

В. В. Любимов, д-р техн. наук, зав. кафедрой высшей математики, vlubimov@mail.ru,
Е. В. Куркина, аспирант, ekaterina.kurkina@mail.ru,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева

Вероятность захвата в резонанс асимметричной капсулы при управляемом спуске в атмосфере Марса

Рассматривается спуск космического аппарата в виде капсулы с малой управляемой аэродинамической и неизменной массовой асимметриями в атмосфере Марса. Оценивается вероятность захвата и прохода динамической системы через резонанс при немалых значениях угла атаки. Показывается, что переход от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрии способствует существенному уменьшению вероятности захвата в резонанс.

Ключевые слова: капсула, атмосфера, асимметрия, управление, резонанс, оценка, вероятность, Марс

Введение

Значительное число марсианских миссий содержат в программе полета этап атмосферного спуска космического аппарата (КА) на поверхность планеты [1]. Современные исследования показывают, что спуск в атмосфере Марса — это наиболее опасный с точки зрения возникновения нештатных аварийных ситуаций этап космического полета. Следует отметить, что физические параметры и химический состав марсианской атмосферы зависят от многих факторов: времени года, высоты полета и т.д. [2, 3]. Известно, что для обеспечения штатного спуска КА в атмосфере Марса необходимо обеспечить заданные ограничения на значения угловой скорости и угла атаки [4]. В настоящее время продолжают развиваться методики автоматического управления входом в атмосферу Марса. Современные исследования направлены на стабилизацию параметров полета при фазе входа, а также на улучшение лётно-технических характеристик при выходе из атмосферы [5]. Одной из основных проблем неудачных посадок на планету является отсутствие точных сведений о начальной точке входа в атмосферу посадочного модуля. Траектория, параметры и точность спуска, а также максимальная перегрузка существенно зависят от начального значения угла наклона траектории при вхождении в атмосферу и от высоты полета [6]. Кроме того, причиной аварийных ситуаций может являться захват КА в длительный резонанс, который приводит к существенному увеличению угла атаки [7]. Исследованию резонансного движения КА с малой асимметрией в атмосфере посвящено множество работ. В частности, в работах [8, 9] были изучены вторичные резонансные эффекты при спуске КА с малой асимметрией в атмосфере. Основной опас-

ностью при реализации резонансных явлений является нарушение заданных программой полета ограничений параметров движения спускаемого КА. Нарушение ограничений может привести к аварийной ситуации, например, к несрабатыванию или несвоевременному срабатыванию тормозной или парашютной систем. С практической точки зрения представляет интерес получение приближенных аналитических оценок вероятности захвата КА в резонанс. Некоторые оценки вероятности захвата в резонанс для спускаемых КА с различными видами асимметрии содержатся в статьях [7, 10, 11]. В статье [10] определяется оценка вероятности захвата в главный резонанс для случая малых углов атаки при спуске в атмосфере Земли динамически симметричного КА. В статье [7] были получены более общие оценки вероятности захвата в главный резонанс при атмосферном спуске КА с более сложной асимметрией при малых значениях угла атаки. В статье [11] оценена вероятность захвата в главный резонанс при спуске в атмосфере Земли КА с малой аэродинамической и инерционной асимметриями при малых значениях угла атаки.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о спуске капсулы с массовой и аэродинамической асимметриями в атмосфере Марса. Предположим, что капсула близка по форме к конусу. Кроме того, будем учитывать, что атмосфера Марса характеризуется меньшими плотностью и давлением (0,7...1,155 кПа, что примерно 1:100 от давления у поверхности Земли), чем атмосфера Земли. Толщина плотных слоев атмосферы Марса составляет примерно 100 км [2, 3]. На рис. 1 (см. вторую сторону обложки) показана конфигурация спускаемой капсулы с компланарной массово-аэро-

динамической асимметрией и ортогональной массово-аэродинамической асимметрией.

На рис. 1, *a* показано компланарное сочетание асимметрий, а на рис. 1, *б* — ортогональное сочетание асимметрий. В качестве аэродинамической асимметрии на капсуле применяются две управляемые поверхности, которые имеют два рабочих положения: закрытое и открытое. На рис. 1, *a* в плоскости *OXY* открыта первая управляемая поверхность. При этом вторая управляемая поверхность, которая может раскрываться в плоскости *OXZ*, является закрытой. Напротив, при ортогональной асимметрии на рис. 1, *б* в плоскости *OXZ* вторая управляемая поверхность является открытой. Однако управляемая поверхность в плоскости *OXY* при ортогональном сочетании асимметрий является закрытой. На рис. 1 асимметричное расположение центра масс капсулы отмечено точкой *C*. Практический интерес представляет переход к компланарному сочетанию асимметрий для капсулы, имеющему при входе в атмосферу ортогональную асимметрию. Указанный переход может быть реализован закрытием аэродинамической поверхности (рис. 1, *б*) с одновременным открытием аналогичной поверхности, показанной на рис. 1, *a*.

Целью данной работы является получение и анализ оценки вероятности захвата капсулы с малой изменяемой аэродинамической асимметрией и неизменной массовой асимметрией в главный резонанс при немалых значениях углах атаки.

