**А. В. Фомичев**, канд. техн. наук, доц., a.v.fomichev@bmstu.ru, **Е. К. Ли**, аспирант, elen.k.lee@student.bmstu.ru, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

# Исследование точности аналитического решения задачи терминального наведения КА при посадке на поверхность Луны <sup>1</sup>

Проведено исследование предложенного ранее авторами аналитического решения задачи терминального управления пространственным движением космического аппарата при посадке на поверхность Луны. В качестве шести параметров управления при получении аналитического решения были выбраны непосредственно параметры управления модулем и ориентацией вектора тяги и время, оставшееся до окончания процесса наведения. Терминальные условия заданы по положению и скорости космического аппарата. Приведены результаты математического моделирования процесса терминального наведения космического аппарата, совершающего посадку на поверхность Луны. Исследована точность предлагаемого аналитического решения для широкого диапазона начальных условий по положению и скорости космического аппарата в момент начала торможения, а также точность известных численно-аналитических решений поставленной задачи.

**Ключевые слова:** посадка на Луну, 3D-терминальное управление, наведение и управление посадочным модулем, анализ точности терминального управления

#### Введение

Задача мягкой посадки на поверхность Луны предполагает перевод космического аппарата (КА) из некоторой точки окололунной предпосадочной орбиты на поверхность Луны при выполнении ряда условий, определяющих устойчивость положения КА на грунте и функциональность полезной нагрузки после прилунения. В момент контакта любой из посадочных опор с поверхностью Луны отклонение продольной оси КА от вертикали не должно превышать 7...10°, вертикальная скорость КА не должна превышать 3...6 м/с, остаточная горизонтальная скорость не должна превышать 1...2 м/с [1, 2].

В рамках лунных программ предшествующего столетия мягкая посадка осуществлялась в экваториальных регионах Луны, которые отличаются равнинным рельефом, поэтому жесткие требования по точности наведения КА в определенную точку лунной поверхности к этим программам не предъявлялись. Так, концепция терминального управления, использованная в рамках программы "Сервейер" [3], обеспечивала промах относительно планируемой точки посадки порядка 5...30 км. В рамках современных российских программ предполагается мягкая посадка в приполярных регионах Луны, рельеф которых характеризуется наличием большого числа возвышений и кратеров. В связи с этим возникает необходимость решения задачи терминального наведения КА в заданную точку окололунного пространства. Высокоточная посадка на поверхность Луны предполагает выполнение терминальных условий по координатам точки прилунения с погрешностью не более 100 м.

Для выбора параметров наведения в результате прогноза остающейся траектории движения в системах терминального управления могут использо-

ваться аналитические, численные и численно-аналитические (смешанные) методы. Аналитические методы предполагают использование конечных решений упрощенных уравнений движения и позволяют сократить время расчетов, однако погрешность наведения этих методов зависит от точности аналитического решения. Численные методы основаны на численном прогнозе остающейся траектории движения по более полным моделям движения КА, однако характеризуются более высокой вычислительной сложностью. Смешанные методы представляют собой комбинацию аналитического и численного прогноза траектории движения объекта [4].

Задача терминального управления плоским (2D) движением КА при посадке в заданную точку поверхности Луны может быть решена с использованием как аналитических (общий метод Черри [5, стр. 367—373], итеративный метод [5, стр. 373—378]), так и численных методов. Адаптивный алгоритм наведения КА при посадке на Луну, основанный на численном подходе к прогнозу траектории и решении краевой задачи в целях получения заданных терминальных условий движения, предложен в работах [2, 6].

Однако наличие высоких требований к точности выполнения посадки ограничивает возможность применения методов терминального управления плоским движением КА при посадке в заданную точку лунной поверхности. С учетом наличия погрешностей выведения КА в расчетную точку торможения и погрешностей оценки параметров траектории для выполнения высокоточной посадки целесообразно использовать методы терминального управления пространственным (3D) движением КА.

При решении задач терминального управления 3D-движением в чисто терминальной постановке (без процедур оптимизации) широко распространены два подхода: синтез управлений, реализующих заданное движение системы, и синтез управле-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00046).

ний в заданном классе непрерывных функций [7]. Первый подход предполагает формирование номинальной траектории движения объекта, неизвестные параметры которой определяются из граничных условий, и расчет управлений, реализующих движение объекта по номинальной траектории. Такой подход был использован при посадке на Луну в рамках программы "Аполлон" [8, 9], при этом номинальную траекторию движения представляли в виде полиномиальных функций времени, оставшегося до окончания процесса наведения, а время наведения оценивали с использованием численных методов. Второй подход предполагает формирование управляющих воздействий как функций заданного вида с неизвестными параметрами. Такой подход планировали использовать при посадке лунного модуля в рамках программы "Созвездие" [9]: формировать управляющие ускорения предлагалось в виде полиномиальных функций времени при заранее заданном времени наведения. Необходимо отметить, что при подобных реализациях терминального управления существует необходимость пересчета управляющих ускорений в параметры управления модулем и ориентацией вектора реактивной тяги. Альтернативным вариантом является выбор непосредственно этих параметров в качестве параметров управления. В работе [5, стр. 378—386] получено численно-аналитическое решение задачи терминального управления 3D-движением для случая постоянной тяги и постоянного тормозного ускорения с использованием линейных программ изменения углов ориентации вектора тяги. Относительно параметра времени, оставшегося до окончания процесса наведения, аналитического решения получено не было, поэтому для его оценки использовались численные методы.

