

О. Н. Корсун, д-р техн. наук, нач. лаб., проф., marmotto@rambler.ru,

Государственный НИИ авиационных систем, г. Москва,

С. В. Николаев, ст. инж.-испытатель, nikozavr@mail.ru,

Государственный летно-испытательный центр им В. П. Чкалова, г. Ахтубинск,

Б. К. Поплавский, д-р техн. наук, нач. лаб., проф., boris.poplavsky2001@yandex.ru,

Летно-испытательный институт им. М. М. Громова, г. Жуковский

Алгоритмы проверки правильности полетных данных и оценивания нелинейностей при идентификации аэродинамических коэффициентов самолетов¹

Рассматривается алгоритмическое и методическое обеспечение задач контроля правильности бортовых измерений и оценивания нелинейных аэродинамических зависимостей при выполнении идентификации аэродинамических коэффициентов самолетов по данным летных испытаний. Представлены примеры практического применения рассмотренных методов и алгоритмов в процессе идентификации параметров математических моделей нескольких современных самолетов.

Ключевые слова: идентификация параметров математических моделей самолетов, летные испытания, аэродинамические коэффициенты, проверка согласованности бортовых измерений

Введение

Работа посвящена актуальной проблеме алгоритмического и методического обеспечения идентификации аэродинамических коэффициентов летательных аппаратов (ЛА) по данным летных испытаний. В настоящее время в этой области имеется значительный задел. Так, принципиальные подходы определены в работах [1–2], основные этапы технологии идентификации изложены в статьях [3–5], алгоритмы идентификации представлены в работах [6–9], примеры использования в процессе летных испытаний приведены в статьях [10–12]. Однако задача совершенствования методов идентификации по-прежнему сохраняет актуальность. Главная трудность заключается в том, что при идентификации ЛА имеют место несоответствия между принятыми допущениями о структуре моделей объекта и бортовой системы измерений и регистрации, а также о статистических свойствах шумов. Это вызывает смещения оценок параметров [13]. В работе [14] для уменьшения этого эффекта предложено специальным образом подбирать входные сигналы на участке идентификации. Однако идентификация аэродинамических коэффициентов ЛА — это комплексная задача, при решении которой следует применять широкий спектр приемов: декомпозицию общей задачи на ряд более простых, оценку достоверности резуль-

татов путем сопоставления данных из разных источников, использование достоверных результатов из смежных дисциплин [13]. В данной работе рассматривается применение указанных приемов для решения наиболее сложных задач обработки данных летного эксперимента, к которым относятся проверка правильности бортовых измерений и идентификация нелинейных аэродинамических зависимостей. При этом большое внимание уделяется форме представления результатов, поскольку в задаче идентификации учет характеристик оператора, наглядность и удобство восприятия результатов существенно повышают вероятность их правильной интерпретации [15–16].

Математическая модель пространственного движения

В задаче идентификации аэродинамических коэффициентов самолетов наиболее достоверным и точным результатом являются общие уравнения пространственного движения, полученные непосредственно из основных законов механики. Распространенные в динамике полета упрощенные варианты моделей движения [17] в данном случае применять нецелесообразно, поскольку возникающие при этом погрешности могут непрогнозируемым образом повлиять на оценки идентификации. Поэтому возьмем достаточно полную нелинейную систему дифференциальных уравнений, в которой учитывается центробежный момент инерции I_{xy} и ис-

¹ Работа поддержана РФФИ, проект 15-08-06237-а.

пользуется допущение о том, что самолет имеет плоскость симметрии [17]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \right. \\
&+ \left. \left(\frac{a_y}{V} - \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right]; \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \\
&+ \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha; \\
\frac{dV}{dt} &= a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta; \\
\frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y + q \frac{S b_A}{I_z} m_z - \frac{k_{дв} \omega_y}{I_z} - \\
&- \frac{(P_{пр} + P_{лев}) y_{дв}}{I_z} + \frac{I_{xy} (\omega_x^2 - \omega_y^2)}{I_z}; \\
\frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{I_x (I_z - I_x) - I_{xy}^2}{I_x I_y - I_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \frac{k_{дв} \omega_z I_x}{I_x I_y - I_{xy}^2} + \\
&+ \frac{(P_{пр} - P_{лев}) z_{дв} I_x}{I_x I_y - I_{xy}^2} - \frac{I_{xy} (I_z - I_x - I_y)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \omega_y \omega_z + \\
&+ \frac{I_x q S l m_y + I_{xy} q S l m_x}{I_x I_y - I_{xy}^2}; \\
\frac{d\omega_x}{dt} &= \frac{I_y (I_y - I_z) + I_{xy}^2}{I_x I_y - I_{xy}^2} \omega_y \omega_z - \frac{I_{xy} (I_y + I_x - I_z)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \omega_x \omega_z + \\
&+ \frac{I_y q S l m_x + I_{xy} q S l m_y}{I_x I_y - I_{xy}^2} + \frac{I_{xy} (k_{дв} \omega_z + (P_{пр} - P_{лев}) z_{дв})}{I_x I_y - I_{xy}^2}, \\
\frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma; \\
\frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma); \\
\frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos\vartheta} (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma); \\
\frac{dH}{dt} &= V [\cos\alpha \cos\beta \sin\vartheta - \sin\alpha \cos\beta \cos\vartheta \cos\gamma - \\
&- \sin\beta \cos\vartheta \sin\gamma].
\end{aligned} \tag{1}$$

