

М. В. Ишханян, канд. физ.-мат. наук, доц., m.ishkhanyan@miit-ief.ru,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Российский университет транспорта (МИИТ)", Москва,
Л. А. Климина, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., klimina@imec.msu.ru,
О. Г. Привалова, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., privalova@imec.msu.ru,
НИИ механики МГУ, Москва, Россия

Математическое моделирование ветротурбины, работающей на основе эффекта Магнуса¹

Построена математическая модель горизонтально-осевой ветроэнергетической установки (ВЭУ), функционирующей за счет силы Магнуса. Центральный вал турбины ориентирован вдоль потока. На этом валу в цилиндрических шарнирах установлены роторы Савониуса, каждый из которых может свободно вращаться вокруг собственной оси симметрии, перпендикулярной оси вращения центрального вала. При вращении роторов Савониуса формируется сила Магнуса, которая поддерживает вращение центрального вала. На центральном валу турбины закреплен ротор электрогенератора, подключенного к локальной электрической цепи.

Для описания аэродинамических сил и моментов, действующих на систему, используется квазистационарный подход, при этом коэффициенты сил и моментов аппроксимируются на основе экспериментальных данных. Момент электромеханической нагрузки, действующий на ротор генератора, считается линейным по угловой скорости ротора. Коэффициент электромеханического момента зависит от внешнего сопротивления в цепи генератора, которое является варьируемым параметром модели.

Уравнения модели представлены в виде динамической системы второго порядка. Рабочему режиму ветроустановки отвечает асимптотически устойчивая неподвижная точка уравнений движения. Показано, что при произвольном допустимом наборе значений параметров модели рабочий режим существует и единственен.

Введен коэффициент полезной нагрузки, зависящий от таких параметров модели, как скорость ветра, внешнее сопротивление в цепи генератора.

Описана зависимость угловых скоростей роторов Савониуса и центрального вала турбины от коэффициента полезной нагрузки.

Построена бифуркационная диаграмма, характеризующая механическую мощность ВЭУ на установившемся рабочем режиме в зависимости от коэффициента полезной нагрузки. Оценена максимальная механическая мощность, определено значение коэффициента внешней нагрузки, при котором она достигается.

Ключевые слова: ветроэнергетическая установка, ротор Савониуса, эффект Магнуса, замкнутая динамическая модель, установившиеся режимы, устойчивость, механическая мощность

Введение

Сигурд Савониус, предлагая конструкцию S-образной ветротурбины, отметил, что при авторотации такой турбины на нее действует боковая сила, возникновение которой связано с эффектом Магнуса. Савониус высказал идею использовать этот эффект для того, чтобы привести в движение основание, на котором установлена ветротурбина. В частности, он указал на возможность применения S-образных роторов в качестве "парусов" корабля, а также в качестве лопастей горизонтально-осевой ветротурбины. В обоих случаях движение должна поддерживать сила Магнуса, создаваемая авторотирующим S-ротором [1].

Роторы Савониуса и их модификации получили весьма широкое распространение, но так и не стали востребованы в качестве лопастей горизонтально-осевых ветроэнергетических установок (ВЭУ). Известны прецеденты экспериментального изучения горизонтально-осевой установки с S-лопастями и численного моделирования ее аэродинамики [2]. Однако задачи параметрической оптимизации системы не были решены.

Преимуществом горизонтально-осевых ВЭУ, использующих силу Магнуса, по сравнению с классическими пропеллерными ВЭУ является способность к эффективной работе в очень широком диапазоне скоростей ветра (2...40 м/с) [3]. Относительно недавно были предложены конструкции горизонтально-осевых ВЭУ с лопастями-цилиндрами, принудительно приводимыми во вращение для созда-

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ: гранты №№ 17-08-01366, 18-01-00538.

ния силы Магнуса. Такие турбины изучаются в литературе достаточно активно [3, 4], в отличие от рассмотренной в данной работе ВЭУ с лопастями в форме роторов Савониуса. В то же время преимуществом последней является относительная простота конструкции: роторы Савониуса, в отличие от цилиндрических лопастей, не требуется вращать принудительно.