Алгоритм терминального управления 3D-движением КА, предлагаемый авторами в работе [10], также относится ко второму подходу и предполагает реализацию постоянного тормозного ускорения и линейных программ изменения углов тангажа и рыскания, но при этом является полностью аналитическим. Иными словами, аналитическое решение задачи терминального управления получено относительно шести параметров наведения, обеспечивающих выполнение шести терминальных условий по положению и скорости КА. Линейный закон изменения программных углов тангажа и рыскания при наведении динамических объектов является хорошо известным и применялся в ряде работ при управлении посадкой на поверхность Луны, например в работах [5, 6]. Как известно, линейные законы изменения углов ориентации вектора тяги близки к программам, при которых тангенс угла ориентации изменяется в соответствии с линейной функцией времени, а последние, в свою очередь, являются оптимальными с точки зрения расхода топлива [9].

Данная работа посвящена исследованию точности предложенного авторами в работе [10] аналити-

ческого решения задачи наведения КА в заданную точку окололунного пространства. Погрешность предлагаемого решения сопоставляется с погрешностями численно-аналитического решения задачи терминального управления 3D-движением КА, изложенного в работе [5, стр. 378—386], и его модификации.

### **Краткая характеристика исследуемых методов наведения**

В рамках данного исследования для сопоставления погрешности разработанного авторами метода терминального наведения [10] рассмотрен метод [5, стр. 378—386], далее — метод А\*, а также его модификация.

Рассмотрим посадочную систему координат, связанную с терминальной точкой (ПтСК): ось OZ направлена по местной вертикали, OX — на север по касательной к меридиану в точке посадки, OY дополняет систему до правой.

Вектор состояния КА в ПтСК представлен в следующем виде:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{r} \ \mathbf{V}]^{\mathrm{T}},$$

где  $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^{\mathrm{T}}$  — радиус-вектор КА в ПтСК;  $\mathbf{V} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^{\mathrm{T}}$  — вектор скорости КА в проекциях на оси ПтСК.

Исследуемые методы терминального управления пространственным движением предполагают расчет следующих параметров наведения, обеспечивающих перевод KA из известного начального положения  $X_0$  в заданное терминальное положение  $X_r^*$  в  $\Pi \tau CK$ :

- программные значения углов рыскания  $\psi_0$  и тангажа  $\theta_0$  и скоростей их изменения  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\theta}$ ;
- требуемое кажущееся ускорение W;
- время  $T_{\rm H}$ , оставшееся до окончания процесса навеления.

Наведение КА осуществляется с постоянным тормозным ускорением. Программа управления по углам рыскания  $\psi$  и тангажа  $\vartheta$  задана в виде линейных функций времени:

$$\psi_{\Pi p}(t) = \psi_0 + \dot{\psi} t;$$

$$\vartheta_{\rm np}(t) = \vartheta_0 + \dot{\vartheta} t.$$

Предполагается, что система управления ориентацией и стабилизации KA в любой момент времени обеспечивает соответствие фактических значений углов рыскания  $\psi$  и тангажа  $\vartheta$  их программным значениям:

$$\psi(t) = \psi_{\Pi p}(t),$$

$$\vartheta(t) = \vartheta_{\Pi p}(t).$$

В предлагаемом авторами решении задачи терминального управления пространственным движением КА, изложенном в работе [10], в результате интегрирования уравнений движения в ПтСК по-

лучены следующие аналитические соотношения для расчета шести параметров наведения ( $T_{\rm H},\ \dot{W},\ \psi_0,\ \dot{\psi},\ \vartheta_0,\ \dot{\vartheta}$ ):

$$\begin{split} T_{\rm H} &= \frac{-a_3 - \sqrt{a_3^2 - 4a_2a_4}}{2a_2}\,; \\ \dot{W} &= \frac{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}{T_{\rm H}}\,; \\ \psi_0 &= \arctan\!\left(\!\frac{A_yT_{\rm H} - 3B_y}{A_xT_{\rm H} - 3B_x}\!\right)\,; \\ \dot{\psi} &= \frac{-3(A_xB_y - A_yB_x)}{(A_xT_{\rm H} - 3B_x)^2 + (A_yT_{\rm H} - 3B_y)^2}\,; \\ \vartheta_0 &= \arctan\!\left(\!\frac{A_zT_{\rm H} - 2B_z}{A_xT_{\rm H} - 3B_x}\!\right)\,; \\ \dot{\vartheta} &= -\frac{3}{T_{\rm H}}\frac{A_zT_{\rm H} - 2B_z}{A_xT_{\rm H} - 3B_x}\,, \end{split}$$