Математическая модель движения космического аппарата

Рассмотрим нелинейную низкочастотную систему дифференциальных уравнений движения капсулы с малой массовой и аэродинамической асимметрией в атмосфере, полученную из полной системы уравнений движения капсулы методом интегральных многообразий [12]. Запишем низкочастотную систему уравнений в следующей форме:

$$\begin{aligned}\bar{I}_x \frac{d\omega_x}{dt} &= -\varepsilon m_x^A \sin(\theta + \theta_2); \\ \frac{F_a}{4\omega_a^2} \frac{d\alpha}{dt} &= -\varepsilon \frac{\omega \operatorname{tg} \alpha}{2\omega_a^2} \frac{d\omega}{dt} \mp \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1); \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_x - \omega_{1,2}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \varepsilon \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt},\end{aligned}\quad (1)$$

где ε — малый параметр, характеризующий массовую и аэродинамическую асимметрии; ω_x — угловая скорость капсулы относительно оси *OX*; α — угол атаки; θ — быстрая фаза, $\theta = \varphi - \pi/2$; φ — аэродинамический угол крена; m_x^A — параметр, характеризующий массовую асимметрию; m^A — параметр, характеризующий массовую и аэродинамическую

асимметрии; θ_1 — параметр, который определяет взаимное расположение массово-аэродинамической асимметрии и системы координат *OXYZ*; θ_2 — параметр, который определяет взаимное расположение массовой асимметрии и системы координат *OXYZ*; $F_a(\omega_x, \alpha, q)$ — известная функция медленных переменных [7], $m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$;

$$m_1^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_y^f - C_x \bar{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha - \frac{\omega_{1,2}\omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xc}^f + C_{yn} \bar{\Delta z});$$

$$m_2^A = -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_z^f + C_x \bar{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha + \frac{\omega_{1,2}\omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xs}^f + C_{yn} \bar{\Delta y});$$

$$\sin \theta_1 = m_1^A / m^A, \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A;$$

$$m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2};$$

$$m_{x1}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xs}^f + C_{yn} \bar{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$m_{x2}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xc}^f + C_{yn} \bar{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A; \quad \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A;$$

C_x, C_{yn} — коэффициенты аэродинамических сил [13]; m_y^f, m_z^f — коэффициенты малых аэродинамических моментов, зависящие от асимметрии формы капсулы; $\bar{\Delta y} = \Delta y/L$, $\bar{\Delta z} = \Delta z/L$; $\Delta y, \Delta z$ — смещения центра масс капсулы в связанной системе координат *OXYZ* [13]; $\omega_{1,2}$ — частоты "прямой" и "обратной" прецессий [13]; $\omega_{1,2} = \bar{I}_x \omega_x / 2 \pm \omega_a$; $\bar{I}_x = I_x / I$; I_x и $I_y = I_z = I$ — моменты инерции капсулы относительно осей координат систем *OXYZ*; $\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$; ω — частота прецессии с угловой скоростью ω_x , равной нулю; $\omega = \sqrt{-m_{zn} q S L \operatorname{ctg} \alpha / I}$, q — скоростной напор, S — площадь миделевого сечения, L — длина капсулы; m_{zn} — коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента, $\omega_x - \omega_{1,2}$ — резонансное соотношение частот. В системе уравнений (1) содержится обозначение " $\mp$ ". Здесь верхний знак выбирается при $\omega_x > 0$, а нижний — при $\omega_x < 0$.

Нелинейные уравнения (1) описывают медленные составляющие движения при спуске капсулы с малой асимметрией в атмосфере в случае углов ата-

ки, не превышающих $\pi/2$ радиан. При получении уравнений (1) предполагалось следующее:

- момент от асимметрии формы m_x^f может быть представлен в виде $m_x^f \approx m_{xs}^f \sin\varphi + m_{xc}^f \cos\varphi$;
- в уравнениях (1) не учитывались моменты аэродинамического демпфирования.

Система уравнений движения капсулы (1) решается численно совместно с тремя уравнениями, характеризующими движение центра масс [14]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{C_{xv}qS}{m} - g\sin\vartheta; \\ V\frac{d\vartheta}{dt} &= -g\cos\vartheta; \\ \frac{dH}{dt} &= V\sin\vartheta, \end{aligned} \quad (2)$$

где C_{xv} — известный аэродинамический коэффициент; ϑ — угол наклона траектории; m — масса капсулы; V — скорость центра масс капсулы; H — высота полета капсулы.

Известно, что в системе (1) возможен главный резонанс при выполнении равенства: $d\theta/dt = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$. Из решения этого уравнения находим резонансное значение угловой скорости: $\omega_x^r = \pm\omega/\sqrt{1-I_x}$.

Вводится в рассмотрение закон управления значением параметра асимметрии:

$$\theta_1 - \theta_2 = \begin{cases} \pi & \text{при } H > 100 \text{ км;} \\ \pi/2 & \text{при } H \leq 100 \text{ км.} \end{cases} \quad (3)$$

Переход от одного значения $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ к значению $\theta_1 - \theta_2 = \pi/2$ в законе управления (3) происходит на границе плотных слоев марсианской атмосферы, которая начинается с высоты $H = 100$ км [2].

Оценка вероятности захвата в резонанс

Далее система (1) записывается в "маятниковой" форме. При этом выполняется замена переменных $\omega_x \rightarrow \rho = \Delta/\sqrt{\varepsilon}$ ($\Delta = \omega_x - \omega_{1,2}$) и меняется масштаб времени $\tau = \sqrt{\varepsilon}t$, $\mu = \sqrt{\varepsilon}$. Здесь τ — медленное время, ρ — нормированное расстояние до резонансной поверхности $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$. Раскладывая правые части уравнений системы (1) в ряд Маклорена по малому параметру μ , получим систему уравнений движения капсулы:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\tau} &= \mu E(\sigma, \theta) + \mu^2; \\ \frac{d\rho}{d\tau} &= P(\sigma, \theta) + \mu a + \mu^2; \\ \frac{d\theta}{d\tau} &= \rho. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\sigma = (\alpha, \omega)$ — вектор медленных переменных,

$E = d\sigma/d\tau$, $\varepsilon P = \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \frac{d\omega_x}{dt} + \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma} \frac{d\sigma}{dt}$. Функции E , P периодичны по фазе θ с периодом 2π .

