

**А. С. Девятисильный**<sup>1, 2</sup>, д-р техн. наук, проф., devyatis@iacp.dvo.ru,

**А. В. Шурыгин**<sup>1, 2</sup>, мл. науч. сотр., artem.shurygin@bunjlabs.com,

**А. К. Стоценко**<sup>1</sup>, мл. науч. сотр., stotsenko@iacp.dvo.ru,

<sup>1</sup>Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН,

<sup>2</sup>Дальневосточный федеральный университет

## Аналитическое конструирование и численное исследование моделей определения движения на данных ГЛОНАСС

*Рассматривается проблема расширения функций ГЛОНАСС в целях оценки возможности определения производных координат местоположения подвижного объекта. Разработана математическая модель соответствующей обратной траекторной задачи, изложена технология, выполнено исследование и предложены процедуры для повышения разрешимости задачи в условиях конечной точности измерения и представления чисел в вычислительной среде. Предложен нейророботный алгоритм решения задачи калмановского типа. Представлены результаты вычислительных экспериментов.*

**Ключевые слова:** движение, скорость, обратная траекторная задача, нейророботный алгоритм, навигационная спутниковая система, ГЛОНАСС

### Введение

Разнообразная и интенсивная деятельность человечества на море и в околоземном пространстве (коммерческая навигация и решение вопросов оборонного значения, гидрографические и геофизические исследования, разведка полезных ископаемых и т. п.) может быть обеспечена только при условии высококачественного решения базовой задачи навигации — определения параметров движения, т. е. местоположения объекта навигации, его скорости, реже ускорения, а еще реже рывка. Немаловажным является и то, что знание параметров движения необходимо при оценке динамических и конструктивных характеристик подвижных объектов в процессе их ходовых испытаний и эксплуатации.

Выдающимся достижением в области навигационного обеспечения движения явилось создание первых низкоорбитальных навигационных спутниковых систем (НСС) в 60-е годы двадцатого столетия (Transit — США, Циклон — СССР). В нынешнем двадцать первом столетии наиболее широкое применение нашли среднеорбитные НСС (типа GPS — США, ГЛОНАСС — Россия). В таких НСС для определения параметров траектории подвижного объекта могут быть реализованы различные методы [1], но в качестве базового справедливо было бы указать псевдодалномерный метод (дополненный, безусловно, известными методологиями компенсации погрешностей, вносимых источниками различной природы), весьма эффективно решающий проблему прецизионного оценивания координат местоположения объекта. В настоящей статье рассматриваются именно координаты места

объекта в качестве исходной информации при конструировании бортовых (на объекте) алгоритмов оценивания других параметров траектории, из числа которых важнейшим является вектор скорости объекта относительно твердой Земли.

### Основные модельные представления

Прежде всего, учитывая, что речь идет о навигации объектов в околоземном пространстве, причем главным образом о морских объектах и мало-высотных объектах морского базирования, в качестве опорной модели формы Земли естественно принять эллипсоид вращения (эллипсоид Клеро) с поверхностью (называемой уровневной), ортогональной направлению силы тяжести на спокойной поверхности Океана [2]. Соответственно этому введем эллиптическую (или геодезическую) систему отсчета с координатами  $\{\tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}, h\}$ , где  $\tilde{\varphi}$  и  $\tilde{\lambda}$  — широта и долгота (от Гринвича) местоположения объекта, а  $h$  — расстояние по нормам от поверхности эллипсоида [2]. С подвижной точкой  $O_1$ , отождествляемой с подвижным объектом, свяжем декартову систему координат  $O_1 \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \tilde{\xi}_3 = O_1 \tilde{\xi}$  с осями, ориентированными соответственно на Восток ( $O_1 \tilde{\xi}_1$ ), Север ( $O_1 \tilde{\xi}_2$ ), по нормали к поверхности эллипсоида ( $O_1 \tilde{\xi}_3$ ). Введем также геоцентрическую систему отсчета  $O\eta = O\eta_1\eta_2\eta_3$  (в системе ГЛОНАСС определяемую как ПЗ-90, а в системе GPS — как WGS-84 [1]) с началом в точке  $O$  (центр Земли), декартовыми координатами  $\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$  и сферическими координатами  $\{\varphi, \lambda, r\}$ , где  $\varphi$  и  $\lambda$  — соответственно широта и долгота (от Гринвича) местоположения объекта,  $r$  — радиус точки  $\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$ , т. е.