где

$$a_{2} = (\dot{x}_{\mathrm{T}}^{*} - \dot{x}_{0})^{2} + (\dot{y}_{\mathrm{T}}^{*} - \dot{y}_{0})^{2} + (\dot{z}_{\mathrm{T}}^{*} - \dot{z}_{0})^{2} -$$

$$- 4(\dot{x}_{0}^{2} + \dot{y}_{0}^{2} + \dot{z}_{0}^{2} + (\dot{z}_{\mathrm{T}}^{*} - z_{0})g);$$

$$a_{3} = 8((x_{\mathrm{T}}^{*} - x_{0})\dot{x}_{0} + (y_{\mathrm{T}}^{*} - y_{0})\dot{y}_{0} + (z_{\mathrm{T}}^{*} - z_{0})\dot{z}_{0});$$

$$a_{4} = -4((x_{\mathrm{T}}^{*} - x_{0})^{2} + (y_{\mathrm{T}}^{*} - y_{0})^{2} + (z_{\mathrm{T}}^{*} - z_{0})^{2});$$

$$A_{2} = \dot{x}_{\mathrm{T}}^{*} - \dot{x}_{0};$$

$$A_{3} = \dot{x}_{\mathrm{T}}^{*} - \dot{y}_{0};$$

$$A_{4} = \dot{y}_{\mathrm{T}}^{*} - \dot{y}_{0};$$

$$A_{5} = \dot{z}_{\mathrm{T}}^{*} - \dot{z}_{0} + gT_{\mathrm{H}};$$

$$B_{7} = x_{\mathrm{T}}^{*} - x_{0} - \dot{x}_{0}T_{\mathrm{H}};$$

$$B_{8} = x_{\mathrm{T}}^{*} - y_{0} - \dot{y}_{0}T_{\mathrm{H}};$$

$$B_{7} = z_{\mathrm{T}}^{*} - z_{0} - (\dot{z}_{0} - \frac{gT_{\mathrm{H}}}{2})T_{\mathrm{H}};$$

g — ускорение свободного падения на поверхности Луны.

При решении задачи терминального наведения в соответствии с методом A\* иным образом была задана посадочная система координат (по местной вертикали направлена ось О У), уравнения движения KA записаны аналогично, и в результате их интегрирования получены следующие аналитические соотношения для расчета пяти парамет-

ров наведения ( $\dot{W}$ ,  $\psi_0$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\vartheta_0$ ,  $\dot{\vartheta}$ ) [5, стр. 381, форм. 8.182—183]:

$$\begin{split} \dot{W} &= \frac{\sqrt{B_{X}^{2} + B_{y}^{2} + B_{z}^{2}}}{T_{H}^{2}}; \\ \psi_{0} &= \arcsin \left(\frac{1}{\dot{W}} \left(\frac{2}{T_{H}} A_{z} - \frac{6}{T_{H}^{2}} B_{z}\right)\right); \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\dot{W} \cos \psi_{0}} \left(-\frac{6}{T_{H}^{2}} A_{z} + \frac{12}{T_{H}^{3}} B_{z}\right); \\ \vartheta_{0} &= \arcsin \left(\frac{1}{\dot{W} \cos \psi_{0}} \left(-\frac{2}{T_{H}} A_{y} + \frac{6}{T_{H}^{2}} B_{y}\right)\right); \\ \dot{\vartheta} &= \frac{1}{\dot{W} \cos \vartheta_{0} \cos \psi_{0}} \left(\frac{6}{T_{H}^{2}} A_{y} - \frac{12}{T_{H}^{3}} B_{y} + \frac{1}{V_{H}^{2}} A_{y} + \frac{1}{V_{H}^{2}} A_{y}$$

где 
$$A_{x} = \dot{x}_{T}^{*} - \dot{x}_{0};$$

$$A_{y} = \dot{y}_{T}^{*} - \dot{y}_{0} + gT_{H};$$

$$A_{z} = \dot{z}_{T}^{*} - \dot{z}_{0};$$

$$B_{x} = x_{T}^{*} - x_{0} - \dot{x}_{0}T_{H};$$

$$B_{y} = y_{T}^{*} - y_{0} - \left(\dot{y}_{0} - \frac{gT_{H}}{2}\right)T_{H};$$

$$B_{z} = z_{T}^{*} - z_{0} - \dot{z}_{0}T_{H}.$$

Полученные соотношения являются функциями времени  $T_{\rm H}$ , оставшегося до окончания процесса наведения. Аналитическое решение относительно параметра  $T_{\rm H}$  в методе  $A^*$  получено не было, и предлагалось оценивать его численно, с использованием метода касательных.

В рамках данного исследования была разработана также модификация метода  $A^*$ , в которой время  $T_{\rm H}$  оценивается с использованием формулы [5, стр. 370, форм. 8.138], адаптированной для пространственного случая:

$$T_{\rm H} = \frac{R}{V_0 + \frac{(y_0 - y_{\rm T}^*)}{(V_0 + V_{\rm T}^*)}g - 0.5E + \frac{E^2}{12c}},$$

где 
$$R = \sqrt{(x_{\rm T}^* - x_0)^2 + (y_{\rm T}^* - y_0)^2 + (z_{\rm T}^* - z_0)^2} \; ;$$
 
$$V_0 = \left| \mathbf{V}_0 \right|, \; V_{\rm T}^* = \left| \mathbf{V}_{\rm T}^* \right|,$$
 
$$E = \sqrt{(\dot{x}_{\rm T}^* - \dot{x}_0)^2 + \left(\dot{y}_{\rm T}^* - \dot{y}_0 + \frac{2gR}{V + V_{\rm T}}\right)^2 + (\dot{z}_{\rm T}^* - \dot{z}_0)^2} \; ;}$$
 
$$c - \text{скорость истечения газов из сопла двигателя.}$$

#### Моделирование процесса наведения KA в заданную точку окололунного пространства

Вышеупомянутые алгоритмы были реализованы авторами программно в среде *МАТLAB*. Для исследования точности рассматриваемых методов был разработан тестовый модуль, с помощью которого было выполнено тестирование исследуемых решений задачи терминального наведения КА для широкого диапазона начальных условий в момент начала торможения.

