

А. А. Колесников¹, Засл. деятель науки и техники РФ, д-р техн. наук, проф., ankolesnikov@sfnu.ru,

Ал. А. Колесников², канд. техн. наук, доц., alkolesnikov@sfnu.ru,

А. А. Кузьменко¹, канд. техн. наук, доц., aakuzmenko@sfnu.ru,

¹Институт компьютерных технологий и информационной безопасности

Южного федерального университета, г. Таганрог,

²Институт радиотехнических систем и управления Южного федерального университета, г. Таганрог

Метод АКАР и теория адаптивного управления в задачах синтеза нелинейных систем управления

Проводится сравнение метода АКАР с методами современной теории адаптивного управления. В рамках метода АКАР показаны два способа аналитического синтеза законов адаптивного управления для нелинейных динамических объектов. Приведены примеры синтеза законов адаптивного управления нелинейными объектами, иллюстрирующие эффективность метода АКАР.

Ключевые слова: нелинейные системы управления, синтез управления, адаптивное управление, синергетическая теория управления, метод АКАР

Введение

В мировой и отечественной научной литературе проблеме адаптивного управления посвящены десятки монографий и тысячи статей и докладов [1—4]. Исчерпывающий обзор методов этой теории изложен в известной монографии [4]. В предисловии "Нелинейность, адаптация, самоорганизация" к этой книге известный математик — специалист в области нелинейной динамики и синергетики Г. Г. Малинецкий пишет: "Книгу, которую вы держите в руках, вероятно, ждет долгая и счастливая жизнь. Это не значит, что у нее будет очень много читателей — обилие формул и высокий математический уровень предполагают серьезную предварительную подготовку. Эта книга не поможет студентам и аспирантам, осваивающим теорию управления, "выучить и сдать". Не поможет в силу глубокого анализа и оригинальности выдвигаемого подхода. Эта работа не привлечет ни популяризаторов науки, ни специалистов по внедрению инноваций. Поставленные в ней вопросы более фундаментальны и значимы, чем ответы на них, которые сегодня могут предложить авторы, да и наука об управлении в целом. Вместе с тем эта работа представляется одной из наиболее глубоких, оригинальных и значимых исследований в теории управления среди появившихся в России в последнее десятилетие...".

Это, вообще говоря, удивительное заявление, в очередной раз иллюстрирующее известное предупреждение академика А. А. Красовского об опасности чрезмерного математического формализма на пути развития современной теории автоматического управления (СТАУ) [5]: "... в развитии СТАУ с точки зрения практики далеко не все обстоит благополучно. Классическую ТАУ в основном создавали ин-

женеры для инженеров. СТАУ создают в основном математики для математиков. Последнее с точки зрения практики вызывает определенное беспокойство. Главное негативное влияние на практическое внедрение методов СТАУ оказывает масса оторванных от практических потребностей и возможностей работ и даже направлений, интересных в математическом отношении, но бесплодных в отношении современных приложений. Нельзя отрицать право на существование математической СТАУ как раздела математики, развивающегося по собственным законам и находящего применение по мере возникновения соответствующих потребностей. Однако такая математическая СТАУ должна быть достаточно четко выделена по отношению к прикладной СТАУ". Здесь также напрашивается ироничное высказывание А. Эйнштейна по поводу применения математических методов: "... существует поразительная возможность овладеть предметом, не понимая сущности дела" (!).

Возможно, поэтому Г. Г. Малинецкий, вслед за авторами книги [4], пишет: "Тут, пожалуй, стоит в рассказе о былых надеждах и успехах поставить точку и согласиться с авторами — современная теория адаптивного управления зашла в тупик. И суть книги И. Ю. Тюкина, В. А. Терехова — указать путь из этого тупика". В самом деле, если судить по публикациям последних лет авторов книги [4], то выходом из тупика, в который попала теория адаптивного управления, стало введение в ее арсенал аттракторов — инвариантных множеств, в том числе и хаотических, макропеременных и других ключевых понятий из синергетической теории управления (СТУ) и метода аналитического конструиро-

вания агрегированных регуляторов (АКАР) [6–9], а также некоторых элементов "бэкстеппинга" (нами в работе [10] было отмечено, что метод АКАР превосходит по своим возможностям "бэкстеппинг"). Это и позволило, как утверждают авторы книги [4], развить новый подход к решению проблемы адаптации в нелинейных системах.

По поводу прикладных задач управления, впервые решенных в работе [4], Г. Г. Малинецкий пишет: "Еще одним большим достоинством книги являются конкретные задачи, решение которых опирается на предлагаемые подходы. Задачи рассмотрены подробно и результаты "доведены до числа". Собственно, задачи три. Это управление динамикой автомобиля в режиме разгона—торможения в условиях неопределенности качества дорожного покрытия; идентификация моделей электрической активности клеток нервной системы по измерениям мембранного потенциала; адаптивное сравнение шаблонов в системах обработки визуальной информации. Эти задачи относятся к разным областям — конструированию, идентификации моделей нелинейных математических моделей, техническому зрению. И в каждом из этих случаев предлагаемые в книге подходы к адаптивному управлению приводят к интересным, значимым результатам". Ниже будет рассмотрено эффективное решение первых двух из указанных выше задач исключительно на основе метода АКАР и без привлечения других методов адаптивного управления.

Метод АКАР предлагает два способа обеспечения адаптивности нелинейной системы к внешним и параметрическим возмущениям. Первый способ — это использование принципа интегральной адаптации СТУ [9, 11, 12], когда влияние параметрических и/или внешних возмущений на функционирование системы компенсируется за счет построенных нелинейных законов управления с особым образом введенными интеграторами (в общем случае нелинейными). При этом необходима минимальная информация о возмущении — его класс (кусочно-постоянное, полиномиальное, гармоническое и т.д.), который можно представить динамической моделью в виде системы дифференциальных уравнений. Построение адаптивных систем управления, опирающихся на принцип интегральной адаптации, не требует синтеза наблюдателей состояния и возмущений и, соответственно, оперативной оценки этих возмущений. Второй способ — построение нелинейных наблюдателей параметрических и/или внешних возмущений [7–9, 13, 14]. В этом случае синтезируемые нелинейные законы управления дополняются подсистемой наблюдения, осуществляющей динамическую оценку неизмеряемых возмущений и их компенсацию. Необходимо также отметить, что на основе наблюдателей в СТУ можно построить и такие наблюдатели, которые динамически идентифицируют неизмеряемые переменные состояния объекта по измеряемым переменным состояниям и номинальным параметрам.

2. Примеры синтеза законов адаптивного управления методом АКАР

Пример 1. Сначала рассмотрим важную прикладную задачу управления тормозной системой колес автомобилей, самолетов и других подвижных объектов [4, 15].

Антиблокировочная тормозная система (АБС) должна таким образом управлять скольжением каждого колеса, чтобы предотвратить его блокировку и обеспечить наибольшую степень сцепления с полотном дороги. Закон управления АБС должен обеспечивать параметрическую робастность по отношению к быстро изменяющимся свойствам дорожного полотна и характеристикам шины. На рис. 1 изображена схема сил взаимодействия тормозной системы колеса, присоединенного к массе m . При вращении колеса в направлении скорости v , сила сцепления (сопротивления) шины F_x создается трением между поверхностью шины и покрытием дороги. Эта сила будет создавать момент, который порождает вращающее движение колеса, создавая угловую скорость ω . Тормозной момент, прилагаемый к колесу, будет действовать против вращения колеса, создавая отрицательное угловое ускорение.

Уравнения движения тормозной системы колеса имеют вид [15]

$$\begin{aligned} m\dot{v}(t) &= -F_x; \\ J\dot{\omega}(t) &= rF_x - T_b \text{sign}\omega, \end{aligned} \quad (1)$$

где v — горизонтальная скорость движения автомобиля; ω — угловая скорость колеса; F_x — сила сцепления шины; T_b — тормозной момент; r — радиус колеса; J — инерция колеса.