В настоящей работе рассматривается динамическая система, моделирующая работу ВЭУ с лопастями в форме роторов Савониуса. Модель воздействия потока заимствована из работ [5–7]. Аэродинамические характеристики роторов Савониуса аппроксимированы по экспериментам [8]. Получены условия существования режимов авторотации и исследована их устойчивость. Проведено параметрическое исследование рабочих режимов в зависимости от коэффициента, характеризующего полезную нагрузку.

Обсуждаются условия, при которых ВЭУ данного типа может обладать преимуществами перед классическими роторами Савониуса.

Описание механической системы

Рассмотрим ВЭУ, состоящую из ветроприемного устройства и электрогенератора, подключенного к локальной электрической цепи.

Ветроприемное устройство находится в стационарном потоке воздуха скорости V . Устройство состоит из центрального вала, несущего ротор электрогенератора, и n одинаковых лопастей — роторов Савониуса (S -роторов), установленных на валу посредством цилиндрических шарниров (рис. 1).

Центральный вал может вращаться вокруг неподвижной оси Oz , параллельной вектору V

скорости потока. Оси цилиндрических шарниров, в которых установлены S -роторы, ортогональны оси Oz . Одна из таких осей обозначается на рис. 1 как ось Ox . Ввиду того что все лопасти одинаковые, далее будем рассматривать одну из них.

S -ротор может вращаться вокруг оси Ox , являющейся его осью геометрической симметрии и одной из главных центральных осей инерции. Обозначим J_x — момент инерции S -ротора относительно оси Ox . Другие два главных момента инерции S -ротора будем считать одинаковыми. Обозначим J_z — момент инерции всей вертушки (включая ротор электрогенератора, закрепленный на валу) относительно оси Oz . В силу последнего предположения это постоянная величина (не зависит от текущего угла поворота S -ротора относительно оси Ox).

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Пусть Ω_x — угловая скорость вращения S -ротора вокруг оси Ox , а Ω_z — угловая скорость вращения центрального вала вокруг оси Oz . Тогда текущее динамическое состояние ветроприемного устройства полностью описывается значениями переменных Ω_x и Ω_z .

Перейдем к описанию аэродинамического воздействия на ветротурбину. Будем считать, что аэродинамическое воздействие на отдельный S -ротор описывается аэродинамическим моментом T_x относительно оси Ox и силами D и L , приложенными в некоторой точке C (центре давления), лежащей на оси Ox на расстоянии r от оси Oz . Здесь D — сила лобового сопротивления, направленная противоположно вектору воздушной скорости точки C ; L — боковая сила, включающая в себя силу Магнуса; вектор L направлен ортогонально вектору воздушной скорости точки C . Аэродинамическое воздействие на ротор описывается на базе квазистационарного подхода, предполагающего зависимость аэродинамических сил и моментов от мгновенной воздушной скорости центра давления [5–7]:

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{1}{2} \rho S_1 U^2 b C_T(\lambda); \quad L = \frac{1}{2} \rho S_1 U^2 C_L(\lambda); \\ D &= \frac{1}{2} \rho S_1 U^2 C_D(\lambda); \quad \lambda = b \Omega_x / U; \\ U^2 &= V^2 + (r \Omega_z)^2. \end{aligned}$$

Здесь ρ — плотность воздуха; S_1 — характерная площадь одного S -ротора; b — радиус

