

For citation:

Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuzmenko A. A. ADAR Method and Theory of Adaptive Control in the Tasks of Synthesis of the Nonlinear Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 579—589.

DOI: 10.17587/mau.18.579-589

References

1. **Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.** Nonlinear and Adaptive Control Design, New York, Wiley, 1995.
2. **Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** *Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* (Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems), Saint-Petersburg, Nauka, 2000 (in Russian).
3. **Ioannou P. A., Sun J.** Robust Adaptive Control, New York, Dover, 2012.
4. **Terehov V. A., Tjukin I. Ju.** *Adaptacija v nelinejnyh dinamicheskijh sistemah* (Adaptation in nonlinear dynamical systems), Moscow, URSS, 2014 (in Russian).
5. **Krasovskij A. A.** ed. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Handbook of automatic control theory), Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).
6. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskaja teorija upravlenija* (Synergetic control theory), Moscow, Jenergoatomizdat, 1994 (in Russian).
7. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sinergetika i problemy teorii upravlenija* (Synergetics and control theory problems). Moscow, Fizmatlit, 2004 (in Russian).
8. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sovremennaja prikladnaja teorija upravlenija: Ch. II. Sinergeticheskij podhod v teorii upravlenija* (The modern applied control theory: Part II. Synergetic approach in the control theory), Taganrog, Publishing house of TRTU, 2000 (in Russian).
9. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskie metody upravlenija slozhnymi sistemami: teorija sistemnogo sinteza* (Synergetic methods for complex

systems control: the theory of system synthesis), Moscow, Librokom, 2012 (in Russian).

10. **Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuz'menko A. A.** *Metody AKAR i bjeckstepping v zadachah sinteza nelinejnyh sistem upravlenija* (The ADAR method and backstepping in the problems of nonlinear control systems synthesis), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 435—445 (in Russian).

11. **Kuz'menko A. A.** *Nelinejnyj sintez zakona adaptivnogo upravlenija chastotoj vrashhenija gidroturbiny: integral'naja adaptacija* (Adaptive control law nonlinear synthesis for hydroturbine rotation frequency: principle of integral adaptation), *Proceedings of higher educational establishments. Energy problem*, 2015, iss. 1—2, pp. 85—94 (in Russian).

12. **Kuz'menko A. A., Sinicyn A. S., Kolesnichenko D. A.** *Princip integral'noj adaptacii v zadache adaptivnogo upravlenija sistemoj "gidroturbina — sinhronnyj generator"* (The principle of integral adaptation in the problem of adaptive control of the "hydro turbine — synchronous generator" system), *Control Systems and Information Technologies*, 2014, vol. 56, iss. 2.1, pp. 146—150 (in Russian).

13. **Kuz'menko A. A.** Nonlinear adaptive control of a turbogenerator, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, iss. 1, pp. 103—110.

14. **Kuz'menko A. A.** Nonlinear adaptive control of a shipboard power plant turbine, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, iss. 4, pp. 512—525.

15. **Petersen I., Johansen T., Kalkkuhl J., Ludemann J.** Wheel slip control using gain-scheduled LQ—LPV/LMI analysis and experimental results, *Proceedings of IEEE European Control Conference, Cambridge, UK, September 1—4, 2003*, pp. 880—885.

16. **Claeys X., Yi J., Alvarez L., Horowitz R., Canudas De Wit C., Richard L.** Tire friction modeling under wet road conditions, *Proceedings of the American Control Conference*, 2001, vol. 3, pp. 1794—1799.

17. **Hindmarsh J. L., Rose R. M.** A model of the nerve impulse using two first-order differential equations, *Nature*, 1982, vol. 269, pp. 162—164.

УДК 681.511.4

DOI: 10.17587/mau.18.589-595

С. В. Феофилов, д-р техн. наук, доц., проф., svfeofilov@mail.ru,

А. В. Козырь, аспирант, Kozyr_A_V@mail.ru,

Тульский государственный университет, г. Тула

Современное состояние и перспективы развития теории релейных систем автоматического управления

Дается краткий обзор задач и методов теории релейных систем управления (PCY). Приводятся основные результаты исследования этих систем как в частотной области, так и в пространстве состояний. Основное внимание уделено обзору методов анализа и синтеза PCY, рассмотренных в рамках "метода фазового годографа". Формулируются нерешенные проблемы и перспективы развития прикладных методов исследования PCY.

Ключевые слова: релейные системы управления (PCY), предельный цикл, автоколебания, вынужденные колебания

Релейный элемент широко используется в системах управления. Он применяется как непосредственно в качестве регулятора, так и при математической идеализации некоторых физических явлений, протекающих в объекте управления, например таких, как кулоновское трение. Скачкообразное изменение состояния релейного элемента при превышении порогового значения входного сигнала обеспечивает высокие динамические свойства релейных регуляторов. Малые габаритные размеры, простота конструкции и надежность таких систем послужили тому, что релейное управ-

ление как принцип построения регуляторов появилось одним из первых, но по-прежнему является широко распространенным.

Ранние работы, посвященные теории релейных систем управления (PCY), были мотивированы исследованием колебаний в простейших механических или электромеханических системах и носили узконаправленный характер. К начальному этапу исследования регуляторов релейного типа (системы включено-выключено) можно отнести работу И. А. Вышнеградского, в которой рассматривалось практическое применение таких систем [1]. Однако

отправной точкой в исследовании периодических процессов, возникающих в таких системах, как указано в обзорной работе по истории науки об управлении [2], принято считать исследование *J. T. Hawkins* (1887 г.) [3], в котором рассматривался регулятор температуры. Было обнаружено, что в таких системах могут возникать периодические колебания. Определение условий возникновения этих колебаний в различных динамических системах, вычисление их частоты и амплитуды, анализ устойчивости, построение следящих колебательных систем являлись темами многих последующих исследований. Теория релейных систем стала одним из классических разделов теории автоматического управления, основными вопросами которого являются: определение периодических движений (автоколебаний, вынужденных колебаний) в системе, исследование устойчивости, чувствительности к изменению параметров объекта управления, линеаризация, синтез корректирующих устройств.