При отсутствии возмущений ($\mu = 0$) получаем невозмущенную систему:

$$\begin{aligned} \sigma &= \text{const}; \\ \frac{d\rho}{d\tau} &= P(\sigma, \theta); \\ \frac{d\theta}{d\tau} &= \rho. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $P(\sigma, \theta) = b(\sigma)\sin(\theta + \theta_3)$.

Выражения для функций $a(\sigma)$, $b(\sigma)$ будут представлены далее. Уравнение невозмущенного движения из системы (4) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{d^2\bar{\theta}}{d\tau^2} = b(\sigma)\sin\bar{\theta}, \quad (6)$$

где $\bar{\theta} = \theta + \theta_3$.

Уравнение (6) описывает движение маятника с периодическим в зависимости от угла $\bar{\theta}$ моментом.

Из системы (1) находим выражения $a(\sigma)$, $b(\sigma)$:

$$\begin{aligned} a(\sigma) &= -\frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\frac{2\omega \operatorname{tg} \alpha}{F_a} \frac{d\omega}{dt} \right) + \frac{\partial \Delta}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt}; \\ b(\sigma)\sin(\theta + \theta_3) &= \\ &= -\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left(\frac{m_x^A}{I_x} \right) \sin(\theta + \theta_2) + \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\pm \frac{2\omega_a m^A}{F_a} \right) \cos(\theta + \theta_1). \end{aligned} \quad (7)$$

Применяя тригонометрические преобразования для синуса суммы, получим

$$\begin{aligned} b(\sigma) &= \sqrt{mf_1^2 + mf_2^2}, \quad mf_1 = -\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left(\frac{m_{x2}^A}{I_x} \right) \pm \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\frac{2\omega_a m_1^A}{F_a} \right); \\ mf_2 &= \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left(\frac{m_{x1}^A}{I_x} \right) \pm \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\frac{2\omega_a m_2^A}{F_a} \right); \\ \cos\theta_3 &= mf_1/b(\sigma); \quad \sin\theta_3 = mf_2/b(\sigma). \end{aligned}$$

Фазовый портрет системы (4) состоит из двух областей вращательных движений и одной колебательной области, отделенных сепаратрисой S , состоящей из двух симметричных относительно оси абсцисс частей l_1 и l_2 . При отсутствии возмущений (при $\mu = 0$ и $\mu a(\sigma) = 0$) особые точки системы (5) находятся из условия $P(\sigma, \theta) = b\sin\bar{\theta} = 0$, где $\bar{\theta} = \theta + \theta_3$. На интервале $[-\pi, \pi]$ имеются три особые точки, соответствующие минимуму ("центр") и максимуму ("седло") потенциальной энергии системы и удовлетворяющие условиям:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta}(\bar{\theta}_{0,1,2}^*) = 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \theta^2}(\bar{\theta}_0^*) > 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \theta^2}(\bar{\theta}_{1,2}^*) < 0.$$

Отсюда находим три особые точки на интервале $[-\pi, \pi]$: $\bar{\theta}_0^* = 0$ — первая особая точка типа "центр", $\bar{\theta}_1^*, \bar{\theta}_2^* = -\pi, \pi$ — особые точки типа "седло".

Найдем аналог потенциальной энергии системы $\Pi(\sigma, \bar{\theta})$ в невозмущенном случае при $a(\sigma) = O(\mu)$. Поскольку при $\mu = 0$ правая часть уравнения (6) равна $\Delta P(\sigma, \theta) = b \sin \bar{\theta}$, то аналог потенциальной энергии принимает следующее значение:

$$\begin{aligned} \Pi(\sigma, \bar{\theta}) &= -\int \Delta P d\bar{\theta} = -b \int \sin \bar{\theta} d\bar{\theta} = b \cos \bar{\theta} = \\ &= b \left(2 \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Выражение (8) позволяет вычислить значения аналога потенциальной энергии на сепаратрисе. При $\bar{\theta}_1^*, \bar{\theta}_2^* = -\pi, \pi$ потенциальная энергия на сепаратрисе $\Pi_*(\sigma, \bar{\theta}_{1,2}^*) = b \cos \bar{\theta}_{2,3}^* = -b$. Теперь можно найти полную механическую энергию системы (5), отсчитываемую от неустойчивого положения равновесия при условии малости момента $a(\sigma)$:

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \frac{\rho_c^2}{2} + \Pi(\sigma, \bar{\theta}) - \Pi_*(\sigma, \bar{\theta}_{1,2}^*) = \\ &= \frac{\rho_c^2}{2} + 2b \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Условие равенства нулю функции (9) позволяет найти уравнение сепаратрисы $\rho_c = \rho_c(\bar{\theta})$. При $\tilde{H} = 0$ имеем: $\frac{\rho_c^2}{2} + 2b \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} = 0$. Отсюда находим:

$$\rho_c^\pm = \pm 2\sqrt{-b} \cos \frac{\bar{\theta}}{2}. \quad (10)$$

На рис. 2 штриховой линией показаны части l_1 и l_2 сепаратрисы C , построенные в соответствии с выражением (10). Сплошной линией на рис. 2 представлена зависимость $\dot{\bar{\theta}} = \dot{\bar{\theta}}(\bar{\theta})$ при захвате в резонансную колебательную область. При постро-

