

Е. В. Гошин^{1, 2}, канд. техн. наук, доц., goshine@yandex.ru,И. Р. Усеинова¹, бакалавр, inessa.useinova@gmail.com,¹Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева
(Самарский университет), Самара, Россия,²Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия

Метод определения внешних параметров камеры по паре изображений с использованием дуальных кватернионов¹

Предлагается метод определения положения и ориентации движущегося аппарата по изображениям с одной фиксированной камеры, основанный на использовании дуальных кватернионов для описания точек трехмерного пространства и параметров координат, а также плюккеровых координат для описания прямых в трехмерном пространстве. Проведен эксперимент по установлению связи ошибок входных данных (координат точек на изображениях) и погрешностей полученных оценок поворота и сдвига.

Ключевые слова: разноракурсная съемка, внешние параметры камеры, кватернионы, плюккеровы координаты

Введение

При решении практических задач, связанных с использованием движущихся аппаратов, возникает задача определения неизвестных параметров движения по данным, полученным с камеры, статично зафиксированной на поверхности этого аппарата. В этих случаях, как правило, считается, что сцена представляет собой неподвижную структуру, при этом на сцене присутствуют объекты различного масштаба. Следует отметить, что область применения таких аппаратов не ограничивается каким-либо одним узким приложением: в зависимости от масштаба съемки исследования ведутся как для получения трехмерных моделей обстановки с использованием смартфонов [1], так и для построения масштабных моделей по изображениям, полученным с беспилотных летательных аппаратов [2], и даже для аэрокосмической съемки [3].

Когда параметры съемки (и, соответственно, положения и ориентации аппарата в пространстве) не известны, возникает задача оценки этих параметров. В качестве исходных данных (при отсутствии информации о перемещении аппарата) выступают изображения, полученные с различных ракурсов. Традиционно задача оценки параметров поворота и сдвига сводится к определению так называемой фундаментальной матрицы и последующему вычислению искомых матриц [4]. Однако использование такого подхода обладает рядом недостатков. В частности, когда большая часть предварительно определенных на изображениях точек расположена на одной плоскости, определение фундаментальной матрицы сопряжено с серьезными погрешностями, что, в свою очередь, ведет к ошибкам в определении параметров съемки.

В отличие от традиционного подхода соответствующие точки в настоящей работе используются не для определения фундаментальной матрицы, а непосредственно для определения (внешних и внутренних) параметров съемки. Кроме того, в дан-

ной работе используется модель формирования разноракурсных изображений, основанная на представлении трехмерных изображений и параметров съемки в виде дуальных кватернионов.

Таким образом, задача состоит в определении параметров сдвига и поворота камеры по заданным координатам N пар соответствующих точек $\mathbf{m} = \mathbf{m}(u, v)$ и $\mathbf{m}' = \mathbf{m}(u', v')$ на двух изображениях.

Традиционный подход

В работе будет использоваться модель камеры-обскуры, задающая связь между точками в трехмерном пространстве и координатами их проекций на изображениях [5, 6] следующим образом:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ где } \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \propto [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь (X, Y, Z) — координаты точки в трехмерном пространстве; (x, y) — координаты этой точки на плоскости проекции камеры; (u, v) — координаты соответствующего пиксела на изображении, регистрируемом этой камерой; $\mathbf{K}$ — известная матрица внутренних параметров камеры; $\mathbf{R}$ и $\mathbf{t}$ — матрица поворота и вектор сдвига соответственно, а знак " $\propto$ " обозначает отношение пропорциональности, т. е. равенство левой и правой частей с точностью до масштаба.

Традиционный подход к определению положения и ориентации в пространстве включает в себя этап поиска фундаментальной матрицы [7]. Фундаментальная матрица есть матрица, удовлетворяющая следующему требованию:

$$(\mathbf{m}')^T \mathbf{F} \mathbf{m} = (x' \ y' \ 1) \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

и может быть найдена с использованием восьми-точечного алгоритма [8] по набору заранее заданных соответствующих точек. С использованием фундаментальной матрицы при известной матрице

¹ Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-07-00729 а).