Бурное развитие РСУ пришлось на 50-е...60-е годы XX века. Широкое применение релейных регуляторов в аэрокосмической области, построение первых автопилотов с использованием релейных усилителей мощности вызвало интерес к исследованию данного направления. Большое число приложений теории того времени можно найти в работе [4]. Стоит отметить, что разработка рулевых приводов летательных аппаратов как в то время, так и сейчас ставит сложные проблемы перед РСУ. Во многом эти задачи вызваны появлением новых классов пневматических систем, таких как воздушно-динамический рулевой привод [5] летательных аппаратов с высокими скоростями полета, имеющих принципиальные нелинейности в математическом описании объекта управления и нестационарность параметров.

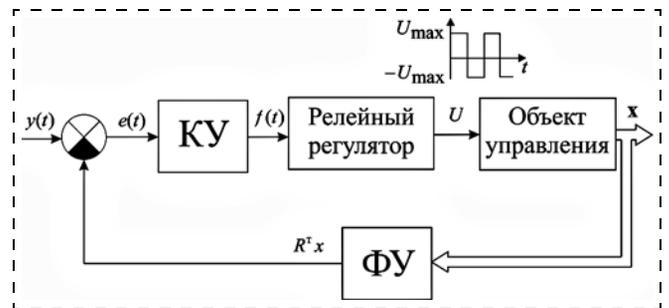
Интересное приложение теории РСУ нашлось также в построении методики автоматической настройки пропорционально-интегрально-дифференциальных (ПИД) контроллеров с помощью релейной обратной связи [18]. Устройство таких контроллеров основано на том наблюдении, что если заменить ПИД регулятор релейным элементом, в системе могут возникнуть автоколебания. Параметры этих колебаний могут быть использованы для автоматической настройки ПИД регулятора.

Другое современное применение релейных систем можно увидеть в конструкции сигма-дельта модуляторов, используемых для цифровой обработки сигналов. В настоящее время такой тип АЦП получил широкое распространение благодаря высокой точности и простоте устройства. Базовую конструкцию сигма-дельта модулятора можно представить как фильтр с обратной связью, включающей квантователь, который может рассматриваться в виде релейного элемента [7]. Задача синтеза таких цифровых преобразователей актуальна и в настоящее время. Моделирование ошибок квантования при цифровом управлении является другой важной

мотивацией для изучения систем с релейной обратной связью [8].

Предельный цикл и скользящий режим — это два важных режима поведения нелинейных систем, которые могут возникнуть в релейных системах. Исследованию и проектированию систем управления, работающих в таких режимах, было посвящено огромное число работ [4, 9—14, 18, 33].

В настоящей статье рассматриваются методы исследования замкнутых релейных систем. В общем виде их структура приведена на рисунке.



Функциональная схема замкнутой релейной системы управления

На рисунке обозначено: КУ — корректирующее устройство; ФУ — формирующее устройство (обратные связи по состоянию x); модель релейного регулятора может быть различной (двухпозиционный релейный элемент, релейный элемент с вынуждающим сигналом, трехпозиционный элемент). На выходе релейного регулятора управляющий сигнал изменяется скачкообразно (U_{\max} , $-U_{\max}$) или (U_{\max} , 0 , $-U_{\max}$). Математическая модель объекта управления (ОУ) может описывать системы любой физической природы, а также быть нелинейной. Делая некоторые обобщения, можно выделить исследования релейных систем в частотной области и в пространстве состояний.

Исследование автоколебаний в частотной области

Одним из самых распространенных методов исследования нелинейных систем в частотной области является метод гармонической линеаризации (метод описывающей функции). В силу своей простоты и наглядности он находит широкое применение и для анализа релейных систем с линейным объектом управления. Однако данный метод дает хорошие результаты только при выполнении "гипотезы фильтра", что не всегда имеет место в приложениях [15].

Системный подход к точному исследованию РСУ в частотной области был заложен в фундаментальной работе *Я. З. Цыпкина* 1954 г. [4, 16]. В работе была предложена конструкция "годографа Цыпкина" — графический частотный метод для

изучения вынужденных колебаний в замкнутых релейных системах. Для систем, релейный элемент которых имеет зону нечувствительности, эти годографы определяются следующим образом:

$$J(\omega) = \frac{1}{\omega} z^-(\pi/\omega) + ix^*(\pi/\omega),$$

здесь i — мнимая единица; x^* — значение выходной величины линейной части системы, которая в периодическом движении соответствует моментам переключения релейного элемента с нуля на минус; z^- — значение производной этого сигнала в моменты времени, предшествующие переключениям релейного элемента с нуля на минус (в пределе "слева"). При фиксированном ω величина $J(\omega)$ представляет собой комплексное число. Изменяя ω от 0 до ∞ , на комплексной плоскости получим некоторую линию. Лежащая в левой полуплоскости точка пересечения годографа $J(\omega)$ с прямой $\text{Im}J(\omega) = -\kappa$ определяет возможную частоту автоколебаний, κ — гистерезис реле. В целом для релейных систем были созданы методы расчета, которые по своей эффективности оказались близки к тем, что применялись в теории линейных систем.