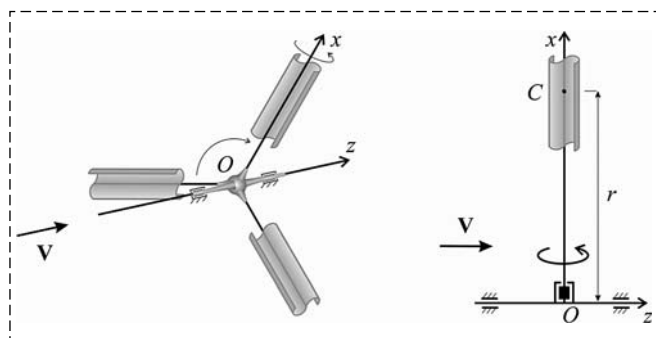


Рис. 1. Схема вертушки и одной из ее лопастей — ротора Савониуса

S -ротора. Воздушная скорость точки C обозначена U . Быстроходность ротора Савониуса (отношение линейной скорости точки ротора, расположенной на расстоянии b от оси Ox , к воздушной скорости точки C) обозначена λ . Функции $C_T(\lambda)$, $C_D(\lambda)$, $C_L(\lambda)$ — безразмерные коэффициенты момента T_x , силы D лобового сопротивления и боковой силы L , соответственно. Данные функции строятся по результатам экспериментов. В данной работе эти функции аппроксимированы по экспериментальным данным для ротора Савониуса [8] и получены следующие зависимости:

$$C_T(\lambda) = \begin{cases} 0,78\lambda^2 + 0,44\lambda + 0,26 & \text{при } \lambda \in [0; 0,4]; \\ -0,066\lambda^2 - 0,124\lambda + 0,37 & \text{при } \lambda \in (0,4; 1,61]; \end{cases}$$

$$C_D(\lambda) = \begin{cases} 1,7\lambda + 1 & \text{при } \lambda \in [0; 0,2]; \\ 0,17\lambda + 1,3 & \text{при } \lambda \in (0,2; 1,61]; \end{cases}$$

$$C_L(\lambda) = \begin{cases} 2,3\lambda^2 + 0,18\lambda - 0,35 & \text{при } \lambda \in [0; 0,6]; \\ -\lambda^2 + 4\lambda - 1,45 & \text{при } \lambda \in (0,6; 1,61]. \end{cases}$$

Графики данных функций приведены на рис. 2.

Аэродинамические силы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{L}$, приложенные в точке C , создают момент относительно оси Oz . Суммарный аэродинамический момент, действующий на центральный вал турбины (формируемый за счет n роторов), определяется выражением

$$T_a = n \left(\frac{V}{U} L - \frac{r\Omega_z}{U} D \right) r.$$

Помимо момента аэродинамических сил к оси Oz приложен момент T_e , характеризующий электромеханическое воздействие статора

электрогенератора на ротор электрогенератора. Этот момент описывается следующим выражением [5]:

$$T_e = \frac{K^2}{r_i + R} \Omega_z.$$

Здесь K — коэффициент электромеханического воздействия (константа, определяемая свойствами генератора); r_i — внутреннее сопротивление генератора; R — внешнее сопротивление в локальной электрической цепи.

Уравнения движения и рабочие режимы ВЭУ

Составляя уравнения движения системы в форме уравнений Лагранжа второго рода и проводя процедуру обезразмеривания, получаем уравнения движения в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = a(1 + \omega_z^2)C_T(\lambda), \\ \dot{\omega}_z = \sqrt{1 + \omega_z^2}(C_L(\lambda) - C_D(\lambda)\omega_z) - k\omega_z; \end{cases} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\omega_x}{\sqrt{1 + \omega_z^2}}, \quad k = \frac{2K^2}{(r_i + R)nV\rho S_1 r^2} > 0, \quad a = \frac{J_z b^2}{J_x r^2 n} > 0.$$

Здесь точка обозначает производную по безразмерному времени $\tau = 0,5n\rho S_1 r^2 V t / J_z$; переменные $\omega_x = b\Omega_x / V$, $\omega_z = r\Omega_z / V$ — безразмерные угловые скорости S -ротора и центрального вала, соответственно; k — безразмерный коэффициент полезной нагрузки (чем больше нагрузка со стороны потребителей в цепи генератора ВЭУ, тем больше k).

Рабочему режиму ВЭУ соответствует устойчивая неподвижная точка уравнений (1).