длина отрезка  $OO_1$ . Связь между координатами  $\{\varphi, \lambda, r\}$  и  $\{\tilde{\varphi}, \tilde{\lambda}, h\}$  известна, а именно [2]:

$$\lambda = \tilde{\lambda};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \left[ 1 - \frac{ae}{a + h\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \tilde{\varphi}}} \right] \operatorname{tg} \tilde{\varphi};$$

$$r = \left\{ \left[ \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \tilde{\varphi}}} + h \right]^2 \cos^2 \tilde{\varphi} + \left[ \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \tilde{\varphi}}} + h \right]^2 \sin^2 \tilde{\varphi} \right\}^{1/2}.$$

Здесь  $a$  — большая полуось Земли;  $e^2$  — первый эксцентриситет эллипсоида Клеро [2].

С подвижной точкой  $O_1$  свяжем еще одну декартову систему координат  $O_1 \xi_1 \xi_2 \xi_3 = O_1 \tilde{\xi}$  с осями, ориентированными соответственно на Восток ( $O_1 \tilde{\xi}_1$ ), Север ( $O_1 \tilde{\xi}_2$ ), по радиус-вектору точки  $\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$ , т. е.  $O_1 \tilde{\xi}_3$ . Имеет место следующее ортогональное преобразование [2]:

$$\tilde{\xi}_1 = \xi_1;$$

$$\tilde{\xi}_2 = \cos(\tilde{\varphi} - \varphi) \xi_2 - \sin(\tilde{\varphi} - \varphi) \xi_3;$$

$$\tilde{\xi}_3 = \sin(\tilde{\varphi} - \varphi) \xi_2 + \cos(\tilde{\varphi} - \varphi) \xi_3.$$

С учетом изложенного выше отметим, что, вообще говоря, все равно, в какой из связанных с Землей систем отсчета решать навигационную задачу. Вместе с тем, результат интерпретации ее решения неизбежно потребует более внимательного отношения к этой несложной проблеме. Например, если, в конечном итоге, обсуждаются скорости морских течений, то, очевидно, они должны быть представлены в касательных плоскостях эллипсоида.

Перейдем к модели траектории. Обратимся к подвижной системе отсчета  $O_1 \tilde{\xi}$ . В проекции на ее оси вектор линейной скорости объекта относительно твердой Земли, т. е.  $V = (V_1, V_2, V_3)^T$ , определяется следующим образом:  $V_i = e_{ikj} \omega_k r_j + r_i$ ,  $(i, j, k) = \overline{1, 3}$ , где  $e_{ikj}$  — псевдотензор Леви—Чивиты;  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$  — вектор угловой скорости вращения трехгранника  $O_1 \tilde{\xi}$  в проекциях на собственные оси;  $\omega_1 = -\dot{\varphi}$ ,  $\omega_2 = \dot{\lambda} \cos \varphi$ ,  $\omega_3 = \dot{\lambda} \sin \varphi$ ;  $r = (0, 0, r_3)^T$  — вектор местоположения объекта в проекциях на оси трехгранника  $O \tilde{\xi}$ . Тогда  $\dot{\varphi} = V_2/r$ ,  $\dot{\lambda} = V_1/r \cos \varphi$ ,  $\dot{r}_3 = V_3$ . Отождествляя теперь покоординатные составляющие скорости с полиномиальными степени  $n - 2$  функциями времени, определенными на интервале, вообще говоря, произвольной длины  $\tau$ , модель эволюции геодезических сферических координат объекта можно записать следующим образом:

$$\dot{x}_1^{(i)} = \rho^{(i)} x_2^{(i)}; x_1^{(i)}(t_0) = x_{1,0}^{(i)};$$

$$\dot{x}_2^{(i)} = x_3^{(i)}; x_2^{(i)}(t_0) = x_{2,0}^{(i)};$$

$$\dots$$

$$\dot{x}_n^{(i)} = 0; x_n^{(i)}(t_0) = x_{n,0}^{(i)}$$

или в общем виде:

$$\dot{x}^{(i)} = A^{(i)} x^{(i)}; x^{(i)}(0) = x_0^{(i)}; i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где индексы  $i = 1, 2, 3$  кодируют процессы, соответствующие  $\varphi(t), \lambda(t), r(t), t \in [t_0, t_0 + \tau]$ :

