интуиции и опыта проектировщика: в соответствии с синергетической теорией — теорией не силового управления, не противоречащего естественному движению объекта, — не задаваться эвристически заранее желаемым для объекта притягивающим многообразием в пространстве состояний (метод АКАР) и не вводить заранее полуопределенный критерий обобщенной работы для того, чтобы хоть как-то получить решение задачи (метод АКР). Ставится задача: сконструировать закон управления строго аналитически по уравнениям объекта, непосредственно связывая математически определяемые по критерию точности регулирования многообразия (поверхности переключения) с внутренними свойствами объекта, что согласуется с известным в механике принципом наименьшего принуждения Гаусса.

Постановка задачи управления в методе АКОР по критерию точности

Пусть объект управления описывается векторно-матричным нелинейным дифференци-

альным уравнением возмущенного движения в соответствии с теорией возмущенно-невозмущенного движения А. М. Ляпунова:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{X}) + \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{U}, \quad (3)$$

где $\mathbf{U} = (u_1, \dots, u_m)^T$ — вектор управления; $\mathbf{A}(\mathbf{X}) = (a_1(\mathbf{X}), \dots, a_n(\mathbf{X}))^T$ — вектор-функция; $\mathbf{B}(\mathbf{X}) = (b_{ij}(\mathbf{X}))_{n \times m}$ — функциональная матрица.

Задача АКОР по критерию точности регулирования (АКОРТ) формулируется следующим образом [5]:

найти функции переключения закона управления $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\mathbf{X})$ (2), который переводит объект (3) из любого начального состояния $\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0$ в начало координат фазового пространства $\mathbf{X} = 0$, доставляя минимум функционалу (1).

Процедура решения задачи АКОРТ базируется на методе динамического программирования Р. Беллмана. Ключевыми моментами этой процедуры является математически точное аналитическое определение функций переключения (по А. А. Колесникову, притягивающих многообразий, обеспечивающих сжатие фазового пространства по мере приближения объекта к началу координат) на каждом интервале управления строго по уравнениям объекта с привлечением (в случае необходимости) математической операции дифференцирования фазовых координат. Отличительной особенностью предлагаемого метода является непрерывность функции Беллмана и ее частных производных на каждом интервале управления благодаря декомпозиции управления u_i на n интервалов, для которых определяются функции переключения из однотипных функциональных уравнений вида [3, 5], эквивалентных исходным уравнениям объекта (3) на каждом интервале управления:

$$\dot{\psi}_j = f(\mathbf{X}) + \varphi(\mathbf{X})u, \quad \psi_n = x_n. \quad (4)$$

При этом необходимо выполнить единственное достаточное условие управляемости (реализуемости) релейной системы на каждом интервале в виде нестрогого равенства (для АКОРТ):

$$|f(\mathbf{X})| \leq \varphi(\mathbf{X}), \quad \varphi(\mathbf{X}) > 0, \quad (5)$$

которое легко осуществить в виде подчиненного управления аналогично случаю ограничения координат. Условие (5) является одновременно

и условием устойчивости движения системы на интервалах, и условием возникновения скользящего режима [5]. Чем ближе условие (5) к строгому равенству на каждом интервале, тем более быстрым будет процесс управления, а при равенстве получим условие оптимального быстрого действия для не осциллирующих объектов.

Достоинство метода заключается также и в том, что поскольку он гарантирует оптимальную точность регулирования в результате применения метода Р. Беллмана, в процедуре аналитического синтеза вектора управления функционал (1) и уравнение Беллмана непосредственно не участвуют.

Таким образом, данный точный метод решения задач АКОР обеспечивает теоретически строго нулевую ошибку регулирования, причем все коэффициенты ошибок (по положению, скорости, ускорению, рывку и т. д.) также равны нулю.

Сравнительные примеры синтеза законов управления методом АКОР по критерию точности

Все примеры и их нумерация взяты из работы [1], где выявлены достоинства и недостатки различных методов АКОР и АКАР.