внутренних параметров съемки $\mathbf{K}$ может быть найдена так называемая существенная матрица:

$$\varepsilon = \mathbf{K}^T \mathbf{F} \mathbf{K}.$$

Традиционный подход основан на выполнении сингулярного разложения существенной матрицы, которое дает следующее выражение:

$$\varepsilon = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T,$$

где $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ — ортогональные матрицы, а $\mathbf{\Sigma}$ — диагональная матрица следующего вида:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Два диагональных значения $\mathbf{\Sigma}$ должны быть равны между собой, а третье — равно нулю.

Если определить матрицу $\mathbf{W}$ следующим образом:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

то

$$[\mathbf{t}]_x = \mathbf{V} \mathbf{W} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T, \mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{V}^T,$$

где

$$[\mathbf{t}]_x = \begin{pmatrix} 0 & t_Z & -t_Y \\ -t_Z & 0 & t_X \\ t_Y & -t_X & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{pmatrix}.$$

Поскольку $\mathbf{\Sigma}$ может не вполне удовлетворять требованиям равенства диагональных значений, в качестве альтернативы обычно используется следующее выражение:

$$[\mathbf{t}]_x = \mathbf{V} \mathbf{Z} \mathbf{V}^T,$$

$$\text{где } \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ранее автором были предложены метод и алгоритм решения этой задачи без использования промежуточного этапа определения фундаментальной матрицы [9], однако традиционная модель формирования изображения, использованная в работе, обладает рядом недостатков. В частности, задание поворота с использованием матрицы порождает избыточность данных и неоднозначность представления [10]. Наличие данных недостатков порождает сложности в реализации предложенного метода.

В данной работе используется модель преобразования координат разноракурсных изображений, основанная на представлении трехмерных изображений и параметров съемки в виде дуальных кватернионов, и предлагается метод поиска параметров камер, основанный на использовании плюккерových координат для описания прямых в трехмерном пространстве.

Модель преобразования координат

Кватернионы используются для записи вращения в робототехнике, игровых двигателях, а также при моделировании, где необходимо избегать больших погрешностей с углами Эйлера или матрицами. Использование дуальных кватернионов обладает высокой эффективностью и меньшей погрешностью, чем использование традиционных матричных преобразований. Существует множество способов задания поворота в пространстве, но только кватернионы однозначно описывают вращение в трехмерном пространстве и обладают свойствами как вектора, так и гиперкомплексного числа.

Кватернион q представляет собой упорядоченную четверку вещественных чисел (q_0, q_1, q_2, q_3) и может быть определен как формальная сумма:

$$q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k, \quad (1)$$

где i, j, k — мнимые единицы со следующим свойством:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1. \quad (2)$$

Операции над кватернионами определяются как операции над многочленами с учетом свойства (2).

Норма и модуль кватерниона определены следующим образом:

$$\|q\| = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2,$$

$$|q| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$$

Сопряжение кватерниона q обозначается q^* и определяется как

$$q^* = q_0 - q_1 i - q_2 j - q_3 k, \quad (3)$$

таким образом:

$$qq^* = q^*q = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = \|q\|.$$

Число $Q = p + q\varepsilon$ называется дуальным кватернионом, если p и q — кватернионы [11], а ε — нильпотентный элемент ($\varepsilon \neq 0, \varepsilon^2 = 0$). Дуальный кватернион может быть записан в виде суммы действительной p и дуальной $q\varepsilon$ частей:

$$Q = p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k + q_0 \varepsilon + q_1 \varepsilon i + q_2 \varepsilon j + q_3 \varepsilon k. \quad (4)$$

Кроме того, для записи дуального кватерниона далее будет использоваться следующее обозначение:

$$Q = ((p_0, p_1, p_2, p_3), (q_0, q_1, q_2, q_3)). \quad (5)$$

Чтобы избежать неоднозначности, связанной с обозначением дуального кватерниона в виде восьмерки чисел (5), скалярное произведение в данной работе будет обозначаться $\langle a, b \rangle$.

