

М. Ю. Рачков, д-р техн. наук, проф.,
Московский политехнический университет

Стохастическое управление внешней подвеской пожарного вертолета

Описывается моделирование движения вертолета с водосливным устройством на внешней подвеске для тушения пожаров. Синтезирована система оптимального стохастического управления с минимизацией колебаний подвески и энергии для его реализации. Проведен анализ влияния изменений параметров системы на управляющий сигнал в зависимости от длины подвески и интенсивности стохастических возмущений с помощью компьютерного моделирования.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, оптимальное управление, стохастические возмущения, пожарный вертолет

Введение

Крупные лесные и городские пожары являются серьезной проблемой как в России, так и в других странах мира. Они приводят к значительным экономическим и социальным потерям. Одним из эффективных методов борьбы с этими пожарами является применение вертолетов с водосливными устройствами на внешней подвеске. Сложностью при управлении такими пожарными вертолетами являются воздействия на внешнюю подвеску в рабочей зоне конвективных потоков, порывов ветра, а также вибрации корпуса от ротора, что может привести к недопустимому углу отклонения подвески от вертикали.

Для облегчения управления вертолетом используются автоматические системы. Например, российский многоцелевой вертолет Ми-8, который входит в список самых массовых вертолетов в истории авиации и широко используется для тушения пожаров, оборудован четырехканальным автопилотом (рис. 1, см. третью сторону обложки).

Он обеспечивает стабилизацию крена и тангажа, направления, а также высоты полета. Управление вертолетом относительно трех осей осуществляется путем изменения модуля и направления силы тяги несущего винта, а также силы тяги рулевого винта. Однако действие случайных возмущений на подвеску требует дополнительных управляющих воздействий для их компенсации.

Разработаны методы, направленные на решение этой задачи. Например, способ управления с обратной связью для вертолета описан в работе [1]. Он позволяет реализовать адаптацию к параметрической неопределенности по известным характеристикам привода, включая его динамику. Проектирование системы управления для ослабления колебаний от ротора вертолета рассматривается в

работе [2]. Задача формулируется в предположении периодического возмущения известной частоты. Рекомендации по динамике водосливных устройств на внешней подвеске вертолетов в процессе слива из них рабочих жидкостей при тушении лесных пожаров в условиях интенсивных конвективных потоков в зоне пожаров даны в работе [3]. Однако эти методы не позволяют управлять колебаниями подвески от случайных возмущений. Стохастические аспекты управления колебаниями изучены в работе [4]. На базе этих теоретических исследований синтезирован закон управления подвеской вертолета [5, 6]. Продолжением этой работы является моделирование системы стохастического управления подвеской вертолета с минимизацией энергетических затрат на управление.

1. Математическая модель системы

Принимая во внимание, что период колебаний внешней подвески значительно превышает постоянную времени вертолета, можно представить модель вертолета как движение колебательной системы с центром масс в точке M водосливного устройства массой m и с точкой подвеса F . Модель такой системы представлена на рис. 2, где текущие координаты центра масс и точки подвеса обозначены соответственно (x_0, y_0) и (x, y) .

Выражая значения координат центра масс через координаты точки подвеса груза, получим соотношения

$$x_0 = x - L \sin \varphi; \quad (1)$$

$$y_0 = y - L \cos \varphi, \quad (2)$$

где L — длина подвеса от точки подвеса груза до центра инерции; φ — угол отклонения подвеса от вертикали.

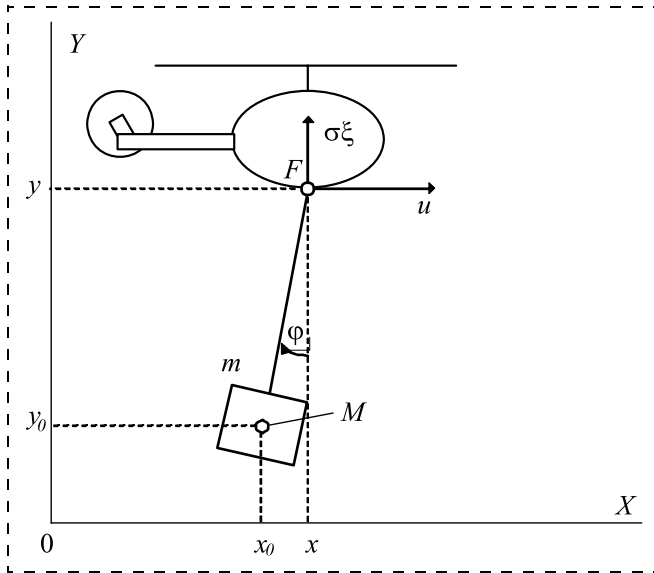


Рис. 2. Модель движения вертолета с внешней подвеской

В соотношении (2) величина u представляет собой случайное возмущение точки подвеса груза, которое выражается в колебаниях точки подвеса в вертикальной плоскости. На рис. 2 обозначение $\sigma\xi$ представляет собой помеху с интенсивностью σ .

