

А. Н. Жирабок, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru, **Д. Ю. Овчинников**, инженер-исследователь, **А. Л. Филатов**, инженер-исследователь, **А. Е. Шумский**, д-р техн. наук, проф., **Н. А. Яценко**, студент, Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток, Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток

Диагностирование нелинейных динамических систем непараметрическим методом¹

Рассматривается задача поиска дефектов в технических системах, описываемых нелинейными динамическими моделями, непараметрическим методом. Для решения используется логико-динамический подход, позволяющий нелинейные системы анализировать линейными методами. Теоретические результаты демонстрируются практическим примером.

Ключевые слова: функциональное диагностирование, нелинейные модели, непараметрический метод, поиск дефектов, матрица синдромов

1. Введение

Функциональное диагностирование (ФД) является одним из мощных средств повышения эффективности эксплуатации сложных технических систем, поскольку оно позволяет проводить проверку правильности функционирования системы в процессе выполнения ею своих основных функций и оперативно поставлять информацию о возникающих сбоях и дефектах. За несколько десятилетий были разработаны разнообразные методы ФД на основе диагностических наблюдателей, соотношений паритета и методов идентификации, изучены связи между ними; в значительной мере решены задачи обеспечения робастности на основе активных и пассивных методов, использования адаптивного порога и нечеткой логики, подхода H_∞ ; рассмотрены классы технических систем, описываемых различными моделями — линейными, нелинейными, сингулярными, гибридными [1–5].

В последнее десятилетие перспективным и активно используемым методом решения задач ФД стал так называемый непараметрический метод [6–9], особенность которого состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Настоящая работа, посвященная решению задачи ФД нелинейных систем, является логическим продолжением статей [8, 9], где рассматривались линейные системы.

2. Построение модели без обратных связей

Модель системы. Напомним [8, 9], что для применения непараметрического метода исходная система должна быть преобразована к форме без обратных связей. Приведение нелинейной системы к такой форме в общем случае требует применения сложного математического аппарата дифференциальной геометрии или алгебры функций. В случае ограничения класса преобразований линейными функциями решение может быть получено методами линейной алгебры на основе логико-динамического подхода (ЛДП) [2, 10]. Для возможности его применения исходная система должна быть представлена моделью в виде

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) + \\ &+ \sum_{i=1}^s D_i d_i(t) + C \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1 x(t), u(t)) \\ \dots \\ \varphi_q(A_q x(t), u(t)) \end{pmatrix}, \quad (2.1) \\ y(t) &= Hx(t). \end{aligned}$$

Здесь $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^l$ — векторы состояния, управления и выхода; F , G , C , H и $D_1, \dots, D_s$ — известные постоянные матрицы; $\varphi_1, \dots, \varphi_q$ — произвольные нелинейные (возможно, негладкие) функции, $A_1, \dots, A_q$ — матрицы-строки; $d_1(t), \dots, d_s(t)$ — скалярные функции, описывающие дефекты: при их отсутствии $d_i(t) = 0$, при появлении i -го дефекта $d_i(t)$ становится неизвестной функцией времени, $i = 1, 2, \dots, s$. Модель (2.1) может быть получена из нелинейной модели общего вида путем

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-09-00046).

ряда эквивалентных преобразований, детально описанных в работе [2].

Предполагается, что в системе возможны только однократные дефекты, возмущения для простоты не учитываются. Также будем полагать, что в состав некоторых элементов матриц F , G , A_1 , ..., A_q входят параметры, характеризующие вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$; i -й дефект в системе проявляется в виде отклонения i -го параметра от его номинального значения, что в модели (2.1) учитывается соответствующим элементом суммы $\sum_{i=1}^s D_i d_i(t)$.

Напомним [2, 10], что ЛДП реализуется в три этапа, на первом из которых из модели (2.1) удаляется нелинейная составляющая, на втором рассматриваемая задача решается для линейной системы с дополнительным ограничением линейного же характера, на третьем этапе к полученному линейному решению добавляется преобразованная нелинейная составляющая.

Реализация второго этапа ЛДП. Модель, которая строится на втором этапе, в общем виде описывается матричными уравнениями

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= F_* x_*(t) + G_* u(t) + J y(t); \\ y_*(t) &= H_* x_*(t), \end{aligned}$$

где $x_* \in R^k$ — вектор состояния модели; $x_* = \Phi x$, $y_* = R y$ для некоторых матриц Φ и R . Для упрощения процедуры синтеза матрицы F_* и H_* ищутся в каноническом виде

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; \quad H_* = (1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0),$$