Ускорения вдоль связанных осей:

$$\begin{aligned}
a_x &= \frac{qS(-c_x + c_p)}{m} - g \sin\vartheta = g(n_x - \sin\vartheta); \\
a_y &= \frac{qS c_y}{m} + g \cos\vartheta \sin\gamma = g(n_z + \cos\vartheta \cos\gamma); \\
a_z &= \frac{qS c_z}{m} + g \cos\vartheta \sin\gamma = g(n_x + \cos\vartheta \sin\gamma).
\end{aligned} \tag{2}$$

Перегрузки вдоль связанных осей:

$$\begin{aligned}
n_x &= \frac{qS(-c_x + c_p)}{gm} = \frac{a_x}{g} + \sin\vartheta; \\
n_y &= \frac{qS c_y}{gm} = \frac{a_y}{g} + \cos\vartheta \cos\gamma; \\
n_z &= \frac{qS c_z}{gm} = \frac{a_z}{g} - \cos\vartheta \sin\gamma.
\end{aligned} \tag{3}$$

Здесь и далее используются следующие обозначения:

α, β — углы атаки и скольжения, рад; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — угловые скорости относительно связанных осей, рад/с; ϑ, γ, ψ — углы тангажа, крена, рыскания, рад; V — скорость полета, м/с; H — высота полета, м; m_x, m_y, m_z — коэффициенты аэродинамических моментов; c_x, c_y, c_z — коэффициенты аэродинамических сил в связанной системе координат; I_x, I_y, I_z, I_{xy} — моменты инерции относительно связанных осей в связанной системе координат, кг · м²; m — масса самолета, кг; l, b_A — размах крыла и длина средней аэродинамической хорды, м; S — эквивалентная площадь крыла, м²; $q = \rho_H V^2 / 2$ — скоростной напор, Па; ρ_H — плотность воздуха на высоте полета, кг/м³; $c_p = (P_{пр} + P_{лев}) / qS$ — коэффициент тяги двигателей; $P_{пр}, P_{лев}$ — сила тяги правого и левого двигателей, Н; $k_{дв}$ — кинетический момент роторов двигателей, кг · м²; $y_{дв}, z_{дв}$ — координаты двигателя в связанной системе координат, м.

На основе системы дифференциальных уравнений (1) с учетом соотношений (2) и (3) несложно построить модель для проверки согласованности бортовых измерений, а также модели для идентификации продольного и бокового движений. При этом двойные равенства (2) и (3), в зависимости от задачи, позволяют выражать ускорения через аэродинамические коэффициенты или перегрузки и углы ориентации, перегрузки — через аэродинамические коэффициенты и т.д.

Алгоритм проверки согласованности бортовых измерений

При решении задач идентификации важна высокая точность бортовых измерений параметров полета. Погрешности системы бортовых измерений и регистрации определяются не только инструментальными погрешностями [18] применяемых датчиков, но и характером аэродинамического обтекания в местах установки датчиков, координатами установки датчиков, положением центра масс самолета, длиной и конструкцией трубопроводов системы воздушных сигналов, а также зависят от режима полета и вида маневра. Современные цифровые системы регистрации, в свою очередь, вносят дополнительные погрешности, среди которых наиболее значимыми обычно являются сдвиги по времени, обусловленные неточной синхронизацией информационных потоков. В летных испытаниях оценивание систематических погрешностей борто-

вых аэрометрических измерений является одним из важных разделов, который выполняется по специальным методикам [19–23]. Однако комплексную проверку правильности полетных данных следует считать необходимым этапом, что подтверждается как имеющимся опытом [24–25], так и представленными ниже примерами. Погрешности бортовых измерений являются, в первую очередь, динамическими и связаны с движением самолета. Потому для их детектирования и коррекции используем рассмотренные выше уравнения (1).

Из общей модели (1) пространственного движения самолета выделим уравнения, определяющие основные параметры полета (углы атаки, скольжения, тангажа, крена и скорость полета) и имеющие вид

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right]; \\ \frac{d\beta}{dt} &= \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \\ &\quad + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha; \\ \frac{dV}{dt} &= a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta; \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma; \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma),\end{aligned}\quad (4)$$

где обозначения соответствуют описанию модели (1), а ускорения вдоль связанных осей a_x , a_y , a_z выражаются через перегрузки и углы ориентации по формулам (2).

Примем в качестве наблюдений выходные сигналы $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $V(t)$, $\vartheta(t)$, $\gamma(t)$, а в вектор входных сигналов включим измеряемые в полете значения угловых скоростей ω_x , ω_y , ω_z и перегрузок n_x , n_y , n_z . Начальные условия системы (4) задаются по результатам измерений параметров $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $V(t)$, $\vartheta(t)$, $\gamma(t)$ в момент начала участка обработки.

Непосредственное численное интегрирование системы дифференциальных уравнений (4) с учетом (2) в общем случае создает на выходе интегралов погрешности типа линейного тренда. Поэтому введем вектор неизвестных параметров a , состоящий из постоянных составляющих погрешностей измерений сигналов ω_x , ω_y , ω_z и n_x , n_y , n_z :

$$a^T = [C_{\omega_x} \ C_{\omega_y} \ C_{\omega_z} \ C_{n_x} \ C_{n_y} \ C_{n_z}]. \quad (5)$$

Полученную задачу параметрической идентификации можно решить, например, методом максимума правдоподобия [3, 9, 10, 26, 27].