Тестирование исследуемых решений заключалось в многократном (статистическом) моделировании процесса наведения KA в заданную точку окололунного пространства в ПтСК при различных начальных условиях. Начальные условия по положению  $\mathbf{r}_0$  и скорости  $\mathbf{V}_0$  выбирали случайным образом в заранее заданном диапазоне. Для слу-

чайного выбора параметров использовали встроенную функцию unifrnd в MATLAB, выполняющую генерацию псевдослучайных чисел по непрерывному равномерному распределению.

Вектор положения KA  $\mathbf{r}_0$  в ПтСК при выборе начальных условий определим следующими тремя параметрами (рис. 1):

- 1)  $|\mathbf{r}_{0l}|$  модуль составляющей вектора  $\mathbf{r}_{0}$  в горизонтальной плоскости О*YZ* ПтСК;
- 2)  $\alpha$  угол, характеризующий положение вектора  $\mathbf{r}_{0l}$  в горизонтальной плоскости, отсчитывается от оси О*X* ПтСК;
  - 3)  $h_0$  начальная высота KA.

Вектор скорости КА  $V_0$  при выборе начальных условий определим, в свою очередь, следующими параметрами (рис. 2):

1)  $|V_0|$  — модуль вектора скорости  $V_0$ ;

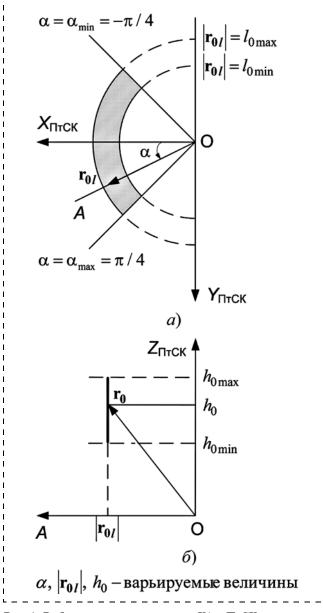


Рис. 1. Выбор начального положения КА в ПтСК

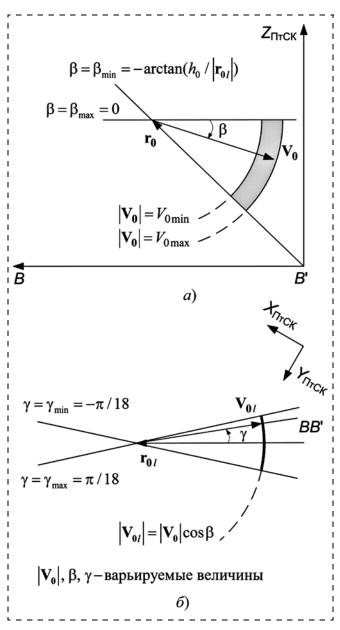


Рис. 2. Выбор начального вектора скорости КА в ПтСК

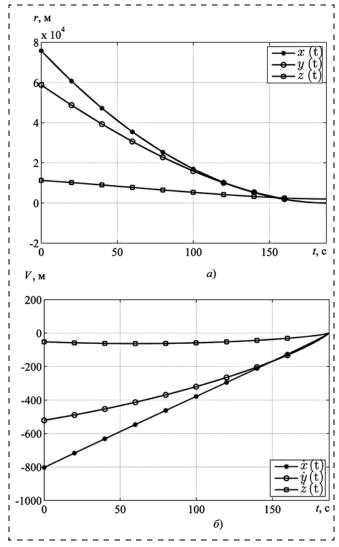


Рис. 3. Изменение параметров вектора состояния в ПтСК в процессе наведения по предлагаемому аналитическому методу: a — по положению;  $\delta$  — по скорости

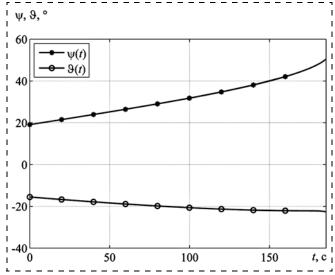


Рис. 4. Программные значения углов рыскания и тангажа в процессе наведения по предлагаемому аналитическому методу

- 2)  $\beta$  угол между вектором  $V_0$  и горизонтальной плоскостью ПтСК;
- 3)  $\gamma$  угол, характеризующий положение вектора  $\mathbf{V}_{0l}$  относительно вектора  $\mathbf{r}_{0l}$ .