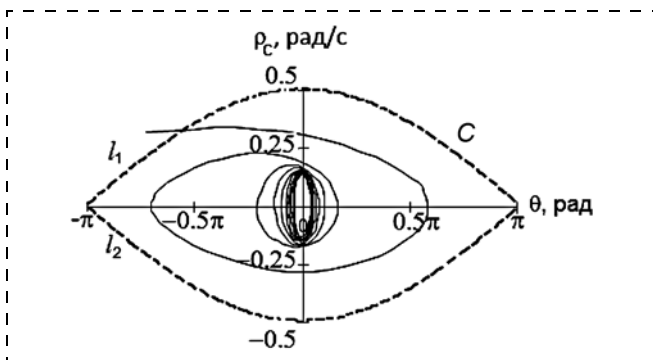


Рис. 2. Захват в резонансную колебательную область

ении рис. 2 предполагалось, что малый вращающий момент $a(\sigma) > 0$. Из рис. 2 следует, что особая точка $\bar{\theta}_0^* = 0$ является точкой типа "центр", а особые точки $\bar{\theta}_1^*, \bar{\theta}_2^* = -\pi, \pi$ — это точки типа "седло".

Для вычисления вероятности захвата в резонанс требуется найти производную полной механической энергии $d\tilde{H}/d\tau$. Продифференцируем функцию $\tilde{H}$ в силу возмущенных уравнений (4).

Полная производная энергии $\tilde{H}$ будет равна

$$\frac{d\tilde{H}}{d\tau} = \rho \frac{d\rho}{d\tau} + 2 \frac{db}{d\tau} \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} - b \frac{d\bar{\theta}}{d\tau} \sin \bar{\theta}. \quad (11)$$

$$\text{Здесь функция } \frac{db}{d\tau} = \frac{\partial b}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{d\tau} + \frac{\partial b}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\tau}.$$

После замены в полученном выражении (11) производных $d\rho/d\tau$ и $d\bar{\theta}/d\tau$ их значениями и некоторых упрощений, связанных с отбрасыванием одинаковых по модулю, но различных по знаку членов, получим

$$\frac{d\tilde{H}}{d\tau} = \mu a \rho + \mu \cdot 2 \frac{db}{d\tau} \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} + O(\mu^2). \quad (12)$$

Теперь имеется все необходимое для вычисления интеграла $\oint_c (-d\tilde{H}/d\tau) d\tau$ аналитически. Интеграл $\oint_c (-d\tilde{H}/d\tau) d\tau$ вычисляется по замкнутому контуру сепаратрисы аналитически в элементарных функциях:

$$\oint_c (-d\tilde{H}/d\tau) d\tau = -\frac{4C_1}{\sqrt{-b}} - \frac{4C_2 \cos \theta_4}{3\sqrt{-b}} + \frac{8}{3} \frac{4C_2 \sin \theta_4}{\sqrt{-b}}, \quad (13)$$

$$\text{где } \theta_4 = \theta_1 - \theta_3, \quad C_1 = \frac{\partial b}{\partial \alpha} \left(-\frac{2\omega \operatorname{tg} \alpha}{F_a} \frac{d\omega}{d\tau} \right) + \frac{\partial b}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\tau},$$

$$C_2 = \frac{\partial b}{\partial \alpha} \left(\pm \frac{2\omega_a m^A}{F_a} \right).$$

В результате применения метода [15] при малых углах атаки α и положительном малом крутящем моменте $a(\sigma) > 0$ оценка для вычисления вероятности захвата в резонанс $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{2Q}{2\pi|a| + Q}, \text{ если } Q < 2\pi|a|, \\ P_r &= 1, \text{ если } Q \geq 2\pi|a|, \\ P_r &= 0, \text{ если } Q \leq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Следует отметить, что оценка вероятности захвата (14) в резонанс $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$ при малых значениях угла атаки и положительном малом крутящем моменте $a(\sigma) > 0$ позволяет получить результаты, близкие к результатам работы [9]. Известно, что при малых углах атаки выражение для

интеграла $\oint_c (-d\tilde{H}/dt)dt$ и функций $a(\sigma)$, $b(\sigma)$ записывается в виде [9]

$$Q = \frac{8(\bar{I}_x - 1)\omega^2 \sqrt{\bar{m}_x^A \bar{m}^A} \cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sqrt{2\alpha} \sqrt{\bar{I}_x} (2 - \bar{I}_x)^{3/2}} + 8 \sqrt{\frac{2(1 - \bar{I}_x)}{2 - \bar{I}_x}} \left(1 - \frac{1 - \bar{I}_x}{(2 - \bar{I}_x)^2}\right) \frac{\sqrt{\alpha} \sqrt{\bar{m}_x^A}}{\sqrt{\bar{I}_x}} \frac{d\omega}{dt}, \quad (15)$$

$$|a| = \frac{2(1 - \bar{I}_x)^{1/2}}{2 - \bar{I}_x} \left| \frac{d\omega}{dt} \right|, \quad b = -\frac{2\alpha \bar{m}_x^A \omega^2}{\bar{I}_x (2 - \bar{I}_x)} (1 - \bar{I}_x),$$

$$\bar{m}_x^A = m_x^A / \omega^2, \quad \bar{m}^A = m^A / \omega^2.$$

Получение оценки вероятности захвата согласно выражениям (14) позволяет найти приближенные значения вероятности прохода через главный резонанс. При этом вероятность прохода будет приблизительно равна $1 - P_r$.