$$x_1^{(1)} = \varphi, x_1^{(2)} = \lambda, x_1^{(3)} = r;$$

$$x_2^{(1)} = V_2, x_2^{(2)} = V_1, x_3^{(3)} = V_3 \text{ и т. д.};$$

$$\rho^{(1)} = 1/r, \rho^{(2)} = -1/r \cos \varphi, \rho^{(3)} = 1.$$

Полагая, что НСС доставляет потребителю (объекту) информацию в виде оценок его координат ( $\varphi, \lambda, r$ ), будем интерпретировать эти оценки как измерения, т. е.  $z^{(i)} = x_1^{(i)} + \varepsilon^{(i)}$ , или

$$z^{(i)} = Hx^{(i)} + \varepsilon^{(i)}, i = \overline{1, 3}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon^{(i)}$  — погрешности оценок;  $H = (1, 0, 0)$ .

Легко видеть, что совокупность уравнений (1) и (2) может рассматриваться в качестве совокупности трех схожих обратных задач типа "состояния — измерения", целью решения которых являются оценки векторов  $x^{(i)}$ , причем прежде всего их компонент  $x_2^{(i)}$ , т. е. составляющих вектора  $V$  скорости объекта.

Учитывая отмеченную схожесть задач, далее будем обсуждать только одну из них (как типовую с  $i = 1$ ), опуская в ее записи индекс, т. е. задачу

$$\dot{x} = Ax; x(0) = x_0;$$

$$z = Hx + \varepsilon; \dim x = n. \quad (3)$$

Матрица  $A$  нильпотентна с индексом  $q = n$ , т. е.  $A^n = 0$ ; она имеет  $n - 1$  отличных от нуля элементов, а именно  $A_{1,2} = \rho$  и  $A_{i,j} = 1$  при  $i > 1$  и  $j = i + 1$ .

При численном решении сформулированной обратной задачи требуется обращение к дискретной модификации модели (3), которую, с учетом сказанного выше о матрице  $A$ , на интервале времени  $[t_k, t_{k+1}]$ ,  $t_{k+1} - t_k = \tau = \text{const}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , можно записать в виде

$$x_{k+1} = \Phi_k(\tau) x_k;$$

$$z_{k+1} = H_{k+1} x_{k+1} + \varepsilon_{k+1},$$

или

$$x_{k+1} = \Phi_k(\tau) x_k;$$

$$z_{k+1} = H_{p,k+1} x_k + \varepsilon_{k+1}, \quad (4)$$

где

$$\Phi_k(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & \rho\tau & \frac{\rho^2\tau^2}{2!} & \dots & \frac{\rho\tau^{n-2}}{(n-2)!} & \frac{\rho\tau^{n-1}}{(n-1)!} \\ 0 & 1 & \tau & \dots & 1 & \tau \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H_{k+1} = H = (1, 0, \dots, 0),$$

$$H_{p,k+1} = H_{k+1} \Phi_k(\tau) = \left( 1, \rho\tau, \frac{\rho^2\tau^2}{2}, \dots, \frac{\rho\tau^{n-1}}{(n-1)!} \right).$$

Представление (4) является точным по отношению к (3), если  $\rho = \text{const}$ , и тем точнее, чем меньше  $\tau$ , если  $\rho = \rho(t)$ ; вместе с этим следует особо отметить, что с уменьшением  $\tau$  неизбежно ухудшение разрешимости обратной задачи (по Адамару) в условиях конечной точности измерений и вычислений. Изменить ситуацию к лучшему можно, вводя процедуры преобразования переменных, приводящие к формам, не зависящим от  $\rho$  и  $\tau$ .

Здесь рассматриваются две такие процедуры (соответственно, два метода, две методологии, две технологии) — одноэтапная и двухэтапная.

Одноэтапная процедура выполняется в следующей последовательности:

1. Форматируется матрица наблюдаемости  $N_p$  для пары  $(H_p, \Phi(\tau))$  модели (4).

2. Определяются евклидовы нормы  $\|N_{p,i}\|$  столбцов  $N_{p,i}$  ( $i = \overline{1, n}$ ) матрицы  $N_p$ .

3. Формируется диагональная матрица  $D_p = \text{diag}(\|N_{p,1}\|, \dots, \|N_{p,n}\|)$  — матрица преобразования переменных  $\tilde{x} = D_p x$ .