Пример 1. Задача управления короткопериодическим движением самолета, уравнения которого имеют вид

$$\dot{x}_1(t) = x_2; \quad \dot{x}_2(t) = -a_1x_1 - a_2x_2 + a_3u, \quad (6)$$

где x_1, x_2 — угол атаки и скорость его изменения; u — отклонение руля высоты; параметры равны: $a_1 = 4,71 \text{ с}^{-2}$; $a_2 = 1,76 \text{ с}^{-1}$; $a_3 = 7,50 \text{ с}^{-2}$.

Будем предполагать, что уравнения (6) записаны в отклонениях.

Ставится задача синтеза в аналитическом виде закона оптимального управления рулем высоты $u_{\text{оп}}(x_1, x_2)$, стабилизирующего движение самолета по углу атаки ($x_1 = x_2 = 0$) с нулевой ошибкой регулирования.

Рассмотрим решение задачи синтеза закона оптимального управления объектом (6) с использованием идеологии метода АКОРТ [5, 6]. Согласно этому методу здесь имеется объект второго порядка, следовательно, два интервала управления, и необходимо принудительно выполнить одно ограничение (5) или доказать, что оно автоматически выполняется.

Решение. Составим функциональное уравнение (4) для объекта (6), предполагая $g_i = \text{const} \neq 0$, $g_1 = 1$, аналогично [3]:

$$\dot{\psi}(\mathbf{X}) = \dot{x}_1 + g_2 \dot{x}_2. \quad (7)$$

При этом функция переключения ψ определяется простым интегрированием уравнения (7):

$$\psi = x_1 + g_2 x_2 + C, \quad (8)$$

причем константа интегрирования $C = 0$ определяется из условия прохождения поверхности переключения через начало координат: $\psi(0) = 0$.

Подставим в выражение (7) уравнения объекта:

$$\dot{\psi}(\mathbf{X}) = x_2 - g_2(a_1 x_1 + a_2 x_2) + g_2 a_3 u$$

и запишем условие (5):

$$|x_2 - g_2(a_1 x_1 + a_2 x_2)| \leq g_2 a_3$$

или

$$|\psi_2| \leq 1, \quad \psi_2 = \frac{x_2 - g_2(a_1 x_1 + a_2 x_2)}{g_2 a_3}. \quad (9)$$

Используя принцип подчиненного управления для учета ограничения (9), запишем оптимальное по точности управление для реальных координат:

$$u = \text{sign}(\text{sign}(x_{1\text{зад}} - \psi) - \psi_2)$$

или

$$u = \text{sign} \left[\text{sign}(x_{1\text{зад}} - x_1 - g_2 x_2) - \frac{x_2 - g_2(a_1 x_1 + a_2 x_2)}{g_2 a_3} \right], \quad (10)$$

где $x_{1\text{зад}}$ — задание угла атаки.

Отметим, что управление (10) оптимально по точности при любом $g_2 \neq 0$, который влияет на степень быстродействия согласно условию (5).

Предположим теперь, что на координату x_2 наложено следующее ограничение: $|x_2| \leq B$. Запишем его в виде

$$|\psi_3| \leq 1; \quad \psi_3 = \frac{x_2}{B}. \quad (11)$$

Тогда оптимальное управление будет иметь вид

$$u = \text{sign}(\text{sign}(\text{sign}(x_{1\text{зад}} - \psi) - \psi_2) - \psi_3). \quad (12)$$

На рис. 1 представлены графики изменения координат объекта (6) с управлением (12). В отличие от аналогичных графиков в работе [1] здесь переходные процессы апериодические, без перерегулирования, время регулирования несколько меньше. В законе (12) не требуется выдумывать и учитывать дополнительные параметры (β_1, β_2, T_2). Из рис. 1 следует, что в ограничении (11) для x_2 неудачно выбрано числовое значение $B = 5$.

Следует отметить, что решение рассмотренной выше задачи оптимального управления объектом (6) с помощью метода АКОР по критерию точности сводится к элементарным алгебраическим процедурам. Аналитическая мощь, минимальный объем выкладок при определении оптимального закона управления и эффективность математически точного метода АКОРТ с нулевой ошибкой регулирования будут показаны в последующих примерах.