Сила F_x задается в виде

$$F_x = F_z \mu(\lambda, \mu_H, \alpha), \quad (2)$$

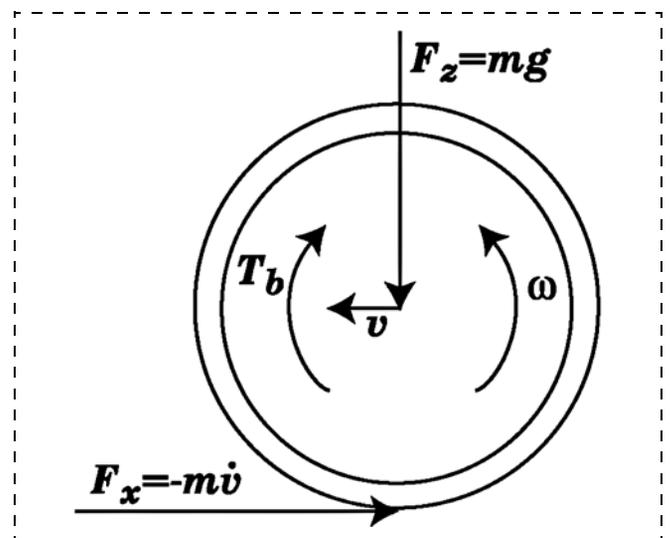


Рис. 1. Силы и моменты тормозной системы

где F_z — вертикальная сила; μ — коэффициент трения, который является нелинейной функцией следующих аргументов: λ — коэффициент продольного скольжения шины; μ_H — коэффициент сцепления между шиной и дорогой; α — угол скольжения колеса.

Продольное скольжение λ определяется выражением

$$\lambda = \frac{v - \omega r}{v}. \quad (3)$$

Коэффициент λ (3) описывает нормализованную разницу между горизонтальной скоростью автомобиля v и скоростью вращения колеса ωr . Значение этого коэффициента $\lambda = 0$ соответствует свободному движению колеса, когда сила сцепления F_x не оказывает влияния. Если при скольжении достигается значение $\lambda = 1$, то колесо блокируется, что означает его остановку. Коэффициент трения μ в соотношении (2) может изменяться в очень широком диапазоне $\mu(0, \mu_H, \alpha) = 0$ при $\lambda = 0$ и $\mu(\lambda, \mu_H, \alpha) > 0$ при $\lambda > 0$. Качественная зависимость μ от скольжения λ показана на рис. 2, взятом из работы [15]. Из рис. 3 следует, что коэффициент трения μ повышается при повышении скольжения λ до значения, где достигается максимум μ_H .

Для высоких значений скольжения λ коэффициент μ будет понижаться до наименьшего значения, при котором колесо блокируется, т. е. будет действовать только трение скольжения. Зависимость трения от дорожных условий показана на рис. 2 и 3. Для влажного покрытия или при обледенении максимальное значение трения μ_H мало, а правая часть кривой выпрямляется. Очевидно, что кривая сцепления шины также зависит от марки шины, в частности, для зимних шин эта кривая будет иметь ярко выраженный максимум.

В более общем случае сила сцепления может быть вычислена как [16]

$$F_x(F_z, v, \omega, \theta) = F_z \text{sign} \lambda \frac{\frac{\sigma_0}{L} g(\omega, \lambda, \theta) \frac{\lambda}{1-\lambda}}{\frac{\sigma_0}{L} \frac{\lambda}{1-\lambda} + g(\omega, \lambda, \theta)}; \quad (4)$$

$$g(\omega, \lambda, \theta) = \theta \left(\mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-\frac{|r\omega\lambda|}{|1-\lambda|v_s}} \right),$$

где μ_c, μ_s — коэффициенты статического и кулоновского трения; v_s — штрибековская скорость; σ_0 — нормализованная продольная жесткость; L — длина контактной поверхности шины; θ — параметр, характеризующий свойства поверхности.

Если движение колеса происходит одновременно в двух направлениях, образуется угол скольжения α , который возникает, когда колесо движется со скоростью v_x в продольном направлении и со скоростью v_y в боковом направлении. В этом слу-

чае коэффициенты продольного $\lambda_x = \frac{v_x - \omega r}{v}$ и бокового скольжения $\lambda_y = \sin \alpha$ различаются, как и соответствующие составляющие коэффициента трения μ_x и μ_y . На рис. 2 показана зависимость коэффициента трения μ от угла бокового скольжения α . Очевидно, что боковая сила F_y в основном зависит от угла бокового скольжения α , уменьшаясь по мере роста этого угла. В дальнейшем в целях упрощения будем полагать $\alpha = 0$ и, следовательно, $\mu_x = \mu$ и $v_x = v$.

На основе выражений (1)–(3) при $v > 0$ и $\omega \geq 0$ получим

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{1}{v} \left(\frac{1}{m} (1 - \lambda) + \frac{r^2}{J} \right) F_z \mu(\lambda, \mu_H, \alpha) + \frac{1}{v} \frac{r}{J} T_b; \quad (5)$$

$$\dot{v}(t) = -\frac{1}{m} F_z \mu(\lambda, \mu_H, \alpha). \quad (6)$$

Из уравнений (5), (6) следует, что, когда $v \rightarrow 0$, динамика разомкнутой системы становится бесконечно быстрой с бесконечным коэффициентом усиления. Это приводит к потере управляемости, а регулятор скольжения при малых v должен быть отключен.

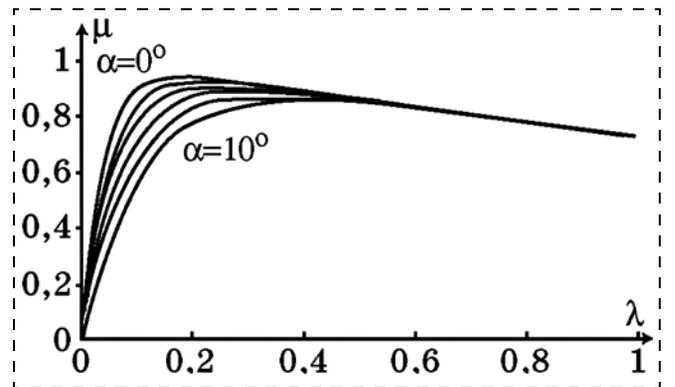


Рис. 2. Кривая скольжения шины $\mu(\lambda)$

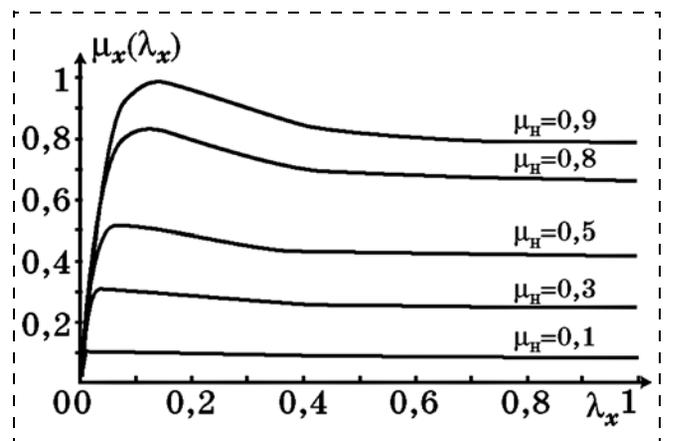


Рис. 3. Кривая скольжения шины

В работе [15] показано, что если $v(0) > 0$ и $\lambda(0) \in [0, 1]$, то $\lambda(t) \in [0, 1]$ и $\dot{v}(t) \leq 0$ для всех $t \geq 0$ при $v(t) > 0$. Действительно, $\lambda(t)$ является непрерывной функцией, поэтому возможны точки схода: $\lambda = 0$ и $\lambda = 1$. Рассмотрим сначала $\lambda = 0$. Поскольку $\mu(0) = 0$, из выражения (5) следует, что $\dot{\lambda}(t) = \frac{r}{vJ} T_b \geq 0$, так как $T_b \geq 0$. Отсюда следует, что $\lambda(t) \geq 0$ для всех $t \geq 0$. Рассмотрим теперь вариант $\lambda = 1$. В этом случае $\omega = 0$, и из системы (1) следует, что $\dot{\omega}(t) \geq 0$. Согласно выражению (3) $\dot{\lambda}(t) \leq 0$ и $\lambda(0) \leq 1$, что означает $\lambda(t) \leq 1$ для всех $t \geq 0$. Наконец, отметим, что $\dot{v}(t) \leq 0$ в системе (1), так как $F_x \geq 0$ для $\lambda \in [1, 0]$.