4. Модель (4) приводится к форме

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{\Phi}_k \tilde{x}_k;$$

$$z_{k+1} = \tilde{H}_k \tilde{x}_k + \varepsilon_{k+1}, \quad (5)$$

где  $\tilde{\Phi}_k = D\Phi_k(\tau)D^{-1}$ ,  $\tilde{H}_k = H_{p,k}D^{-1}$ .

5. Сравниваются числа обусловленности матриц наблюдаемости исходной модели (4) и полученной модели (5), т. е.  $\mu(N_p)$  и  $\mu(N_{pN})$ , где  $N_{pN} = N_p D^{-1}$ , и делаются выводы о рассмотренном преобразовании переменных.

Двухэтапная процедура учитывает особенность вида матрицы  $H_p$ . При изложении этой процедуры для наглядности примем  $n = 5$ . На первом этапе выполняются следующие шаги:

1. Модель (4) с помощью преобразования  $f = D_f x$ , где  $D_f = \text{diag}(1, \rho\tau, \rho\tau^2/2, \rho\tau^3/3!, \rho\tau^4/4!)$ , приводится к виду

$$\begin{aligned} f_{k+1} &= \Phi_f k f_k; \\ z_{k+1} &= H_f k f_k + \varepsilon_{k+1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\Phi_f = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$H_f = (1, 1, 1, 1, 1).$$

Для пары  $(\Phi_f, H_f)$  строится матрица наблюдаемости

$$N_f = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 81 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 256 \\ 1 & 5 & 25 & 125 & 625 \end{pmatrix}.$$

2. Оценивается сингулярное число обусловленности  $\mu(N_f)$  и делается заключение о целесообразности решения обратной задачи (при заданном  $n$ ) уже на этом этапе; здесь заметим, что матрицы  $\Phi_f$  и  $N_f$  имеют специальный вид, а именно: матрица  $\Phi_f$  является верхнетреугольной с целочисленными элементами  $\Phi_{i,i} = 1$ ,  $\Phi_{1,j} = 1$ ,  $\Phi_{i+1,j+1} = \Phi_{i,j} + \Phi_{i+1,j}$ ,  $(i,j) = \overline{1, n}$ ,  $i \geq j$ , а матрица  $N_f$  состоит из целочисленных элементов  $N_{i,j} = i^{j-1}$ ,  $(i,j) = \overline{1, n}$ .

На втором этапе, если он оказывается необходим, выполняется еще одно преобразование переменных  $S_k = D_s f$ , где  $D_s = \text{diag}(\|N_{f,1}\|, \|N_{f,2}\|, \dots, \|N_{f,n}\|)$ , при котором матрица  $N_f = N_s D_s$ , где  $N_s$  — матрица с единичными нормами столбцов. Учитывая далее, что  $N_p = N_f D_f = N_s D_s D_f$  и  $D = D_s D_f$  (что легко проверяется), находим, что  $N_s = N_{pN}$ , т. е.  $S_k = \tilde{x}_k$  и, таким образом, по сути, актуализируется модель (5).

Несмотря на то что конечный результат обеих процедур, как видим, одинаковый, вторая из них более продуктивна, когда речь идет об исследовании сепаратного влияния параметров  $(\rho, \tau)$  и  $n$  ("проклятие размерности") на разрешимость рассматриваемой задачи. Заметим, что число этапов в поставленной задаче можно увеличить, если, например, в качестве первого преобразования взять преобразование с матрицей  $D_p = \text{diag}(1, \rho, \dots, \rho)$ . Наконец, возможны и экзотические процедуры, когда переменные преобразуются по-разному, если актуальны какие-либо системные представления, отличные от придерживаемых здесь.

Некоторые результаты исследования проблемы "проклятия размерности" будут представлены несколько ниже (см. таблицу).

Перейдем теперь к представлению алгоритма динамического обращения и остановимся на нейросетевой концепции [3], приняв за основу линей-