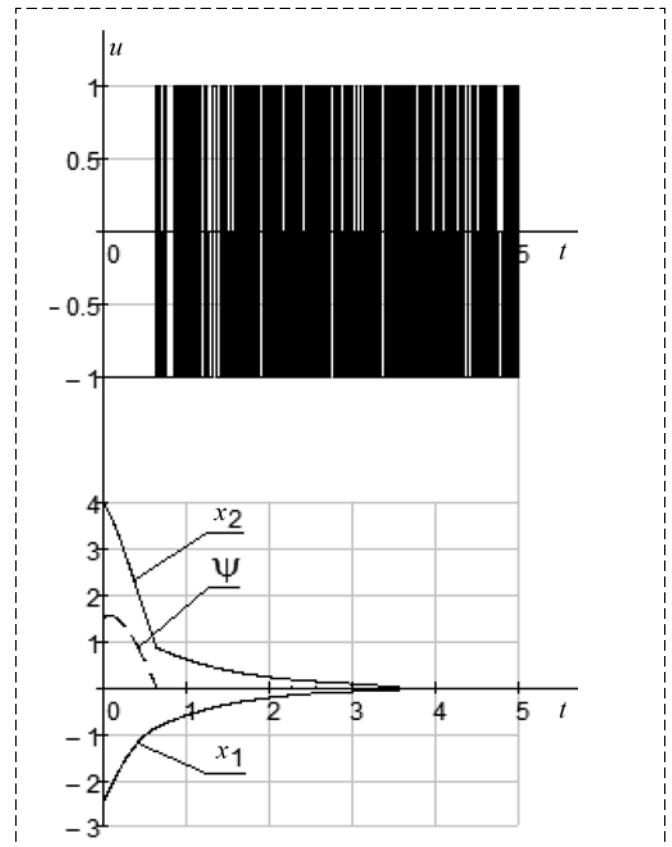


Рис. 1. Графики изменения координат объекта (6) и управления (12) при $x_1(0) = -2,5$, $x_2(0) = 4$, $B = 5$, $x_{1\text{зад}} = 0$

Пример 2. Задача синтеза оптимального по точности закона регулирования объектом третьего порядка:

$$\dot{x}_1(t) = x_2; \dot{x}_2(t) = bf(x_1) + x_3; \dot{x}_3(t) = u, \quad (13)$$

где $f(x_1) = \sin x_1$.

Будем и здесь предполагать, что уравнения (13) записаны в отклонениях.

Вначале, как и в работе [1], рассмотрим задачу оптимизации системы управления с объектом (13) при $b = 0$, т. е.

$$\dot{x}_1(t) = x_2; \dot{x}_2(t) = x_3; \dot{x}_3(t) = u. \quad (14)$$

Синтезируем закон управления объектом (14) на основе идеологии метода АКОРТ. Здесь имеется объект третьего порядка, следовательно, три интервала управления, и необходимо принудительно выполнить два ограничения (5).

Решение. Аналогично предыдущему примеру составим функциональное уравнение при $g_i = \text{const} \neq 0$

$$\dot{\psi} = \dot{x}_1 + g_2\dot{x}_2 + g_3\dot{x}_3 = x_2 + g_2x_3 + g_3u, \quad (15)$$

причем $\psi = x_1 + g_2x_2 + g_3x_3$. Запишем условие (5) для первого интервала: $|x_2 + g_2x_3| \leq g_3$ или

$$|\psi_2| \leq 1; \psi_2 = \frac{x_2 + g_2x_3}{g_3}, \quad (16)$$

где ψ_2 — функция переключения второго интервала.