что приводит к покомпонентному описанию системы в виде

$$\begin{aligned} x_{*i}(t+1) &= x_{*i+1}(t) + J_i y(t) + G_{*i} u(t), \\ i &= 1, 2, \dots, k-1; \\ x_{*k}(t+1) &= J_k y(t) + G_{*k} u(t); \\ y_*(t) &= x_{*1}(t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь $J_1, \dots, J_k$, $G_{*1}, \dots, G_{*k}$ — строки матриц J и G_* соответственно, некоторые элементы которых зависят от параметров, характеризующих вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$; x_{*i} — i -я компонента вектора состояния x_* ; $x_{*i} = \Phi_i x$, Φ_i — i -я строка матрицы Φ , $i = 1, 2, \dots, k$. Известно [2], что при-

веденные выше матрицы удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} RH &= \Phi_1, \quad \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_i H, \\ i &= 1, \dots, k-1, \quad \Phi_k F = J_k H. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Для решения задачи поиска дефектов необходимо построить банк моделей вида (2.2), каждая из которых должна быть нечувствительна к некоторой группе дефектов и чувствительна к остальным. Для принятия решения о возникшем дефекте используется матрица синдромов S , которая определяется следующим образом. Для параметра γ_i строится вектор-синдром S_i по следующему правилу: если этот параметр входит в описание i -й подсистемы, полагаем $S_{i0} = 1$, в противном случае $S_{i0} = 0$, $i = 1, 2, \dots, s$.

Совпадение синдромов S_i и S_j для некоторых параметров γ_i и γ_j означает, что i -й и j -й дефекты в рамках рассматриваемого подхода неразличимы. В этом случае параметры γ_i и γ_j помещаются в одно множество Γ_c для некоторого c . Параметры, имеющие индивидуальные синдромы, образуют множества, включающие в себя только один параметр. В результате компоненты вектора параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_s, \dots, \gamma_s)^T$ раскладываются в семейство непересекающихся множеств $\Gamma = \{\Gamma_1, \Gamma_s, \dots, \Gamma_d\}$. Матрица синдромов S строится из множества векторов-синдромов, соответствующих различным дефектам, как из столбцов.

Будем полагать, что рассматриваемая модель должна быть нечувствительна к i -му дефекту, что обеспечивается условием $\Phi D_i = 0$. В работах [8, 9] показано, что матрица R и строки матрицы J в этом случае могут быть определены из уравнения

$$(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)(U^{(k)} B^{(k)}) = 0, \quad (2.4)$$

где

$$U^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix};$$

$$B^{(k)} = \begin{pmatrix} HD_i & HFD_i & HF^2 D_i & \dots & HF^{k-1} D_i \\ 0 & HD_i & HFD_i & \dots & HF^{k-2} D_i \\ 0 & 0 & HD_i & \dots & HF^{k-3} D_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Минимальное значение размерности k , при котором это уравнение имеет нетривиальные решения, определяется условием

$$\text{rank}(U^{(k)} B^{(k)}) < l(k+1). \quad (2.5)$$

При его выполнении найдется вектор-строка $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$, удовлетворяющая уравнению (2.4), и по формулам (2.3) определяются строки матрицы Φ .

Дополнительное ограничение на матрицу Φ в ЛДП имеет вид

$$A = A_* \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

для некоторой матрицы A_* , где $A = (A_1^T \dots A_q^T)^T$. Нетрудно видеть, что оно эквивалентно условию

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

После определения вектор-строки $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$ и матрицы Φ проверяется условие (2.7), при его выполнении рассчитывается матрица $G_* = \Phi G$ и строится модель в виде (2.2). Если условие (2.7) не выполняется, находится другое решение уравнения (2.4) при прежней или увеличенной размерности k ; невыполнение этого условия при всех $k < n$ означает, что модели, не чувствительной к i -му дефекту (т. е. не содержащей i -й компоненты вектора параметров), не существует.

Реализация третьего этапа ЛДП. Далее будем полагать, что условие (2.7) выполняется, т. е. уравнение (2.6) имеет решение. Для построения нелинейной составляющей заметим, что она описывается выражением

$$C_* \begin{pmatrix} \psi_1(A_{*1}z(t), u(t)) \\ \dots \\ \psi_q(A_{*q}z(t), u(t)) \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

где $z = \begin{pmatrix} x_* \\ y \end{pmatrix}$; строка A_{*i} определяется из уравнения

$$A_i = A_{*i} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, q,$$

соответствующего (2.6); $C_* = \Phi C$. Если выражение (2.8) имеет вид, соответствующий правым частям модели (2.2), т. е. не содержит обратных связей, составляющая (2.8) добавляется к ранее построенной линейной части (2.2). В противном

случае следует найти другое решение уравнения (2.4) при прежней или увеличенной размерности и проделать описанные выше операции.

Отметим, что если все строки матрицы A линейно выражаются через строки матрицы H , то выражение (2.8) заведомо имеет требуемый вид. Если это условие не выполняется, добиться его выполнения можно путем расширения вектора выхода исходной системы. Детальное рассмотрение этого вопроса, однако, выходит за рамки настоящей работы.