При выборе начальных условий были введены следующие ограничения:

$$|\mathbf{r}_{0l}| \in [l_{0\min}, l_{0\max}];$$
  
 $\alpha \in [-\pi/4, \pi/4];$   
 $h_0 \in [h_{0\min}, h_{0\max}];$   
 $|\mathbf{V}_0| \in [V_{0\min}, V_{0\max}];$   
 $\beta \in [-\arctan(h_0/|\mathbf{r}_{0l}|), 0];$   
 $\gamma \in [-\pi/18, \pi/18],$ 

где  $l_{0\rm min}=0.95\cdot 10^5$  м,  $l_{0\rm max}=1.05\cdot 10^5$  м — ограничения на модуль вектора  ${\bf r}_{0l}$ ;  $h_{0\rm min}=0.95\cdot 10^4$  м,  $h_{0\rm max}=1.15\cdot 10^4$  м — ограничения на начальную высоту KA;  $V_{0\rm min}=0.94\cdot 10^3$  м/с,  $V_{0\rm max}=0.96\cdot 10^3$  м/с — ограничения на модуль вектора  ${\bf V}_0$ .

В качестве терминальных условий наведения  $\mathbf{X}_{\mathrm{T}}^* = [\mathbf{r}_{\mathrm{T}}^* \ \mathbf{V}_{\mathrm{T}}^*]^{\mathrm{T}}$  при тестировании исследуемых решений были выбраны следующие параметры:  $\mathbf{r}_{\mathrm{T}}^* = [0\ 0\ 2\cdot 10^3]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{M},\ \mathbf{V}_{\mathrm{T}}^* = [0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{M/c}.$  Иными словами, номинально процесс наведения должен закончиться на высоте 2 км над планируемой точкой посадки, при этом горизонтальная и вертикальная составляющие скорости КА должны обратиться в ноль.

Моделирование процесса наведения заключается в следующей циклической процедуре: проверка условия завершения наведения, запуск алгоритма расчета параметров наведения, интегрирование уравнений движения в соответствии с исследуемым методом. В качестве условия завершения наведения выбрано следующее:  $T_{\rm H} < h$ , где  $T_{\rm H}$  — время, оставшееся до окончания наведения, h — шаг интегрирования. В качестве метода интегрирования использовался метод Рунге—Кутты четвертого порядка.

Процесс изменения положения и скорости КА в ПтСК при терминальном наведении КА по предлагаемому авторами методу для некоторых начальных условий представлен на рис. 3, a и 3,  $\delta$  соответственно. На рис. 4 представлены изменения программных значений углов тангажа и рыскания в процессе наведения. Характер изменения программных значений углов ориентации близок к линейному закону. Фазовый портрет процесса наведения по предлагаемому методу на плоскости  $\Delta V(\Delta r)$ , где  $\Delta V = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_{\mathrm{T}}^*|$  и  $\Delta r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\mathrm{T}}^*|$  — мгновенные рассогласования по скорости и положению КА, представлен на рис. 5.

На рис. 5 для тех же начальных условий также представлены аналогичные портреты процесса наведения с использованием двух других исследуемых методов. Анализ рисунка показывает, что про-

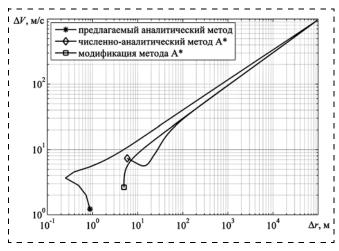


Рис. 5. Сопоставление погрешностей методов терминального навеления

цессы торможения с использованием метода  $A^*$  и его модификации имеют сходный характер, и отличия в их отображении на фазовой плоскости  $\Delta V(\Delta r)$  проявляются лишь при приближении на расстояние порядка 100 м к терминальной точке. Фазовый портрет процесса наведения с использованием предлагаемого метода отличается от двух других на протяжении всего процесса торможения более быстрым изменением рассогласования по положению по отношению к рассогласованию по скорости и характеризуется меньшей погрешностью наведения по обоим параметрам  $\Delta V_{\rm T}$  и  $\Delta r_{\rm T}$ , где  $\Delta V_{\rm T} = |{\bf V}_{\rm T} - {\bf V}_{\rm T}^*|$  и  $\Delta r_{\rm T} = |{\bf r}_{\rm T} - {\bf r}_{\rm T}^*|$  — погрешности терминального наведения по конечной скорости и конечному положению соответственно.

Статистическое моделирование каждого из исследуемых методов проводили по выборке  $N_{\rm max}=10^4$  испытаний. В качестве характеристики каждого отдельного испытания выбраны следующие параметры:

- 1) признак выполнения условия "успешного" завершения процесса наведения. Под "успешным" будем понимать такой процесс, в результате которого КА приводится в заданную точку окололунной поверхности с погрешностью по конечному положению не более 200 м и конечной скорости не более 10 м/с; в прочих случаях будем полагать, что процесс терминального наведения расходится;
- 2) погрешность наведения по конечной скорости  $\Delta V_{\rm T}$ ;
- 3) погрешность наведения по конечному положению  $\Delta r_{\rm T}$ .

Распределения погрешностей терминального наведения по последним двум параметрам при использовании предлагаемого авторами аналитического метода приведены на рис. 6, a и 6,  $\delta$ , где N — число испытаний. Аналогичные распределения погрешностей наведения для двух других исследуемых методов представлены на рис. 7, a,  $\delta$  и рис. 8, a,  $\delta$  соответственно. Анализ рисунков показывает, что

выборки, полученные по результатам испытаний численно-аналитического метода А\* и его модификации, характеризуются большим разбросом по сравнению с выборкой, полученной по результатам испытаний предлагаемого аналитического метода.