Определим $\dot{\psi}_2 = \frac{\dot{x}_2 + g_2\dot{x}_3}{g_3} = \frac{x_3 + g_2u}{g_3}$. Запишем условие (5) для второго интервала: $|x_3| \leq g_2$ или

$$|\psi_3| \leq 1; \psi_3 = \frac{x_3}{g_2}. \quad (17)$$

Итак, закон оптимального по точности управления с принудительным выполнением условий (16), (17) имеет вид

$$u = \text{sign}(\text{sign}(\text{sign}(x_{1\text{зад}} - \psi) - \psi_2) - \psi_3). \quad (18)$$

Здесь коэффициенты $g_i = \text{const} \neq 0$ могут быть какие угодно. Выбором значений коэффициентов g_2, g_3 в замкнутой системе с линейными обратными связями можно дополнительно обеспечить наименьшее время переход-

ных процессов. Если необходимо, то можно, не вводя никакие макропеременные, учесть и ограничение, наложенное на координату x_3 : $|x_3| \leq B$ аналогично предыдущей задаче:

$$u = \text{sign}(\text{sign}(\text{sign}(\text{sign}(x_{1\text{зад}} - \psi) - \psi_2) - \psi_3) - \psi_4),$$

$$\psi_4 = \frac{x_3}{B}. \quad (19)$$

Синтезируем далее закон управления объектом (13).

Решение. Составим функциональное уравнение (4) на первом интервале для объекта (13), предполагая $g_i = \text{const} \neq 0, g_1 = 1$:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(\mathbf{X}) &= \dot{x}_1 + g_2\dot{x}_2 + g_3\dot{x}_3 = \\ &= x_2 + g_2bf(x_1) + g_2x_3 + g_3u. \end{aligned} \quad (20)$$

Интегрируя (20), имеем

$$\psi = x_1 + g_2x_2 + g_3x_3. \quad (21)$$

Запишем условие (5) для первого интервала: $|x_2 + g_2bf(x_1) + g_2x_3| \leq g_3, g_3 > 0$ или

$$|\psi_2| \leq 1; \psi_2 = \frac{x_2 + g_2bf(x_1) + g_2x_3}{g_3}, \quad (22)$$

где ψ_2 — функция переключения второго интервала.

Функциональное уравнение второго интервала:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_2 &= \frac{\dot{x}_2 + g_2bf'(x_1) + g_2\dot{x}_3}{g_3} = \\ &= \frac{bf(x_1) + x_3 + g_2bf'(x_1) + g_2u}{g_3}. \end{aligned}$$

Условие (5) для второго интервала: $|bf(x_1) + x_3 + g_2bf'(x_1)| \leq g_2, g_2 > 0$ или

$$\begin{aligned} |\psi_3| &\leq 1; \psi_3 = \frac{bf(x_1) + x_3 + g_2bf'(x_1)}{g_2} = \\ &= \frac{b \sin x_1 + x_3 + g_2bx_2 \cos x_1}{g_2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где ψ_3 — функция переключения третьего интервала.

Используя принцип подчиненного управления для учета ограничений (22) и (23), запишем оптимальное по точности управление для реальных координат:

$$u = \text{sign}(\text{sign}(\text{sign}(x_{1\text{зад}} - \psi) - \psi_2) - \psi_3). \quad (24)$$

Если на координату x_3 наложено ограничение $|x_3| \leq B$, то его можно также легко реализовать аналогично предыдущему примеру.

Пример 3. Синтез системы управления объектом, состоящим из $(n - 1)$ инерционных и одного интегрирующего звена:

$$\begin{aligned} T_1 \dot{x}_1 &= k_1 x_2; & T_i \dot{x}_i + x_i &= k_i x_{i+1}, \\ i &= 2, \dots, n-1; & T_n \dot{x}_n + x_n &= k_n u. \end{aligned} \quad (25)$$

Решение. Запишем функциональное уравнение (4) для объекта (25):

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{X}) &= T_1 \dot{x}_1 + \sum_{i=2}^{n-1} g_i T_i \dot{x}_i + g_n T_n \dot{x}_n = \\ &= k_1 x_2 + \sum_{i=2}^{n-1} g_i (k_i x_{i+1} - x_i) + g_n (k_n u - x_n). \end{aligned} \quad (26)$$

Сгруппируем слагаемые с одинаковыми фазовыми координатами в правой части уравнения (26):

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{X}) &= (k_1 - g_2) x_2 + \\ &+ \sum_{i=2}^{n-1} (g_i k_i - g_{i+1}) x_{i+1} + g_n k_n u. \end{aligned} \quad (27)$$