После опубликования исследований Цыпкина интерес к релейным системам несколько снизился. Последующие работы были посвящены, в основном, распространению этих методов на более широкие классы релейных систем. Однако исследование релейных систем и разработка методов синтеза следящих автоколебательных систем в частотной области продолжают и по настоящее время. Можно отметить работы И. М. Бойко [17]. Был разработан частотный метод анализа автоколебаний и прохождения внешних воздействий через релейную систему с помощью метода, основанного на частотной характеристике — "годографе возмущенной релейной системы (ГВРС)". Он определяется следующей зависимостью:

$$J(\omega) = -\frac{1}{2} \frac{1}{k_n} + i \frac{\pi}{4c} y(t)|_{t=0},$$

$k_n = -\frac{1}{2 \text{Re}J(\omega)}$ — эквивалентный коэффициент передачи релейного элемента.

Функция $J(\omega)$ и ее график на комплексной плоскости называется ГВРС. Было показано, что построив данный годограф, легко определить частоту автоколебаний в релейной системе как точку пересечения $J(\omega)$ с прямой, отстоящей от горизонтальной оси на $-\frac{\pi}{4c}$. Та же самая точка пересечения дает и точное значение эквивалентного коэффициента передачи реле.

Данный подход объединяет в себе идеи метода Цыпкина и метода гармонической линеаризации. На основе данной теории был разработан метод синтеза релейных систем управления с линейным

объектом, а также с транспортной задержкой управления, которые работают в режиме автоколебаний.

Исследование релейных систем управления в пространстве состояний

Исследование РСУ в пространстве состояний, возможно, обусловлено общим развитием классической теории линейных систем. Применение матричного аппарата к исследованию периодических движений в релейных системах было продемонстрировано в работах П. В. Бромберга [12]. Также исследование релейных систем с линейным объектом управления в пространстве состояний можно найти в работах К. Астрома [18].

В своей работе К. Астром провел исследование автоколебаний как в пространстве состояний, так и в частотной области. В виде матричного уравнения были получены условия определения полупериода автоколебаний и начальных условий возникновения автоколебаний (для статических линейных ОУ):

$$f(h) = \mathbf{C}(\mathbf{I} + \mathbf{e}^{Ah})^{-1} \int_0^h \mathbf{e}^{At} \mathbf{B} dt = \frac{e}{d}; \quad (1)$$

$$f(h) = \mathbf{C}(\mathbf{e}^{Ah} a)^{-1} \int_0^t \mathbf{e}^{At} dt \mathbf{B} d < e \text{ для } 0 \leq t < h; \quad (2)$$

$$\mathbf{x}(0) = a = (\mathbf{I} + \mathbf{e}^{Ah} a)^{-1} \int_0^h \mathbf{e}^{At} \mathbf{B} d dt. \quad (3)$$

Кроме того, исследована локальная орбитальная устойчивость полученного решения (собственные числа матрицы \mathbf{H} должны лежать внутри окрестности единичного радиуса):

$$\mathbf{H} = \left(\mathbf{I} - \frac{(\mathbf{A}a + \mathbf{B}d)\mathbf{C}}{\mathbf{C}(\mathbf{A}a + \mathbf{B}d)} \right) \mathbf{e}^{Ah}. \quad (4)$$

В выражениях (1)–(4) \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} — матричное описание ОУ; h — полупериод симметричных автоколебаний; e , d — соответственно гистерезис и амплитуда двухпозиционного релейного элемента.

Данный подход был применен к исследованию периодических колебаний в дискретных системах, когда ОУ можно описать z-передаточной функцией. В одном из последних исследований было показано, что в таких системах на одной частоте дискретизации могут возникать различные предельные циклы [19]. В данной работе был разработан алгоритм определения всех возможных периодов колебаний на заданной частоте дискретизации.

Основным недостатком рассмотренных выше методов, существенно сужающим область их применения, является тот факт, что они разработаны для РСУ с линейными объектами управления и ориентированы, главным образом, на анализ таких систем. В практическом плане перед инженером в

основном возникают задачи синтеза. В частности, в задачах разработки следящих РСУ перед проектировщиком стоит задача не только обеспечить устойчивость системы, но и скорректировать качественные показатели. В большинстве практических случаев такой синтез невозможно осуществить, не учитывая нелинейность объекта управления.

Проблеме построения теории РСУ, ориентированной на решение задачи синтеза систем с различного рода нелинейностями объекта управления, посвящено большое число публикаций и диссертационных работ, выполненных на кафедре "Системы автоматического управления" Тульского государственного университета. Под руководством профессора Н. В. Фалдина была создана научная школа и разработана теория следящих релейных систем под общим названием "Метод фазового годографа".

Центральным понятием метода является фазовый годограф (ФГ) релейной системы. Он характеризует частотные свойства объекта управления и служит универсальным инструментом как на этапе анализа, так и на этапе синтеза релейной системы.

Основное уравнение фазового годографа имеет вид

$$\mathbf{x}^*(T) + \mathbf{F}(\mathbf{x}^*(T), A, T) = 0,$$

где A — амплитуда реле; T — полупериод колебаний; $\mathbf{F}(\mathbf{x}, A, T)$ — математическая модель ОУ (может быть нелинейной). Решение данного уравнения для диапазона значений полупериода будет соответствовать ФГ [20]. Для линейных систем ФГ можно построить аналитически, что важно для последующего синтеза.

Таким образом, ФГ выделяет все возможные симметричные периодические движения на этапе, когда обратные связи еще не выбраны. Особенности в построении ФГ существуют при наличии разрывных нелинейностей ОУ. В таком случае в ФГ существуют области неоднозначности. Построение ФГ с учетом областей неоднозначности рассмотрено в работах [22, 23].