Модель, полученную после подстановки выражения (2.8), не содержащего обратных связей, в уравнения (2.2), представим в виде

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+1) &= f_*^{(1)}(x_{*2}(t), y(t), u(t)); \\ x_{*i}(t+1) &= f_*^{(i)}(x_{*i+1}(t), y(t), u(t)); \\ x_{*k}(t+1) &= f_*^{(k)}(y(t), u(t)); \\ y_*(t) &= x_{*1}(t). \end{aligned} \quad i = 2, 3, \dots, k-1. \quad (2.9)$$

Отметим, что в общем случае модель (2.9), не содержащая обратных связей, имеет более сложный вид, в частности, правая часть уравнения для x_{*i} может содержать переменные $x_{*i+1}, \dots, x_{*k}$, $i = 1, 2, \dots, k-1$.

3. Непараметрический метод

Приведение к вход-выходному описанию. Для применения непараметрического метода выполним в представлении (2.9) ряд временных сдвигов и подстановок:

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+2) &= f_*^{(1)}(x_{*2}(t+1), y(t+1), u(t+1)) = \\ &= f_*^{(1)}(f_*^{(2)}(x_{*3}(t), y(t), u(t)), y(t+1), u(t+1)); \\ x_{*1}(t+3) &= f_*^{(1)}(f_*^{(2)}(f_*^{(3)}(x_{*4}(t), y(t), u(t)), \\ &y(t+1), u(t+1)), y(t+2), u(t+2)); \\ &\dots \\ y_*(t+k) &= x_{*1}(t+k) = F_*(y(t), u(t), \\ &y(t+1), u(t+1), \dots, y(t+k-1), u(t+k-1)) \end{aligned} \quad (3.1)$$

для некоторой функции F_* .

Будем полагать, что функция F_* представляет собой сумму нелинейных членов вида

$$\begin{aligned} F_* &= \sum_{i=1}^p \Gamma_i(\gamma) P_i(y(t), u(t), y(t+1), u(t+1), \\ &\dots, y(t+k-1), u(t+k-1)), \end{aligned}$$

где $\Gamma_i(\gamma)$ — алгебраическое выражение, представляющее собой функцию элементов вектора параметров γ , значения которых могут быть неизвестными, функция $P_i(*)$ может содержать только такие элементы вектора γ , значения которых известны, $i = 1, 2, \dots, p$, p — число слагаемых. Отметим, что искомое представление всегда может быть получено для полиномиальных функций. Если функция $P_i(*)$ содержит параметр, значение которого может быть неизвестно, то для возможности применения непараметрического метода ее следует представить степенным рядом, коэффициенты которого будут зависеть от этого параметра.

Из сказанного следует, что последнее выражение в (3.1) может быть записано в виде

$$y_*(t) = F_*(y(t-1), u(t-1), \dots, y(t-k), u(t-k)) =$$

$$= (\Gamma_1(\gamma) \ \Gamma_2(\gamma) \ \dots \ \Gamma_p(\gamma)) \begin{pmatrix} P_{*1}(t-1, \dots, t-k) \\ P_{*2}(t-1, \dots, t-k) \\ \dots \\ P_{*p}(t-1, \dots, t-k) \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

где $P_{*i}(t-1, \dots, t-k) := P_i(y(t-1), u(t-1), \dots, y(t-k), u(t-k))$. Имея в виду последнее представление, запишем, как и в линейном случае [8, 9], выражение для значения величины y_* для T моментов времени:

$$Y_T(t) = (y_*(t) \ y_*(t-1) \ \dots \ y_*(t-T+1)) =$$

$$= (\Gamma_1(\gamma) \ \Gamma_2(\gamma) \ \dots \ \Gamma_p(\gamma)) P_T(t),$$

где

$$P_T(t) =$$

$$= \begin{pmatrix} P_1(t-1, \dots, t-k) & P_1(t-2, \dots, t-k-1) & \dots & P_1(t-T, \dots, t-k-T+1) \\ P_2(t-1, \dots, t-k) & P_2(t-2, \dots, t-k-1) & \dots & P_2(t-T, \dots, t-k-T+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_p(t-1, \dots, t-k) & P_p(t-2, \dots, t-k-1) & \dots & P_p(t-T, \dots, t-k-T+1) \end{pmatrix}.$$

Характерной особенностью полученного выражения является то, что параметры, значения которых могут быть неизвестны, находятся в строке $(\Gamma_1(\gamma) \ \Gamma_2(\gamma) \ \dots \ \Gamma_p(\gamma))$, строка $Y_T(t)$ и матрица $P_T(t)$ зависят только от измеряемых значений векторов управления и выхода и элементов вектора γ , значения которых известны. Последнее позволяет осуществлять диагностирование с использованием строки $Y_T(t)$ и матрицы $P_T(t)$, т. е. без знания значений ряда или всех параметров системы.