Операции, выполнимые с дуальными кватернионами, определяются как обычные операции с кватернионами с учетом $\varepsilon^2 = 0$. Помимо заданного выше сопряжения (3) Q^* для дуальных кватернионов определены еще два сопряжения:

$$Q^\bullet = p - q\varepsilon = p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k - q_0 \varepsilon - q_1 \varepsilon i - q_2 \varepsilon j - q_3 \varepsilon k; \quad (6)$$

$$Q^\diamond = (Q^*)^\bullet = p_0 - p_1 i - p_2 j - p_3 k - q_0 \varepsilon + q_1 \varepsilon i + q_2 \varepsilon j + q_3 \varepsilon k. \quad (7)$$

Для любой точки пространства вектор, связывающий начало координат и эту точку, может быть описан с помощью дуального кватерниона: $v = ((1, 0, 0, 0), (0, X, Y, Z))$.

Тогда, для того чтобы выполнить поворот вектора (X, Y, Z) , описываемого кватернионом v , на угол $\theta \in [0, \pi]$ вокруг оси, направление которой задает единичный вектор $\hat{u} = (u_X, u_Y, u_Z)$, и сдвиг данной точки на вектор (t_X, t_Y, t_Z) , необходимо выполнить следующую операцию:

$$v' = \sigma v \sigma^{\diamond}, \quad (8)$$

где

$$\sigma = \left(Q_R \cdot \frac{1}{2} Q_T \cdot Q_R \right). \quad (9)$$

Здесь действительная часть представляет собой кватернион поворота $Q_R = \left(\cos \frac{\theta}{2}, u_X \sin \frac{\theta}{2}, u_Y \sin \frac{\theta}{2}, u_Z \sin \frac{\theta}{2} \right)$, а дуальная — произведение кватернионов поворота Q_R и сдвига $Q_T = (0, t_X, t_Y, t_Z)$.

Прямая в плюккеровых координатах задается в виде пары векторов $(\mathbf{l}, \mathbf{m})$ [12], где вектор $\mathbf{l}$ характеризует направление, а $\mathbf{m} = \mathbf{p} \times \mathbf{l}$ (векторное произведение координат точки $\mathbf{p}$ и прямой $\mathbf{l}$).

С использованием кватернионов прямая в плюккеровых координатах записывается в виде

$$L = ((0, l_x, l_y, l_z), (0, m_x, m_y, m_z)). \quad (10)$$

При этом преобразование прямой из одной системы координат в другую с использованием дуального кватерниона σ выполняется аналогично (8), но комбинированное комплексно-дуальное сопряжение (7) заменяется на комплексное (3):

$$L' = \sigma L \sigma^*. \quad (11)$$

Для того чтобы прямые пересекались, необходимо выполнение следующего условия:

$$\langle l, m' \rangle + \langle m, l' \rangle = 0. \quad (12)$$

Идея работы состоит в том, чтобы определить параметры поворота и сдвига камер в глобальной системе координат непосредственно по заданным соответствующим точкам видов, используя дуальные кватернионы в качестве инструмента описания этих параметров.

Описание метода

Даны два набора соответствующих точек на изображениях $P = (u_i, v_i)$, $P' = (u'_i, v'_i)$, где (u_i, v_i) и (u'_i, v'_i) — координаты этих точек на первом и втором изображениях соответственно. При известной матрице внутренних параметров камеры $\mathbf{K}$ координаты пикселей изображений (u_i, v_i) , (u'_i, v'_i) могут быть преобразованы в координаты (x_i, y_i) и (x'_i, y'_i) на плоскости проекций первой и второй камер, соответственно, с использованием следующего преобразования:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K}^{-1} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Далее в работе будут использоваться именно эти координаты.

В координатах каждой камеры плюккеровы координаты прямой, проходящей через центр $(0, 0, 0)$ и точку $(x, y, 1)$, представляются следующим образом: $L = ((0, x, y, 1), (0, 0, 0, 0))$ и $L' = ((0, x', y', 1), (0, 0, 0, 0))$ — для первой и второй камер соответственно.

Рассмотрим координаты прямой, проходящей через центр первой камеры и точку на плоскости ее проекции, в системе координат, связанной со второй камерой. Эти координаты запишутся в следующем виде:

$$L'' = \sigma L \sigma^* = \sigma((0, x, y, 1), (0, 0, 0, 0)) \sigma^*,$$

где σ — искомый дуальный кватернион поворота и сдвига $\sigma = ((a, b, c, d), (\alpha, \beta, \gamma, \delta))$.