Метод ФГ ориентирован на применение современной вычислительной техники и позволяет достаточно просто определить автономный режим работы релейной системы. В настоящее время метод фазового годографа достаточно полно разработан для релейных систем с двухпозиционными [21—36] и трехпозиционными [25, 27] релейными элементами, систем с двумя управляющими реле [28]. Рассмотрена методика анализа и синтез систем, работающих в режиме вынужденных колебаний [29, 35]. Исследованы автоколебательные системы с дискретизацией по времени [21, 34]. Метод показывает высокую точность при рассмотрении объектов управления как с гладкими нелинейностями (такими как насыщение, зона нечувствительности), так и разрывными динамическими нелинейностями, такими как жесткий механический

ограничитель, а также ограничители с учетом упругости при ударе [31, 32, 35]. Данная теория строилась, в первую очередь, как прикладная и ориентирована на решение практических инженерных задач. Большая часть приложений данной теории была направлена на решение задач проектирования и оптимизации систем управления пневматическими рулевыми приводами и гидравлическими следящими системами, которые разрабатываются в АО "КБП им. академика А. Г. Шипунова", г. Тула.

При проектировании следящих релейных автоколебательных систем возникает задача анализа и оптимизации частотных характеристик системы. Для построения по первой гармонике АЧХ и ФЧХ для нелинейных систем в инженерной практике обычно применяется численное моделирование. Однако такой подход плохо применим на этапе синтеза систем. В рамках научной школы профессора Н. В. Фалдина было предложено несколько методов линеаризации системы по полезному сигналу. Был разработан так называемый метод классической линеаризации [15, 34] и метод дискретной линеаризации [26]. Данные методы основаны на том факте, что частота периодических движений в системе гораздо выше частоты входного (полезного) сигнала, и его можно рассматривать на периоде как медленно меняющийся. Первый метод линеаризации идейно близок к методу гармонической линеаризации, когда релейный элемент замещается некоторым эквивалентным коэффициентом передачи. Однако в отличие от метода гармонической линеаризации в предложенном методе коэффициент передачи релейного элемента по постоянной составляющей определяется точно, т. е. в полной мере учитывается форма периодических сигналов, и метод свободен от ограничения типа гипотеза фильтра. Данный подход использовался во многих работах [29, 32, 34], где объект управления можно представить линейным. В том случае, если объект нелинейный, применение данного метода затруднительно.

Другой подход к линеаризации — метод дискретной линеаризации — был разработан сравнительно недавно в работах [26, 27, 31, 35] и обобщен на все типы практических задач, рассматриваемые в рамках данной теории. Данный метод идейно близок к методу Г. С. Поспелова [33], когда точность режима слежения оценивается по некоторой дискретной системе, позволяющей определить значение выходного сигнала в моменты переключения релейного элемента. Однако метод Поспелова при наличии на входе системы гармонического сигнала не позволяет выделить на выходе основную составляющую, т. е. составляющую, имеющую частоту входного сигнала. Метод дискретной линеаризации свободен от указанных недостатков и позволяет с единых позиций оценить как установившийся режим работы системы по полезному сигналу, так и устойчивость режима слежения.

Для автоколебательных систем с двухпозиционным релейным регулятором линеаризующее разностное уравнение можно записать в виде

$$\delta x([k + 1]T) = \mathbf{M}\delta x[kT] + \mathbf{N}y([k + 1]T),$$

где T — полупериод автоколебаний; \mathbf{M} — матрица размерности $n \times n$; \mathbf{N} — матрица размерности $1 \times n$ (получение данных матриц рассмотрено в работе [26]); $\delta x[kT]$ — функция, выделяющая среднее значение (полезная составляющая сигнала) выходного сигнала, на который наложены автоколебания. По собственным числам матрицы \mathbf{M} можно оценить устойчивость режима слежения. Преимущество данного подхода также состоит в том, что данный метод позволяет достаточно просто проводить линеаризацию релейных систем как с линейным, так и нелинейным объектом. В работах [27, 31, 35] рассматривалось применение данного метода к линеаризации систем с разрывными и с гладкими нелинейностями, полученная точность более чем достаточна для инженерных расчетов.

На основе разработанной теории построен единый алгоритм синтеза как автоколебательных, так и работающих в режиме вынужденных колебаний систем. Алгоритм состоит из следующих основных шагов.

1. Для объекта управления, который может быть нелинейным, строится фазовый годограф.

2. Выбирается желаемая частота периодических движений в автономном режиме.

3. Проводится структурная коррекция системы. Данная коррекция может проводиться либо в пространстве состояний, когда определяются коэффициенты обратных связей, либо с использованием линейного корректирующего устройства.

4. Выполняется конечномерная оптимизация параметров корректирующих устройств. В качестве целевых функций могут выступать АЧХ, ФЧХ, построенные по линеаризованной модели. Ограничения на параметры коррекции, возникающие при нарушении устойчивости периодического движения, условия физической реализуемости, условия возникновения субгармонических колебаний реализуются в зависимости от выбираемого метода конечномерной оптимизации.

Данный алгоритм не является полным, а показывает основную идею синтеза, более подробно он изложен в работах [34, 35]. Однако при оптимизационном подходе к проектированию системы управления синтезированный закон управления может оказаться очень чувствительным к малым изменениям параметров объекта управления. В работе [36] рассматривался автоколебательный гидравлический привод с оптимизированными параметрами корректирующих устройств. Было показано, что при изменении параметров объекта управления менее чем на 15 % система может стать неустойчивой.

Проектированию релейных систем управления, нечувствительных к малым изменениям ОУ, были посвящены недавние исследования в рамках мето-

да ФГ. Получены функции чувствительности периода, периодической траектории, ошибки слежения как в двухпозиционных, так и в трехпозиционных релейных системах. Была получена чувствительность собственных чисел матрицы, по которой оценивается устойчивость режима слежения [37, 38]. Функции чувствительности используются на этапе оптимизации параметров корректирующих звеньев.