Согласно работе [15] задача управления состоит в управлении продольным скольжением путем обеспечения заданного коэффициента скольжения λ , либо являющегося константой λ^0 , либо определяемого системой управления верхнего уровня, например, ESP (электронной системой курсовой устойчивости). Регулятор скольжения должен быть робастным по отношению к неопределенностям в характеристике шины и изменениям условий дорожного покрытия. Входом управления является сила зажима F_b , связанная с тормозным моментом соотношением $T_b = k_b F_b$. Максимальная или минимальная сила F_b может быть приложена к тормозным колодкам соответствующим исполнительным механизмом в процессе торможения. Минимальная сила $F_{b\min}$ возникает, когда колодки расположены плотно к тормозному диску, а максимальная $F_{b\max}$ — когда исполнительный механизм находится на пределе своих возможностей. Это означает, что в диапазоне $F_{b\min} \dots F_{b\max}$ исполнительный механизм может изменять развиваемый момент торможения колеса.

Для компенсации возмущений в системах адаптивного управления, базирующихся на построении наблюдателей, по сути, осуществляется их текущая идентификация и последующая компенсация. Возникающие при этом технические трудности состоят в следующем: модель объекта должна быть достаточно точной, а динамика наблюдателя — более быстрой по сравнению с динамикой изменения внешних возмущений. Эти обстоятельства могут ухудшать практическую эффективность наблюдателей в конкретных задачах управления (например, повышение быстродействия наблюдателя приводит к недопустимому выходу управляющих сигналов за пределы ограничений). Однако, в целом, это может привести к существенному усложнению законов адаптивного управления объектом. В рамках СТУ другим способом обеспечения адаптивности к возмущениям является построение на основе принципа интегральной адаптации робастных регуляторов, которые парируют наихудшие внешние возмущения, действующие на объект, без их текущей идентификации, а реализация таких регулято-

ров достаточно простая [9, 11, 12]. При этом проф. А. А. Колесниковым предложено следующее определение: "... наихудшие возмущения $M_i^{\text{sup}}(t)$ — это такие внешние возмущения, которые за наименьшее время отклоняют объект управления на максимальное возможное расстояние от желаемого состояния в его фазовом пространстве" [9]. Указанное определение по существу означает, что наихудшие возмущения — это кусочно-постоянные возмущения вида $M_i^{\text{sup}}(t) = M_{i0} \text{sign} \mu(t)$ со случайным изменением величины $M_{i0} = \text{const}$ на соответствующем интервале и знака функции $\mu(t)$.

Для парирования кусочно-постоянных возмущений синергетический регулятор должен включать в себя один интегратор, т. е. реализовывать астатический закон управления, техническая реализация которого не вызывает затруднений. Интегральные составляющие, с одной стороны, компенсируют постоянные возмущения, повышают точность управления, а с другой — ухудшают устойчивость замкнутой системы. Но для методов СТУ такой проблемы не существует, так как процедура этого метода гарантирует асимптотическую устойчивость системы дифференциальных уравнений сложных технических объектов. Использование принципа интегральной адаптации позволяет полностью компенсировать влияние полиномиального возмущения степени n : для этого особым образом вводится $n + 1$ интегратор. Гармоническое возмущение полностью не компенсируется, но существенно ослабляется влияние данного возмущения уже с тремя интеграторами. Для компенсации гармонического возмущения приемлем только подход с синергетическим нелинейным наблюдателем возмущений. Подробно процедура синтеза законов адаптивного управления в соответствии с принципом интегральной адаптации изложена в работах [11, 12].

Итак, целью управления системой (1) является торможение колеса при требуемом значении коэффициента проскальзывания $\lambda = \lambda^0 = \text{const}$. Это позволяет согласно выражению (3) сформировать инвариант $\lambda - \lambda^0 = v - \omega r - v\lambda^0 = 0$. В соответствии с данной целью и принципом интегральной адаптации составим расширенную модель синергетического синтеза при $\omega > 0$:

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) &= v_1 z; \\ \dot{\omega}(t) &= -\frac{T_b}{J} - v_2 z; \\ \dot{z}(t) &= \eta(v - r\omega - v\lambda^0), \end{aligned} \quad (7)$$

где z — динамическая переменная синтезируемого регулятора, выполняющая роль оценщика внешнего неизмеряемого возмущения, действующего на систему; η, v_1, v_2 — некоторые постоянные коэффициенты. В правой части третьего уравнения модели синергетического синтеза (7) отражен вводимый технологический инвариант.

Для расширенной модели синтеза (7) введем макропеременную

$$\psi = v - r\omega - v\lambda^0 - \gamma z. \quad (8)$$

Следуя процедуре синтеза методом АКАР, из совместного решения соотношения (8), функционального уравнения

$$\dot{\psi}(t) + \beta\psi = 0 \quad (9)$$

и расширенной модели (7) находим выражение для управляющего воздействия:

$$T_b = \frac{J}{r}(-v_1 z(1 - \lambda^0) - r v_2 z + \gamma \eta(v - r\omega - v\lambda^0) - \beta(v - r\omega - v\lambda^0 - \gamma z)). \quad (10)$$

Проведем исследование синтезированной системы управления АБС при следующих параметрах: $\sigma_0 = 200$; $L = 0,25$; $\mu_c = 0,5$; $\mu_s = 0,9$; $v_s = 12,5$; $r = 0,3$; $m = 200$; $J = 0,23$; $F_z = 3000$ и параметрах регулятора $\lambda^0 = 0,1$; $\eta = 1000$; $v_1 = 1$; $v_2 = 2$; $\beta = 50$; $\gamma = -5$. Результаты моделирования представлены на рис. 4–10. При моделировании полагалось, что коэффициент сцепления с поверхностью θ изменяется во времени в соответствии с зависимостью:

$$\theta(s) = \begin{cases} 0,3 & \text{при } s \in [0, 10]; \\ 1,3 & \text{при } s \in (10, 20]; \\ 0,7 & \text{при } s \in (20, 30]; \\ 0,4 & \text{при } s \in (30, 40]; \\ 1,5 & \text{при } s \in (40, 50]; \\ 0,6 & \text{при } s \in (50, \infty); \end{cases} \quad s = \int_0^t v(\tau) d\tau.$$

Таким образом, результаты компьютерного моделирования синтезированной синергетической системы управления АБС свидетельствуют о ее высокой эффективности функционирования в условиях неопределенности действия внешней среды.