Обозначим $v = (0, x, y, 1)$, тогда

$$\begin{aligned} L'' &= \sigma((0, x, y, 1), (0, 0, 0, 0)) \sigma^* = \\ &= (p + \varepsilon q) v (p^* + \varepsilon q^*) = (p v p^*, p v q^* + q v p^*). \end{aligned}$$

Поскольку в координатах второй камеры прямые L' и L'' должны пересекаться, зададим функцию $f(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ и применим условие пересечения прямых (13):

$$\begin{aligned} f(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) &= \\ &= \langle p v p^*, (0, 0, 0, 0) \rangle + \langle p v q^* + q v p^*, (0, x', y', 1) \rangle = 0 \end{aligned}$$

или, после упрощения,

$$\begin{aligned} f(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) &= \\ &= \langle p v q^* + q v p^*, (0, x', y', 1) \rangle = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Для N точек формируется N уравнений:

$$\begin{cases} f_1(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0; \\ f_2(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0; \\ \dots \\ f_N(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Чтобы избежать ситуации, когда сдвиг оказывается нулевым, добавляется $(N + 1)$ -е уравнение $f_{N+1}(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0$, удовлетворяющее условию $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 1$:

$$\begin{cases} f_1(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0; \\ f_2(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0; \\ \dots \\ f_N(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0; \\ f_{N+1}(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

В итоге, задача определения параметров сдвига и поворота сводится к решению полученной системы нелинейных уравнений.

Построение вычислительной процедуры

Рассмотрим общий вид функции $f_i(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ с учетом того, что $v = -v^*$:

$$\begin{aligned} f_i(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) &= \\ &= \langle p v q^* + q v p^*, (0, x', y', 1) \rangle = \\ &= \langle p v q^* - q v^* p^*, (0, x', y', 1) \rangle = \\ &= \langle p v q^* - (p v q^*)^*, (0, x', y', 1) \rangle. \end{aligned}$$

Пусть $pvq^* = (w_0, w_1, w_2, w_3)$, тогда

$$\begin{aligned} f_i(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) &= \\ &= w_1x' + w_2y' + w_3 - (-w_1x' - w_2y' - w_3) = \\ &= 2w_1x' + 2w_2y' + 2w_3 = 2 \cdot \langle pvq^*, (0, x', y', 1) \rangle. \end{aligned}$$

Таким образом, несмотря на то что $pvq^* + qvp^* \neq 2pvq^*$, функцию $f_i(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ можно представить в более простом виде:

$$f_i(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = 2 \cdot \langle pvq^*, (0, x', y', 1) \rangle. \quad (16)$$

Поскольку вектор правых частей равен нулю, множитель перед скалярным произведением может быть убран. По той же причине параметр a может быть задан равным 1. Это предположение нарушает общность задачи только в случае, когда на самом деле $a = 0$ (в остальных случаях он может быть отмасштабирован до любого произвольного значения). Однако $a = 0$ только в случае, когда $\theta/2 = 90^\circ$, т. е. угол съемки между двумя камерами равен 180° . Таких условий не может возникнуть в задаче построения трехмерной модели, поэтому этот случай может быть проигнорирован.

Таким образом, введена новая функция:

$$g_i(a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta) = f_i(1, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta). \quad (17)$$

Для решения системы (15) будет использоваться метод Ньютона для многомерного случая. Для этой функции $f_i(1, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ раскладываются в ряд Тейлора до членов первого порядка включительно по всем входящим в нее переменным:

$$\begin{aligned} &g_1(b^k, c^k, d^k, \alpha^k, \beta^k, \gamma^k, \delta^k) + \\ &+ \frac{\partial g_1}{\partial b^k} \Delta b^k + \frac{\partial g_1}{\partial c^k} \Delta c^k + \frac{\partial g_1}{\partial d^k} \Delta d^k + \\ &+ \frac{\partial g_1}{\partial \alpha^k} \Delta \alpha^k + \frac{\partial g_1}{\partial \beta^k} \Delta \beta^k + \frac{\partial g_1}{\partial \gamma^k} \Delta \gamma^k + \frac{\partial g_1}{\partial \delta^k} \Delta \delta^k = 0; \\ &g_2(b^k, c^k, d^k, \alpha^k, \beta^k, \gamma^k, \delta^k) + \\ &+ \frac{\partial g_2}{\partial b^k} \Delta b^k + \frac{\partial g_2}{\partial c^k} \Delta c^k + \frac{\partial g_2}{\partial d^k} \Delta d^k + \\ &+ \frac{\partial g_2}{\partial \alpha^k} \Delta \alpha^k + \frac{\partial g_2}{\partial \beta^k} \Delta \beta^k + \frac{\partial g_2}{\partial \gamma^k} \Delta \gamma^k + \frac{\partial g_2}{\partial \delta^k} \Delta \delta^k = 0; \\ &\dots \\ &g_N(b^k, c^k, d^k, \alpha^k, \beta^k, \gamma^k, \delta^k) + \\ &+ \frac{\partial g_N}{\partial b^k} \Delta b^k + \frac{\partial g_N}{\partial c^k} \Delta c^k + \frac{\partial g_N}{\partial d^k} \Delta d^k + \\ &+ \frac{\partial g_N}{\partial \alpha^k} \Delta \alpha^k + \frac{\partial g_N}{\partial \beta^k} \Delta \beta^k + \frac{\partial g_N}{\partial \gamma^k} \Delta \gamma^k + \frac{\partial g_N}{\partial \delta^k} \Delta \delta^k = 0; \\ &g_{N+1}(b^k, c^k, d^k, \alpha^k, \beta^k, \gamma^k, \delta^k) + \\ &+ \frac{\partial g_{N+1}}{\partial b^k} \Delta b^k + \frac{\partial g_{N+1}}{\partial c^k} \Delta c^k + \frac{\partial g_{N+1}}{\partial d^k} \Delta d^k + \\ &+ \frac{\partial g_{N+1}}{\partial \alpha^k} \Delta \alpha^k + \frac{\partial g_{N+1}}{\partial \beta^k} \Delta \beta^k + \frac{\partial g_{N+1}}{\partial \gamma^k} \Delta \gamma^k + \frac{\partial g_{N+1}}{\partial \delta^k} \Delta \delta^k = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Рассмотрим вид частных производных для каждого из аргументов для $i = \overline{1, N}$:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial g_i}{\partial b^k} &= \langle p_1 v q^{k*}, (0, x', y', 1) \rangle; \\ \frac{\partial g_i}{\partial c^k} &= \langle p_2 v q^{k*}, (0, x', y', 1) \rangle; \\ \frac{\partial g_i}{\partial d^k} &= \langle p_3 v q^{k*}, (0, x', y', 1) \rangle; \\ \frac{\partial g_i}{\partial \alpha^k} &= \langle p^k v q_0^*, (0, x', y', 1) \rangle; \\ \frac{\partial g_i}{\partial \beta^k} &= \langle p^k v q_1^*, (0, x', y', 1) \rangle; \\ \frac{\partial g_i}{\partial \gamma^k} &= \langle p^k v q_2^*, (0, x', y', 1) \rangle; \\ \frac{\partial g_i}{\partial \delta^k} &= \langle p^k v q_3^*, (0, x', y', 1) \rangle, \end{aligned} \right.$$

где

$$\begin{aligned} q_0 &= (1, 0, 0, 0), p_1 = q_1 = (0, 1, 0, 0), \\ p_2 &= q_2 = (0, 0, 1, 0), p_3 = q_3 = (0, 0, 0, 1), \\ p^k &= (1, b^k, c^k, d^k), q^k = (\alpha^k, \beta^k, \gamma^k, \delta^k). \end{aligned}$$

Последнее уравнение в системе отличается от остальных и имеет вид:

$$g_{N+1}(b^k, c^k, d^k, \alpha^k, \beta^k, \gamma^k, \delta^k) + 2b^k \Delta b^k + 2c^k \Delta c^k + 2d^k \Delta d^k + 2\alpha^k \Delta \alpha^k + 2\beta^k \Delta \beta^k + 2\gamma^k \Delta \gamma^k + 2\delta^k \Delta \delta^k = 0.$$