За последние 20 лет в теории релейных систем были получены другие интересные результаты, возможно, не имеющие прямой практической направленности, но представляющие теоретический интерес.

Большое внимание уделено вопросам глобальной орбитальной асимптотической устойчивости автоколебаний. Было получено условие

$$\mathbf{Q} - \mathbf{H}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{H}(t) > 0, \forall t \in [t_-, t_+], \quad (5)$$

в виде линейных матричных неравенств (LMIs), при выполнении которых гарантируется глобальная асимптотическая устойчивость предельных циклов, возникающих в системах с гистерезисным реле и линейным устойчивым стационарным объектом управления (LTI) [39, 40]. Если найдется такая матрица $\mathbf{Q} > 0$, что будет выполняться неравенство (5) на интервале времени от t_- (переключение реле с минуса на плюс) до следующего переключения реле t_+ , то периодические колебания с периодом h будут глобально асимптотически устойчивы.

В рамках данного подхода был разработан метод определения области устойчивости предельных циклов для класса кусочно-линейных (piecewise linear systems) систем [41]. Однако получены только достаточные условия устойчивости и только для линейных объектов управления. В общем случае задача определения глобальной асимптотической орбитальной устойчивости автоколебаний на данный момент не решена.

Другое важное направление в исследовании поведения релейных систем связано с изучением сложных видов периодических движений, которые могут возникать в таких системах. В работе [42] было показано, что в симметричных релейных системах без внешнего возбуждения могут возникать несимметричные периодические движения. Также были рассмотрены релейные системы с линейным ОУ, в которых может наблюдаться предельный цикл, часть которого будет соответствовать высокочастотным переключениям реле [43]. В работе [44] подробно анализируется эта вибрация и получено условие для аппроксимации этого движения скользящим режимом.

Исследованы цифровые релейные системы управления. В работе [45] показано, что в случае неустойчивого объекта управления в таких системах могут возникать квазистохастические процессы. Неоднозначность движений релейных систем также может происходить при широком диапазоне изменения параметров ОУ. Это заставляет систему ра-

ботать в неустановившемся режиме. Исследование хаотических колебаний в релейных системах можно найти в работе [46], где рассмотрены релейные системы, в которых устанавливаются периодические процессы, но при малом изменении параметров возникает "хаотический" режим.

Выводы

В статье приведен краткий обзор современного состояния методов исследования РСУ. Данный обзор не является полным, а отражает только основные направления исследований и полученных результатов анализа и синтеза РСУ. Проведенный обзор методов представлен без использования математического аппарата, применяемого в указанных работах, поэтому данная статья носит лишь описательный характер и не претендует на полноту и строгость представлений теоретических результатов.

В последние несколько десятилетий теория РСУ вызвала новый интерес. В основном это обусловлено новыми приложениями, развитием электронно-компонентной базы, созданием быстродействующих релейных и цифровых систем. Открыты новые виды движений, возникающие в таких системах. В настоящее время теория РСУ применительно к следящим системам с линейным объектом управления разработана в достаточном объеме для анализа и синтеза таких систем. Также существенные результаты получены для определенных классов нелинейных объектов управления. Основная тенденция развития РСУ в основном направлена на синтез робастных релейных регуляторов. Также большое внимание уделяется проектированию цифровых систем с релейным усилителем мощности.

Список литературы

1. **Вышнеградский И. А.** О регуляторах непрямого действия // Известия СПб. Практического технологического института. 1878. С. 1—48.
2. **Bennett S.** A History of Control Engineering, 1800—1930 // IEEE control engineering series. V. 8. London, U. K., 1993. 82 p.
3. **Hawkins J. T.** Automatic regulators for heating apparatus // Trans ASME. 1887.
4. **Цыпкин Я. З.** Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1974. 576 с.
5. **Фимушкин В. С., Горячев О. В., Фокин А. С.** Сравнение воздушно-динамических рулевых приводов с разными типами пневмодвигателей // Известия ТулГУ. Технические науки. 2016. № 12. С. 184—193.
6. **Astrom K. J., Hagglund T.** Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins // Automatica. 1984. Vol. 20, N. 5. P. 645—651.
7. **Fely O., Fitzgerald D.** Bandpass Sigma-Delta Modulation // An Analysis from the Perspective of Nonlinear Dynamics, IEEE, Piscataway, NJ, 1996. P. 146—149.
8. **Parker S. R., Hess S. F.** Limit-cycle oscillations in digital filters // IEEE Trans, Circuit Theory. 1971. Vol. CT-IS. P. 687—697.
9. **Андронов А. А., Хайкин С. Э.** Теория колебаний. М.: ОНТИ, 1937.
10. **Лурье А. И.** Об автоколебаниях в некоторых регулируемых системах // Автоматика и телемеханика. 1947. Т. 8, № 5. С. 335—348.