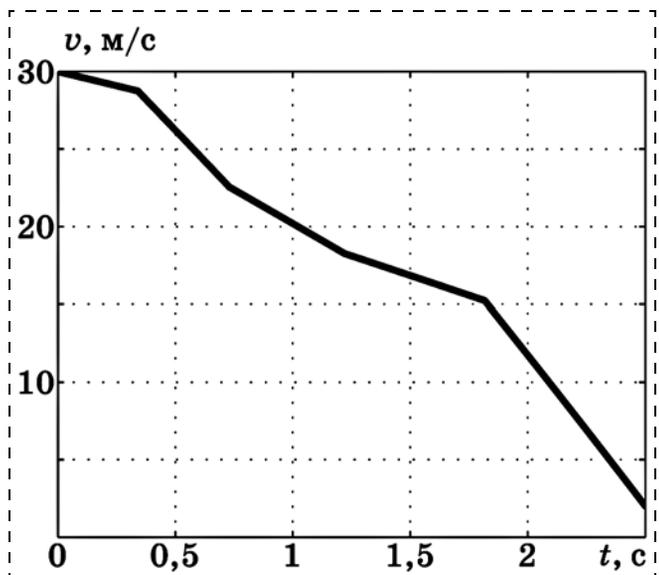


Рис. 4. График изменения линейной скорости

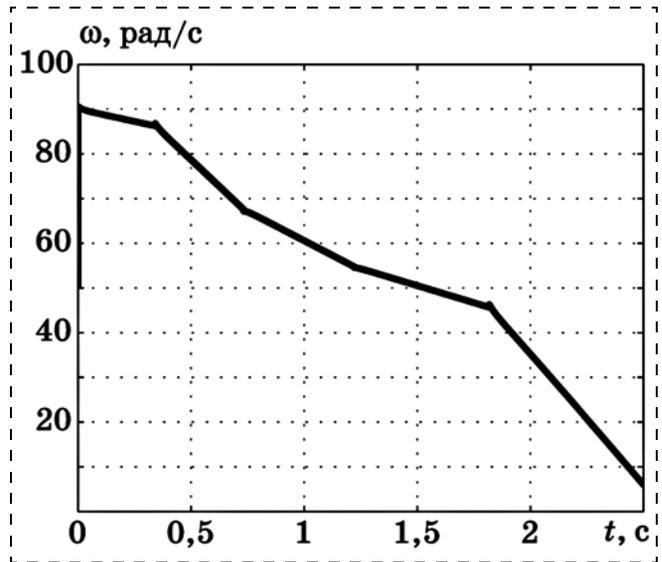


Рис. 5. График изменения угловой скорости

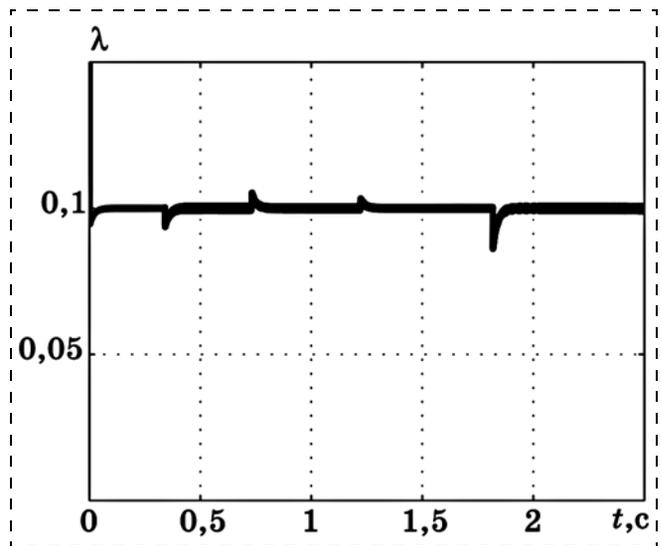


Рис. 6. График изменения скольжения

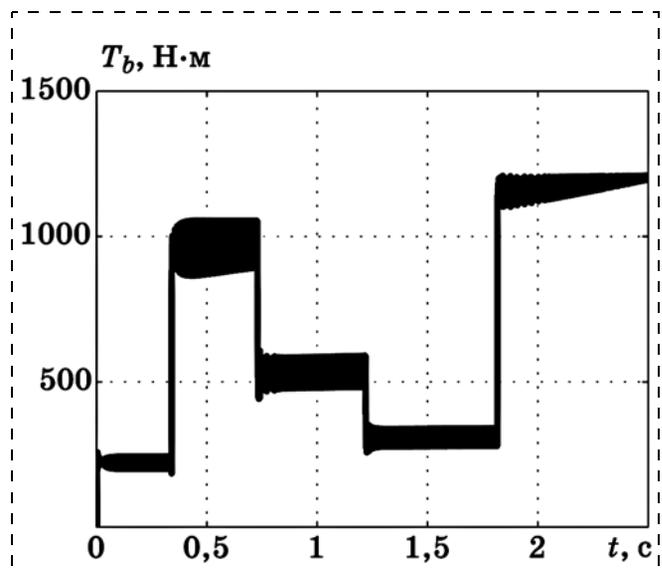


Рис. 7. График изменения тормозного момента

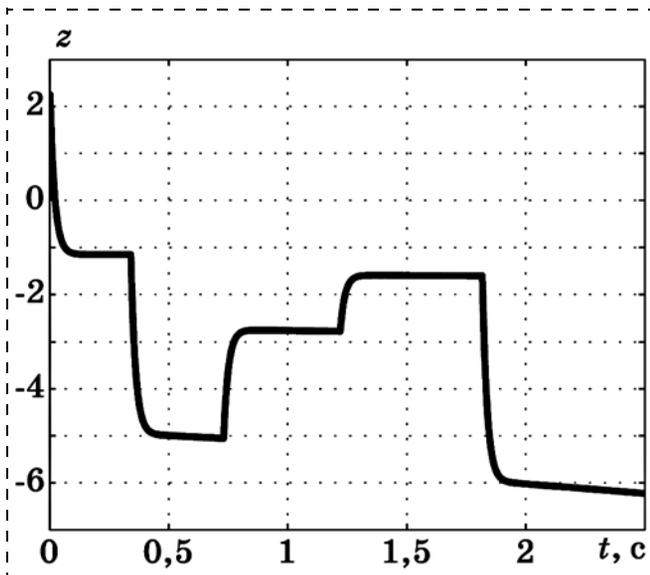


Рис. 8. График изменения динамической переменной регулятора

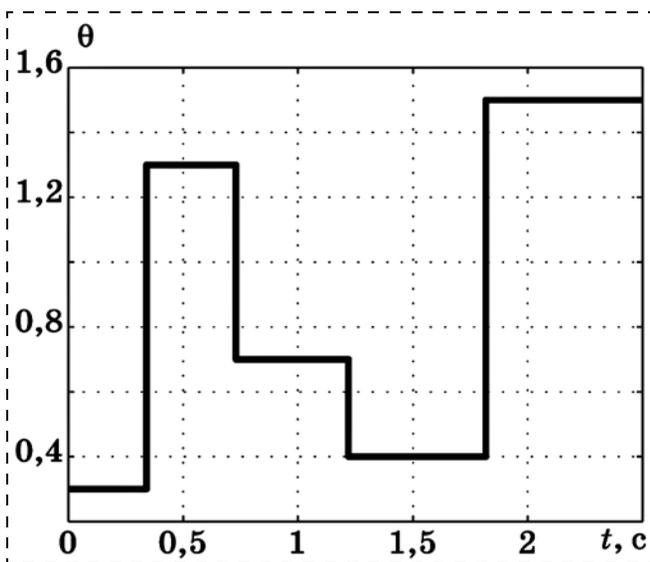


Рис. 9. График изменения коэффициента сцепления с поверхностью

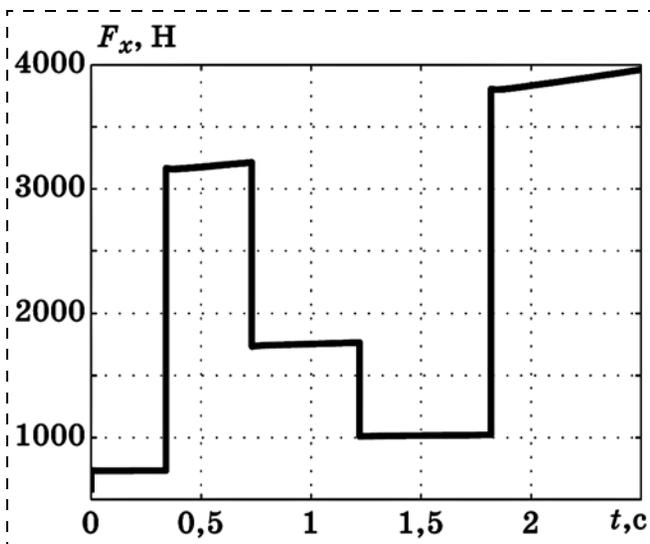


Рис. 10. График изменения силы сцепления

Синтезированный методом АКАР закон управления (10), обеспечивающий требуемые свойства АБС в условиях значительной неопределенности, существенно проще синтезированного в работе [4] адаптивного закона управления. Для реализации регулятора (10) не требуется сложной нейросети для вычисления параметрических и внешних возмущений. В монографии [4] предложен адаптивный закон управления АБС, включающий в свою структуру функцию $F_x(F_z, v, \omega, \theta)$ (4). При этом предполагается, что на основе этой функции можно с помощью нейросети вычислить текущие характеристики дорожного полотна. Такое предположение представляется практически малоэффективным, так как в реальных условиях характеристики дорожного полотна могут существенно изменяться, а в структуру функции F_x , согласно (4), не вводится каких-либо измеряемых физических величин, отражающих текущее состояние полотна. Разумеется, в специализированных идеальных условиях, когда о функции F_x и ее параметрах заранее многое известно и практически не требуется каких-либо текущих физических измерений, такой подход может оказаться вполне оправданным. Такого рода условия возникают, например, при проведении компьютерных экспериментов и т. д.

Что же касается синтезированного в этом примере адаптивного закона управления (10), построенного на идеологии подавления наихудших кусочно-постоянных возмущений с помощью интеграторов в обратных связях, то для его реализации не требуется вводить функцию F_x , а можно использовать физически доступные координаты тормозной системы.

Пример 2. Рассмотрим теперь модель Хииндармарша и Роуза [4, 17], которая является простейшей математической моделью электрической активности клеток нервной системы:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -ax^3 + bx^2 + y - z + au; \\ \dot{y}(t) &= c - \beta y - dx^2; \\ \dot{z}(t) &= \epsilon x - \tau z + g, \end{aligned} \quad (11)$$

здесь x — мембранный потенциал; переменная y моделирует динамику (быстрых) ионных токов; z моделирует (медленный) ток адаптации; u — внешний ток, индуцируемый в клетку; $a, b, \alpha, c, \beta, d, \epsilon, \tau, g$ — параметры, причем $\beta, \tau > 0$.

Параметры модели (11) связаны с проводимостью мембраны и внутриклеточными ионными токами и, вообще говоря, являются неизвестными параметрами. Переменная x является измеряемым выходом модели (11), величина u — входом системы — управлением, а y, z — неизмеряемыми переменными. Поскольку модель (11) не удовлетворяет требованиям канонической формы адаптивного наблюдателя, то стандартные подходы к идентификации модели (11) по измерениям вход-выход не применимы. Таким образом, задача построения наблюдателя традиционными подходами не решается.

Отличительной особенностью метода АКАР для синтеза нелинейных адаптивных систем управления является то, что он позволяет осуществлять синтез адаптивных систем по исходным нелинейным моделям объекта без применения процедур линеаризации, сепарирования каналов управления и без построения эталонной модели (что уже существенно упрощает структуру системы управления). При этом структура адаптивной системы синтезируется полностью в аналитическом виде. Подробно процедура синтеза методом АКАР нелинейных законов адаптивного управления с наблюдателями изложена в работах [7–9, 13, 14].