Полученная система позволяет решить исходную задачу итеративно, посредством задания начальных значений $b^0, c^0, d^0, \alpha^0, \beta^0, \gamma^0, \delta^0$, а затем решения системы (18) на каждой итерации относительно $\Delta b^k, \Delta c^k, \Delta d^k, \Delta \alpha^k, \Delta \beta^k, \Delta \gamma^k, \Delta \delta^k$ и пересчета $b^{k+1} = b^k + \Delta b^k, c^{k+1} = c^k + \Delta c^k, d^{k+1} = d^k + \Delta d^k,$

$$\begin{aligned} \alpha^{k+1} &= \alpha^k + \Delta \alpha^k, \beta^{k+1} = \beta^k + \Delta \beta^k, \\ \gamma^{k+1} &= \gamma^k + \Delta \gamma^k, \delta^{k+1} = \delta^k + \Delta \delta^k. \end{aligned}$$

В текущей реализации в качестве начальных значений выбираются

$$b^0 = c^0 = d^0 = 0, \alpha^0 = 1, \beta^0 = \gamma^0 = \delta^0 = 0.$$

Экспериментальные исследования

Для проверки точности и надежности разработанной вычислительной процедуры был проведен эксперимент по установлению взаимосвязи ошибки входных данных (координат точек на плоскостях камер) и погрешности полученных оценок поворота и сдвига.

Были заданы следующие параметры поворота и сдвига:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{6}, \\ \hat{\mathbf{u}} &= (1; -4; 3) \\ (t_X, t_Y, t_Z) &= (-1; 6; 5). \end{aligned}$$

Исходные значения X , Y , Z для моделирования задавались в следующих пределах:

$X \in [-1,5; 1,5], Y \in [-1,5; 1,5], Z \in [0,75; 3,75].$

На основе исходных значений X , Y , Z были рассчитаны координаты на обоих изображениях. Исходные данные для экспериментов задавались на основе вычисленных координат на изображениях с добавлением шума. Отношение пикового сигнала к шуму принимало значения от 25 до 45 дБ с шагом 5 дБ, а число исходных точек выбиралось равным 20, 50, 150 и 500. Каждый эксперимент проводили 1000 раз. Результат определения поворота считали верным, если отношение нормы вектора погрешности к норме вектора параметров не превосходило 0,2. Результат определения поворота считали верным, если угол между рассчитанным и истинным векторами сдвига не превышал 10°. Для верных результатов было найдено среднее значение погрешности, а также процент верных результатов среди всех попыток. В табл. 1—3 приведены результаты сравнения метода определения параметров камеры, предложенного в данной работе (с использованием дуальных кватернионов, "ДК"), и метода, использующего фундаментальную матрицу ("ФМ"), предложенного Хартли.

Таблица 1

Точность определения поворота

Отношение сигнал-шум, дБ	Число точек							
	20		50		150		500	
	ДК	ФМ	ДК	ФМ	ДК	ФМ	ДК	ФМ
25	0,0390	0,0392	0,0218	0,0217	0,0112	0,0126	0,0073	0,0101
30	0,0227	0,0240	0,0109	0,0113	0,0057	0,0063	0,0033	0,0041
35	0,0118	0,0140	0,0057	0,0063	0,0031	0,0032	0,0016	0,0019
40	0,0066	0,0079	0,0031	0,0034	0,0017	0,0018	0,0009	0,0010

Таблица 2

Точность определения сдвига (°)

Отношение сигнал-шум, дБ	Число точек							
	20		50		150		500	
	ДК	ФМ	ДК	ФМ	ДК	ФМ	ДК	ФМ
25	4,354	5,253	2,841	3,831	1,490	2,850	0,910	2,459
30	2,912	3,794	1,470	1,996	0,769	1,218	0,425	0,862
35	1,603	2,326	0,783	1,065	0,406	0,564	0,217	0,359
40	0,884	1,394	0,420	0,567	0,226	0,310	0,121	0,167

Таблица 3

Число верных результатов определения параметров камер (%)

Отношение сигнал-шум, дБ	Число точек							
	20		50		150		500	
	ДК	ФМ	ДК	ФМ	ДК	ФМ	ДК	ФМ
25	79,2	72,3	98,4	96,2	100,0	100,0	100,0	100,0
30	95,4	93,3	100,0	99,8	100,0	100,0	100,0	100,0
35	98,8	99,7	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
40	99,1	99,9	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Для полученных значений был рассчитан процент результатов, для которых и сдвиг, и поворот были определены верно.