Генерация невязки. Для генерации невязки, на основе которой принимается решение о возникших дефектах, может быть использовано несколько методов, рассмотренных в работе [9] применительно к линейным системам. Не останавливаясь на этом, приведем только конечное выражение для одного из них:

$$r_T(t) = Y_T(t)v(T), \ v(T) \in \ker(P_T(t)).$$

Значение временного окна T выбирается из условия $T \geq p + 1$. Отметим, что невязка $r_T(t)$ генерируется для каждого момента t , т. е. временное окно является скользящим.

При решении задачи поиска дефектов необходимо построить банк преобразованных моделей, каждая из которых будет чувствительна к одной группе дефектов и нечувствительна к остальным. Соответствующая процедура описана в работе [2], отметим только, что ее результатом является банк преобразованных моделей и матрица синдромов, на основе которой принимается решение об отсутствии или наличии в системе дефектов.

4. Альтернативный подход

В случае, когда выражение (2.8) не удастся привести к виду, не содержащему обратных связей, вход-выходная модель, тем не менее, во многих случаях может быть построена. Рассмотрим это детально, полагая, что после подстановки выражения (2.8) в (2.2) получаются уравнения в общем виде:

$$x_{*1}(t+1) = f_{*1}(x_*(t), y(t), u(t));$$

$$\dots$$

$$x_{*k}(t+1) = f_{*k}(x_*(t), y(t), u(t)); \quad (4.1)$$

$$y_*(t) = x_{*1}(t).$$

Построение вход-выходной модели. Для простоты рассмотрим случай $k = 3$ и перепишем уравнения (4.1), используя обозначения $x_*^+ = x_*(t+1)$, $x_* = x_*(t)$, $u = u(t)$, $y = y(t)$:

$$x_{*1}^+ = f_{*1}(x_*, y, u) = f_{*1}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u);$$

$$x_{*2}^+ = f_{*2}(x_*, y, u) = f_{*2}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u);$$

$$x_{*3}^+ = f_{*3}(x_*, y, u) = f_{*3}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u);$$

$$y_* = x_{*1}.$$

Выполним в последнем уравнении два временных сдвига:

$$\begin{aligned} y_*^+ &= x_{*1}^+ = f_{*1}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u); \\ y_*^{++} &= f_{*1}(y_*^+, f_{*2}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u); \\ &f_{*3}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u), y^+, u^+). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \hat{h}_*(\bar{x}_*) &= \\ &= \begin{pmatrix} f_{*1}(y_*, \bar{x}_*, y, u) \\ f_{*1}(y_*^+, f_{*2}(y_*, \bar{x}_*, y, u), f_{*3}(y_*, \bar{x}_*, y, u), y^+, u^+) \end{pmatrix}; \\ \bar{x}_* &= \begin{pmatrix} x_{*2} \\ x_{*3} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Известно, что если

$$\text{rank} \left(\frac{\partial \hat{h}_*(\bar{x}_*)}{\partial \bar{x}_*} \right) = 2$$

почти везде, то уравнения (4.2) разрешимы относительно переменных x_{*2} и x_{*3} в виде

$$\begin{aligned} x_{*2} &= \bar{f}_{*2}(y_*, y_*^+, y_*^{++}, y, y^+, u, u^+); \\ x_{*3} &= \bar{f}_{*3}(y_*, y_*^+, y_*^{++}, y, y^+, u, u^+) \end{aligned}$$

для некоторых функций $\bar{f}_{*2}$ и $\bar{f}_{*3}$. Проведем дополнительный сдвиг в y_*^{++} и заменим переменные x_{*2} и x_{*3} в полученной формуле для y_*^{+++} функциями $\bar{f}_{*2}$ и $\bar{f}_{*3}$ соответственно. В результате этих действий получится выражение в форме последнего выражения в (3.1).

Иллюстративный пример. Рассмотрим систему

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= \gamma_1 x_2(t); \\ x_2(t+1) &= x_2(t) x_4(t) + u_1(t); \\ x_3(t+1) &= x_1(t) x_5(t); \\ x_4(t+1) &= \gamma_2 x_3(t) x_5(t) + u_2(t); \\ x_5(t+1) &= x_3(t) x_4(t); \\ y_1(t) &= x_2(t); \\ y_2(t) &= x_3(t). \end{aligned}$$

Можно показать, что модель, нечувствительная к параметру γ_1 , описывается уравнениями с обратными связями

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+1) &= y_1(t) x_{*3}(t); \\ x_{*2}(t+1) &= \gamma_2 x_{*1}(t) x_{*3}(t) + u_2(t); \\ x_{*3}(t+1) &= x_{*1}(t) x_{*2}(t); \\ y_*(t) &= x_{*1}(t). \end{aligned}$$

где $x_{*1} := x_3$, $x_{*2} := x_4$, $x_{*3} := x_5$, $y_* = y_2$.