Принимая в качестве обобщенной координаты угол отклонения подвеса от вертикали, запишем уравнение Лагранжа для рассматриваемой системы:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}, \quad (3)$$

где

$$T = \frac{m}{2} (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2); \quad (4)$$

$$\Pi = mgy_0. \quad (5)$$

С использованием соотношений (1), (2) и (4), (5), а также с учетом малости возможных значений φ и $\dot{\varphi}$ [3], уравнение (3) примет вид

$$mL^2 \ddot{\varphi} + mL \ddot{y}_0 \varphi - mL \ddot{x} = -mgL \varphi. \quad (6)$$

Так как момент инерции груза относительно точки подвеса равен

$$I = mL^2, \quad (7)$$

уравнение (6) можно представить в виде

$$I \ddot{\varphi} + mL(g + \ddot{y}_0) \varphi = mL \ddot{x}, \quad (8)$$

где $\ddot{x} = u$ — управление, $\ddot{y}_0 = \sigma\xi$ — помеха с интенсивностью σ .

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} a &= -mgLI^{-1}; \\ b &= mLI^{-1} = L^{-1}; \\ c &= -mLI^{-1} = -L^{-1}, \end{aligned} \quad (9)$$

перепишем уравнение (8) в виде

$$\ddot{\varphi} = a\varphi + bu + c\sigma\xi\varphi. \quad (10)$$

Обозначив

$$\varphi = x_1, \quad \dot{\varphi} = x_2, \quad (11)$$

запишем уравнение (10) как систему

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad (12)$$

$$\dot{x}_2 = ax_1 + bu + c\sigma\xi x_1.$$

Отсюда в векторной форме имеем

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + \sigma_0 \xi X; \\ X(t_0) &= X_0, \quad t_0 \leq t \leq T, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}, \quad \sigma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c\sigma & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Соотношения (13) и (14) выражают математическую модель движения вертолета при наличии случайных возмущений на внешнюю подвеску в точке ее крепления к корпусу.

2. Синтез системы оптимального управления

Линейная управляемая система (13) описывает движение на отрезке $[t_0, T]$, причем вектор фазовых координат $X(t)$, управление $U(t, x)$ и скалярный гауссовский белый шум ξ , моделирующий возмущение [2], являются взаимозависимыми. Информация о значении фазовых координат известна в каждый момент времени. Управление $U(t, x)$ требуется выбрать так, чтобы минимизировать квадратичный функционал

$$J = M \int_{t_0}^T (X' N_1 X + U' N_0 U) dt, \quad (15)$$

где штрих — знак транспонирования, а

$$N_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad U = u, \quad N_0 = 1. \quad (16)$$

Решение строится с помощью метода, изложенного в работе [4], с использованием динамического программирования.

Вводя функцию Беллмана $V(t, X)$, составим уравнение Беллмана, которое в данном случае имеет вид

$$\begin{aligned} \inf_U \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right)' (AX + BU) + X' N_1 X + \right. \\ \left. + U' N_0 U + \frac{1}{2} X' \sigma_0' \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \sigma_0 X \right] = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

с граничными условиями $V(t, X) = 0$. В задачах стабилизации $T \rightarrow \infty$.

Из уравнения (17) вытекает, что оптимальное управление $U_0(t, x)$ выражается через функцию Беллмана соотношением

$$U_0(t, X) = -\frac{B'}{2N_0} \frac{\partial V(t, X)}{\partial X}. \quad (18)$$

Решение задачи ищем в виде

$$V(t, X) = X'P(t)X. \quad (19)$$

В выражении (19) матрица $P(t)$ подлежит определению. Соотношение (18) преобразуется следующим образом:

$$U_0(t, X) = -N_0 B' P(t) X. \quad (20)$$

Подставляя в уравнение (17) соотношения (19) и (20), получим в его левой части квадратичную функцию от вектора фазовых координат с коэффициентами, зависящими от времени. Приравнявая нулю коэффициенты при квадратичных членах, получим

$$\dot{P} + A'P + PA - PB N_0^{-1} (PB)' + N_1 + \sigma_0' P \sigma_0 = 0, \quad (21)$$

где $P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}$.