Числа обусловленности матриц наблюдаемости

$n$	$\frac{\mu(N_p, \tau_1)}{\mu(N_p, \tau_2)}$	$\frac{\mu(N_{pN}, \tau_1)}{\mu(N_{pN}, \tau_2)}$	$\frac{\mu(N_f, \tau_1)}{\mu(N_f, \tau_2)}$	$\frac{\mu(N_s, \tau_1)}{\mu(N_s, \tau_2)}$
2	$\frac{6,3710e+07}{1,2742e+07}$	$\frac{6,1623}{6,1623}$	$\frac{6,8541}{6,8541}$	$\frac{6,1623}{6,1623}$
3	$\frac{7,2795e+08}{6,0844e+07}$	$\frac{39,0077}{39,0077}$	$\frac{70,9231}{70,9231}$	$\frac{39,0077}{39,0077}$
4	$\frac{8,0047e+09}{2,2291e+08}$	$\frac{262,9437}{262,9437}$	$\frac{1,1710e+03}{1,1710e+03}$	$\frac{262,9437}{262,9437}$
5	$\frac{8,7781e+10}{7,4783e+08}$	$\frac{1,8524e+03}{1,8524e+03}$	$\frac{2,6170e+04}{2,6170e+04}$	$\frac{1,8524e+03}{1,8524e+03}$
10	$\frac{1,3968e+16}{2,4634e+11}$	$\frac{4,1966e+07}{4,1966e+07}$	$\frac{2,1063e+12}{2,1063e+12}$	$\frac{4,1966e+07}{4,1966e+07}$
19	$\frac{3,3225e+25}{1,0438e+16}$	$\frac{4,0542e+15}{4,0431e+15}$	$\frac{2,8640e+26}{5,1125e+24}$	$\frac{4,0793e+15}{4,0507e+15}$
20	$\frac{3,7743e+26}{7,5995e+16}$	$\frac{2,9984e+16}{3,0201e+16}$	$\frac{1,4788e+26}{3,3490e+26}$	$\frac{2,9904e+16}{3,0396e+16}$

ный динамический алгоритм (согласованный с моделями (4) и (5)) следующего вида:

$$y_{k+1} = C_k y_k + K z_{k+1};$$

$$y(0) = y_0,$$

где  $y_k$  — оценка вектора  $\tilde{x}_k$ ,  $x_k^* = D_p^{-1} y_k$  — оценка вектора  $x_k$ ;  $C_k = \tilde{\Phi}_k - K_k \tilde{H}_k$ ;  $K_k = (K_1, \dots, K_n)_k^T$  — матрица (вектор) синаптических коэффициентов, настраиваемых так, чтобы достигался минимум квадратического критерия  $J_{k+1} = \|z_{k+1} - \tilde{H}_k x_k^*\|^2 + \|x_{2,k}^* - x_{2,k+1}^*\|^2 + \|x_{3,k}^* - x_{3,k+1}^*\|^2$  при обращении к ядерному механизму настройки [3], базирующегося на калмановской модели фильтрации [4], а именно:

$$K_{k+1} = \tilde{P}_{k+1} \tilde{H}_{k+1}^T [\tilde{H}_{k+1} \tilde{P}_{k+1} \tilde{H}_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1};$$

$$\tilde{P}_{k+1} = \tilde{\Phi}_k P_k \tilde{\Phi}_k^T + \tilde{Q}_k^*;$$

$$P_{k+1} = [E - K_{k+1} \tilde{H}_{k+1}] \tilde{P}_{k+1};$$

$$P(0) = P_0,$$

где  $E$  — единичная матрица;  $(P_k, \tilde{P}_k)$  — матрицы, отождествляемые с дисперсионными (но, строго говоря, не являющиеся таковыми);  $R_k$  — положительно определенная матрица, отождествляемая с известной интенсивностью шумов измерения (в нашем случае — это заданная скалярная величина);  $\tilde{Q}_{k+1}^* = \operatorname{argmin}_Q J_{k+1}$ ,  $Q$  — положительная диагональная матрица.

### Вычислительный эксперимент

Основная цель численных исследований — это верификация особенностей и эффективности представлений, изложенных выше.

Обратимся к таблице и отметим следующее: пробные реализации алгоритмов динамического обращения рассматриваемой обратной задачи в исходных (физических) переменных (модель (4)) показали их несостоятельность в используемой вычислительной среде с конечной относительной точностью ( $E_0 = 2,2 \cdot 10^{-16}$ ) представления чисел, что объяснимо большими значениями чисел обусловленности матриц наблюдаемости ( $\mu(N_p)$ ) при актуальных значениях  $\tau \leq 1$ . Преобразование переменных с неизбежностью приводит к новой модели задачи (5) со значительно лучшей ее обусловленностью ( $\mu(N_{pN}) \ll \mu(N_p)$ ) и, как следствие, устойчивому и эффективному по точности ее решению (рис. 1—4). Вместе с тем, обращает на себя внимание и то, что сам процесс численного преобразования переменных и вычисления чисел обусловленности в среде с ограниченной точностью представ-