Результаты статистического моделирования процесса терминального наведения КА в заданную в ПтСК точку пространства при посадке на поверхность Луны приведены в таблице. Вероятность "успешного" завершения процесса наведения (отношение числа испытаний, в которых процесс наведения завершился успешно, к общему числу испытаний) при использовании метода А\* и его модификации не превышает 83 и 94 % соответственно, в то время как успешным завершением процесса наведения при использовании предлагаемого аналитического решения характеризуются 100 % испытаний в выборке.

Результаты расчета математического ожидания и среднеквадратического отклонения (СКО) погрешностей терминального наведения также представлены в таблице. Погрешность наведения, полученная в результате статистического моделиро-

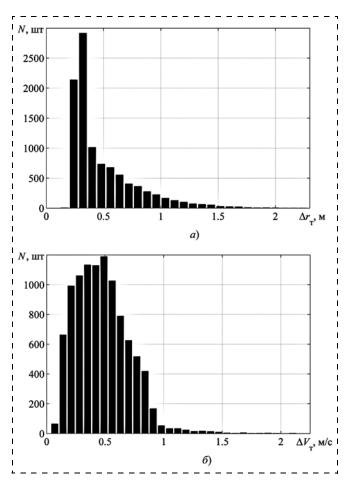


Рис. 6. Распределение погрешности терминального наведения по предлагаемому аналитическому методу: a — по конечному положению;  $\delta$  — по конечной скорости

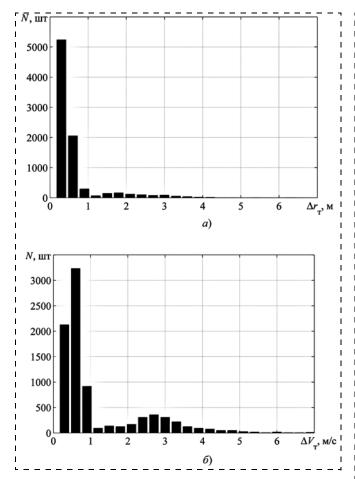


Рис. 7. Распределение погрешности терминального наведения по численно-аналитическому методу A\*:

a — по конечному положению;  $\delta$  — по конечной скорости

вания с использованием исследуемых методов, не превышает:

- для предлагаемого метода (3 $\sigma$ ):  $\Delta r_{\rm T} \le 1{,}31$  м,  $\Delta V_{\rm T} \le 1{,}14$  м/с;
- для численно-аналитического метода  $A^*$  (3 $\sigma$ ):  $\Delta r_T \le 2{,}39$  м,  $\Delta V_T \le 4{,}63$  м/с;
- для модификации метода A\* (3 $\sigma$ ):  $\Delta r_{\rm T} \le 22,06$  м,  $\Delta V_{\rm T} \le 6,10$  м/с.

Анализ результатов показывает, что средние значения погрешностей  $\Delta r_{\rm T}$ , полученных при использовании метода  ${\bf A}^*$  и предлагаемого авторами метода, являются близкими, однако метод  ${\bf A}^*$  су-

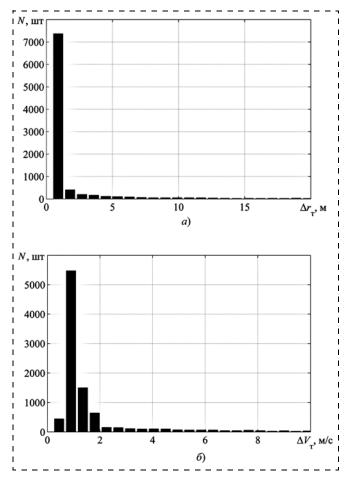


Рис. 8. Распределение погрешности терминального наведения по модификации метода  $A^*$ : a — по конечному положению;  $\delta$  — по конечной скорости

щественно уступает предлагаемому методу ввиду большего рассеяния характеристик погрешности наведения. Метод А\* также уступает предлагаемому методу по значению вероятности "успешного" завершения процесса наведения. Использование модификации метода А\* позволило повысить значение этой характеристики, однако обеспечило большее рассеивание погрешности по конечному положению  $\Delta r_{\rm T}$  и конечной скорости  $\Delta V_{\rm T}$ . Предлагаемый авторами метод характеризуется наименьшей погрешностью наведения по обоим параметрам  $\Delta V_{\rm T}$ ,  $\Delta r_{\rm T}$ .