Для повышения точности целесообразно в модели учитывать вынос датчиков перегрузок и датчиков углов атаки и скольжения относительно

центра масс. Поправки к измерениям перегрузок вычисляются по следующим формулам [28]:

$$\begin{aligned}\Delta n_x &= \frac{1}{g} \left((\omega_y^2 + \omega_z^2) x_0 - \right. \\ &\quad \left. - \omega_x \omega_y y_0 - \omega_z \omega_x z_0 + \frac{d\omega_z}{dt} y_0 - \frac{d\omega_y}{dt} z_0 \right); \\ \Delta n_y &= \frac{1}{g} \left((\omega_z^2 + \omega_x^2) y_0 - \right. \\ &\quad \left. - \omega_y \omega_z z_0 - \omega_x \omega_y x_0 - \frac{d\omega_z}{dt} x_0 + \frac{d\omega_x}{dt} z_0 \right); \\ \Delta n_z &= \frac{1}{g} \left((\omega_x^2 + \omega_y^2) z_0 - \right. \\ &\quad \left. - \omega_z \omega_x x_0 - \omega_y \omega_z y_0 + \frac{d\omega_y}{dt} x_0 - \frac{d\omega_x}{dt} y_0 \right),\end{aligned}\quad (6)$$

где x_0 , y_0 , z_0 — координаты датчиков в связанной системе с началом координат в центре масс самолета.

В уравнениях (6) оценки производных находим по формулам численного дифференцирования [28].

Поправки к измеренным значениям истинных углов атаки и скольжения, обусловленные выносом датчиков относительно центра масс, вычисляются по формулам [28]:

$$\Delta \alpha_{\text{ист}} = \frac{\omega_z}{V} x_\alpha - \frac{\omega_x}{V} z_\alpha; \quad (7)$$

$$\Delta \beta_{\text{ист}} = \frac{\omega_y}{V} x_\beta - \frac{\omega_x}{V} y_\beta, \quad (8)$$

где x_α , x_β , z_α , y_β — координаты датчиков в связанной системе с началом координат в центре масс самолета, м; V — скорость полета, м/с.

При вычислении скорректированных значений перегрузок n_x , n_y , n_z поправки (6) прибавляются к измеренным значениям $n_{x \text{ изм}}$, $n_{y \text{ изм}}$, $n_{z \text{ изм}}$:

$$\begin{aligned}n_x &= n_{x \text{ изм}} + \Delta n_x, \quad n_y = n_{y \text{ изм}} + \Delta n_y, \\ n_z &= n_{z \text{ изм}} + \Delta n_z.\end{aligned}\quad (9)$$

Аналогично поправки (7), (8) добавляются к измеренным в полете истинным значениям углов атаки и скольжения $\alpha_{\text{ист изм}}$ и $\beta_{\text{ист изм}}$:

$$\alpha_{\text{ист}} = \alpha_{\text{ист изм}} + \Delta \alpha_{\text{ист}}, \quad \beta_{\text{ист}} = \beta_{\text{ист изм}} + \Delta \beta_{\text{ист}}. \quad (10)$$

Рассмотренный алгоритм обеспечивает нахождение постоянных погрешностей измерений угловых скоростей и перегрузок, включенных в вектор идентифицируемых параметров (5). Однако его главное достоинство заключается в том, что он позволяет оценивать динамические погрешности различных видов.

Представим пример возникновения импульсной погрешности в канале измерения боковой перегрузки n_z (рис. 1, первый график) при подаче импульсов педалями. Амплитуды импульсов погрешности в несколько раз превосходят полезный сигнал датчика, что особенно заметно в течение первых 50 с (время в секундах отложено по оси

абсцисс). Физической причиной является вынос датчиков перегрузки относительно центра масс. Погрешность пропорциональна производной угловой скорости ω_y и хорошо описывается моделью (6). Значения угловой скорости ω_y также даны на рис. 1 (второй график).

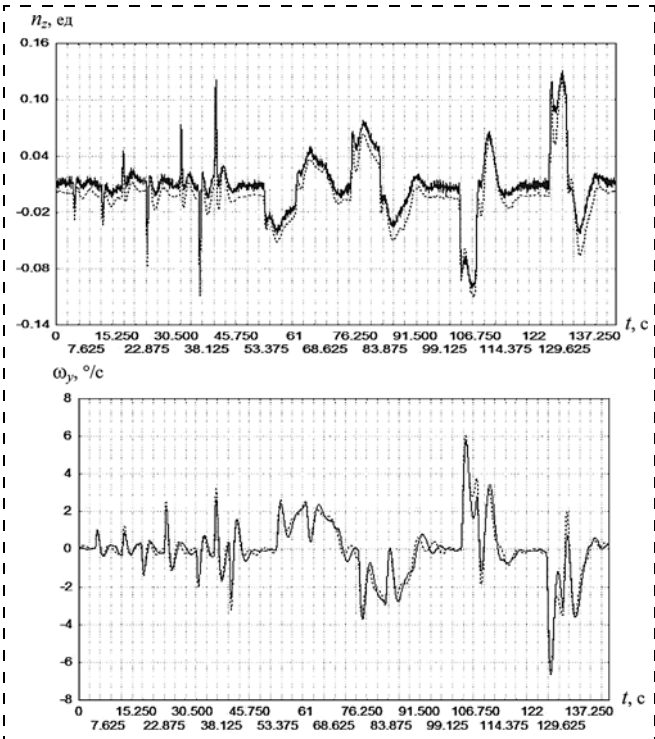


Рис. 1. Импульсные погрешности в канале измерения боковой перегрузки, пропорциональные производной угловой скорости ω_y и обусловленные выносом датчика перегрузки относительно центра масс