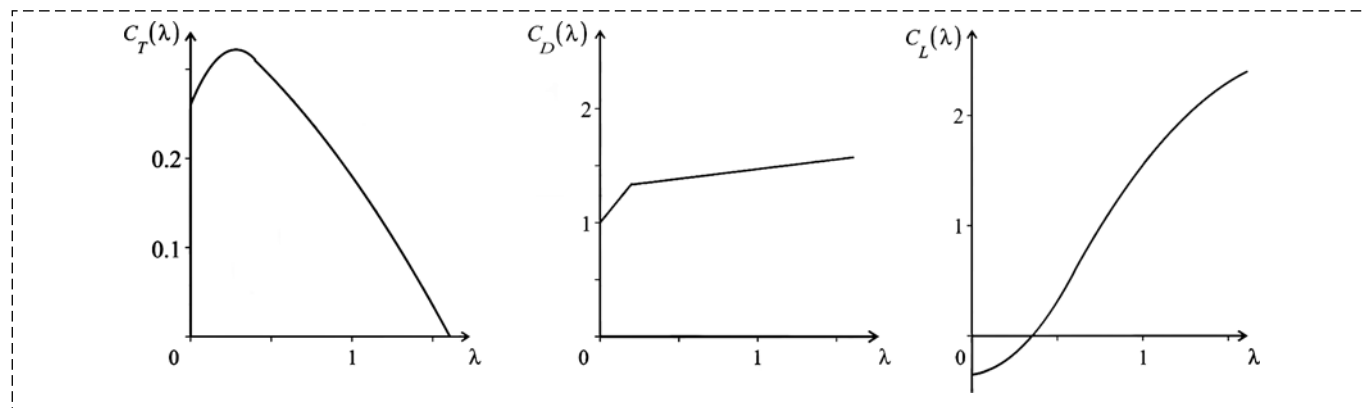


Рис. 2. Графики аэродинамических коэффициентов $C_T(\lambda)$, $C_D(\lambda)$, $C_L(\lambda)$ для ротора Савониуса

Неподвижная точка $(\omega_x^*; \omega_z^*)$ системы (1) удовлетворяет следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \omega_x^* = \lambda_0 \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2}, & C_T(\lambda_0) = 0, \\ \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2} (C_L(\lambda_0) - C_D(\lambda_0) \omega_z^*) - k \omega_z^* = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь значение $\lambda = \lambda_0$, соответствующее стационарному движению системы, определяется корнем функции $C_T(\lambda)$.

Для произвольного $\omega_z^* > 0$ система (2) определяет однозначно значения переменной ω_x^* и параметра k , при которых существует неподвижная точка с заданным ω_z^* . Другими словами, удобно задать семейство решений системы (2) как параметрическую зависимость от ω_z^* , поскольку k входит в систему (2) линейно, а ω_z^* — нелинейно. Из второго уравнения системы (2) получаем единственное значение коэффициента k , обеспечивающее существование неподвижной точки с заданным ω_z^* :

$$k = \tilde{k}(\omega_z^*) = \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2} (C_L(\lambda_0) - C_D(\lambda_0) \omega_z^*) / \omega_z^*. \quad (3)$$

Если величина k , определяемая формулой (3), положительна, то соответствующая неподвижная точка $(\lambda_0 \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2}, \omega_z^*)$ отвечает стационарному движению ВЭУ. Функция $\tilde{k}(\omega_z^*)$ обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} d\tilde{k}(\omega_z^*)/d\omega_z^* &< 0; \\ \lim_{\omega_z^* \rightarrow 0} \tilde{k}(\omega_z^*) &= \infty; \\ \lim_{\omega_z^* \rightarrow \infty} \tilde{k}(\omega_z^*) &= -\infty. \end{aligned}$$

Учитывая эти свойства, получаем, что для любого $k > 0$ существует ровно одна неподвижная точка системы (1).