#### Результаты оценки погрешности наведения

Исследуемый метод	Вероятность "успешного" завершения процесса наведения, %	Параметры распределения характеристик погрешности наведения*			
		по конечному положению $\Delta r_{\mathrm{T}},$ м		по конечной скорости $\Delta V_{\mathrm{T}}$ , м/с	
		мат. ожидание	СКО	мат. ожидание	СКО
Предлагаемый авторами метод Метод А* Модификация метода А*	100 82,9 93,5	0,4456 0,4568 2,2596	0,2883 0,6455 6,6021	0,4390 1,0196 1,3355	0,2336 1,2049 1,5896

*Примечание.* Оценка параметров распределения выполнялась по серии испытаний, для которых было выполнено условие "успешного" завершения процесса наведения:  $\Delta V \le 10$  м/с,  $\Delta r \le 200$  м

Поскольку моделирование процесса наведения KA в заданную точку при посадке на поверхность Луны проводилось в ПтСК по тем же уравнениям движения, для которых были получены аналитические решения, приведенные в таблице оценки погрешностей наведения по конечному положению  $\Delta r_{\rm T}$  и скорости  $\Delta V_{\rm T}$  представляют собой оценки погрешности исследуемых решений.

#### Заключение

Исследование предлагаемого авторами в работе [10] аналитического решения задачи терминального управления пространственным движением КА при посадке на поверхность Луны показало его высокую надежность: для широкого диапазона начальных условий по положению и скорости КА в момент начала торможения 100 % испытаний показали "успешное" завершение процесса наведения при использовании данного метода.

Погрешность наведения с использованием предлагаемого аналитического решения (3 $\sigma$ ) не превышает 1,31 м по положению и 1,14 м/с по скорости КА в конечный момент времени. Полученные оценки характеристик наведения превосходят соответствующие оценки для прочих рассматриваемых решений задачи терминального наведения в заданную точку окололунного пространства.

Полученные результаты говорят о принципиальной возможности использования предлагаемого метода для решения задачи высокоточной посадки на поверхность Луны. Исследование точности на-

ведения предлагаемого метода в условиях наличия неопределенностей и действия внешних возмущений при сходе с окололунной предпосадочной орбиты является следующим этапом работы.

#### Список литературы

- 1. **Cheng R. K., Pfeffer I.** Terminal Guidence System for Soft Lunar Landing // Guidance and Control. Edited by Robert E. Roberson... James S. Farrior, etc (Progress in Astronautics and Rocketry. vol. 8). Elsevier, 1962. P. 217—239.
- 2. **Лихачев В. Н., Сихарулидзе Ю. Г., Федотов В. П.** Этап основного торможения для выполнения мягкой посадки на поверхность Луны как один из видов коррекции траектории // Вестник ФГУП НПО им. С. А. Лавочкина. 2012. № 5. С. 27—33.
- 3. **Cheng R. K.** Surveyor Terminal Guidance // Peaceful Uses of Automation in Outer Space. Springer US, 1966. C. 499—514.
- 4. **Сихарулидзе Ю. Г.** Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. 407 с.
- 5. **Разыграев А. П.** Основы управления полетом космических аппаратов: Учеб. пособие для втузов. М.: Машиностроение, 1990. 480 с.
- 6. Лихачев В. Н., Сихарулидзе Ю. Г., Федотов В. П. и др. Адаптивный терминальный алгоритм наведения для посадки на Луну // Вестник ФГУП НПО им. С. А. Лавочкина. 2012. № 4. С. 92—102
- 7. **Батенко А. П.** Системы терминального управления. М.: Радио и связь, 1984. 161 с.
- 8. **Klumpp A. R.** Apollo Lunar Descent Guidance // Automatica. 1974. Vol. 10, N. 2. P. 133—146.
- 9. **Moesser T. G.** Guidance and Navigation Linear Covariance Analysis for Lunar Powered Descent. 2010. All Graduate Theses and Dissertations. 654 p.
- 10. **Фомичев А. В.**, **Ли Е. К.** Аналитической алгоритм терминального управления пространственным движением КА при посадке на поверхность Луны // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18,  $\mathbb{N}$  6. С. 423—431.

## Accuracy Analysis of the Analytical Solution for the Lunar Lander Terminal Guidance Problem

**A. V. Fomichev,** a.v.fomichev@bmstu.ru, **E. K. Li,** elen.k.lee@student.bmstu.ru⊠, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: Li Elena K., Assistant Professor, Postgraduate Student, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: elen.k.lee@student.bmstu.ru

Received on March 24, 2016 Accepted on April 04, 2017

An analysis of the accuracy and reliability of the proposed analytical solution for the lunar lander terminal guidance problem was carried out. The analytical solution for 3D terminal guidance problem was obtained for a constant acceleration trajectory and thrust vector orientation programs, which are essentially linear with time. In order to achieve 6 terminal conditions (position and velocity terminal vector components) 6 guidance law parameters were used: time-to-go, braking deceleration, initial pitch angle and pitch rate, initial yaw angle and yaw rate. The simulation results of the lunar lander terminal guidance using the proposed analytical solution were presented. The analysis of the proposed terminal guidance scheme and some similar schemes were carried out by mathematical modeling of the landing maneuver from a certain initial state to the desired spot near the lunar surface. By varying the initial position and the velocity parameters, when the terminal point was fixed, the statistic characteristics of the terminal guidance solution errors in the terminal position and velocity were estimated. An analysis of the simulation results validates the basic performance of the proposed terminal guidance scheme for the lunar pinpoint landing. Estimates of the terminal guidance accuracy for the proposed scheme exceed the corresponding estimates for the alternative considered schemes. The next phase of this research will be intended for studying the influence of variations in the initial prelanding orbit parameters (obliquity, ascending node longitude, argument of periapsis, periapsis height, apoapsis height) on the terminal guidance accuracy.