ления чисел в ней с ростом  $n$  приводит к заметным искажениям значений этих важнейших показателей разрешимости задачи ("проклятие размерности"), что хорошо видно по таблице при  $n = 19$  и  $n = 20$ , когда нарушается очевидное из ранее изложенного свойство независимости нормированных матриц, а следовательно, и их чисел обусловленности  $\mu(N_{pN})$ ,  $\mu(N_p)$  и  $\mu(N_s)$  от значений  $\tau$ , а также равенство  $\mu(N_{pN}) = \mu(N_s)$ ; в таблице  $\tau_1 = 0,2$  с,  $\tau_2 = 1$  с.

На рис. 1, 2 представлены некоторые результаты имитационного численного эксперимента при  $n = 5$  и  $\tau = 0,2$  с, проводимого для северной широты  $\varphi = 45^\circ$  и скорости движения объекта  $|V| = 100$  м/с. Наблюдаемое время движения объекта,  $0 \leq t \leq 3600$ , разбито на три подынтервала: на первом ( $0 \leq t < 1000$ ) и третьем ( $2080 < t \leq 3600$ ) объект движется прямым истинным курсом  $\psi = 45^\circ$ , на втором ( $1000 \leq t \leq 2080$ ) — с рысканьем —  $\psi = 45^\circ + 5^\circ \cos(2\pi t/T)$ ,  $T = 300$  с. С достаточностью, обоснованной ранее, результаты эксперимента представляются только для северных элементов движения. Погрешность позиционирования ГЛОНАСС распределена равномерно на интервале  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ , так что ее среднеквадратическое значение (СКП)  $\sigma_\varepsilon = 1$  м. При этом СКП оценок, представленных на рисунках, имеют следующие значения: для положения —  $\sigma_\varphi = 1,2 \cdot 10^{-8}^\circ$  (0,06 м); для скорости ( $V_2$ ) на прямых

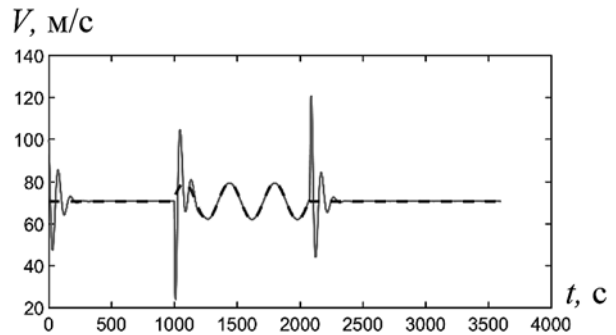


Рис. 1. Графики значений оценки (сплошная линия) и истинной (пунктирная линия) скорости  $V_2$

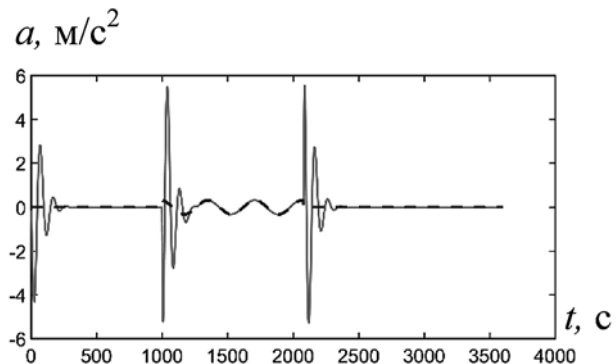


Рис. 2. Графики значений оценки (сплошная линия) и истинного (пунктирная линия) ускорения  $a_2 = \dot{V}_2$

## Заключение

Таким образом, в статье представлены следующие результаты: разработана математическая (аналитическая) модель и ее компьютерный образ для численной оценки заданного  $n$ -го порядка измеряемой функции, отождествляемая с задачей оценки траекторных параметров движения объекта по данным его позиционирования ГЛОНАСС; разработана методология (технология) оценки разрешимости и обеспечения устойчивого решения навигационной задачи в условиях конечной точности представления чисел в вычислительной среде и погрешностей измерения; разработан нейроподобный алгоритм калмановского типа для решения задачи; выполнена серия вычислительных экспериментов, результаты которых (часть из них представлена в статье) с достаточностью верифицируют и иллюстрируют эффективность предложенных методологий, моделей и алгоритмов.