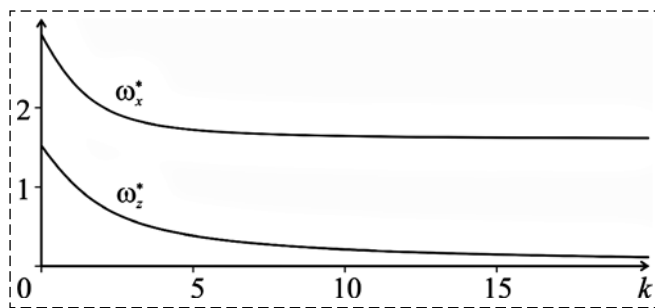


Рис. 3. Графики безразмерных угловых скоростей на стационарном режиме в зависимости от коэффициента полезной нагрузки

Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости между коэффициентом k полезной нагрузки и безразмерными угловыми скоростями ω_z^* центрального вала и ω_x^* S -ротора на стационарном режиме, представлены на рис. 3.

Зависимости, представленные на рис. 3, построены численно как параметрические функции ω_z^* с использованием первого соотношения системы (2) и формулы (3).

Устойчивость стационарных режимов движения системы

В случае, когда система (2) имеет решение, достаточные условия асимптотической устойчивости неподвижной точки выглядят следующим образом (получены с использованием критерия Гурвица):

$$\begin{cases} \Delta_1 = (a C_T'(\lambda_0) - C_D(\lambda_0))(1 + (\omega_z^*)^2) - \\ - \frac{\tilde{k}(\omega_z^*)}{\sqrt{1 + (\omega_z^*)^2}} - \lambda_0 \omega_z^* (C_L'(\lambda_0) - C_D'(\lambda_0) \omega_z^*) < 0, \\ \Delta_2 = C_T'(\lambda_0) \left(C_D'(\lambda_0) \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2} + \frac{\tilde{k}(\omega_z^*)}{1 + (\omega_z^*)^2} \right) < 0. \end{cases}$$

$$\text{Здесь } C_T'(\lambda_0) = \left. \frac{dC_T}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0}, \quad C_D'(\lambda_0) = \left. \frac{dC_D}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0}, \\ C_L'(\lambda_0) = \left. \frac{dC_L}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0}.$$

Если хотя бы одно из чисел Δ_1 или Δ_2 положительно, то соответствующая неподвижная точка неустойчива.

Из качественных свойств аэродинамических коэффициентов следует, что $C_T'(\lambda_0) < 0$, $C_D'(\lambda_0) > 0$, $C_D(\lambda_0) > 0$.

Принимая во внимание, что $k > 0$, получаем, что $\Delta_2 < 0$.

В силу качественных свойств функции $C_D(\lambda)$ выполнены следующие неравенства: $C_D(0) > 0$ и величина $C_D'(\lambda_0)$ меньше, чем среднее (по λ) значение производной $dC_D(\lambda)/d\lambda$ на интервале $\lambda \in (0, \lambda_0)$. Из этого, в частности, следует, что выполнено неравенство: $C_D(\lambda_0) > C_D(0) + \lambda_0 C_D'(\lambda_0) > \lambda_0 C_D'(\lambda_0)$. Следовательно, $\Delta_1 < 0$.

Таким образом, неподвижная точка системы (1) всегда асимптотически устойчива.

Коэффициент механической мощности ВЭУ

Оценим коэффициент c_p механической мощности, отбираемой у потока на стационарном режиме. Этот коэффициент определяется отношением механической мощности P , отбираемой ветротурбиной у потока, к мощности P_0 потока, проходящего через характерное сечение ветротурбины. Обозначим S_0 — площадь характерного сечения ветротурбины. Значения P и P_0 определяются по следующим формулам:

$$P = T_a \Omega_z = n \left(\frac{V}{U} L - \frac{r \Omega_z}{U} D \right) r \Omega_z =$$

$$= \frac{1}{2} \rho n S_1 V^3 \sqrt{1 + \omega_z^2} (C_L(\lambda) - C_D(\lambda) \omega_z) \omega_z;$$

$$P_0 = \frac{1}{2} \rho S_0 V^3.$$

Коэффициент мощности c_p определяется следующим образом:

$$c_p = \frac{P_0}{P} = \frac{n S_1}{S_0} \sqrt{1 + \omega_z^2} (C_L(\lambda) - C_D(\lambda) \omega_z) \omega_z. (4)$$

Отметим, что чем больше отношение $s = n S_1 / S_0$, тем менее точным является предположение модели о независимости обтекания лопастей ВЭУ. Будем считать, что для рассматриваемой турбины $s = 0,2$. Зависимость коэффициента мощности c_p , определяемого по формуле (4), от коэффициента полезной нагрузки k , определяемого по формуле (3), представлена на рис. 4 (сплошная линия).