Компьютерное моделирование

При численном моделировании предполагалось, что спускаемый КА имеет массово-инерционные характеристики, аналогичные спускаемому космическому аппарату "Mars Polar Lander" [16]: наибольший радиус основания конуса $r = 1,25$ м, высоту конуса $l = 2$ м и массу $m = 576$ кг, моменты инерции $I_x = 270$ кг·м², $I_y = 443$ кг·м², $I_z = 443$ кг·м². Рассматриваемая капсула совершает спуск в атмосфере Марса (средний радиус $R_0 = 3390$ км) при среднем ускорении свободного падения $g_0 = 3,86$ м/с². Начальные условия входа в атмосферу имеют вид: скорость центра масс капсулы $V(0) = 3400$ м/с, высота $H(0) = 120$ км, угол наклона траектории $\vartheta(0) = -0,017$ рад.

На рис. 3 показано изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ (сплошная кривая) и изменение резонансных значений $\omega_x^r(t)$ (штриховая кривая) при захвате в резонанс в случае неизменного ортогонального сочетания асимметрий

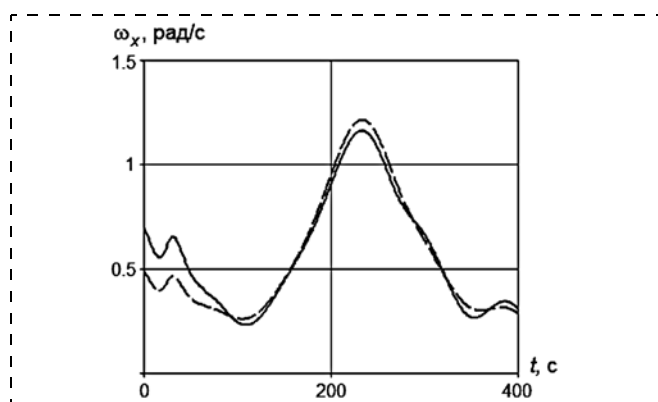


Рис. 3. Изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ и резонансных значений $\omega_x^r(t)$ при захвате в резонанс в случае неизменного ортогонального сочетания асимметрий

значений $\omega_x^r(t)$ (штриховая кривая) при захвате в главный резонанс в случае неизменного ортогонального сочетания асимметрий $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ и параметров

$\bar{m}_x^A = 0,008$ и $\bar{m}^A = 0,012$. Начальные условия для уравнений относительного движения имели следующие значения: угловая скорость $\omega_x(0) = 0,7$ с⁻¹, угол атаки $\alpha(0) = \pi/6$ рад, угол $\theta(0) = \pi/6$ рад. Из рис. 3 следует, что постоянное ортогональное сочетание массовой и аэродинамической асимметрий может привести к захвату в главный резонанс с последующей длительной реализацией главного резонанса. Конфигурация капсулы в данном расчетном случае может иметь вид, показанный на рис. 1, б (см. вторую сторону обложки). При этом аэродинамическая асимметрия может представлять собой неподвижную в плоскости OXZ конструктивную особенность: элемент крепления антенны, крышку люка и т.п. В этом случае при переходе от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрий в плоскости OXZ может раскрываться аэродинамическая поверхность, которая создаст момент, компенсирующий момент от неподвижной аэродинамической асимметрии. Одновременно с указанной компенсирующей поверхностью в плоскости OXY раскрывается другая аэродинамическая поверхность, показанная на рис. 1, а (см. вторую сторону обложки).

Следует отметить, что если в процессе спуска в марсианской атмосфере посредством управляемых поверхностей осуществляется переход от ортогонального сочетания асимметрий к компланарному сочетанию, то в системе может происходить реализация прохода через главный резонанс. В частности, оценки (14) показывают, что вероятность захвата в резонанс при компланарной асимметрии в точке пересечения угловой скорости с восходящей кривой $\omega_x^r(t)$ в случае малых углов атаки близка к нулю. На рис. 4 представлено изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ (сплошная кривая) и изменение резонансных значений $\omega_x^r(t)$ (штриховая кривая) при двойном проходе через главный резонанс. Данный численный результат был получен при переходе на 50-й секунде полета (высота 100 км) от ортогонального сочетания асимметрий ($\theta_1 - \theta_2 = \pi$) к компланарному сочетанию ($\theta_1 - \theta_2 = \pi/2$), который проводился в соответствии с законом управления (3). Остальные начальные условия и параметры капсулы при получении численных результатов для рис. 3 и рис. 4 были идентичны. Следует отметить, что при переходе от одного сочетания асимметрий к другому наблюдается некоторое скачкообразное изменение значений угловой скорости и угла атаки. Данное скачкообразное изменение величины $\omega_x(t)$ показано на рис. 4.

Таким образом, сравнение значений текущей угловой скорости капсулы и резонансного значения угловой скорости позволяет определить, наблюдается ли захват или проход через главный резонанс в каждом из рассматриваемых случаев.