Закключение

Выбранная модель преобразования координат разноракурсных изображений, основанная на представлении трехмерных изображений и параметров съемки в виде дуальных кватернионов, позволила разработать новый, более точный и надежный по сравнению с традиционным, метод определения неизвестных параметров камер. Этот метод был реализован в виде программы на языке C++. С использованием разработанной программы проведен эксперимент по установлению взаимосвязи ошибки входных данных (координат точек на плоскостях камер) и погрешности полученных оценок поворота и сдвига. В ходе экспериментальных исследований было подтверждено, что качество определения параметров в большинстве случаев превосходит качество результатов, полученных методом, использующим фундаментальную матрицу.

Авторы выражают благодарность д-ру техн. наук, профессору В. А. Фурсову за конструктивное обсуждение и ряд важных замечаний при подготовке настоящей работы.

Список литературы

1. **Caldini A., Fanfani M., Colombo C.** Smartphone-Based Obstacle Detection for the Visually Impaired // Image Analysis and Processing—ICIAP 2015. Springer International Publishing, 2015. P. 480—488.

2. **Callow N., Leopold M., May S. M.** Surface and sub-surface anatomy of the landscape: integrating Unmanned Aerial Vehicle Structure from Motion (UAV-SfM) and Ground Penetrating Radar (GRP) to investigate sedimentary features in the field.-an example from NW Australia // EGU General Assembly Conference Abstracts. 2015. T. 17. P. 8621.

3. **Hesse R.** Combining structure-from-motion with high and intermediate resolution satellite images to document threats to archaeological heritage in arid environments // Journal of Cultural Heritage. 2015. T. 16. № 2. P. 192—201.

4. **Hartley R., Zisserman A.** Multiple view geometry in computer vision // Cambridge university press. 2003. 271 p.

5. **Форсайт Д., Понс Ж.** Компьютерное зрение. Современный подход. М.: Издательский дом "Вильямс", 2004. 928 с.

6. **Грузман И. С., Киричук В. С., Косых В. П.** и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учеб. пособ. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. 352 с.

7. **Usurka G., Zeller C., Zhang Z., Faugeras O.** Characterizing the uncertainty of the fundamental matrix // Computer Vision and Image Understanding. 1997. Vol. 68 (1). P. 18—36.

8. **Hartley R. I.** In defence of the 8-point algorithm // Proc. of the 5th International Conference on Computer Vision (Boston, MA, June). 1995. P. 1064—1070.

9. **Гошин Е. В., Фурсов В. А.** Реконструкция 3D-сцен по разноракурсным изображениям при неизвестных внешних параметрах съемки // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39, № 5. С. 770—776.

10. **Karlsson L., Tisseur F.** Algorithms for hessenberg-triangular reduction of fiedler linearization of matrix polynomials // Society for Industrial and Applied Mathematics. 2015. С. 384—414.

11. **Smith M.** Applications of Dual Quaternions in Three Dimensional Transformation and Interpolation. 2013. N. 11. P. 6—14.

12. **Schwartz S. E.** Development of the kinematic model for an ultrasound scanning machine by means of dual quaternion transformations of screw coordinates // Massachusetts institute of technology. 1989. P. 8—13.

A Method for Determination of the Extrinsic Camera Parameters from a Pair of Images with the Use of Dual Quaternions

Ye. V. Goshin^{1, 2}, goshine@yandex.ru ✉, I. R. Useinova¹, inessa.useinova@gmail.com,

¹ Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation,

² Image Processing Systems Institute, RAS, Branch of Crystallography and Photonics, RAS, Samara, 443001, Russian Federation

Corresponding author: Goshin Yegor V., Ph. D., Associate Professor, Samara National Research University, Samara, 443086, Russian Federation, Image Processing Systems Institute, RAS, Branch of Crystallography and Photonics, RAS, Samara, 443001, Russian Federation, e-mail: goshine@yandex.ru