11. **Неймарк Ю. И.** Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. С. 471.
12. **Бромберг П. В.** Матричный метод определения периодических режимов в релейных системах регулирования // Теория автоматического регулирования / Под ред. В. В. Солодовникова. Кн. 3. Ч. 2. М.: Машиностроение, 1969. С. 66—100.
13. **Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н.** Новые методы нелинейной механики. М.: Гостехиздат, 1934. 243 с.
14. **Леонов Г. А.** О методе гармонической линеаризации // Автоматика и телемеханика. 2009. № 5. С. 65—75.
15. **Методы классической и современной теории автоматического управления.** Т. 1: Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления / Под ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. С. 748.
16. **Поляк Б. Т.** Развитие теории автоматического управления // Проблемы управления. 2009. № 3. С. 13—18.
17. **Бойко И. М.** Частотные методы анализа и проектирования систем с разрывным управлением и их применения: дис. д. т. н. Тула, 2009. С. 289.
18. **Astrom K. J.** Oscillations in systems with relay feedback // Adaptive control. Filtering. And signal processing. 1995. P. 1—27.
19. **Bazanella A. S.** Limit cycles in sampled-data relay feedback systems / A. S. Bazanella, A. Parraga // IEEE Transactions on Automatic Control. Springer. 2016.
20. **Фалдин Н. В., Руднев С. А., Макаров Н. Н.** Алгоритм численного построения фазового годографа релейной системы // Газовые приводы и системы управления. Тула: ТПИ, 1983. С. 138—143.
21. **Феофилов С. В.** Периодические движения в релейных системах с цифровым управлением // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 5. С. 11—17.
22. **Фалдин Н. В., Феофилов С. В.** Исследования периодических движений в релейных системах, содержащих звенья с ограничителями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 15—27.
23. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Автоколебания в релейных системах с кусочно-линейным объектом управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 2. С. 2—9.
24. **Феофилов С. В.** Периодические движения в релейных системах с трехпозиционным управлением и ограничителями в объекте регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 11—17.
25. **Панферов Н. В.** Анализ и синтез релейных систем с трехпозиционными релейными элементами, дис. канд. техн. наук. Тула, 2001. 172 с.
26. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Дискретная линеаризация по полезному сигналу релейных автоколебательных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 11. С. 13—19.
27. **Моржов А. В., Фалдин Н. В.** Линеаризация по полезному сигналу релейных систем управления с трехпозиционным релейным элементом и нелинейным объектом управления // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2008. № 4. С. 5—14.
28. **Федоровский П. Ю.** Анализ и синтез систем управления с двумя управляющими релейными элементами, дис. канд. техн. наук. Тула, 2002. 157 с.
29. **Пестрякова И. С.** Методы анализа и синтеза релейных систем управления, работающих в режиме вынужденных колебаний, дис. канд. техн. наук. Тула, 2005. 172 с.
30. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Анализ вынужденных периодических движений в релейных системах автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 1. С. 2—7.
31. **Моржов А. В., Фалдин Н. В.** Линеаризация по полезному сигналу релейных систем управления, содержащих звенья с ограничителями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 5—15.
32. **Чернов А. Е.** Методы исследования релейных систем с ограничителями в форме упругого механического упора: дис. канд. техн. наук. Тула, 2005. С. 172.

33. **Поспелов Г. С.** Динамические характеристики релейных следящих систем // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1965. № 3. С. 169—180.

34. **Феофилов С. В.** Прикладные методы анализа и синтеза релейных автоколебательных систем с нелинейными объектами управления. Диссертация д. т. н. Тула, 2009. С. 45—80.

35. **Моржов А. В.** Методика анализа и синтеза релейных следящих систем с нелинейными объектами управления: дис. канд. техн. наук. Тула, 2010.

36. **Моржов А. В., Моржова С. В.** Синтез релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 6. С. 39—44.

37. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления в релейной автоколебательной системе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 2. С. 81—88.

38. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Чувствительность вынужденных периодических движений релейной системы к измене-

нию параметров объекта управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 11. С. 721—730.

39. **Jorge M. G.** Global stability of relay feedback systems // IEEE Trans. Automatic control. 2001. Vol. 46. P. 550—562.

40. **Jorge M. Goncalves.** URL: <http://web.mit.edu/jmg/www/>.

41. **Jorge M.** Regions of stability for limit cycles of piecewise linear systems // IEEE Trans. Automatic control. 2005. Vol. 50. P. 1877—1882.

42. **Johansson K. H.** Limit cycles with chattering in relay feedback systems // IEEE Trans. Automatic control. 2002. P. 169—178.

43. **Johansson K. H.** Fast switches in relay feedback systems // Automatica. N. 35. 1999. P. 539—552.

44. **Bernardo M. D.** Self-oscillations and sliding in relay feedback systems: symmetry and bifurcations // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2001. Vol. 11, N. 4. P. 1121—1140.

45. **Kowalczyk P., Glendinning A.** Micro-chaos in relay feedback systems with bang-bang control and digital sampling // IFAC. Italy, 2011.

46. **Постников Н. С.** Стохастичность релейных систем с гистерезисом // Автомат. и телемех. 1998. Вып. 3. С. 57—68.

Current State and Prospects for Development of the Theory of Relay Feedback Systems

S. V. Feofilov, svfeofilov@mail.ru, **A. V. Kozyr**, Kozyr_A_V@mail.ru✉, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation

Corresponding author: **Kozyr Andrew V.**, Postgraduate Student, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, e-mail: Kozyr_A_V@mail.ru

Received on March 02, 2017

Accepted on March 16, 2017

This paper presents a brief review of the theory of the relay feedback systems. Analysis and synthesis of the relay self-oscillating systems is currently a classical topic in the control theory. The main problems of the theory are analysis of the possible self-oscillations, stability, estimation of robustness, and regulator design. The first works devoted to the analysis of the relay feedback systems appeared in 1950s. However, many problems concerning this theory are still unresolved. Systematization of the theory of the relay control systems and the definition of possible directions for research in future are presented in this article. The main attention is paid to the method of studying of the self-oscillating systems for the phase locus method. This method was developed in the Department of Automatic Control Systems of Tula State University. Introduction contains a brief historical review of the problems and methods for their solution within the framework of the theory of the relay systems of automatic control. The second section provides a brief review of the methods for studying of the self-oscillations in the control systems in the frequency domain. The main attention in this section is given to the methods, based on the Tsytkin locus. The third section deals with the methods of analysis and synthesis of the relay systems of automatic control in the state space. The method of the phase locus is considered. This method is applicable to the study of the systems with a nonlinear control object. Within the framework of this method, a synthesis algorithm was generated. The recent work within the framework of this theory was devoted to the synthesis of stable self-oscillating control systems. An analysis of the global asymptotic orbital stability of the self-oscillations in the systems with a linear control object in the form of linear matrix inequalities is considered, as well as the problems of designing of the digital relay controllers.