С учетом соотношений (14) и (16), из матричного уравнения (21) получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{P}_{11} &= -aP_{21} - aP_{12} + b^2 P_{12}^2 - 1 - c\sigma^2 P_{22}; \\ \dot{P}_{12} &= -aP_{22} - P_{11} + b^2 P_{12} P_{22}; \\ \dot{P}_{21} &= -P_{11} - aP_{22} + b^2 P_{22} P_{12}; \\ \dot{P}_{22} &= -P_{12} - P_{21} + b^2 P_{22}^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку $P_{12} = P_{21}$ в силу симметричности матрицы $P(t)$, систему (22) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{P}_{11} &= -2aP_{21} + b^2 P_{12}^2 - 1 - c\sigma^2 P_{22}; \\ \dot{P}_{21} &= -P_{11} - aP_{22} + b^2 P_{22} P_{12}; \\ \dot{P}_{22} &= -2P_{12} + b^2 P_{22}^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Таким образом, решение задачи синтеза оптимального управления вертолетом с компенсацией вызванных случайными возмущениями колебаний и минимизацией энергетических затрат на управление сведено к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (23) и нахождению матрицы P .

С учетом соотношений (11), (14), (16) и (20) оптимальное управление будет иметь вид

$$U_0(t, \varphi, \dot{\varphi}) = -L^{-1} P_{22} \dot{\varphi} - L^{-1} P_{21} \varphi. \quad (24)$$

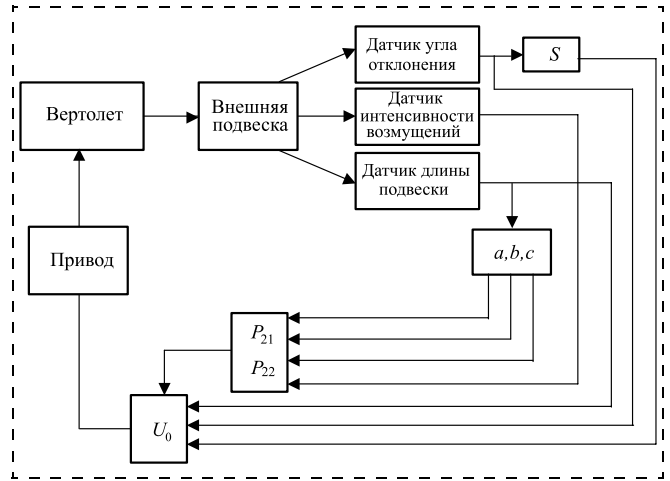


Рис. 3. Система стохастического управления вертолетом

Из полученного выражения видно, что оптимальное управление не зависит от массы водосливного устройства, но является функцией длины внешней подвески, следовательно, при изменении длины подвески в процессе движения вертолета необходимо ее измерять наряду с измерением угла отклонения подвески от вертикали и уровнем помех.

В соответствии с синтезированным законом стохастического управления схема соответствующей системы управления должна включать датчик текущего угла отклонения подвески от вертикали, датчик интенсивности возмущений и датчик длины подвески (рис. 3).

Информация с датчика текущего угла отклонения подвески от вертикали и от датчика интенсивности поступает в блок формирования управляющего сигнала U_0 . Датчик интенсивности помех реализуется на базе акселерометра. Информация об угловой скорости может быть получена с помощью дифференцирующего блока S . Выходы с датчиков интенсивности помех и длины подвески используются для вычисления текущих значений коэффициентов P_{21} и P_{22} , которые также поступают в блок формирования управляющего сигнала, используемого для оптимального управления приводом вертолета.

3. Анализ влияния изменений параметров системы на управляющий сигнал

Как было показано, решение системы (23) зависит от длины внешней подвески и уровня помех. Влияние изменений этих параметров системы на управляющий сигнал было исследовано с помощью пакета программ MATLAB [7]. Результаты временной оценки решения приведены на рис. 4.

Из результатов видно, что значения коэффициентов P перестают меняться после 20 с. С учетом этого подсчитываются значения $P_{21} = P_{12}$ и P_{22} в

функции длины подвески и уровня интенсивности помех на заданных диапазонах изменения.

Результаты изменения значений $P_{21} = P_{12}$ даны на рис. 5 (см. третью сторону обложки).

Анализ результатов показывает, что длина подвеса существенно влияет на величину P_{12} , особенно при высоком уровне помех.

Аналогичная качественная картина получается для значений P_{22} , как это видно из рис. 6 (см. третью сторону обложки).