Исследование рассчитано на применение в задачах управления движением, в частности, на автомобильном транспорте [5].

## Список литературы

1. Перов А. И., Харисов В. Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2005. С. 688.
2. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Автоматные системы. М.: Наука, 1966. 580 с.
3. Десятисильный А. С. Модель нейросетевой инерциально-спутниковой навигационной системы с функцией оценки градиента напряженности гравитационного поля Земли // Журнал технической науки. 2016. Т. 86, № 9. С. 20–23.
4. Медич Дж. Статистические оптимальные линейные оценки и управление. М.: Энергия, 1972. С. 440.
5. Десятисильный А. С., Стоценко А. К. Исследование относительного продольного движения автомобилей в системе "лидер – ведомый" // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 4. С. 285–288.

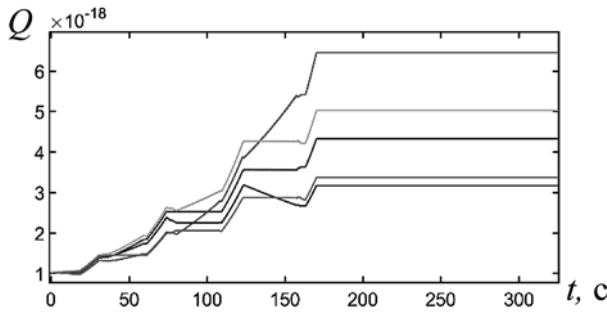


Рис. 3. Графики настройки элементов матрицы  $Q$

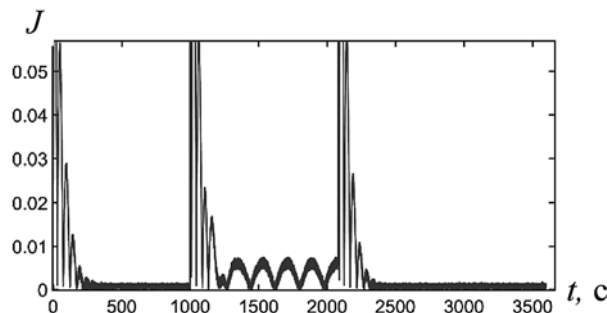


Рис. 4. График эволюции значений  $J$

курсах  $\sigma_v = 0,019$  м, при рыскании —  $\sigma_v = 0,090$  м; для ускорения на прямых курсах  $\sigma_a = 0,003$  м/с<sup>2</sup>, при рыскании  $\sigma_a = 0,01$  м/с<sup>2</sup>.

На рис. 3 представлен процесс настройки элементов диагональной матрицы  $Q$  и на рис. 4 представлена эволюция функционала  $J$ . Настройка прекращена в момент времени  $t = 168,8$  с, и далее алгоритм работает при постоянных значениях вектора синаптических коэффициентов  $K = (9,19 \cdot 10^{-2}; 6,55 \cdot 10^{-3}; 2,26 \cdot 10^{-4}; 4,04 \cdot 10^{-6}; 3,2 \cdot 10^{-8})^T$ .

## Analytical Design and Numerical Research of Motion Detection Models Based on GLONASS Data

A. S. Devyatisilny<sup>1,2</sup>, devyatis@iacp.dvo.ru✉, A. V. Shurygin<sup>1,2</sup>, ashurygin@iacp.dvo.ru, A. K. Stotsenko<sup>2</sup>, stotsenko@iacp.dvo.ru,

<sup>1</sup>Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690090, Russian Federation  
<sup>2</sup>Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation

Corresponding author: Devyatisilny Aleksandr S., Ph. D., Professor, Head of the Navigation and Control Department, Institute of Automation and Control Processes Far eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

Accepted on August 17, 2017

The article is devoted to the problem of expanding the capabilities of onboard GLONASS. In GLONASS, the implementation of various methods is possible to determine the parameters of the object's trajectory. Pseudo-range method is supplemented with well-known error compensation methodologies. In particular, a two-frequency error determination method in-

roduced to compensate errors of radio signal passed through the ionosphere. This makes it possible to solve the problem of precise estimation of object's location coordinates very effectively. It is actual to consider the location coordinates as the initial information in the construction of onboard navigation algorithms for estimating other parameters of the trajectory, among which the most important is the velocity vector of the object relative to the Earth surface. The article presents a mathematical model of the inverse trajectory problem, the purpose of which is to evaluate object's location coordinates derivatives, described the used technology, research is carried out and procedures are proposed to improve the solvability of the problem under conditions of finite accuracy of measurements and representation of numbers in a computing environment. To solve the problem, a neural-like algorithm of the Kalman type is proposed. The results of computational experiments are also presented.