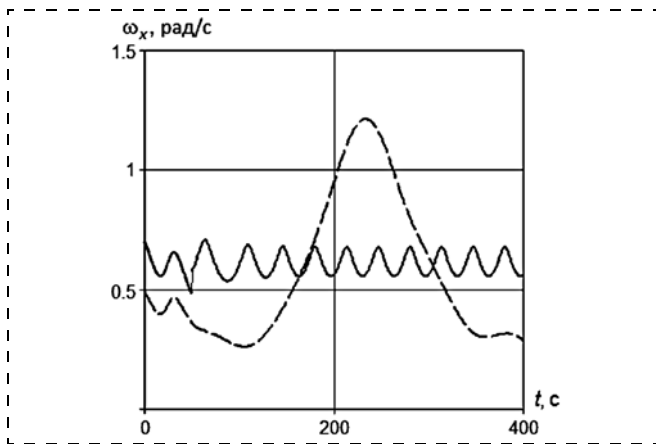


Рис. 4. Изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ и резонансных значений $\omega_x^r(t)$ при проходе через резонанс в случае управляемого перехода от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрий

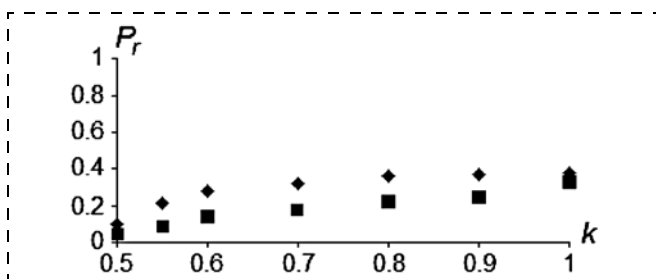


Рис. 5. Вероятность захвата в резонанс при малых и немалых углах атаки в зависимости от значений параметра асимметрии $\theta_1 - \theta_2 = \pi k$

На рис. 5 показаны результаты оценок вероятности захвата в главный резонанс при различных значениях параметра асимметрии $\theta_1 - \theta_2 = \pi k$ при малых углах атаки (применялись оценки (14), (15)) и при немалых углах атаки (применялись оценки (14), (13)). Все начальные условия движения капсулы и его массово-геометрические параметры при построении рис. 5 совпадают с величинами, применяемыми при построении рис. 3—4.

Результаты оценки вероятности захвата в резонанс при малых углах атаки представлены на рис. 5 ромбами. При этом начальное значение угла атаки принималось равным $\alpha(0) = \pi/18$ рад. Оценки вероятности захвата в резонанс при немалых углах атаки отмечены на рис. 5 квадратами. В этом случае начальный угол атаки принимался равным $\alpha(0) = \pi/6$ рад.

Из рис. 5 следует, что при рассматриваемых начальных данных и параметрах капсулы вероятность захвата при малых углах атаки несколько больше, чем вероятности захвата при немалых углах атаки. Кроме того, уменьшение параметра асимметрии $\theta_1 - \theta_2 = \pi k$ от π до $\pi/2$ радиан при переходе от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрии приводит при немалых углах атаки к уменьшению вероятности захвата в резонанс от 0,35 до 0,05. Аналогичная закономерность прослеживается при малых углах атаки.

Данные численные результаты соответствуют численным результатам моделирования резонансного движения асимметричной капсулы в атмосфере при немалых углах атаки для случаев ортогональной и компланарной асимметрии, содержащихся в статье [17]. Следует также отметить, что согласно оценкам (13), (14) при немалых углах атаки вероятность захвата в резонанс увеличивается с ростом параметров асимметрии $\bar{m}^A$ или $\bar{m}_x^A$. Указанная закономерность согласуется с результатами оценки вероятности захвата в резонанс при малых углах атаки, содержащимися в работе [11].

Заключение

Применение метода интегральных многообразий позволяет привести нелинейную низкочастотную систему уравнений движения капсулы с малой массовой и аэродинамической асимметриями к форме, позволяющей получить приближенно-аналитическую оценку вероятности захвата КА в главный резонанс. При этом новая оценка вероятности захвата в главный резонанс выражается в элементарных функциях. В отличие от известных ранее результатов [7, 10—11] новая оценка позволяет выполнить расчет вероятности захвата в главный резонанс при атмосферном спуске капсулы с немалыми углами атаки. Управление величиной асимметрий проводится на основе представленной в работе закономерности. В статье показывается, что переход от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрии при немалых углах атаки может привести к значительному уменьшению вероятности захвата в резонанс. Известно, что захват в длительный главный резонанс приводит к значительному увеличению угла атаки, что может привести к сбою в работе парашютной системы и явиться причиной аварийной ситуации в процессе спуска КА в атмосфере Марса.

Следует отметить, что представленная оценка может применяться для расчета вероятности захвата или прохода через главный резонанс при спуске КА в атмосфере любой планеты земной группы.

Список литературы

1. Li S., Jiang X. Review and prospect of guidance and control for Mars atmospheric entry // Journal Progress in Aerospace Sciences. 2014. Vol. 69. P. 40—57.
2. Seiff A. Structure of the atmosphere of Mars and Venus below 100 kilometers // Advances of Space Research. 1987. Vol. 7. N. 12. P. 5—16.
3. Keating G. M. The structure of the upper atmosphere of Mars: In situ accelerometer measurements from Mars Global Surveyor // Science. 1998. Vol. 279. N. 5357. P. 1672—1676.
4. Lorenz R. Attitude and angular rates of planetary probes during atmospheric descent: Implications for imaging // Journal Planetary and Space Science. 2010. Vol. 58. P. 838—846.
5. Dai J., Xia Y. Mars atmospheric entry guidance for reference trajectory tracking // Aerospace Science and Technology. 2015. Vol. 45. P. 335—345.
6. Дивеев А. И., Шмалько Е. Ю. Метод аппроксимации кривыми Безье для решения задачи оптимального управления

посадкой космического аппарата / Под ред. чл.-корр. РАН Ю. С. Попкова. М.: ИСА РАН. 2007. Т. 31 (1). С. 8—13.