Кроме графических результатов программа позволяет получить их табличные значения. Значения коэффициентов $P_{21} = P_{12}$ и P_{22} в наиболее прак-

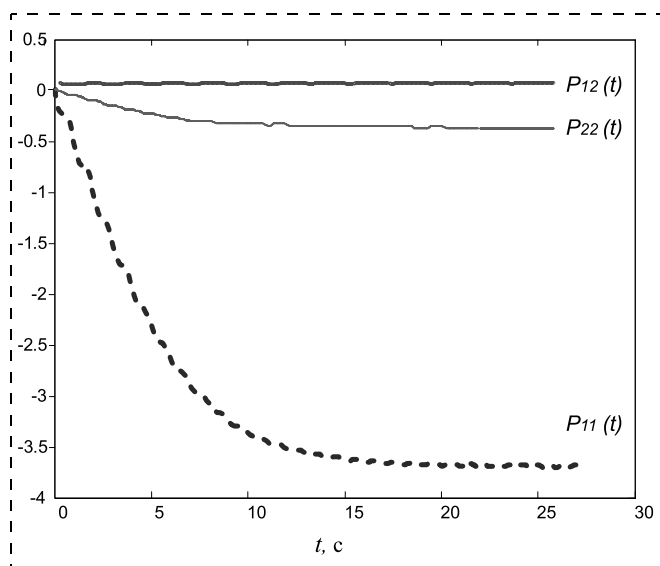


Рис. 4. Временная оценка решения для коэффициентов P

Таблица 1

Численные значения $P_{21} = P_{12}$

$\sigma, \text{ м/с}^2$	$L, \text{ м}$			
	3	5	7	10
0,5	0,178	0,302	0,421	0,635
1,0	0,266	0,494	0,748	1,36
1,5	0,488	1,07	1,78	21,2
2,0	0,999	2,42	4,41	43,2
2,5	1,53	5,77	30,1	87,5

Таблица 2

Численные значения P_{22}

$\sigma, \text{ м/с}^2$	$L, \text{ м}$			
	3	5	7	10
0,5	-1,76	-3,78	-6,17	-173
1,0	-2,15	-4,89	-8,33	-285
1,5	-2,95	-7,22	-13,0	-390
2,0	-4,24	-11,0	-20,7	-452
2,5	-7,5	-302	-542	-578

тически применимом диапазоне приведены соответственно в табл. 1 и табл. 2.

Например, для уровня помех $1,0 \text{ м/с}^2$ значение P_{12} при длине подвеса 5 м равно $0,494$, а значение P_{22} при тех же параметрах равно $-4,89$. Используя выражение (24), оптимальное управление для этого случая можно записать в виде

$$U_0(T) = 0,978\phi - 0,0988\dot{\phi}. \quad (25)$$

Таким образом, полученное оптимальное управление, вырабатываемое с помощью обратной связи, обеспечивает гашение колебаний при текущих значениях длины внешней подвески и уровня помех, минимизируя при этом расход энергии на управление.

Заключение

Построена математическая модель движения вертолета с водосливным устройством на внешней подвеске для тушения пожаров, которая учитывает действие случайных возмущений на внешнюю подвеску от вибраций роторов, порывов ветра и конвекции потоков в зоне пожара.

Синтезирована система оптимального стохастического управления с минимизацией колебаний подвески и энергии для его реализации. Проведен анализ влияния изменений параметров системы на управляющий сигнал в зависимости от длины подвески и интенсивности стохастических возмущений с помощью компьютерного моделирования. Предложена структура системы стохастического управления вертолетом, которая позволяет контролировать колебания внешней подвески внутри диапазона допустимых значений.

Список литературы

1. Kutay A. T., Calise A. J., Idan M., Hovakimyan N. Experimental Results on Adaptive Output Feedback Control Using a Laboratory Model Helicopter // IEEE Trans. on control systems technology. 2005. Vol. 13, N. 11. P. 196–202.
2. Arcara P., Bittanti S., Lovera M. Active control of vibrations in helicopters by periodic optimal control // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Control Applications, Hartford, CT. 1997. P. 730–735.
3. Асовский В. П. Особенности тушения лесных пожаров вертолетами с использованием подвесных водосливных устройств // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2009. Вып. № 138. С. 143–149.
4. Черноусько Ф. Л., Колмановский В. Б. Оптимальное управление при случайных возмущениях. М.: Физматлит, 1978. 352 с.
5. Rachkov M., Marques L., De Almeida A. Stochastic control of helicopter suspended load position // Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems Methods. 2007. Vol. 13, N. 2, P. 115–124.
6. Рачков М. Ю., Харин Д. В. Синтез оптимального управления пожарным вертолетом // 18-я науч.-техн. конф. по экстремальной робототехнике, Санкт-Петербург, 2007. С. 254–258.
7. Matlab 2015. The Mathworks Inc. URL: <https://www.mathworks.com/>