Выберем g_i так, чтобы выражения во всех круглых скобках (26) оказались равны нулю. При этом $g_2 = k_1$; $g_3 = k_1 k_2$; ...; $g_n = k_1 k_2 \dots k_{n-1}$. Подставляя g_i в (26) и разделив уравнение (26) на T_1 , получим:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(\mathbf{X}) &= \dot{x}_1 + \frac{k_1 T_2}{T_1} \dot{x}_2 + \frac{k_1 k_2 T_3}{T_1} \dot{x}_3 + \dots + \\ &+ \frac{k_1 k_2 \dots k_{n-1} T_n}{T_1} \dot{x}_n = \frac{k_1 k_2 \dots k_n}{T_1} u. \end{aligned} \quad (28)$$

Проверим условие (5): $0 \leq \frac{k_1 k_2 \dots k_n}{T_1}$, которое всегда выполняется. Можно показать [4], что условие (5) при $|f(\mathbf{X})| = 0$ соответствует (в отличие от "комбайновых" критериев) одновременно двум различным критериям — и критерию точности, и энергосберегающему критерию минимума расхода "сигнала управления", который присутствует в "комбайновом" критерии обобщенной работы А. А. Красовского.

Остается записать оптимальное управление в реальных координатах:

$$u = \text{sign}(x_{1\text{зад}} - \psi)$$

или

$$u = \text{sign} \left(x_{1\text{зад}} - x_1 - \frac{k_1 T_2}{T_1} x_2 - \frac{k_1 k_2 T_3}{T_1} x_3 - \dots - \frac{k_1 k_2 \dots k_{n-1} T_n}{T_1} x_n \right). \quad (29)$$

На рис. 2 приведены результаты моделирования объекта третьего порядка вида (25) при $T_1 = 1$; $T_2 = 2$; $T_3 = 1$; $k_1 = k_2 = k_3 = 1$, описываемого уравнениями:

$$\dot{x}_1(t) = x_2; \quad \dot{x}_2(t) + 0,5x_2 = 0,5x_3; \quad \dot{x}_3(t) + x_3 = u. \quad (30)$$

В этом случае закон управления (29) объектом (30) принимает вид

$$u = \text{sign} \left(x_{1\text{зад}} - x_1 - \frac{k_1 T_2}{T_1} x_2 - \frac{k_1 k_2 T_3}{T_1} x_3 \right). \quad (31)$$

Из рис. 2 следует, что при управлении (31) с линейными обратными связями переходные процессы в замкнутой системе (30), (31) имеют апериодический характер, при этом время переходного процесса не превышает время при управлении по нелинейному закону, определенному в работе [1] по методу АКАР.

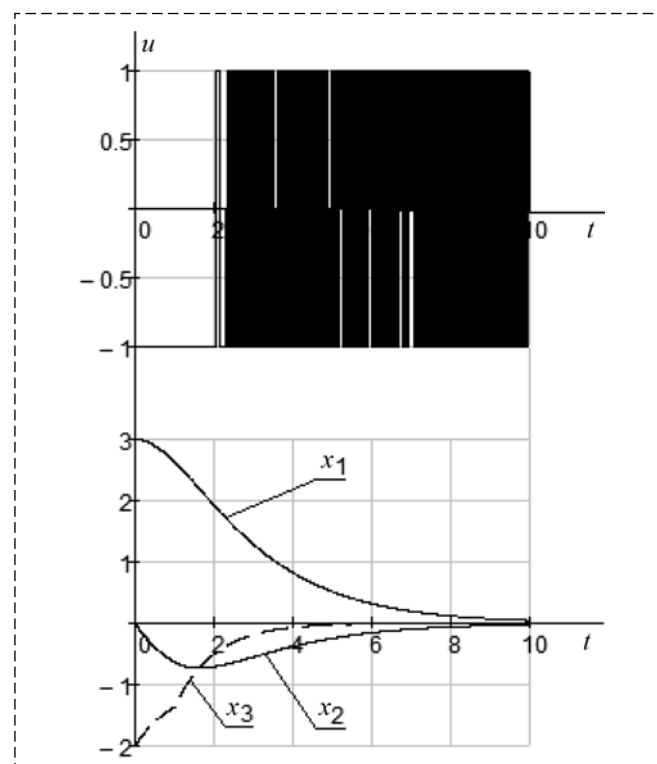


Рис. 2. Переходные процессы в замкнутой системе (30), (31)

Рассмотренный здесь подход к многокритериальной оптимизации (в смысле удовлетворения одновременно нескольким разным критериям) системы управления объектом (19) опирается на применение АКОР по критерию точности с энергосберегающим критерием минимума расхода "сигнала управления".