Построим динамический наблюдатель для переменных y, z . Введем вектор Ψ , определяемый выражением

$$\Psi = \begin{bmatrix} y - \hat{y} \\ z - \hat{z} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где \hat{y}, \hat{z} — оценки соответствующих ненаблюдаемых переменных.

Для построения наблюдателя вводится функциональное уравнение относительно вектора макропеременной (12), удовлетворяющее модели (11):

$$\dot{\Psi}(t) + \mathbf{L}\Psi = 0, \quad (13)$$

где \mathbf{L} — матрица коэффициентов, определяющая устойчивость уравнения (13) и задающая динамику наблюдателя, имеет вид

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

После совместного решения (11)–(14) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} c - \beta y - dx^2 - \dot{\hat{y}}(t) + L_{11}(y - \hat{y}) + L_{12}(z - \hat{z}) = 0; \\ \epsilon x - \tau z + g - \dot{\hat{z}}(t) + L_{21}(y - \hat{y}) + L_{22}(z - \hat{z}) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Оценку переменных состояния \hat{y}, \hat{z} будем искать в форме

$$\begin{aligned} \hat{y} &= F_1(x) + s_1; \\ \hat{z} &= F_1(x) + s_2, \end{aligned} \quad (16)$$

где s_1, s_2 — переменные наблюдателя.

Подставляя уравнения (16) в систему (15), получим

$$\begin{cases} c - \beta y - dx^2 - \frac{\partial F_1}{\partial x}(-ax^3 + bx^2 + y - z + \alpha u) + \\ + \dot{s}_1(t) + L_{11}(y - \hat{y}) + L_{12}(z - \hat{z}) = 0; \\ \epsilon x - \tau z + g - \frac{\partial F_2}{\partial x}(-ax^3 + bx^2 + y - z + \alpha u) + \\ + \dot{s}_2(t) + L_{21}(y - \hat{y}) + L_{22}(z - \hat{z}) = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Поскольку ненаблюдаемые координаты должны отсутствовать в уравнениях наблюдателя, то приравняем коэффициенты при переменных y, z в последнем уравнении к нулю:

$$\begin{cases} -\beta - \frac{\partial F_1}{\partial x} + L_{11} = 0; \\ \frac{\partial F_1}{\partial x} + L_{12} = 0; \\ -\frac{\partial F_2}{\partial x} + L_{21} = 0; \\ -\tau + \frac{\partial F_2}{\partial x} + L_{22} = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Из системы (18) получаем

$$\begin{aligned} F_1(x) &= -L_{12}x; \quad F_2(x) = L_{21}x; \\ L_{11} &= \beta - L_{12}; \quad L_{22} = \tau - L_{21}. \end{aligned}$$

Как видим, находить неизвестные L_{11}, L_{22} можно, задавая значения L_{12}, L_{21} , например, из условия обеспечения устойчивости и заданного времени переходного процесса наблюдателя переменных. Для этого зададим желаемый характеристический полином матрицы \mathbf{L} :

$$\Lambda = (p - L_0)^2 = p^2 - 2L_0p + L_0^2, \quad (19)$$

где L_0 — кратный корень полинома.

Сопоставляя полином (19) с определителем матрицы \mathbf{L}

$$\det(p\mathbf{E} - \mathbf{L}) = p^2 - (L_{11} + L_{22})p + L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21},$$

получим два уравнения

$$\begin{aligned} L_{11} + L_{22} &= 2L_0; \\ L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21} &= L_0^2, \end{aligned}$$

которые совместно с системой (18) позволяют получить решения для неизвестных коэффициентов:

$$\begin{aligned} L_{12} &= \frac{(\beta - L_0)^2}{\beta - \tau}; \quad L_{21} = \frac{-(\tau - L_0)^2}{\beta - \tau}; \\ L_{11} &= \beta - \frac{(\beta - L_0)^2}{\beta - \tau}; \quad L_{22} = \tau + \frac{(\tau - L_0)^2}{\beta - \tau}. \end{aligned}$$

Уравнения наблюдателя, в соответствии с системой (17), могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \dot{s}_1(t) &= c - dx^2 + L_{12}(-ax^3 + bx^2 + \alpha u) - \\ &- L_{11}(-L_{12}x + s_1) - L_{12}(L_{21}x + s_2); \\ \dot{s}_2(t) &= \epsilon x + g - L_{21}(-ax^3 + bx^2 + \alpha u) - \\ &- L_{21}(-L_{12}x + s_1) - L_{22}(L_{21}x + s_2), \end{aligned} \quad (20)$$

а оценки переменных y, z должны вычисляться согласно уравнениям (16).