Выполним в выражении для $y_* = y_2$ два временных сдвига:

$$\begin{aligned} y_*^+ &= y_2^+ = x_{*1}^+ = y_1 x_{*3}; \\ y_2^{++} &= y_1^+ x_{*3}^+ = y_1^+ x_{*1} x_{*2} = y_1^+ y_2 x_{*2}. \end{aligned}$$

Очевидно, что полученная система уравнений разрешима относительно x_{*2} и x_{*3} в виде

$$x_{*2} = y_2^{++} / (y_1^+ y_2); \quad x_{*3} = y_2^+ / y_1.$$

В результате получаем вход-выходную модель

$$\begin{aligned} y_2^{+++} &= y_1^{++} y_2^+ x_{*2}^+ = y_1^{++} y_2^+ (\gamma_2 x_{*1} x_{*3} + u_2) = \\ &= y_1^{++} y_2^+ (\gamma_2 y_2 y_2^+ / y_1 + u_2). \end{aligned}$$

Эвристический подход. Если в уравнение (4.1) входят негладкие функции, описанный подход не может быть применен. Тогда для приведения модели к вход-выходной форме в ряде случаев могут быть использованы эвристические методы. Рассмотрим это на примере. Пусть модель (4.1) при $k = 3$ описывается уравнениями

$$\begin{aligned} x_{*1}^+ &= x_{*2} + f_{*1}(x_{*1}) + J_{*1} y + G_{*1} u; \\ x_{*2}^+ &= x_{*3} + f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2} y + G_{*2} u; \\ x_{*3}^+ &= f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3} y + G_{*3} u; \\ y_* &= x_{*1}, \end{aligned}$$

где f_{*1}, f_{*2}, f_{*3} — произвольные, в том числе негладкие функции. Проведем несколько временных сдвигов и подстановок для переменной y_* :

$$\begin{aligned} y_*^{++} &= x_{*2}^+ + f_{*1}(x_{*1}^+) + J_{*1} y^+ + G_{*1} u^+ = \\ &= f_{*1}(y_*^+) + J_{*1} y^+ + G_{*1} u^+ + x_{*3} + \\ &\quad + f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2} y + G_{*2} u; \\ y_*^{+++} &= f_{*1}(y_*^{++}) + J_{*1} y^{++} + G_{*1} u^{++} + x_{*3}^+ + \\ &\quad + f_{*2}(x_{*2}^+) + J_{*2} y^+ + G_{*2} u^+ = \\ &= f_{*1}(y_*^{++}) + J_{*1} y^{++} + J_{*2} y^+ + G_{*1} u^{++} + \\ &\quad + G_{*2} u^+ + f_{*2}(x_{*2}^+) + f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3} y + G_{*3} u. \end{aligned}$$

Найдем сумму $x_{*3} + f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2} y + G_{*2} u = x_{*2}^+$ из выражения для y_*^{++} :

$$\begin{aligned} x_{*2}^+ &= x_{*3} + f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2} y + G_{*2} u = \\ &= y_*^{++} - f_{*1}(y_*^+) - J_{*1} y^+ - G_{*1} u^+ \end{aligned}$$

и подставим ее вместо аргумента функции f_{*2} в уравнении для y_*^{+++} :

$$\begin{aligned} y_*^{+++} &= f_{*1}(y_*^{++}) + J_{*1} y^{++} + J_{*2} y^+ + G_{*1} u^{++} + \\ &\quad + G_{*2} u^+ + f_{*2}(y_*^{++} - f_{*1}(y_*^+) - J_{*1} y^+ - G_{*1} u^+) + \\ &\quad + f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3} y + G_{*3} u. \end{aligned}$$

Далее из последнего уравнения найдем выражение для суммы $f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3}y + G_{*3}u$, запишем формулу для y_*^{++++} и подставим найденную сумму вместо аргумента функции f_{*3} в выражении для y_*^{++++} . В силу громоздкости получаемого выражения оно не приводится, но нетрудно видеть, что после такой подстановки правая часть конечного выражения для y_*^{++++} будет содержать только временные сдвиги переменных y_* , y и u , что и требуется для применения непараметрического метода.

5. Практический пример

Рассмотрим дискретизированную нелинейную модель электропривода с учетом сухого трения:

$$\begin{aligned}x_1^+ &= \gamma_1 x_2 + x_1; \\x_2^+ &= \gamma_2 x_3 + \gamma_3 \text{sign}(x_2) + x_2; \\x_3^+ &= \gamma_4 x_2 + \gamma_5 x_3 + \gamma_6 u,\end{aligned}$$

где x_1 — угол поворота вала нагрузки; x_2 — угловая скорость вращения вала двигателя; x_3 — ток якоря; параметры γ_1 – γ_6 представляют характеристики электропривода и интервал дискретизации.