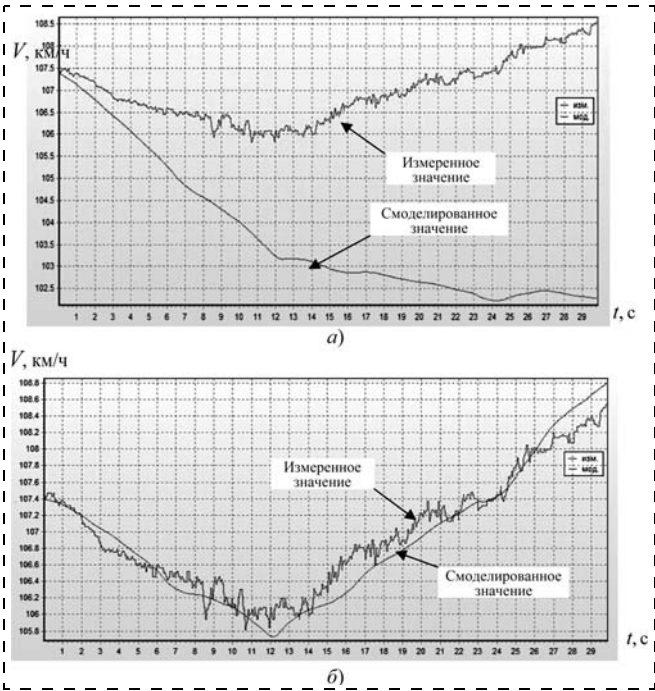


Рис. 2. Сравнение измеренной в полете и вычисленной в модели скорости до (а) и после (б) компенсации постоянных погрешностей датчиков угловых скоростей и перегрузок

На рис. 2 и рис. 3 (см. третью сторону обложки) показан эффект тренда, возникающий при интегрировании системы (4) в каналах скорости и угла крена соответственно. На графиках рис. 2, а и рис. 3, а (см. третью сторону обложки) показаны измеренные и вычисленные в модели значения сигнала при интегрировании уравнений (4), в которые просто подставлялись измеренные в полете входные сигналы — угловые скорости и перегрузки. На графиках рис. 2, б и рис. 3, б (см. третью сторону обложки) показаны вычисленные в модели значения, полученные после идентификации постоянных погрешностей (5) измерения входных сигналов. На рис. 2, а хорошо видно, что некомпенсированные постоянные погрешности приводят к существенному расхождению измеренных в полете и смоделированных значений скорости, что затрудняет их сравнение. После компенсации расхождения (рис. 2, б) составляют 0,1...0,3 м/с, что подтверждает правильность измерений по этому каналу.

В канале крена (рис. 3, см. третью сторону обложки) уход мал, достигает 2° только в конце участка длительностью 30 с и не препятствует сравнению. На обоих графиках рис. 3 хорошо виден сдвиг по времени $\Delta t \approx 0,2$ с, обусловленный погрешностями синхронизации бортовой системы регистрации, т. е. предлагаемый метод позволяет обнаружить и такой тип погрешности.

На рис. 4 (см. третью сторону обложки) представлено сравнение угла скольжения и воздушной скорости в режиме подачи педалями после компенсации постоянных погрешностей. На этом рисунке левая ось ординат соответствует углу скольжения (в градусах), правая ось ординат — скорости (в м/с), а время в секундах отложено по оси абсцисс. Хорошая сходимость подтверждает правильность работы системы измерений, за исключением положительных углов скольжения свыше 2,5° ($t \approx 105$ с и $t \approx 134$ с), когда возникают значительные погрешности измерения скорости (до 5 м/с), вызванные влиянием местного обтекания в точке установки датчика динамического давления.

Идентификация аэродинамических характеристик

Идентификацию аэродинамических характеристик целесообразно проводить отдельно для продольного и бокового каналов. Соответствующие модели легко получить из общей модели (1) с учетом формул (2) и (3) аналогично тому, как выше была получена модель (4) для проверки полетных данных. Для идентификации коэффициентов подъемной силы и момента тангажа достаточно в качестве модели объекта взять уравнения для угла атаки и угловой скорости тангажа, а в модели наблюдений использовать угол атаки, угловую скорость и нормальную перегрузку. Для идентификации коэффициентов бокового движения в модель объекта включаются уравнения для угла скольжения и угловых скоростей крена и рыскания. Вектор

наблюдений содержит измеренные значения этих же сигналов, т. е. полнокомпонентные [29] наблюдения, а также боковую перегрузку. При идентификации продольного канала значения переменных бокового движения заменяются соответствующими измерениями, и наоборот.

Аэродинамические характеристики в общем случае нелинейны. Общепринятый подход заключается в сортировке данных, например, по углу атаки [1, 4, 5, 10, 27]: $\alpha \in [\alpha_k, \alpha_{k+1}]$, $k = 1, 2, \dots, N_k - 1$, где $[\alpha_k, \alpha_{k+1}]$ — участок значений угла атаки шириной $2 \dots 4^\circ$; N_k — число участков разбиения полного диапазона изменения угла атаки. Предполагается, что на таком участке объект является линейным. Тогда, например, в продольном канале получаем [1, 17]

$$c_{ye} = c_{y0} + c_y^\alpha \alpha + c_y^{\delta_B} \delta_B, \\ m_z = m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\delta_B} \delta_B + m_z^{\bar{\omega}_z} \frac{b_A}{V} \omega_z + m_z^{\bar{\alpha}} \frac{b_A}{V} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (11)$$

Однако допущение о линейности выполняется не всегда. Поэтому для аппроксимации нелинейных зависимостей используются полиномы или сплайны [30], коэффициенты которых включаются в вектор идентифицируемых параметров. Порядки полиномов или сплайнов при этом обычно выбираются не выше третьего. Например, для оценивания зависимости коэффициента момента тангажа от угла атаки $m_z(\alpha)$ используются следующие аппроксимации:

- полиномы второго или третьего порядка

$$m_z(\alpha) = m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\alpha^2} \alpha^2; \\ m_z(\alpha) = m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\alpha^2} \alpha^2 + m_z^{\alpha^3} \alpha^3; \quad (12)$$

- сплайны порядка 1 [30]

$$m_z(\alpha) = m_z(\alpha_k)(1 - t) + m_z(\alpha_{k+1})t, \quad (13)$$

где $\alpha \in [\alpha_k, \alpha_{k+1}]$, $k = 1, 2, \dots, N_k - 1$, $t = \frac{\alpha - \alpha_k}{h_k}$,

$h_k = \alpha_{k+1} - \alpha_k$;

- эрмитовы сплайны третьего порядка [30], отличающиеся от классических кубических сплайнов тем, что не требуют решения уравнений для узловых точек

$$m_z(\alpha) = \varphi_1(t)m_z(\alpha_k) + \varphi_2(t)m_z(\alpha_{k+1}) + \\ + \varphi_3(t)h_k \frac{dm_z(\alpha_k)}{d\alpha_k}(\alpha_k) + \varphi_4(t)h_k \frac{dm_z(\alpha_{k+1})}{d\alpha_{k+1}}(\alpha_{k+1}), \quad (14)$$

где

$$\varphi_1(t) = (1 - t)^2(1 + 2t), \quad \varphi_2(t) = t^2(3 - 2t), \\ \varphi_3(t) = t(1 - t)^2, \quad \varphi_4(t) = -t^2(t - 1),$$

а переменные t , h_k определены выше.

Коэффициенты полиномов или сплайнов включаются в вектор оцениваемых параметров. Для идентификации вектора неизвестных параметров, как и в предыдущей задаче, применяется метод максимума правдоподобия [3, 9, 10, 26, 27]. Результативность такого подхода сильно зависит от того, насколько порядок полинома или расположение узлов сплайна соответствует неизвестной нелинейности.

Графическое представление нелинейностей

Идентификация выполняется в диалоговом режиме, поэтому очень важен учет особенностей восприятия информации человеком-оператором [15]. Для повышения наглядности результатов предлагается воспользоваться уравнениями (1)–(3), из которых следует, что оценки коэффициента подъемной силы в полусвязанной системе координат [31] и коэффициента момента тангажа для дискретных моментов времени t_i , $i = \overline{1, N}$, можно вычислить следующим образом:

$$c_{ye}(t_i) = \\ = \frac{(n_y(t_i)\cos\alpha(t_i) + n_x(t_i)\sin\alpha(t_i))mg - P\sin(\alpha(t_i) + \varphi_{дв})}{qS}; \quad (15)$$

$$m_z(t_i) = \left(\frac{J_z}{qSb_A} \right) \left(\frac{d\omega_z(t_i)}{dt} - \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x(t_i)\omega_y(t_i) + \right. \\ \left. + \frac{(k_{дв}\omega_y(t_i) + Py_{дв})}{J_z} \right),$$

где $\varphi_{дв}$ — угол установки двигателей (рад), а остальные обозначения раскрыты при описании модели (1)–(3) и соответствуют работе [31]. При расчете производную $d\omega_z(t_i)/dt$ находим численно [10, 11, 28], тягу $P = P_{пр} + P_{лев}$ задаем по высотно-скоростным характеристикам двигателя.

Рассмотрим широко распространенный частный случай, когда нелинейные модели коэффициентов продольного движения имеют следующий вид:

$$c_{ye} = c_{ye}(\alpha) + c_{ye}^{\delta_B} \delta_B, \\ m_z = m_z(\alpha) + m_z^{\delta_B} \delta_B + m_z^{\bar{\omega}_z} \frac{b_A}{V} \omega_z + m_z^{\bar{\alpha}} \frac{b_A}{V} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (16)$$

Выражение для коэффициента момента запишем в виде [1, 17]

$$m_z = m_z(\alpha) + m_z^{\delta_B} \delta_B + (m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}) \frac{b_A}{V} \omega_z, \quad (17)$$

где комплекс вращательных производных $m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}$ представляется как один коэффициент [17], поскольку при маневрировании в продольном канале соотношение $\omega_z \approx d\alpha/dt$ выполняется с высокой точностью.

Теперь для нелинейностей $c_{ye}(\alpha)$, $m_z(\alpha)$ в соотношениях (16)–(17) зададим какую-либо аппроксима-

цию вида (12)–(14). Структура такой аппроксимации может и не соответствовать истинной нелинейной зависимости, которая на данном этапе неизвестна. Выполним параметрическую идентификацию. Опыт показывает [4, 5, 10], что точность оценок линейных коэффициентов $\tilde{c}_{ye}^{\delta_B}$, $\tilde{m}_z^{\delta_B}$, $(\tilde{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \tilde{m}_z^{\bar{\alpha}})$ является высокой даже при неточной аппроксимации нелинейностей. Тогда, используя полученные оценки коэффициентов и расчеты по формулам (15), можно представить оценки нелинейных зависимостей в явном виде в функции времени t_i , $i = \overline{1, N}$:

$$c_{ye}(\alpha(t_i)) = c_{ye}(t_i) - \tilde{c}_{ye}^{\delta_B} \delta_B(t_i); \quad (18)$$

$$m_z(\alpha(t_i)) = m_z(t_i) - \tilde{m}_z^{\delta_B} \delta_B(t_i) - (\tilde{m}_z^{\bar{\omega}_z} + \tilde{m}_z^{\bar{\alpha}}) \frac{b_A}{V} \omega_z(t_i). \quad (19)$$

Далее строятся графики этих оценок в функции угла атаки $\alpha(t_i)$, наглядно отображающие нелинейность. Это позволяет определить структуру нелинейности, т. е. порядок полинома или расположение узлов сплайна.