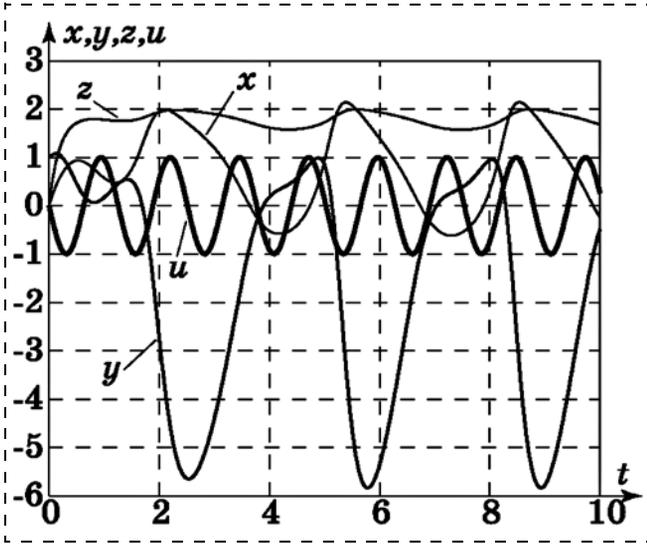


Рис. 11. Графики изменения координат

Графики моделирования систем (11), (16) и (20) с параметрами $a = 1, b = 2, \alpha = 3, c = 3, \beta = 2, d = 5, \varepsilon = 1, \tau = 6, g = 10, u(t) = 1 - \sin(2t), L_0 = -1$ приведены на рис. 11, 12.

Рассмотрим теперь идентификацию параметров $a, b, \alpha, c, \beta, d, \varepsilon, \tau, g$, которую будем проводить рекуррентным методом наименьших квадратов (РМНК). В матричном виде формула для определения неизвестных параметров для системы вида

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$$

в дискретной форме записывается следующим матричным выражением:

$$\mathbf{B}_{N+1} = \mathbf{B}_N + \frac{\mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x})} [\mathbf{y}_{N+1} - \mathbf{x}^T \mathbf{B}_N], \quad (21)$$

где $\mathbf{P}_{N+1}^{-1} = \mathbf{P}_N^{-1} - \frac{\mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x}\mathbf{x}^T \mathbf{P}_N^{-1}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x})}$, \mathbf{B} — вектор определяемых параметров; \mathbf{x} — вектор входных переменных; \mathbf{y} — вектор выходных переменных.

Перейдем от дискретной формы записи выражения (21) к непрерывной:

$$\dot{\mathbf{B}}(t) = \frac{\mathbf{R}\mathbf{x}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{R}\mathbf{x})} [\mathbf{y} - \mathbf{x}^T \mathbf{B}] \frac{1}{\Delta}, \quad (22)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{P}^{-1}$, $\dot{\mathbf{B}}(t) = -\frac{\mathbf{R}\mathbf{x}\mathbf{x}^T \mathbf{R}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{R}\mathbf{x})} \frac{1}{\Delta}$, Δ — шаг решения рассматриваемой системы.

При построении идентификаторов для параметров математической модели (11) будем рассматривать каждое из уравнений отдельно. Для построения наблюдателя параметров a, b, α запишем первое уравнение модели (11):

$$\dot{x}(t) = -ax^3 + bx^2 + y - z + \alpha u. \quad (23)$$

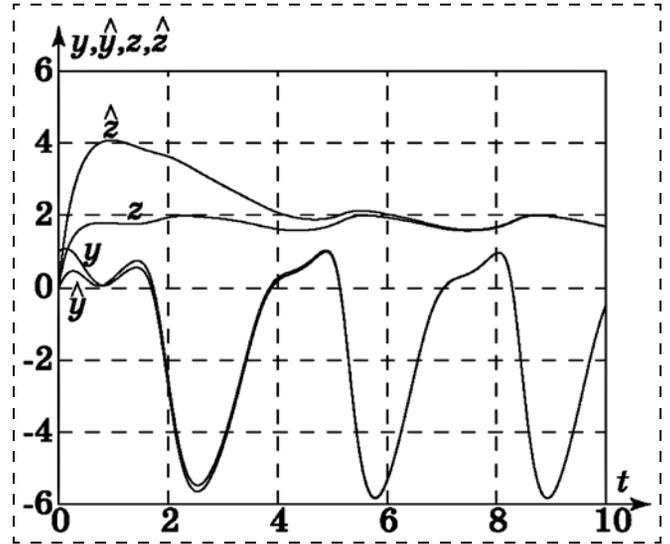


Рис. 12. Графики изменения координат и их оценок

В рассматриваемом случае в качестве входного и выходного векторов необходимо выбрать следующие:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -x^3 \\ x^2 \\ u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = [\hat{x}(t) - y + z], \quad (24)$$

где $\hat{x}(t)$ — оценка производной переменной x , которая может быть получена на основе простой схемы на двух интеграторах:

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_1(t) &= \mu_2 + k_1(x - \mu_1); \\ \dot{\mu}_2(t) &= k_2(x - \mu_1), \end{aligned} \quad (25)$$

где $\mu_2 = \hat{x}(t)$ — оценка производной переменной x ; k_1, k_2 — постоянные коэффициенты.

Вектор неизвестных коэффициентов формируется из оценок соответствующих параметров:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \\ \hat{\alpha} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

В качестве начальных значений матрицы \mathbf{R} можно взять любую числовую невырожденную матрицу, но для лучшей сходимости оценок параметров рекомендуется выбирать ее из соотношения

$$\mathbf{R} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

где $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -x^3(t_k) & x^2(t_k) & u(t_k) \\ -x^3(t_{k+1}) & x^2(t_{k+1}) & u(t_{k+1}) \\ -x^3(t_{k+2}) & x^2(t_{k+2}) & u(t_{k+2}) \end{bmatrix}$ — матрица,

формируемая по отсчетам времени t_k, t_{k+1} и t_{k+2} .

Таким образом, после формирования необходимых матриц и векторов (24), (26), (27) приходим к следующей развернутой форме уравнения (22):

$$\begin{aligned} \hat{a}(t) &= \frac{(-x^3 R_{11} + x^2 R_{12} + x R_{13})v_1}{S} \frac{\rho}{\Delta}; \\ \hat{b}(t) &= \frac{(-x^3 R_{21} + x^2 R_{22} + x R_{23})v_1}{S} \frac{\rho}{\Delta}; \\ \hat{\alpha}(t) &= \frac{(-x^3 R_{31} + x^2 R_{32} + x R_{33})v_1}{S} \frac{\rho}{\Delta}; \end{aligned} \quad (28)$$