Из вида приведенной модели следует, что параметры γ_2 , γ_3 и γ_4 – γ_6 одинаковым образом влияют на переменные x_2^+ и x_3^+ соответственно, поэтому получаем три класса попарно неразличимых дефектов: $\Gamma_1 = \{\gamma_1\}$, $\Gamma_2 = \{\gamma_2, \gamma_3\}$ и $\Gamma_3 = \{\gamma_4, \gamma_5, \gamma_6\}$.

Предполагая, что измеряемыми переменными являются x_1 и x_3 , получим ЛДП описание модели:

$$\begin{aligned}F &= \begin{pmatrix} 1 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_2 \\ 0 & \gamma_4 & \gamma_5 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_6 \end{pmatrix}, \\H &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \\A &= (0 \ 1 \ 0), \quad D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Следуя логико-динамическому подходу, удалим нелинейный член из модели и рассмотрим ее линейную часть. Непосредственные вычисления для первого дефекта

дают решение уравнения (2.4) в виде

$$(R - J_1 - J_2) = (0 \ 1 \ 0 - (1 + \gamma_5) \ 0 - (\gamma_2 \gamma_4 - \gamma_5)),$$

откуда

$$\Phi_1 = (0 \ 0 \ 1), \quad \Phi_2 = (0 \ \gamma_4 \ -1), \quad G_* = \begin{pmatrix} \gamma_6 \\ -\gamma_6 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить, что условие (2.7) выполняется, и матрицу A_* можно принять в виде

$$A_* = (0 \ 1/\gamma_4 \ 0 \ 1), \quad \text{кроме того, } C_* = \Phi C = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_3 \gamma_4 \end{pmatrix}.$$

В результате нелинейная преобразованная модель описывается уравнениями

$$\begin{aligned}x_{*1}^+ &= x_{*2} + (1 + \gamma_5)y_2 + \gamma_6 u, \\x_{*2}^+ &= (\gamma_2 \gamma_4 - \gamma_5)y_2 - \gamma_6 u + \gamma_3 \gamma_4 \text{sign}((y_2 + x_{*2})/\gamma_4), \\y_* &= x_{*1} = y_2,\end{aligned}$$

где $x_{*1} = x_3$, $x_{*2} = \gamma_4 x_2 - x_3$. Временные сдвиги дают следующее:

$$\begin{aligned}y_2(t+1) &= x_{*2}(t) + (1 + \gamma_5)y_2(t) + \gamma_6 u(t); \\y_2(t+2) &= (\gamma_2 \gamma_4 - \gamma_5)y_2(t) - \gamma_6 u(t) + \\&+ \gamma_3 \gamma_4 \text{sign}((y_2(t) + x_{*2}(t))/\gamma_4) + \\&+ (1 + \gamma_5)y_2(t+1) + \gamma_6 u(t+1).\end{aligned}$$

Из выражения для $y_2(t+2)$ следует, что сумма первых трех слагаемых в его правой части равна $y_2(t+2) - (1 + \gamma_5)y_2(t+1) - \gamma_6 u(t+1)$. Имея это в виду, приведем выражение для $y_2(t+3)$:

$$\begin{aligned}y_2(t+3) &= (\gamma_2 \gamma_4 - \gamma_5)y_2(t+1) - \gamma_6 u(t+1) + \\&+ (1 + \gamma_5)y_2(t+2) + \gamma_6 u(t+2) + \\&+ \gamma_3 \gamma_4 \text{sign}((y_2(t+1) + y_2(t+2) - \\&- (1 + \gamma_5)y_2(t+1) - \gamma_6 u(t+1))/\gamma_4).\end{aligned}$$

Поскольку функция sign содержит параметры γ_4 , γ_5 и γ_6 , для применения непараметрического метода их значения должны быть известны.

Выражения для остальных сдвигов могут быть получены по аналогии. Так как последнее выражение содержит пять слагаемых, то $p = 5$ и $T = 6$. Обозначим функцию $\text{sign}(\cdot)$ в последнем выражении через $z(t)$ и запишем его в виде (3.2), приняв $y_* = Ry = y_2$:

$$\begin{aligned}Y_6(t) &= \\&= (y_2(t) \ y_2(t-1) \ y_2(t-2) \ y_2(t-3) \ y_2(t-4) \ y_2(t-5)) = \\&= (\gamma_2 \gamma_4 - \gamma_5 \ -\gamma_6 \ 1 + \gamma_5 \ \gamma_6 \ \gamma_3 \gamma_4) P_6(t),\end{aligned} \quad (5.1)$$