Примеры идентификации нелинейных зависимостей по данным летных испытаний

Результаты применения изложенного выше подхода в ходе летных испытаний представлены на рис. 5 (см. третью сторону обложки). Эксплуатационный диапазон углов атаки был разделен на участки, на которых выполнялись симметричные отклонения ручки управления самолетом "на себя" и "от себя" так, чтобы приращения угла атаки составляли $\pm(2...3)^\circ$. На рис. 5 в виде точек показаны вычисленные по формуле (19) оценки $m_z(\alpha(t_i))$, $i = \overline{1, N}$, которые сливаются в "облака" в силу большого числа N измерений. Каждое "облако" соответствует одному участку полета с определенным диапазоном изменения угла атаки. Хорошо видно, что на углах атаки свыше 11° даже на отдельных участках имеет место нелинейный характер зависимости $m_z(\alpha)$. Маневры на всех пяти участках выполнялись с перекрытием, что позволяет подтвердить согласованность результатов.

На рис. 6 (см. третью сторону обложки) для другой конфигурации показаны оценки идентификации зависимости $m_z(\alpha)$ на пяти участках в сравнении с банком характеристик, полученных в аэродинамической трубе (показаны крупными точками).

В целом степень соответствия высокая, несмотря на некоторые отличия при углах атаки свыше 14° .

На рис. 7 (см. третью сторону обложки) оценки идентификации коэффициента подъемной силы на семи участках весьма точно совпадают с данными трубного эксперимента. На рис. 6, 7 вычисленные оценки также показаны в виде точек, сливающихся в "облака" в силу большого числа измерений.

Рассмотрим пример, характеризующий значение формы представления данных при практиче-

ском выполнении идентификации аэродинамических характеристик. На рис. 8 для шести участков полета показаны оценки коэффициента подъемной силы методом максимума правдоподобия, в котором для описания нелинейности использовались полиномы второго порядка. Здесь же показана зависимость $c_{ye}(\alpha)$, взятая из банка аэродинамических характеристик.

Первоначально при анализе результатов идентификации по шести участкам сравнивались оценки коэффициентов полиномов, которые оказались существенно различными. Тогда было принято решение отобразить полиномы на одном графике так, чтобы оценки идентификации отображались только для тех значений угла атаки, которые имели место на данном участке полета. Из рис. 8 видно, что такой методический прием позволяет сделать вывод о высокой степени соответствия оценок по различным участкам и, следовательно, о несоответствии банка оценок идентификации, полученным в летном эксперименте. Действительно, графики полиномиальных оценок имеют разные наклоны и смещения (т. е. разные коэффициенты полиномов), но в целом проходят близко друг от друга.

В ряде случаев целесообразно сопоставлять оценки различных методов идентификации.

Обратимся еще раз к рис. 8. Взятая из банка зависимость $c_{ye}(\alpha)$ имеет на углах атаки свыше $14,5^\circ$ характерный изгиб, указывающий на близость к критическому углу атаки [17], тогда как полиномиальная оценка сохраняет постоянный наклон. Однако выше мы убедились, что наклоны полиномиальных оценок имеют значительный разброс.

На рис. 9 для одного из участков построены вычисленные по формуле (18) точечные оценки $c_{ye}(\alpha(t_i))$, $i = \overline{1, N}$, где N — число измерений на участке. Такие оценки очень чувствительны к локальным изменениям в отличие от полиномов, описывающих весь участок.

Действительно, график на рис. 9 воспроизводит изгиб на угле атаки $14,3^\circ$, что совпадает с банком.

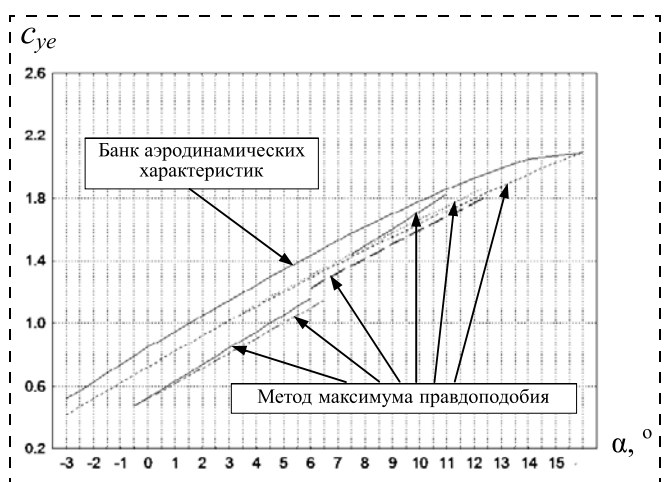


Рис. 8. Сравнение полиномиальных оценок коэффициента подъемной силы с банком аэродинамических характеристик

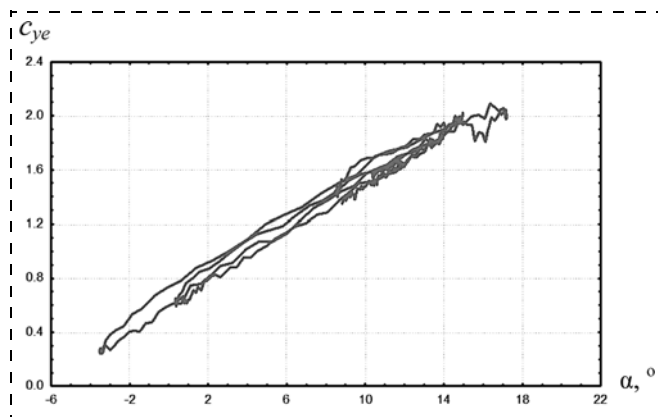


Рис. 9. Точечные оценки коэффициента подъемной силы $c_{ye}(\alpha)$, вычисленные по формуле (18)