Максимум c_p составляет примерно 0,24 и достигается при $k \approx 1,5$. Для сравнения на рис. 4 штриховой линией приведена функция $c_p(k)$, соответствующая классической ВЭУ типа Савониуса, аэродинамические характеристики

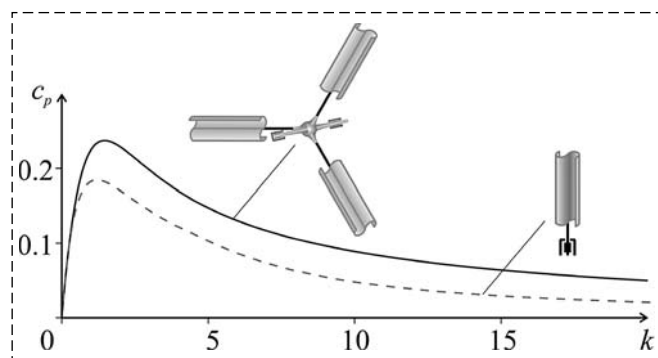


Рис. 4. Зависимость коэффициента мощности от коэффициента полезной нагрузки

которой (см. рис. 2) использовались для описания каждого из S -роторов. При этом учтено, что $s = 0,2$.

Обсуждение результатов

Итак, для одиночного ротора Савониуса максимум коэффициента мощности составляет около 0,18 [8] и достигается в случае $s = 0,2$ при $k \approx 1,2$. Таким образом, максимальный коэффициент мощности для ветротурбины, использующей силу Магнуса, может быть несколько выше, чем для классического ротора Савониуса (с той же характерной площадью осевого сечения). Реализация этой возможности зависит от отношения характерных площадей $s = n S_1 / S_0$. Максимальное значение c_p для рассматриваемой ВЭУ составляет примерно 1,2 s . Это значение выше, чем для классической ВЭУ Савониуса, если s превосходит некоторое критическое значение $s^* \approx 0,15$. Чем больше s , тем больше ожидаемое преимущество по сравнению с классическим ротором Савониуса.

Заключение

В работе проведено исследование динамической модели горизонтально-осевой ВЭУ, использующей эффект Магнуса. Описана зависимость коэффициента мощности, отбираемой у потока на стационарных режимах, от коэффициента полезной нагрузки. В частности, определено максимальное значение коэффициента мощности. Это значение сопоставлено с аналогичным показателем эффективности, вычисленным для классического ротора Савониуса.

Список литературы

1. Savonius S. J. Rotor adapted to be driven by wind or flowing water. U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.
2. Akira I., Kawashim S., Nishizawa Y., Ushiyam I., Komatinovic N. A study on Savonius type Magnus wind turbine // Europe premier wind energy event. 2007.
3. Richmond-Navarro G., Calderon-Munoz W. R., LeBoeuf R., Castillo P. A Magnus wind turbine power model based on direct solutions using the Blade Element Momentum Theory and symbolic regression // IEEE Transactions on Sustainable Energy. 2017. Vol. 8, Iss. 1. P. 425—430.
4. Lopez N., Mara B., Mercado B., Mercado L., Pascual M., Promentilla, M. A. Design of modified Magnus wind rotors using computational fluid dynamics simulation and multi-response optimization // Journal of Renewable and Sustainable Energy. 2015. Vol. 7, Iss. 6. P. 063135.

5. Досаев М. З., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. О динамике малой ветроэлектростанции // Доклады Академии наук. 2007. Т. 416, № 1. С. 50—53.