Заключение

В работе продолжено сравнение методов АКАР и АКОР, начатое в работе [1], на конкретных примерах синтеза систем. Показана существенная разница в подходах к аналитическому синтезу законов управления: в отличие от известных методов АКОР в исследуемом на примерах методе АКОРТ определяется не оптимальное управление по методу Беллмана, а в уже известном по методу Беллмана релейном оптимальном управлении по критерию точности регулирования определяется соответствующая этому оптимальному управлению функция переключения. Исходя из физического принципа работы оптимальной системы по критерию точности с помощью метода декомпозиции процесс управления разделяют на n интервалов, на каждом из которых существуют непрерывные частные производные функции Беллмана и, следовательно, функциональные уравнения на каждом интервале справедливы. По сравнению с методом АКАР в исследуемом методе АКОРТ оптимизирующий функционал является реальным и конкретным физическим критерием качества. Синтезируемые законы управления по критерию точности регулирования также могут обеспечить многокритериальную (одновременную, но не "комбайновую") оптимизацию переходных процессов в системе: оптимальные по точности и одновременно по быстродействию при знаке равенства в условии (5), либо

по точности и одновременно по расходу энергии при $f(\mathbf{X}) = 0$ в условии (5), либо только по точности с неопределенным расходом сигнала управления при $|f(\mathbf{X})| \leq \varphi(\mathbf{X})$. За счет появления в системе скользящих режимов обеспечивается двукратная инвариантность как к любым (в том числе случайным) внешним воздействиям (помехам), в том числе и к моменту нагрузки, так и к изменениям параметров объекта управления. На примерах синтеза проиллюстрированы явные преимущества метода АКОРТ как в отношении простейших и заранее известных (не эвристических) процедур аналитического конструирования законов управления для нелинейных объектов, так и в отношении обоснованности аналитического определения параметров регуляторов в зависимости от степени быстродействия оптимального по точности регулирования в замкнутой системе. Главная отличительная особенность метода АКОРТ — оптимальная точность регулирования.

Список литературы

1. Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А. Методы АКАР и АКОР в задачах синтеза нелинейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 10. С. 657–669.
2. Филимонов Н. Б. Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 5. С. 291–299.
3. Сухинин Б. В., Сурков В. В. К вопросу о методологическом кризисе современной теории оптимального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 1. С. 26–30.
4. Сурков В. В., Сухинин Б. В., Ловчаков В. И., Феофилов Е. И. Оптимальные управления в релейных системах // Известия вузов. Электромеханика. 2002. № 6. С. 29–35.
5. Сурков В. В., Сухинин Б. В., Ловчаков В. И., Соловьев А. Э. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов по критериям точности, быстродействию, энергосбережению. Тула: Изд-во ТулГУ, 2005. 300 с.
6. Сухинин Б. В., Сурков В. В., Цырук С. А., Феофилов Е. И. Оптимальное по точности (быстродействию, энергосбережению) управление электромеханическими объектами: учеб. пособие. Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. 140 с.