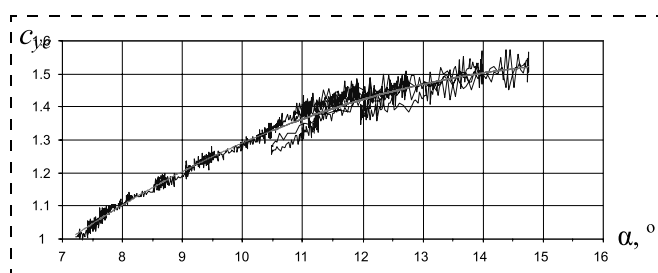


Рис. 10. Точечные оценки коэффициента подъемной силы и их аппроксимация эрмитовым сплайном 3-го порядка с тремя узлами

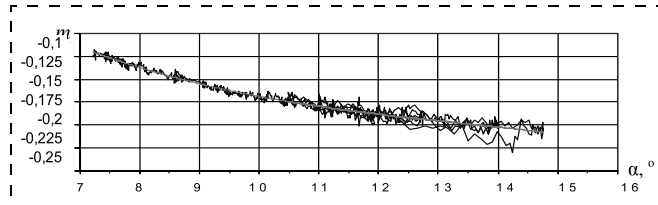


Рис. 11. Точечные оценки коэффициента момента тангажа и их аппроксимация эрмитовым сплайном 3-го порядка с двумя узлами

Таким образом, следует сделать окончательный вывод, что коэффициент подъемной силы в банке во всем диапазоне завышен на 0,1...0,15, однако характер нелинейности для углов атаки свыше 14° представлен в банке правильно.

К полученным по формулам (18)–(19) точечным оценкам целесообразно применить рассмотренные выше варианты аппроксимации. При этом коэффициенты полиномов или сплайнов определяются методом множественной регрессии [1, 3, 9]. На рис. 10, 11 показаны точечные оценки коэффициентов подъемной силы и момента тангажа и их аппроксимация эрмитовыми сплайнами третьего порядка с малым числом узлов (обычно 2 или 3). Такие аппроксимации удобно сравнивать с банком и использовать для коррекции банка аэродинамических характеристик.

Заключение

В статье изложены алгоритмические и методические подходы к обработке полетных данных при

идентификации нелинейных аэродинамических коэффициентов самолетов по данным летных испытаний в эксплуатационном диапазоне углов атаки. Представлены примеры практического применения рассмотренных методов и алгоритмов для идентификации аэродинамических коэффициентов современных самолетов.

Показано значение формы представления результатов идентификации для их правильной интерпретации. Представленные алгоритмические и методические результаты позволяют уточнять математические модели самолетов по данным летных испытаний.

Список литературы

1. Белоцерковский С. М., Качанов Б. О., Кулифеев Ю. Б., Морозов В. И. Создание и применение математических моделей самолетов. М.: Наука, 1984. 143 с.
2. Васильченко К. К., Кочетков Ю. А., Леонов В. А., Поплавский Б. К. Структурная идентификация математической модели движения самолета. М.: Машиностроение. 1993. 352 с.
3. Klein V., Morelli E. A. Aircraft System Identification: Theory and Practice. — USA, Reston: AIAA. 2006. 499 p.
4. Корсун О. Н., Поплавский Б. К. Технология идентификации аэродинамических коэффициентов летательных аппаратов по данным летных испытаний // В сб.: Моделирование авиационных систем. М.: ГосНИИАС, 2011. С. 444–451.
5. Корсун О. Н., Поплавский Б. К. Структура методологии идентификации математических моделей самолетов по результатам летных испытаний // В сб.: Авиационные технологии XXI века // IX междунар. научно-техн. симпозиум ASTEC'07. 2007.
6. Кулифеев Ю. Б. Дискретно-непрерывный метод идентификации непрерывных систем // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1981. № 5. С. 47–55.
7. Корсун О. Н. Алгоритм идентификации динамических систем с функционалом в частотной области // Автоматика и телемеханика. 2003. № 5. С. 111–121.
8. Овчаренко В. Н. Адаптивная идентификация параметров в динамических и статических системах // Автоматика и телемеханика. 2011. № 3. С. 113–123.
9. Корсун О. Н. Методы параметрической идентификации технических систем. Электронное учебное пособие. № госрегистрации: 0321100941. <http://catalog.inforeg.ru/Inet/GetEzineByID/286062> / М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011.
10. Корсун О. Н., Николаев С. В. Методика идентификации аэродинамических коэффициентов продольного движения самолета в эксплуатационном диапазоне углов атаки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 4. С. 269–276.
11. Николаев С. В. Оценивание устойчивости и управляемости авиационных комплексов с применением моделирования и идентификации // Авиакосмическое приборостроение. 2015. № 10. С. 71–84.
12. Корсун О. Н., Семенов А. В. Оценка пилотажных характеристик самолетов по результатам летного эксперимента, идентификации и моделирования // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2007. № 7. С. 2–7.
13. Корсун О. Н. Принципы параметрической идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 6. С. 2–7.
14. Гребнев О. Н., Корсун О. Н. Минимизация погрешностей идентификации, обусловленных неточной информацией о структуре математической модели летательного аппарата и системы измерений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 9. С. 59–64.
15. Себряков Г. Г., Татарников И. Б., Тюфлин Ю. С. и др. Принципы создания универсальных систем визуализации комплексов моделирования для задач обучения, ситуационного анализа и тренажа // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2006. № 3. С. 48–50.