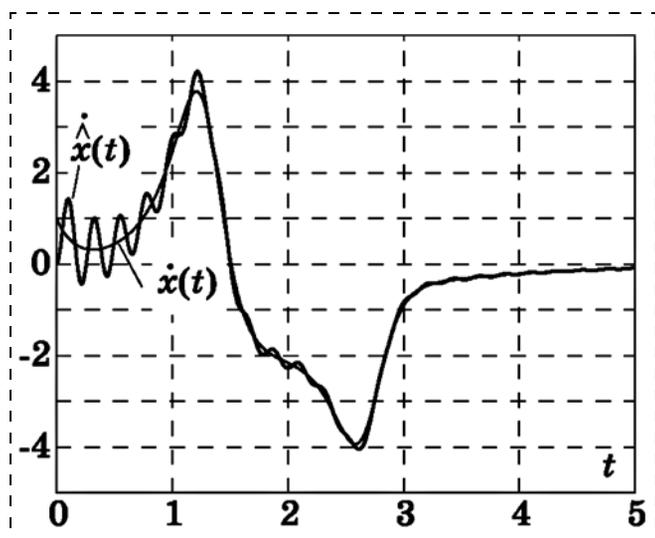


Рис. 13. Графики изменения производной x и ее оценки

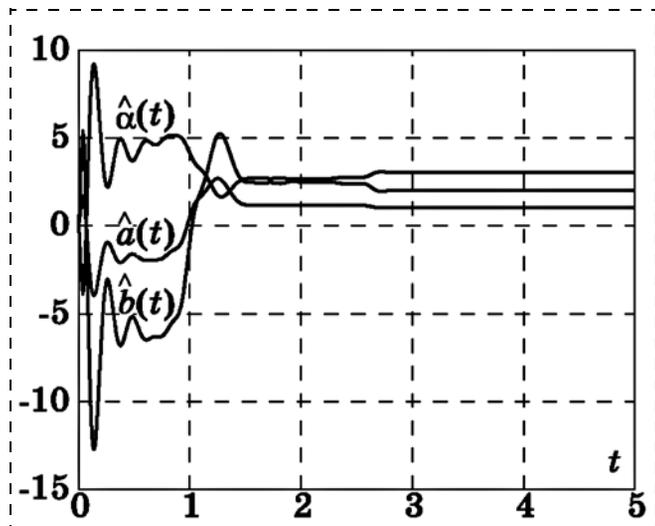


Рис. 14. Графики изменения оценок параметров a, b, α

$$\dot{R}_{ij}(t) = \frac{v_i(x^3 R_{1j} - x^2 R_{2j} - u R_{3j})}{S\Delta}, \quad i, j = \overline{1, 3}, \quad (29)$$

где

$$v_1 = (-x^3 R_{11} + x^2 R_{12} + x R_{13});$$

$$v_2 = (-x^3 R_{21} + x^2 R_{22} + x R_{23});$$

$$v_3 = (-x^3 R_{31} + x^2 R_{32} + x R_{33});$$

$$\rho = \dot{x}(t) - y + z + \hat{a}x^3 - \hat{b}x^2 - \hat{\alpha}u;$$

$$S = 1 - (-x^3 R_{11} + x^2 R_{21} + x R_{31})x^3 + (-x^3 R_{12} + x^2 R_{22} + x R_{32})x^2 + (-x^3 R_{13} + x^2 R_{23} + x R_{33})u.$$

Графики моделирования системы (11) совместно с системами (25), (28) и (29) с параметрами объекта (11) $a = 1, b = 2, \alpha = 3, c = 3, \beta = 2, d = 5, \varepsilon = 1, \tau = 6, g = 10, u(t) = x(t)$ и наблюдателя производной (25) $k_1 = 2, k_2 = 500$ приведены на рис. 13, 14.

На основе аналогичной процедуры можно построить наблюдатель для оставшихся параметров системы. Графики моделирования представлены на рис. 15, 16.

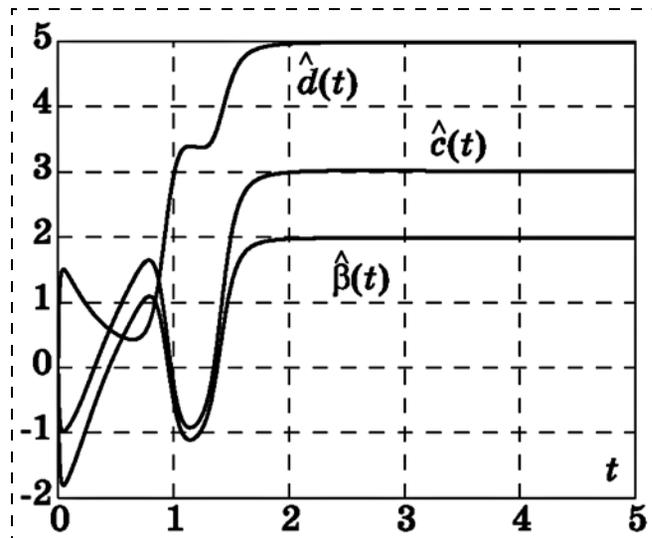


Рис. 15. Графики изменения оценок параметров c, β, d

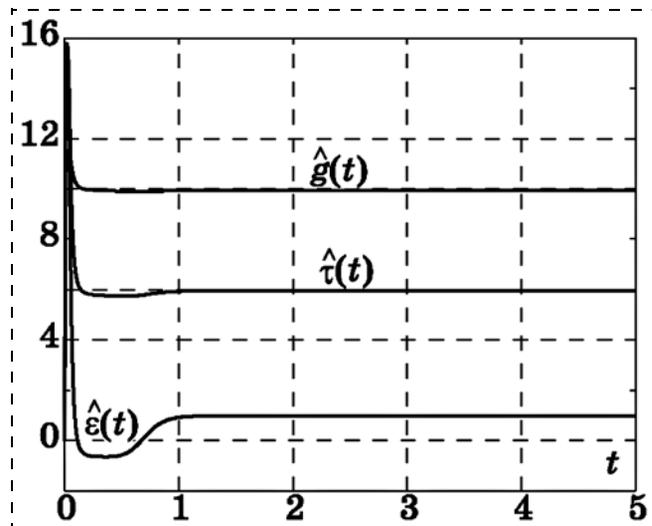


Рис. 16. Графики изменения оценок параметров ε, τ, g

Таким образом, на основе развитого в этой статье метода синтеза синергетических наблюдателей эффективно решена задача идентификации параметров и наблюдения состояния электрохимических процессов в клеточных мембранах. По своим свойствам синтезированные синергетические алгоритмы наблюдения никак не уступают адаптивным алгоритмам, построенным в работе [4].

Заклучение

В работе проведено сравнение метода АКАР и теории адаптивного управления на конкретных примерах синтеза систем. Показаны два способа обеспечения адаптивности нелинейной системы к внешним и параметрическим возмущениям: использование принципа интегральной адаптации и построение нелинейных наблюдателей состояния и параметров. Данные примеры синтеза иллюстрируют преимущества метода АКАР в отношении процедуры аналитического конструирования законов адаптивного управления для нелинейных объектов.

Список литературы

1. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley, 1995. 563 p.
2. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 550 с.
3. Ioannou P. A., Sun J. Robust Adaptive Control. New York: Dover, 2012. 848 p.
4. Терехов В. А., Тюкин И. Ю. Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: URSS, 2014. 384 с.

5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
6. Колесников А. А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994. 344 с.
7. Синергетика и проблемы теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 504 с.
8. Современная прикладная теория управления: Ч. II. Синергетический подход в теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. 559 с.
9. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: Либроком, 2012. 240 с.
10. Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А. Методы АКАР и бэкстеппинг в задачах синтеза нелинейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 7. С. 435—445.
11. Кузьменко А. А. Нелинейный синтез закона адаптивного управления частотой вращения гидротурбины: интегральная адаптация // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2015. № 1—2. С. 85—94.
12. Кузьменко А. А., Синецын А. С., Колесниченко Д. А. Принцип интегральной адаптации в задаче адаптивного управления системой "гидротурбина — синхронный генератор" // Системы управления и информационные технологии. 2014. Т. 56, № 2.1. С. 146—150.
13. Кузьменко А. А. Нелинейное адаптивное управление турбогенератором // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 1. С. 112—119.
14. Кузьменко А. А. Нелинейные адаптивные законы управления турбиной судовой энергоустановки // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 4. С. 38—51.
15. Petersen I., Johansen T., Kalkkuhl J., Ludemann J. Wheel slip control using gain-scheduled LQ-LPV/LMI analysis and experimental results // Proc. of IEEE European Control Conference, Cambridge, UK. September 1—4, 2003. P. 880—885.
16. Claeyss X., Yi J., Alvarez L., Horowitz R., Canudas De Wit C., Richard L. Tire friction modeling under wet road conditions // Proc. of the American Control Conference. 2001. Vol. 3. P. 1794—1799.
17. Hindmarsh J. L., Rose R. M. A model of the nerve impulse using two first-order differential equations // Nature. 1982. Vol. 269. P. 162—164.