Keywords: self-oscillating relay control systems, Tsytkin locus, phase locus

For citation:

Feofilov S. V., Kozyr A. V. Current State and Prospects for Development of the Theory of Relay Feedback Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 589—596.

DOI: 10.17587/mau.18.589-596

References

1. **Vyshnegradskiy I. A.** *O regulyatorakh nepryamogo deystviya* (On the regulators of indirect action), *Izvestiya SPB. Prakticheskogo tekhnologicheskogo instituta*, 1878, pp. 1—48 (in Russian).

2. **Bennett S.** A History of Control Engineering, 1800—1930, *IEE control engineering series*, 8, London, U. K., 1993, pp. 82.

3. **Hawkins J. T.** Automatic regulators for heating apparatus, *Trans ASME*, 1887.

4. **Tsytkin Ya. Z.** *Releynyye avtomaticheskiye sistemy* (Relay control systems), Moscow, Nauka, 1974, pp. 576 (in Russian).

5. **Fimushkin V. S., Goryachev O. V., Fokin A. S.** *Sravneniye vozdušno-dinamicheskikh rulevykh privodov s raznymi tipami pnevmodvigatelye* (Comparison of air-dynamic steering gears with different types of air motors), *Izvestiya TulGu. Tekhnicheskoye nauki*, 2016, no. 12, pp. 184—193 (in Russian).

6. **Astrom K. J., Hagglund T.** Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins, *Automatica*, 1984, vol. 20, no. 5, pp. 645—651.

7. **Fely O., Fitzgerald D.** Bandpass Sigma-Delta Modulation, An Analysis from the Perspective of Nonlinear Dynamics, Piscataway, NJ, *IEEE*, 1996, pp. 146—149.