6. Досаев М. З., Линь Ч.-Х., Лю В.-Л., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. Качественный анализ стационарных режимов малых ветровых электростанций // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, № 3. С. 368—374.

7. Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium // International journal of bifurcation and chaos. 2011. Vol. 21, Iss. 10. P. 2955—2961.

8. Bach V. G. Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strömungsmaschinen // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. 1931. Vol. 2, Iss. 6. P. 218—231.

Mathematical Modeling of the Magnus-Effect-Based Wind Turbine

M. V. Ishkhanyan¹, m.ishkhanyan@miit-ief.ru, L. A. Klimina², klimina@imec.msu.ru,

O. G. Privalova², privalova@imec.msu.ru,

Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport",

Moscow, 127994, Russian Federation,

² Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation

Corresponding author: Ishkhanyan M. V., Ph. D., Assistant Professor,
Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport", Moscow, 127994, Russian Federation
e-mail: m.ishkhanyan@miit-ief.ru

Accepted on May 14, 2018

The closed mathematical model of the Magnus-effect-based horizontal axis wind turbine is constructed. The central shaft of the turbine is directed along the wind flow. Several Savonius rotors are mounted in cylindrical joints at the central shaft. Axis of these joints are orthogonal to the wind flow direction. Self-sustained rotation of Savonius rotors induces the Magnus force that sustains the rotation of the central shaft. The rotor of an electric generator is attached to the central shaft. The generator is connected to a local electric circuit. The quasi-steady approach is used to describe the aerodynamic action upon the system. Corresponding aerodynamic coefficients are approximated basing on experimental data. The electromechanical torque acting upon the rotor of the generator is supposed to be linear with respect to the angular speed of the rotor. The coefficient of the electromechanical torque depends on the external resistance in the circuit of the generator. The payload coefficient is introduced as a function of the wind speed and the external resistance in the circuit of the generator. The bifurcation diagram is constructed that describes the mechanical power of the wind turbine depending on the payload coefficient. The maximum power is estimated. The corresponding value of the payload coefficient is calculated.

Keywords: wind turbine, Magnus effect, closed dynamical model, steady motions, stability, mechanical power

Acknowledgements: This work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects NN 17-08-01366, 18-01-00538.

For citation:

Ishkhanyan M. V., Klimina L. A., Privalova O. G. Mathematical Modeling of the Magnus-Effect-Based Wind Turbine, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 8, pp. 523—528.

DOI: 10.17587/mau.19.523-528

References

1. Savonius S. J. Rotor adapted to be driven by wind or flowing water. U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.

2. Akira I., Kawashim S., Nishizawa Y., Ushiyam I., Komatinovic N. A study on Savonius type Magnus wind turbine, *Europe premier wind energy event*, 2007.

3. Richmond-Navarro G., Calderon-Munoz W. R., LeBoeuf R., Castillo P. A Magnus wind turbine power model based on direct solutions using the Blade Element Momentum Theory and sym-

bolic regression, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2017, vol. 8, no. 1, pp. 425—430.

4. Lopez N., Mara B., Mercado B., Mercado L., Pascual M., Promentilla M. A. Design of modified Magnus wind rotors using computational fluid dynamics simulation and multi-response optimization, *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 2015, vol. 7, no. 6, pp. 063135.

5. Dosaev M. Z., Samsonov V. A., Seliutski Y. D. On the dynamics of a small-scale wind power generator, *Doklady Physics*, 2007, vol. 52, no. 9, pp. 493—495.

6. Dosaev M. Z., Lin Ch.-H., Lu W.-L., Samsonov V. A., Selyutskii Yu. D. A qualitative analysis of the steady modes of operation of small wind power generators, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, vol. 73, no. 3, pp. 259—263.

7. Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium, *International journal of bifurcation and chaos*, 2011, vol. 21, no. 10, pp. 2955—2961.

8. Bach V. G. Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strömungsmaschinen, *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A*, 1931, vol. 2, iss. 6, pp. 218—231.