Received on September 25, 2016

Accepted on October 14, 2016

Real-world problems associated with the use of the moving vehicles present a problem for estimation of the unknown motion parameters on the basis of the data obtained from a static camera set on the surface of those vehicles. The initial data (in absence of information about the vehicle motion) are the images obtained from different viewpoints. The traditional approach to estimation of the rotation and translation parameters, which consists in determination of the so-called fundamental matrix and the subsequent calculation of the required matrices has several drawbacks. In particular, if the largest portion of the pre-defined points in the images is located on the same plane, the fundamental matrix estimation involves serious errors, which, in turn, lead to errors in estimation of the camera parameters. Unlike in the traditional approach, in this paper the corresponding points are used to estimate not the fundamental matrix, but the internal and external camera parameters directly. Besides, this paper presents a multiple view geometry model, based on three-dimensional images and camera parameters in the form of dual quaternions. The proposed approach to the problem is a new method of estimation of the unknown camera parameters, which is more accurate and reliable compared with the traditional one. This method was implemented as a program in C++. Using the developed program, the authors carried out an experiment to establish a correlation between the errors in the input data (points of coordinates on the planes of the camera) and the errors in the estimated rotation and translation parameters. As the result, it was confirmed that the accuracy of the parameters' estimation in most cases surpasses the quality of the results obtained by using the fundamental matrix.

Keywords: multiple views, external camera parameters, dual quaternions, Pluecker coordinates, estimation

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Project № 16-07-00729 a).

For citation:

Goshin Ye. V., Useinova I. R. A Method for Determination of the Extrinsic Camera Parameters from a Pair of Images with the Use of Dual Quaternions, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 4, pp. 279–284.

DOI: 10.17587/mau.18.279-284

References

1. Caldini A., Fanfani M., Colombo C. Smartphone-Based Obstacle Detection for the Visually Impaired, *Image Analysis and Processing—ICIAP 2015*, Springer International Publishing, 2015, pp. 480–488.
2. Callow N., Leopold M., May S. M. Surface and sub-surface anatomy of the landscape: integrating Unmanned Aerial Vehicle Structure from Motion (UAV-SfM) and Ground Penetrating Radar (GRP) to investigate sedimentary features in the field.-an example from NW Australia, *EGU General Assembly Conference Abstracts*, 2015, vol. 17, pp. 8621.
3. Hesse R. Combining structure-from-motion with high and intermediate resolution satellite images to document threats to archaeological heritage in arid environments, *Journal of Cultural Heritage*, 2015, vol. 16, no. 2, pp. 192–201.
4. Hartley R., Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision, Cambridge university press, 2003, 271 p.
5. Forsyth D. A., Ponce J. Computer vision: a modern approach, Prentice Hall, 2002, 720 p.
6. Gruzman I. S., Kirichuk V. S., Kosyh V. P. et al. *Cifrovaja obrabotka izobrazhenij v informacionnyh sistemah: uchebnoe posobie* (Digital Image Processing in Information Systems: Tutorial), Novosibirsk, Publishing house of NGTU, 2002, 352 p.
7. Csurka G., Zeller C., Zhang Z., Faugeras O. Characterizing the uncertainty of the fundamental matrix, *Computer Vision and Image Understanding*, 1997, vol. 68 (1), pp.18–36.
8. Hartley R. I. In defence of the 8-point algorithm. In *Proceedings of the 5th International Conference on Computer Vision (Boston, MA, June)*, 1995, pp. 1064–1070.
9. Goshin Ye. V., Fursov V. A. 3D scene reconstruction from stereo images with unknown extrinsic parameters, *Computer Optics*, 2015, vol. 39, no. 5, pp. 770–776.
10. Karlsson L., Tisseur F. Algorithms for hessenberg-triangular reduction of fiedler linearization of matrix polynomials, *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2015, pp. 384–414.
11. Smith M. Applications of Dual Quaternions in Three Dimensional Transformation and Interpolation, 2013, vol. 11, pp. 6–14.
12. Schwartz S. E. Development of the kinematic model for an ultrasound scanning machine by means of dual quaternion transformations of screw coordinates, *Massachusetts institute of technology*, 1989, pp. 8–13.