7. Белоконов В. М., Заболотнов М. Ю. Оценка вероятности захвата в резонансный режим движения космического аппарата при спуске в атмосферу // Космические исследования. 2002. Т. 40. № 5. С. 503—514.

8. Lyubimov V. V. Dynamics and Control of Angular Acceleration of a Re-Entry Spacecraft with a Small Asymmetry in the Atmosphere in the Presence of the Secondary Resonance Effect // International Siberian Conference on Control and Communications. 2015. P. 1—4.

9. Любимов В. В. Асимптотический анализ вторичных резонансных эффектов при вращении космического аппарата с малой асимметрией в атмосфере // Известия вузов. Авиационная техника. 2014. № 3. С. 23—28.

10. Бобылев А. В., Ярошевский В. А. Оценка условий захвата в режим резонансного вращения неуправляемого тела при спуске в атмосферу // Космические исследования. 1999. Т. 37. № 5. С. 515—523.

11. Любимов В. В. Оценка вероятности захвата в резонанс при движении динамически несимметричного твердого тела в атмосфере // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2007. № 2 (15). С. 110—115.

12. Заболотнов Ю. М. Метод исследования резонансного движения одной нелинейной колебательной системы // Известия РАН. Механика твердого тела. 1999. Вып. 1. С. 33—45.

13. Заболотнов Ю. М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией I // Космические исследования. 1993. Т. 31. № 6. С. 39—50.

14. Ярошевский В. А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.

15. Нейштадт А. И. Усреднение, прохождение через резонансы и захват в резонанс в двухчастотных системах // Успехи математических наук. 2014. № 419. С. 3—80.

16. Mars Polar Lander. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Mars_Polar_Lander.

17. Заболотнов Ю. М., Любимов В. В. Вторичный резонансный эффект при движении КА в атмосфере // Космические исследования. 1998. Т. 36. № 2. С. 206—214.

Probability of a Resonance Capture for an Asymmetric Capsule During its Controlled Descent in the Martian Atmosphere

V. V. Lyubimov, vlyubimov@mail.ru, E. V. Kurkina, ekaterina.kurkina@mail.ru,
Samara University, Samara, 443086, Russian Federation

Corresponding author: Lyubimov Vladislav V., D. Sc., Head of Higher Mathematics Department,
Samara University, Samara, 443086, Russian Federation, e-mail: mail@samspace.ru

Received on January 31, 2017

Accepted on February 18, 2017

The authors consider a descent of a spacecraft capsule with small controlled aerodynamic and constant mass asymmetries in the Martian atmosphere. The aerodynamic asymmetries of the capsule are due to two controlled surfaces, which have two positions: closed and open ones. As is known, small mass and aerodynamic asymmetries of the capsule can lead to various types of resonance phenomena and effects. It should be noted that the cause of the accidents during an atmospheric descent of a spacecraft may be a resonance capture, which leads to a significant increase of the angle of attack. The purpose of this work is to provide analysis and estimation of the probability of a principal resonance capture of a capsule with small variable mass and aerodynamic asymmetries resulting in arbitrary angles of attack. The theoretical significance of this work is an approximate analytical estimation of the probability of a principal resonance capture. This estimation of the probability of a resonance capture is expressed in the terms of the elementary functions. Of practical interest is implementation of a controllable transition to the coplanar combination of the asymmetries for the capsules having an orthogonal combination of the asymmetries during a reentry. This transition may be implemented according to the introduced control law. Calculation of the probability of a resonance capture is considered on the example of the problem of the atmospheric descent of a capsule with the mass-inertial characteristics similar to the Mars Polar Lander spacecraft. The authors demonstrate that a transition from the orthogonal to the coplanar combination of the asymmetries contributes to a significant reduction of the probability of a resonance capture. The presented estimates can be used for calculation of the probability of capture or passage through a principal resonance during a descent of a spacecraft in the atmosphere of any planet.

Keywords: capsule, atmosphere, asymmetry, control, resonance, estimation, probability, Mars

For citation:

Lyubimov V. V., Kurkina E. V. Probability of a Resonance Capture for an Asymmetric Capsule During its Controlled Descent in the Martian Atmosphere. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 564—571.

DOI: 10.17587/mau.18.564-571

References

1. Li S. Jiang X. Review and prospect of guidance and control for Mars atmospheric entry, *Journal Progress in Aerospace Sciences*, 2014, vol. 69, pp. 40—57.

2. Seiff A. Structure of the atmosphere of Mars and Venus below 100 kilometers, *Advances of Space Research*, 1987, vol. 7, no. 12, pp. 5—16.

3. Keating G. M. The structure of the upper atmosphere of Mars: In situ accelerometer measurements from Mars Global Surveyor, *Science*, 1998, vol. 279, no. 5357, pp. 1672—1676.

4. Lorenz R. Attitude and angular rates of planetary probes during atmospheric descent: Implications for imaging, *Journal Planetary and Space Science*, 2010, vol. 58, pp. 838—846.

5. Dai J., Xia Y. Mars atmospheric entry guidance for reference trajectory tracking, *Aerospace Science and Technology*, 2015, vol. 45, pp. 335—345.