**Keywords:** motion, velocity, inverse trajectory problem, model, neural-like algorithm, navigation satellite system, GLONASS

For citation:

**Devyatisilny A. S., Shurygin A. V., Stotsenko A. K.** Analytical Design and Numerical Research of Motion Detection Models Based on GLONASS Data, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 11, pp. 782–787.

DOI: 10.17587/mau.18.782-787

#### References

1. **Perov A. I., Harisov V. N.** *GLONASS. Principy postroeniya i funkcionirovaniya* (GLONASS. Principles of construction and operation), Moscow, Radiotekhnika, 2005, 688 p. (in Russian).

2. **Andreev V. D.** *Teoriya inercial'noj navigacii. Avtonomnye sistemy* (The theory of inertial navigation. Autonomous systems) Moscow, Nauka, 1966, 580 p. (in Russian).

3. **Devyatisilny A. S.** *Model' nejrosetevoj inercial'no-sputnikovoj navigacionnoj sistemy s funkciej ocenki gradienta napryazhennosti gravitacionnogo polya Zemli* (Model of the neural network inertial-satellite navigation system with the function of estimating the gradient of the Earth's gravitational field strength), *Zhurnal Tekhnicheskoy Nauki*, 2016, vol. 86, no. 9, pp. 20–23 (in Russian).

4. **Medich J.** *Statisticheskie optimal'nye linejnye ocenki i upravlenie* (Statistical optimal linear estimates and control), Moscow, Energiya, 1972, 440 p. (in Russian).

5. **Devyatisilny A. S., Stotsenko A. K.** *Issledovanie otositel'nogo prodol'nogo dvizheniya avtomobilej v sisteme "lider — vedomyj"* (Investigation of the relative longitudinal motion of cars in the "leader-driven" system), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 4, pp. 285–288 (in Russian).

УДК 519.6, 629.78

DOI: 10.17587/mau.18.787-792

**И. А. Панкратов**, канд. техн. наук, доц., науч. сотр., PankratovIA@info.sgu.ru,

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

имени Н. Г. Чернышевского, г. Саратов, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

## Эволюционный алгоритм минимизации затрат характеристической скорости на переориентацию орбиты космического аппарата

В кватернионной постановке рассмотрена задача оптимальной переориентации орбиты космического аппарата (КА). Рассмотрен актуальный частный случай задачи, когда орбита КА является круговой, а управление принимает свои максимальные по модулю значения на отдельных участках активного движения КА (при этом также присутствуют участки пассивного движения КА). Построен оригинальный эволюционный алгоритм нахождения оптимальных траекторий перелетов КА, в котором неизвестными величинами являются длительности участков движения КА. Приведены примеры численного решения задачи для случаев, когда отличие между начальной и конечной ориентациями орбиты КА составляет единицы (или десятки) градусов в угловой мере. Рассмотрен случай, когда конечная ориентация орбиты КА соответствует ориентации орбиты одного из спутников отечественной орбитальной группировки ГЛОНАСС. Построены графики изменения компонент кватерниона ориентации орбитальной системы координат, отклонения текущего положения орбиты КА от требуемого, оптимального управления. Установлены особенности и закономерности процесса оптимальной переориентации орбиты КА.

**Ключевые слова:** космический аппарат, орбита, кватернион, оптимизация, ген

### 1. Постановка задачи

Предположим, что вектор ускорения  $\mathbf{u}$  от тяги реактивного двигателя во все время управляемого движения КА направлен ортогонально плоскости его орбиты. Тогда орбита КА во время управляемого движения центра масс КА не меняет своей формы и размеров. Орбита КА поворачивается в пространстве под действием управления как неизменяемая (недеформируемая) фигура. Рассмотрим следующую задачу: пусть необходимо перевести

орбиту КА, движение центра масс которого описывается уравнениями [1]

$$2\lambda^{\bullet} = \lambda \circ \omega_{\eta},$$

$$\omega_{\eta} = (ur/c) \mathbf{i}_1 + (c/r^2) \mathbf{i}_3,$$

$$\varphi^{\bullet} = c/r^2,$$

$$r = p/(1 + e \cos \varphi),$$

$$c = \text{const}$$