где

$$P_6(t) = \begin{pmatrix} y_2(t-2) & y_2(t-3) & y_2(t-4) & y_2(t-5) & y_2(t-6) & y_2(t-7) \\ u(t-2) & u(t-3) & u(t-4) & u(t-5) & u(t-6) & u(t-7) \\ y_2(t-1) & y_2(t-2) & y_2(t-3) & y_2(t-4) & y_2(t-5) & y_2(t-6) \\ u(t-1) & u(t-2) & u(t-3) & u(t-4) & u(t-5) & u(t-6) \\ z(t-3) & z(t-4) & z(t-5) & z(t-6) & z(t-7) & z(t-8) \end{pmatrix}.$$

Невязка формируется в виде $r_6^{(1)}(t) = Y_6^{(1)}(t)v(6)$, $v(6) \in \ker(P_6^{(1)}(t))$.

Можно показать, что условие (2.7) для второго дефекта не выполняется. Выполняя требуемые действия для третьего дефекта, получаем следующую преобразованную модель:

$$x_{*1}^+ = x_{*2} + 2y_1;$$

$$x_{*2}^+ = -y_1 + \gamma_1\gamma_2y_2 + \gamma_1\gamma_3\text{sign}((y_1 + x_{*2})/\gamma_1);$$

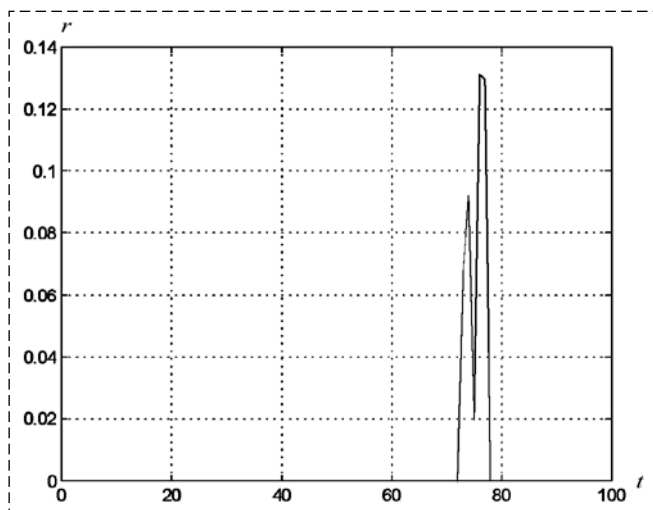
$$y_{*1} = x_{*1} = y_1,$$

где $x_{*1} = x_1$, $x_{*2} = \gamma_1x_2 - x_1$. Проведя аналогичные временные сдвиги и преобразования для переменной y_1 , можно заметить, что в результирующем выражении функция sign содержит параметр γ_1 , поэтому для применения непараметрического метода его значение должно быть известно. Невязка $r^{(2)}$ формируется по аналогии с $r^{(1)}$.

Нетрудно видеть, что матрица синдромов в рассматриваемом примере имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.2)$$

где строки соответствуют невязкам $r^{(1)}$ и $r^{(2)}$, столбцы — множествам $\Gamma_1 = \{\gamma_1\}$, $\Gamma_2 = \{\gamma_2, \gamma_3\}$ и $\Gamma_3 = \{\gamma_4, \gamma_5, \gamma_6\}$.



Результаты моделирования

Для моделирования примем $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_6 = 1$, $\gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = -1$, $u(t) = 2\sin(t/10)$. На рисунке представлены результаты моделирования на основе выражения (5.1), когда $\gamma_1 = 1,2$ в момент $t = 40$ и $\gamma_2 = 1,2$ в момент $t = 70$; вид-

но, что невязка $r^{(1)}$ нечувствительна к первому параметру и чувствительна ко второму, что соответствует матрице (5.2).

Заключение

В работе предложен метод решения задачи поиска дефектов для технических систем, описываемых нелинейными моделями, на основе непараметрического метода. Особенность этого метода состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Для решения задачи в работе был использован логико-динамический подход, позволяющий решить задачу для нелинейных систем с использованием только линейных методов.

Список литературы

1. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.-СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.
2. Шумский А. Е., Жирабок А. Н. Методы и алгоритмы диагностирования и отказоустойчивого управления динамическими системами. Владивосток: Изд. ДВГТУ, 2009.
3. Шумский А. Е., Жирабок А. Н., Гаджиев Ч. Диагностирование и отказоустойчивое управление динамическими системами. Электронное издание. Владивосток: Изд. ДВФУ, 2016. 178 с.
4. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault tolerant control. New York: Springer-Verlag, 2003.
5. Simani S., Fantuzzi C., Patton R. Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.
6. Шумский А. Функциональное диагностирование нелинейных динамических систем с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2009. № 2. С. 172—184.
7. Ding S. Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems. London: Springer-Verlag, 2014.
8. Жирабок А. Н., Соляник С. П., Павлов С. В. Подход к диагностированию линейных систем непараметрическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 8. С. 507—515.
9. Жирабок А. Н., Шумский А. Е., Павлов С. В. Диагностирование линейных динамических систем непараметрическим методом // Автоматика и телемеханика. 2017. № 7. Т. 18. С. 3—21.
10. Жирабок А. Н., Кучер Д. Н., Филаретов В. Ф. Обеспечение робастности при диагностировании нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2010. № 1. С. 159—173.