To the Question on the ADOR and the ADAR Methods in the Problems of Synthesis of Nonlinear Control Systems

B. V. Sukhinin, eeo@uic.tula.ru, V. V. Surkov, vvs150747@mail.ru,
The Tula state university, Tula, 300012. Tula Branch, Russian Federation,

Corresponding author: Surkov Victor V., Dr. Sci.Tech., Professor, The Tula State University, Tula, 300012, Tula Branch, Russian Federation, e-mail: vvs150747@mail.ru

In the paper the authors to continue comparison of known methods of Analytical Design of the Optimum Regulators (ADOR) and Analytical Design of the Aggregated Regulators (ADAR), discussed in paper [1]. Their comparison with method ADOR by criterion of accuracy of regulating is resulted. It is shown that the ADOR method by criterion of accuracy possesses more considerable advantages connected with easier procedure of analytical design of the nonlinear laws of the optimal control — is direct on the equations of the control object, not demanding the solution of any differential equations or artificial introduction in consideration of any functions of transformation in the form of the aggregated macrovariables, and the most difficult mathematical procedure is differentiation of variables and substitution of the equations of control object. The main difference of method ADOR by criterion of accuracy in the theoretical plot from all known methods that this method gives absolutely exact solution, he reliably secures a zero error of regulating, and all factors of errors (on a position, speed, acceleration, jerk etc.) also are equal to zero.

Unlike known ADOR methods, in known Bellman's method relay optimum control by criterion of accuracy of regulating function of switching and corresponding to this optimum control is defined. The method of decomposition of control process on n control intervals is for this purpose applied, on each of which there is continuous partial derivative Bellman's function and, hence, the functional equations on each interval are fair. In an investigated method optimising functional is a real and concrete criterion of performance. Synthesised laws of control by criterion of accuracy of regulating also can provide multicriteria optimization of transients in system: optimum on accuracy and simultaneously optimum on fast operation, or optimum on accuracy and simultaneously optimum on an energy consumption. At the expense of emersion in system of zero-overshoot responses double invariance as to any (including, casual) to external affectings, and to changes of parametres of control object is provided. On synthesis examples clear advantages of method ADOR by criterion of accuracy of regulating as concerning the elementary procedures of analytical control laws design for nonlinear objects, and concerning validity of analytical definition of parametres of regulators depending on extent of fast operation of optimum regulating on accuracy in the closed system are illustrated.

Keywords: control design, nonlinear control systems, optimal control synthesis, ADOR method, decomposition, accuracy control theory

For citation:

Sukhinin B. V., Surkov V. V. To the Question on the ADOR and the ADAR Methods in the Problems of Synthesis of Nonlinear Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 9, pp. 579—586.

DOI: 10.17587/mau.19.579-586

References

1. Kolesnikov A. A., Kolesnikov A. A., Kuz'menko A. A. *Metody AKAR i AKOR v zadachah sinteza nelinejnyh sistem upravlenija* (The ADAR Method and Theory of Optimal Control in the Problems of Synthesis of the Nonlinear Control Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 10, pp. 657—669 (in Russian).
2. Filimonov N. B. *Metodologicheskij krizis "vsepobezhdajushhej matematizacii" sovremennoj teorii upravlenija* (Methodological crisis of "all-conquering mathematization" modern control theory), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 291—299 (in Russian).
3. Sukhinin B. V., Surkov V. V. *K voprosu o metodologicheskom krizise sovremennoj teorii optimf'nogo upravlenija* (To the question on methodological crisis of the modern theory of optimum control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 1, pp. 26—30 (in Russian).
4. Surkov V. V., Sukhinin B. V., Lovchakov V. I., Feofilov E. I. *Optimal'nye upravlenija v relejnyh sistemah* (Optimum of control in relay systems), *Izvestija vuzov. Jelektromehanika*, 2002, no. 6, pp. 29—35 (in Russian).
5. Surkov V. V., Sukhinin B. V., Lovchakov V. I., Solov'ev A. Je. *Analiticheskoe konstruirovanie optimal'nyh reguljatorov po kriterijam tochnosti, bystrodejstviju, jenergosberezheniju* (Analytical's constraction of optimum regulators by criteria of accuracy, speed, power savings), Tula, Publishing house of TulGU, 2005, 300 p. (in Russian).
6. Surkov V. V., Sukhinin B. V., Tsyrjuk S. A., Feofilov E. I. *Optimal'noe po tochnosti (bystrodejstviju, jenergosberezheniju) upravlenie jelektromehanicheskimi ob'ektami* (Optimal by accuracy (speed, power savings) control of electromechanical objects), Tula, Publishing house of TulGU, 2014, 140 p. (in Russian).