ADAR Method and Theory of Adaptive Control in the Tasks of Synthesis of the Nonlinear Control Systems

A. A. Kolesnikov, ankolesnikov@sfedu.ru, Al. A. Kolesnikov, alkolesnikov@sfedu.ru,
A. A. Kuzmenko, aakuzmenko@sfedu.ru, Southern Federal University, Taganrog, 347900, Rostov Region, Russian Federation

Corresponding author: Kuzmenko Andrew A., Ph. D., Associate Professor, Southern Federal University, Taganrog, 347900, Rostov region, Russian Federation, e-mail: aakuzmenko@sfedu.ru

Received on April 04, 2017

Accepted on April 25, 2017

This work continues a series of articles devoted to an illustrative comparison of the methods of modern control theory and the method of Analytical Design of Aggregated Regulators (ADAR). The ADAR method suggests two ways to ensure a nonlinear system adaptability to the external and parametric perturbations. The first way is the use of the principle of integral adaptation, when the influence of the parametric or external perturbations is compensated for by the nonlinear control laws introduced by integrators in a special manner. The design procedure of the adaptive control laws, according to this way, does not require a synthesis of the state and perturbation observers and consequently eliminate a real-time estimation of these perturbations. The second way is a design of the nonlinear observers of the parametric and external perturbations. In this case the designed nonlinear control laws are supplemented by a subsystem of observation, which realizes a dynamic estimation of the nonmetering perturbations and a compensation for them. The above ways are illustrated in the article by the known control tasks: the task of a wheel slip control in an anti-lock braking system; and the task of identification of the parameters and monitoring of the state of electrochemical processes in the cell membranes in accordance with Hindmarsh and Rose model. The examples of the design procedures presented in the article demonstrate the advantages of the ADAR method concerning the analytical design of the adaptive regulators for the nonlinear objects. The theoretical results were confirmed by simulation of the closed-loop system in MATLAB software.

Keywords: nonlinear control systems, system synthesis, adaptive control, synergetic control theory, ADAR method

For citation:

Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuzmenko A. A. ADAR Method and Theory of Adaptive Control in the Tasks of Synthesis of the Nonlinear Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 579—589.

DOI: 10.17587/mau.18.579-589

References

1. **Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.** Nonlinear and Adaptive Control Design, New York, Wiley, 1995.
2. **Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** *Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* (Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems), Saint-Petersburg, Nauka, 2000 (in Russian).
3. **Ioannou P. A., Sun J.** Robust Adaptive Control, New York, Dover, 2012.
4. **Terehov V. A., Tjukin I. Ju.** *Adaptacija v nelinejnyh dinamičeskix sistemah* (Adaptation in nonlinear dynamical systems), Moscow, URSS, 2014 (in Russian).
5. **Krasovskij A. A.** ed. *Spravočnik po teorii avtomatičeskogo upravlenija* (Handbook of automatic control theory), Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).
6. **Kolesnikov A. A.** *Sinergetičeskaja teorija upravlenija* (Synergetic control theory), Moscow, Jenergoatomizdat, 1994 (in Russian).
7. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sinergetika i problemy teorii upravlenija* (Synergetics and control theory problems). Moscow, Fizmatlit, 2004 (in Russian).
8. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sovremennaja prikladnaja teorija upravlenija: Ch. II. Sinergetičeskij podhod v teorii upravlenija* (The modern applied control theory: Part II. Synergetic approach in the control theory), Taganrog, Publishing house of TRTU, 2000 (in Russian).
9. **Kolesnikov A. A.** *Sinergetičeskie metody upravlenija slozhnymi sistemami: teorija sistemnogo sinteza* (Synergetic methods for complex

systems control: the theory of system synthesis), Moscow, Librokom, 2012 (in Russian).

10. **Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuz'menko A. A.** *Metody AKAR i bjeckstepping v zadachah sinteza nelinejnyh sistem upravlenija* (The ADAR method and backstepping in the problems of nonlinear control systems synthesis), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 435—445 (in Russian).

11. **Kuz'menko A. A.** *Nelinejnyj sintez zakona adaptivnogo upravlenija častotoj vrashhenija gidroturbiny: integral'naja adaptacija* (Adaptive control law nonlinear synthesis for hydroturbine rotation frequency: principle of integral adaptation), *Proceedings of higher educational establishments. Energy problem*, 2015, iss. 1—2, pp. 85—94 (in Russian).

12. **Kuz'menko A. A., Sinicyn A. S., Kolesnichenko D. A.** *Princip integral'noj adaptacii v zadache adaptivnogo upravlenija sistemoj "gidroturbina — sinhronnyj generator"* (The principle of integral adaptation in the problem of adaptive control of the "hydro turbine — synchronous generator" system), *Control Systems and Information Technologies*, 2014, vol. 56, iss. 2.1, pp. 146—150 (in Russian).

13. **Kuz'menko A. A.** Nonlinear adaptive control of a turbogenerator, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, iss. 1, pp. 103—110.

14. **Kuz'menko A. A.** Nonlinear adaptive control of a shipboard power plant turbine, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, iss. 4, pp. 512—525.

15. **Petersen I., Johansen T., Kalkkuhl J., Ludemann J.** Wheel slip control using gain-scheduled LQ—LPV/LMI analysis and experimental results, *Proceedings of IEEE European Control Conference, Cambridge, UK, September 1—4, 2003*, pp. 880—885.

16. **Claeys X., Yi J., Alvarez L., Horowitz R., Canudas De Wit C., Richard L.** Tire friction modeling under wet road conditions, *Proceedings of the American Control Conference*, 2001, vol. 3, pp. 1794—1799.

17. **Hindmarsh J. L., Rose R. M.** A model of the nerve impulse using two first-order differential equations, *Nature*, 1982, vol. 269, pp. 162—164.

УДК 681.511.4

DOI: 10.17587/mau.18.589-595

С. В. Феофилов, д-р техн. наук, доц., проф., svfeofilov@mail.ru,

А. В. Козырь, аспирант, Kozyr_A_V@mail.ru,

Тульский государственный университет, г. Тула

Современное состояние и перспективы развития теории релейных систем автоматического управления

Дается краткий обзор задач и методов теории релейных систем управления (PCY). Приводятся основные результаты исследования этих систем как в частотной области, так и в пространстве состояний. Основное внимание уделено обзору методов анализа и синтеза PCY, рассмотренных в рамках "метода фазового годографа". Формулируются нерешенные проблемы и перспективы развития прикладных методов исследования PCY.

Ключевые слова: релейные системы управления (PCY), предельный цикл, автоколебания, вынужденные колебания

Релейный элемент широко используется в системах управления. Он применяется как непосредственно в качестве регулятора, так и при математической идеализации некоторых физических явлений, протекающих в объекте управления, например таких, как кулоновское трение. Скачкообразное изменение состояния релейного элемента при превышении порогового значения входного сигнала обеспечивает высокие динамические свойства релейных регуляторов. Малые габаритные размеры, простота конструкции и надежность таких систем послужили тому, что релейное управ-

ление как принцип построения регуляторов появилось одним из первых, но по-прежнему является широко распространенным.

Ранние работы, посвященные теории релейных систем управления (PCY), были мотивированы исследованием колебаний в простейших механических или электромеханических системах и носили узконаправленный характер. К начальному этапу исследования регуляторов релейного типа (системы включено-выключено) можно отнести работу И. А. Вышнеградского, в которой рассматривалось практическое применение таких систем [1]. Однако