Fault Diagnosis in Nonlinear Dynamic Systems by Non-Parametric Method

A. N. Zhirabok, zhirabok@mail.ru, D. Yu. Ovchinnikov, otdel-n13@mail.ru,
A. L. Filatov, mygryphon@gmail.com, A. Ye. Shumsky, a.e.shumsky@yandex.com, N. A. Yatsenko
Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation

Corresponding author: **Zhirabok A. N.**, Dr. of Sci., Professor,
Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,
e-mail: zhirabok@mail.ru

Accepted on March 02, 2018

The problem of fault diagnosis in technical systems described by nonlinear dynamic models based on non-parametric method is considered. The feature of this method for linear systems is that knowledge of the system parameter values is not required for purpose of diagnosis; it is sufficient to know only the dimensions of input, state, and output vectors of the system. Thus, this method provides active robustness which is concentrated on the stage of residual generation to make the residual insensitive to uncertainties and, simultaneously, sensitive to faults. The objective of the present paper is to extend the known non-parametric method to nonlinear discrete-time systems with non-smooth nonlinearities. A solution is based on so-called logic-dynamic approach using only linear methods to solve the problem for nonlinear systems. To isolate faults, special canonical form of the models which of them is invariant with respect to some fault and sensitive to other ones is used. The redundancy relations based on these models are obtained. The feature of the suggested solution is that to check the redundancy relations, it is necessary to find a kernel of some matrix of functionals which is constructed on-line by processing the system inputs and outputs measured over a finite time window, i.e. without knowledge of all system parameter values. To decrease computational complexity, it is suggested to calculate time window based on the structure of matrices describing each model. For decision making, matrix of syndromes is used. Theoretical results are demonstrated by illustrative and practical examples.

Keywords: fault diagnosis, nonlinear models, non-parametric method, fault isolation, matrix of syndromes

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Scientific Foundation, project no. 16-19-00046.

For citation:

Zhirabok A. N., Ovchinnikov D. Yu., Filatov A. L., Shumsky A. Ye., Yatsenko N. A. Fault Diagnosis in Nonlinear Dynamic Systems by Non-Parametric Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 8, pp. 508–515.

DOI: 10.17587/mau.19.508-515

References

1. Mironivskii L. A. *Funkcionalnoe diagnostirovanie dinamicheskikh sistem* (Functional diagnosis in dynamic systems), Moscow, Publishing house of MSU, 1998, 256 p. (in Russian).
2. Shumsky A., Zhirabok A. *Metody i algoritmy diagnostirovaniya i otkazoustoichivogo upravleniya dinamicheskimi sistemami* (Methods and algorithms for fault diagnosis and fault tolerant control in dynamic systems), Vladivostok, Publishing house of FESTU, 2009, 196 p. (in Russian).
3. Shumsky A., Zhirabok A., Hadjiev C. *Diagnostirovanie i otkazoustoichivoe upravlenie dinamicheskimi sistemami* (Fault diag-

nosis and fault tolerant control in dynamic systems), Vladivostok, Publishing house of FEFU, 2016, 178 p. (in Russian).

4. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. *Diagnosis and fault tolerant control*, New York, Springer-Verlag, 2003.
5. Simani S., Fantuzzi C., Patton R. *Model-based fault diagnosis in dynamic systems using identification*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2002.
6. Shumsky A. Functional diagnosis in time delay nonlinear dynamic systems, *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, pp. 172–184 (in Russian).
7. Ding S. *Data-driven design of fault diagnosis and fault-tolerant control Systems*, London, Springer-Verlag, 2014.
8. Zhirabok A., Solyanik S., Pavlov S. *Podhod k diagnostirovaniya lineinykh sistem neparametriheskim metodom* (Approach to fault diagnosis in the linear systems by the non-parametric method), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, pp. 507–515 (in Russian).
9. Zhirabok A., Shumsky A., Pavlov S. Fault diagnosis in linear dynamic systems by the non-parametric method, *Automation and Remote Control*, 2017, vol. 78, pp. 1173–1188 (in Russian).
10. Zhirabok A., Kucher D., and Filaretov V. Achieving robustness at diagnosis of nonlinear systems, *Automation and Remote Control*, vol. 71, 2010, pp. 142–155 (in Russian).