8. **Parker S. R., Hess S. F.** Limit-cycle oscillations in digital filters, *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-IS, 1971, pp. 687–697.
9. **Andronov A. A., Khaykin S. E.** *Teoriya kolebaniy* (The theory of oscillations), Moscow, ONTI, 1937 (in Russian).
10. **Lur'ye A. I.** *Ob avtokolebaniyakh v nekotorykh reguliruyemykh sistemakh* (About self-oscillations in some controlled systems), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1947, vol. 8, no. 5, pp. 335–348.
11. **Neymark Yu. I.** *Metod tochechnykh otobrazheniy v teorii nelineynykh kolebaniy* (The method of point mappings in the theory of nonlinear oscillations), Moscow, Nauka, 1972, pp. 471 (in Russian).
12. **Bromberg P. V.** *Matrichnyy metod opredeleniya periodicheskikh rezhimov v releykh sistemakh regulirovaniya* (The Matrix Method for Determining Periodic Regimes in Relay Control Systems.), *Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya*, Moscow, Mashinostroyeniye, vol. 3, no. 2, 1969, pp. 66–100 (in Russian).
13. **Krylov N. M., Bogolyubov N. N.** *Novyye metody nelineynoy mekhaniki* (New methods of nonlinear mechanics), Moscow, Goskhozdat, 1934, pp. 243 (in Russian).
14. **Leonov G. A.** *O metode garmonicheskoy linearizatsii* (On the method of harmonic linearization), *Avtomat. i Telemekh.*, 2009, no. 5, pp. 65–75 (in Russian).
15. **Faldin N. V.** *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of Classic and Modern Control Theory), vol. 1., Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Bauman, 2000, pp. 573–637 (in Russian).
16. **Polyak B. T.** *Razvitye teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Developing the theory of automatic control), *Probl. Upravl.*, 2009, no. 3, pp. 13–18 (in Russian).
17. **Boyko I. M.** *Chastotnyye metody analiza i proyektirovaniya sistem s razryvnyy upravleniyem i ikh primeneniya* (Frequency methods of analysis and design of systems with discontinuous control and their application): dis. Ph. D., Tula, 2009, pp. 289 (in Russian).
18. **Astrom K. J.** Oscillations in systems with relay feedback, *Adaptive control, Filtering. And Signal Processing*, 1995, pp. 1–27.
19. **Bazanella A. S., Parraga A.** Limit cycles in sampled-data relay feedback systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Springer, 2016.
20. **Faldin N. V., Rudnev S. A., Makarov N. N.** *Algoritm chislenogo postroyeniya fazovogo godografa releynoy sistemy* (Algorithm for the numerical construction of the phase locus of the relay system), Tula, TPI, 1983, pp. 138–143 (in Russian).
21. **Foifilov S. V.** *Periodicheskiye dvizheniya v releykh sistemakh s tsifrovym upravleniyem* (Periodic movements in relay systems with digital control). *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2006, no. 5, pp. 11–17 (in Russian).
22. **Faldin N. V., Foifilov S. V.** Investigations of periodic movements in relay systems containing links with delimiters, *Izvestiya of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*, 2007, no. 3, pp. 15–27.
23. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Avtokolebaniya v releykh sistemakh s kusochno-lineynym obyektom upravleniya* (Self-oscillations in relay systems with piecewise linear control object.), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2007, no. 2, pp. 2–9 (in Russian).
24. **Foifilov S. V.** *Periodicheskiye dvizheniya v releykh sistemakh s trekhpozitsionnym upravleniyem i ogranichitelnyami v obyekte regulirovaniya* (Periodic motions in relay systems with three-position control and limiters in the control object), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2008, vol. no. 5, pp. 11–17 (in Russian).
25. **Panferov N. V.** *Analiz i sintez releykh sistem s trekhpozitsionnymi releynymi elementami* (Analysis and synthesis of relay systems with three-position relay elements), dis. Ph. D., Tula, 2001, pp. 172 (in Russian).
26. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Diskretnaya linearizatsiya po poleznomu signalu releykh avtokolebatelnykh sistem upravleniya* (Discrete Linearization of the Useful Signal of Relay feedback Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2006, no. 11, pp. 13–19 (in Russian).
27. **Morzhov A. V., Faldin N. V.** *Linearizatsiya po poleznomu signalu releykh sistem upravleniya s trekhpozitsionnym releynym elementom i nelineynym obyektom upravleniya*, (Linearization by the useful signal of relay control systems with a three-position relay element and a nonlinear control object), *Izvestiya RAN. Teor. i sist. Uprav.*, 2008, vol. 4, pp. 5–14 (in Russian).
28. **Fedorovskiy P. Yu.** *Analiz i sintez sistem upravleniya s dvumya upravlyayushchimi releynymi elementami* (Analysis and control systems with two control relay elements), dis. Ph. D., Tula, 2002, pp. 157.
29. **Pestryakova I. S.** *Metody analiza i sinteza releykh sistem upravleniya, rabotayushchikh v rezhime vynuздennykh kolebaniy* (Methods of analysis and the analysis of relay control systems), dis. Ph. D., Tula, 2005, pp. 172.
30. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Analiz vynuздennykh periodicheskikh dvizheniy v releykh sistemakh avtomaticheskogo upravleniya* (Analysis of forced periodic motions in relay automatic control systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2009, vol. 1, pp. 2–7 (in Russian).
31. **Morzhov A. V., Faldin N. V.** Linearization of relay controlling systems with three-position relay block and non-linear controlled plant with respect to the actual signal, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, no. 4, pp. 499–508.
32. **Chernov A. Ye.** *Metody issledovaniya releykh sistem s ogranichitelnyami v forme uprugogo mekhanicheskogo upora* (Methods for investigating relay systems with limiters in the form of an elastic mechanical stop), dis. Ph. D., Tula, 2005, pp. 172. (in Russian).
33. **Pospelov G. S.** *Dinamicheskiye kharakteristiki releykh sledyashchikh sistem* (Dynamic characteristics of relay servo systems), *Izv. AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*, 1965, vol. 3, pp. 169–180 (in Russian).
34. **Foifilov S. V.** *Prikladnyye metody analiza i sinteza releykh avtokolebatelnykh sistem s nelineynymi obyektami upravleniya* (Applied methods of analysis and synthesis of relay self-oscillating systems with nonlinear control objects), dis. Ph. D., Tula 2009, pp. 45–80 (in Russian).
35. **Morzhov A. V.** *Metodika analiza i sinteza releykh sledyashchikh sistem s nelineynymi ob'yektami upravleniya* (The technique of analysis and synthesis of relay tracking systems with nonlinear control objects), dis. Ph. D., Tula, 2010, pp. 170 (in Russian).
36. **Morzhov A. V., Morzhova S. V.** *Sintez releynoy avtokolebatelnoy obyemnoy silovogo gidroprivoda pri zadanii ogranicheniy na chuvstvitel'nost* (Synthesis of a relay self-oscillating volumetric power hydrodrive with a limitation on the sensitivity), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2012, vol. 6, pp. 39–44 (in Russian).
37. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Chuvstvitel'nost' oshibki slezheniya k izmeneniyu parametrov ob'yekta upravleniya v reley avtokolebatel'noy sisteme* (Sensitivity of the tracking error to the change in the parameters of the control object in the relay auto-oscillation system), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2015, vol. 16, no. 2, pp. 81–88 (in Russian).
38. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Chuvstvitel'nost' vynuздennykh periodicheskikh dvizheniy reley noy sistemy k izmeneniyu parametrov obyekta upravleniya* (The sensitivity of the forced periodic movements of the relay system to the change in the parameters of the control object), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2015, vol. 16, no. 11, pp. 21–30.
39. **Jorge M. G.** Global stability of relay feedback systems, *IEEE Trans. Automatic control*, 2001, vol. 46, pp. 550–562.
40. **Goncalves J. M.** available at: <http://web.mit.edu/jmg/www/>.
41. **Jorge M.** Regions of stability for limit cycles of piecewise linear systems, *IEEE Trans. Automatic control*, 2005, vol. 50, pp. 1877–1882.
42. **Johansson K. H.** Limit cycles with chattering in relay feedback systems, *IEEE Trans. Automatic control*, 2002, pp. 169–178.
43. **Johansson K. H.** Fast switches in relay feedback systems, *Automatica*, no. 35, 1999, pp. 539–552.
44. **Bernardo M. D.** Self-oscillations and sliding in relay feedback systems: symmetry and bifurcations, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2001, vol. 11, no. 4, pp. 1121–1140.
45. **Kowalczyk P., Glendinning A.** Micro-chaos in relay feedback systems with bang-bang control and digital sampling, In: *IFAC*, Italy 2011.
46. **Postnikov N. S.** *Stokhastichnost' releykh sistem s gisterezisom* (Stochasticity of relay systems with hysteresis), *Avtomat. i Telemekh.*, 1998, iss. 3, pp. 57–68 (in Russian).