Keywords: lunar pinpoint landing, 3D terminal guidance, lander guidance and control, terminal guidance accuracy analysis

**Acknowledgements:** The study was carried out due to a grant from the Russian Science Foundation (project No. 14-11-00046).

For citation:

**Fomichev A. V., Li E. K.** Accuracy Analysis of the Analytical Solution for the Lunar Lander Terminal Guidance Problem, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 7, pp. 484—492.

DOI: 10.17587/mau.18.484-492

#### References

- 1. **Cheng R. K., Pfeffer I.** Terminal Guidance System for Soft Lunar Landing, *Guidance and Control.* Edited by Robert E. Roberson (Progress in Astronautics and Rocketry. vol. 8), Elsevier, 1962, pp. 217—239.
- 2. **Lihachev V. N., Siharulidze Ju. G., Fedotov V. P.** *Vestnik FGUP NPO n. a. S. A. Lavochkina*, 2012, no. 5, pp. 27—33 (in Russian).
- 3. **Cheng R. K.** Surveyor Terminal Guidance, *Peaceful Uses of Automation in Outer Space*, Springer US, 1966, pp. 499–514.

- 4. **Siharulidze Ju. G.** *Ballistika i navedenie letatel'nyh apparatov* (Ballistics and Guidance of Flight Vehicles), Moscow, BINOM. Laboratorija znanij, 2011, 407 p. (in Russian).
- 5. **Razygraev A. P.** Osnovy upravlenija poljotom kosmicheskih apparatov (Fundamentals of spacecraft flight control), Moscow, Mashinostroenie, 1990, pp. 378—386 (in Russian).
- 6. **Lihachev V. N., Siharulidze Ju. G., Fedotov V. P**. i dr. *Vest-nik FGUP NPO n. a. S. A. Lavochkina*, 2012, no. 4, pp. 92—102 (in Russian).
- 7. **Batenko A. P.** *Sistemy terminal'nogo upravlenija* (Terminal Control Systems), Moscow, Radio i svjaz', 1984, 161 p. (in Russian).
- 8. **Klumpp A. R.** Apollo Lunar Descent Guidance, Automatica, 1974, vol. 10, no. 2, pp. 133—146.
- 9. **Moesser T. G.** Guidance and Navigation Linear Covariance Analysis for Lunar Powered Descent, 2010, All Graduate Theses and Dissertations, p. 654.
- 10. **Fomichev A. V., Li E. K.** Analytical 3D Terminal Guidance Algorithm for Lunar Landing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 6, pp. 423—431 (in Russian).

УДК 629.7 DOI: 10.17587/mau.18.492-495

**Г. П. Шибанов,** д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр., gpshibanov@mail.ru, Государственный летно-испытательный центр им. В. П. Чкалова

# Оценка степени обученности оператора для управления летательным аппаратом

Предлагается дисперсионный метод объективной оценки степени обученности оператора для управления сложным транспортным средством на примере маневренного летательного аппарата. Внешнее (входное) воздействие на летательный аппарат со стороны окружающей его в полете среды воспроизводится с необходимой спектральной плотностью путем пропускания через формирующий фильтр второго порядка сигнала от промышленного генератора белого шума.

**Ключевые слова:** оценка, оператор, качество подготовки, надежность, летательный аппарат, эффективность, тренировка, формирующий фильтр второго порядка

Непрерывное поддержание мастерства операторов путем выполнения систематических тренировок по управлению сложными транспортными средствами типа атомных подводных лодок, космических кораблей, наземных большегрузных транспортных средств специального назначения, высокоманевренных летательных аппаратов — это один из основных факторов, определяющих безопасность функционирования такого типа объектов. Повышенная опасность для жизни экипажей этого типа транспортных средств в начальный период эксплуатации и их высокая стоимость привели к необходимости создания тренажеров, воспроизводящих иллюзию пространственного перемещения подобных средств в соответствующей среде и позволяющих отрабатывать действия операторов при управлении ими.

Важный фактор при обучении операторов на тренажерах — умение контролировать и анализировать процессы управления и сравнивать их между собой. В настоящее время на основе практического опыта обучения операторов сложных транспортных средств разработаны методы и нормативы оценки качества управления указанными средствами [1—3].

Однако при оценке степени тренированности операторов и качества управления транспортными средствами различного назначения большое значение занимают субъективные критерии, входящие в ряд нормативов [3]. Основные причины субъективизма в оценке качества управления такими транспортными средствами операторами — индивидуальные психофизиологические особенности последних и разный уровень профессиональной подготовки инструкторов. Вместе с тем, практически невозможно полностью автоматизировать процесс подготовки операторов и оценивание достигнутого ими качества управления транспортными средствами. Человек-инструктор нужен хотя бы на конечном этапе подготовки операторов. Об этом красноречиво говорит опыт подготовки операторов, входящих в состав экипажей летательных аппаратов (летчиков, штурманов, бортинженеров и других специалистов, реализующих специфические функции операторов в полете). Особенно сложной оказывается подготовка летчиков-истребителей, выступающих в роли операторов высокоманевренных сверх- и гиперзвуковых летательных аппаратов, из-за острого дефицита времени, необходимого им для принятия решений и последующей реализации