Stochastic Control of the External Sling of a Fire Helicopter

M. Yu. Rachkov, michyur@gmail.com✉,
Moscow Polytechnic University, Moscow, 115280, Russian Federation

Corresponding author: **Rachkov Mikhail Yu.**, D. Sc., Professor,
Moscow Polytechnic University, Moscow, 115280, Russian Federation,
e-mail: michyur@gmail.com

Received on February 02, 2017

Accepted on March 02, 2017

The paper describes the motion modeling of a fire helicopter with an external sling and a spillway device. The mathematical model of the fire helicopter with an external sling takes into account the effect of the stochastic disturbances for the sling caused by the rotor vibrations, gusts of wind and convection flows in the fire zone. The stochastic optimal control is synthesized with minimal sling oscillations and control power for its implementation. The solution is obtained due to dynamic programming. The resulting optimal control does not depend on the mass of a spillway device, but it is a function of a sling length. Thus, because of the changing sling length during motion, the length should be measured together with the sling deviation angle and the intensity of the stochastic disturbances. The temporal evolution of the system solution is done for various disturbance intensities. The computer calculation results are presented as a function of the suspension length and the intensity of the stochastic disturbances. Analysis of the results shows that the sling length affects significantly the value of the control signal, especially at high levels of the disturbances. A structure of the helicopter stochastic control system is proposed. It makes it possible to control oscillation of the external sling within an acceptable range. The system includes an oscillation angle, a sensor of the stochastic disturbance intensity and the sling length sensor. Thus, the helicopter control can be obtained through changing the thrust magnitude of the main and tail helicopter rotors.

Keywords: computer modeling, optimal control, stochastic disturbance, fire helicopter

For citation:

Rachkov M. Yu. Stochastic Control of the External Sling of a Fire Helicopter, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 637–641.

DOI: 10.17587/mau.18.637-641

References

1. **Kutay A. T., Calise A. J., Idan M., Hovakimyan N.** Experimental Results on Adaptive Output Feedback Control Using a Laboratory Model Helicopter, *IEEE Trans. on control systems technology*, 2005, vol. 13, no. 11, pp. 196–202.
2. **Arcara P., Bittanti S., Lovera M.** Active control of vibrations in helicopters by periodic optimal control, *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Control Applications*, Hartford, CT, 1997, pp. 730–735.

3. **Chernousko F. L., Kolmanovsky V. B.** *Optimalnoe upravlenie pri sluchajnyh vozmushcheniyah* (Optimal control by stochastic disturbances), Moscow, Fizmatlit, 1978, 352 p. (in Russian).

4. **Asovskij V. P.** *Nauchnyj Vestnik Moskovskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta Grazhdanskoj Aviacii*, 2009, no. 138, pp. 143–149 (in Russian)

5. **Rachkov M., Marques L., De Almeida A.** Stochastic control of helicopter suspended load position, *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems Methods*, 2007, vol. 13, no. 2, pp. 115–124.

6. **Rachkov M. Yu., Harin D. V.** 18 *Nauchno-Tekhn. Konf. po Ekhstremalnoj Robototekhnike*, Sankt-Peterburg, 2007, pp. 254–258 (in Russian).

7. **Matlab 2015.** The Mathworks Inc., available at: <https://www.mathworks.com/>

УДК 629.7.051.86

DOI: 10.17587/mau.18.641-647

Ю. Д. Кислицын, канд. техн. наук, зам. генерального директора, ki@gosniias.ru,
И. Ф. Хисматов, канд. техн. наук, нач. сектора, ihsn@gosniias.ru,
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, г. Москва

Оценка вероятности визирования объектов при автоматическом выходе летательного аппарата на рубеж обнаружения

Рассматривается случайное событие автоматической выставки оптической оси бортовой системы визирования беспилотного летательного аппарата при автоматическом наведении в точку обнаружения заданного в полетном задании объекта. Определяются нижняя и верхняя границы вероятности попадания наземного объекта в пределы углового поля.

Ключевые слова: координатор, визирование, наведение, погрешности, вероятность, летательный аппарат, обнаружение

Введение

Построение современных авиационных комплексов визирования наземных объектов основано на применении "смотрящих" оптико-электронных

систем [1–2], принципы функционирования которых реализуют покадровую цифровую обработку информации фокальных матричных приемников оптического излучения в диапазонах длин волн, соответствующих окнам прозрачности атмосферы.