6. Diveev A. I., Shmalko E. Y. *Metod approksimatsii krivymi Bez'e dlja resheniya zadachi optimal'nogo upravleniya posadkoj kosmicheskogo apparata* (Bezier curves approximation method for solving the optimal control problem of spacecraft landing), Yu. Popkov ed., ISA RAS, 2007, vol. 31 (1), pp. 8—13 (in Russian).

7. Belokonov V. M., Zabolotnov Yu. M. Estimating the probability of spacecraft motion capture in the resonancemode during the reen-

try into the atmosphere, *Kosmicheskie Issledovaniya*, 2002, vol. 40, no. 5, pp. 503–514 (in Russian).

8. **Lyubimov V. V.** Dynamics and Control of Angular Acceleration of a Re-Entry Spacecraft with a Small Asymmetry in the Atmosphere in the Presence of the Secondary Resonance Effect, *International Siberian Conference on Control and Communications*, 2015, pp. 1–4.

9. **Lyubimov V. V.** Asymptotic analysis of the secondary resonance effects in the rotation of a spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere, *Russian Aeronautics*, 2014, vol. 57, no. 3, pp. 245–252.

10. **Bobilev A. V., Yaroshevsky V. A.** *Ocenka uslovij zahvata v rezhim rezonansnogo vrashheniya neupravlyаемого tela pri spuske v atmosferu* (Evaluation of conditions in the capture resonance uncontrolled body rotation mode during the descent into the atmosphere), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1999, vol. 37, no. 5, pp. 515–523 (in Russian).

11. **Lyubimov V. V.** Estimating the probability of capture into resonance when driving dynamically rigid body in the atmosphere, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2007, no. 2 (15), pp. 110–115 (in Russian).

12. **Zabolotnov Yu. M.** *Metod issledovaniya rezonansnogo dvizheniya odnoj nelinejnoj kolebatel'noj sistemy* (The method of investigation of resonant motion of a nonlinear oscillation system), *Izvestiya RAS. Mechanics of rigid body*, 1999, vol. 1, pp. 33–45 (in Russian).

13. **Zabolotnov Yu. M.** Asymptotic analysis of quasi-linear equations of the motion in the atmosphere of a spacecraft of a small asymmetry I, *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1993, vol. 31, no. 6, pp. 39–50 (in Russian).

14. **Yaroshevsky V. A.** *Dvizhenie neupravlyаемого tela v atmosfere* (Uncontrolled body motion in the atmosphere), Moscow, Mashinostroyeniye, 1978, 168 p. (in Russian).

15. **Neishtadt A. I.** Averaging, passage through resonances, and capture into resonance in two-frequency systems, *Uspekhi Mat. Nauk*, 2014, vol. 69, no. 5 (419), pp. 3–80 (in Russian).

16. **Mars Polar Lander**, available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Mars_Polar_Lander.

17. **Zabolotnov Yu. M., Lyubimov V. V.** *Vtorichnyj rezonansnyj jeffekt pri dvizhenii KA v atmosfere* (The secondary resonance effect at spacecraft motion in the atmosphere), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1998, vol. 36, no. 2, pp. 206–214 (in Russian).

УДК 621.396: 681.5.015.44

DOI:10.17587/mau.18.571-576

А. Н. Грачев, канд. техн. наук, доц., ga150161@mail.ru,

Тульский государственный университет,

С. А. Курбатский, нач. отделения qrbs@rambler.ru,

Ю. И. Лебеденко, канд. техн. наук, вед. инженер, lebedenko@tsu.tula.ru,

АО ЦКБА, г. Тула

Алгоритм оценки параметров морской качки в задачах повышения точности позиционирования луча корабельной радиолокационной станции

Рассматривается проблема предсказания углового положения судна при морской качке, что необходимо для электронной стабилизации положения луча его радиолокационной станции. Используются независимые динамические модели второго порядка для всех видов качки: бортовой, килевой и рыскания. Показано, что применение дискретного экстраполятора калмановского типа позволяет построить цифровую систему стабилизации луча локатора, погрешность которой при определенных условиях может быть меньше погрешности гироскопических датчиков соответствующих углов.

Ключевые слова: корабельная радиолокационная станция, электронная стабилизация луча, дискретная модель нерегулярной качки в пространстве состояний, идентификация параметров модели, калмановская фильтрация

Введение

За исключением относительно редких случаев полного штиля, морское судно практически всегда подвергается воздействию волн и поэтому находится в состоянии так называемой нерегулярной качки [1–3]. Вместе с судном качается и антенна его радиолокационной станции (РЛС), предназначенной для решения задач обзора окружающего пространства, а также для сопровождения воздушных и надводных целей. При управлении такой РЛС, работающей в условиях качки, возникают существенные проблемы, связанные с невозможностью в определенный момент времени точного направления луча в заданную точку пространства. Для РЛС с механическим управлением положением луча наиболее распространенным способом решения этой проблемы является размещение антенны на специальной стабилизированной платформе.

При этом очевидно, что использование таких стабилизированных платформ является достаточно затратным решением, дополнительно приводящим к существенному увеличению массы и габаритных размеров РЛС [1].

В то же время известно [4], что в современных обзорных РЛС с цифровой системой управления и с электронной стабилизацией луча, основанной на применении фазированных антенных решеток (ФАР), не представляет особого труда практически мгновенно установить текущие углы отклонения луча от нормали к плоскости ФАР, обеспечивающие его точное заданное положение в стабилизированной системе координат. Таким образом, появляется принципиальная возможность отказаться от использования стабилизированных платформ при условии разработки специальных алгоритмов, способных упреждать (предсказывать) основные характеристики качки судна для того, чтобы в заданный мо-