16. Себряков Г. Г. Проблемы проектирования полуавтоматических систем наведения летательных аппаратов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2007. № 10. С. 2—7.

17. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г. С. Бюшгенса. М.: Наука, 1998. 816 с.

18. Зиновьев А. В., Барков Б. В., Чуйко А. А. и др. Метрология, стандартизация и сертификация. М.: Изд. дом "Академия Жуковского", 2013. 235 с.

19. Пушков С. Г., Горшкова О. Ю., Корсун О. Н. Математические модели погрешностей бортовых измерений скорости и угла атаки на режимах посадки самолета // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 8. С. 66—70.

20. Пушков С. Г., Корсун О. Н., Яцко А. А. Оценивание погрешностей определения индикаторной земной скорости в летных испытаниях авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 11. С. 771—776.

21. Пушков С. Г., Ловицкий Л. Л., Корсун О. Н. Методы определения скорости ветра при проведении летных испытаний авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 65—70.

22. Корсун О. Н., Зиновьев А. В., Лысюк О. П. и др. Алгоритм оценивания постоянной составляющей погрешности измерения воздушной скорости при учете скорости ветра // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2008. № 9. С. 2—6.

23. Корсун О. Н., Лысюк О. П., Зиновьев А. В. Оценивание погрешностей измерения скорости спутниковой навигационной системы движения летательных аппаратов с использованием информационной избыточности // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2008. Т. 6. № 11. С. 77—82.

24. Корсун О. Н., Лысюк О. П. Комплексная оценка погрешностей бортовых измерений и регистрации в целях обеспечения задач безопасности полетов // Проблемы безопасности полетов. 2007. № 2. С. 31—41.

25. Корсун О. Н., Мотлич П. А. Комплексный контроль бортовых измерений основных параметров полета летательного аппарата // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2013. № 1. С. 135—148.

26. Булгаков В. В., Кулабухов В. С., Стуловский А. В. и др. Алгоритмы повышения точности расчета углов ориентации летательного аппарата // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2016. № 1. С. 159—170.

27. Jategaonkar R. V. Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology. — USA, Reston: AIAA. 2006. — 410 p.

28. Васильченко К. К., Леонов В. А., Пашковский И. М. и др. Летные испытания самолетов. М.: Машиностроение, 1996. 745 с.

29. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. Красовского А. А. М.: Наука, 1987. 711 с.

30. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошников В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука. 1980. 355 с.

31. ГОСТ 20058—80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Изд-во стандартов, 1981. 54 с.

Algorithms for Validation of the Flight Data and Evaluation of the Nonlinearities of the Aerodynamic Coefficients of the Aircraft

O. N. Korsun, marmotto@rambler.ru✉,

State Research Institute of Aviation Systems, 125319, Moscow, Russian Federation,

S. V. Nikolayev, nikozavr@mail.ru,

State Flight Test Center named after V. P. Chkalov, 416510, Akhtubinsk,

B. K. Poplavsky, boris.poplavsky2001@yandex.ru,

Flight Research Institute named after M. M. Gromov, 140180, Zhukovsky, Russian Federation

Corresponding author: Korsun Oleg N., Professor, D. Sc.,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125319, Russian Federation,
e-mail: marmotto@rambler.ru

Received on September, 15, 2016

Accepted on November, 20, 2016

The system identification methods make an important part of the flight test data analysis. Due to these methods accurate aircraft parameter estimations can be obtained, which meet the requirements of numerous applications, such as simulators and flight control systems design, aircraft modernization, etc. The aircraft parameter identification, when applied to the processing of the actual flight test data, faces the following principal problems: inevitable differences between a physical object and the adopted mathematical models; an essential incorrectness of the identification problem, since it belongs to the class of the inverted problems of dynamics. The presented techniques are intended to overcome those difficulties, using a system approach. That means that the identification problem is treated as an integral multistage system, designed on certain basic principles. These principles are the following: every stage includes a verification procedure; a decomposition of the general problem into minor subproblems; a systematic search for all the useful information in the relevant disciplines; an important role of a human operator. The article presents an algorithmic and methodological support for monitoring of the correctness of the airborne measurements and estimation of the aerodynamic nonlinearities for identification of the aerodynamic coefficients of the aircraft according to flights test. The paper also presents numerous examples of the practical applications of the considered methods and algorithms in the process of the parameters identification of the mathematical models of certain modern aircraft, using the flight test data. The authors believe that the choice of those examples would be helpful for understanding of the typical problems of the aircraft parameter identification.

Keywords: identification of the parameters of the mathematical models of the aircraft, flight tests, identification of the aerodynamic coefficients, compatibility check of the onboard measurements

For citation: Korsun O. N., Nikolayev S. V., Poplavsky B. K. Algorithms for Validation of the Flight Data and Evaluation of the Nonlinearities of the Aerodynamic Coefficients of the Aircraft, Me-

khatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2017, vol. 18, no. 4, pp. 270—278.

DOI: 10.17587/mau.18.270-278

References

1. Belocerovskij S. M., Kachanov B. O., Kulifeev Ju. B., Morozov V. I. *Sozdanie i primenenie matematicheskikh modelej samoletov* (The Creation and use of mathematical models of the aircraft), Moscow, Nauka, 1984. 143 p. (in Russian).
2. Vasil'chenko K. K., Kochetkov Ju. A., Leonov V. A., Poplavskij B. K. *Strukturnaja identifikacija matematicheskoy modeli dvizhenija samoleta* (Structural identification of mathematical model of the motion of the aircraft), Moscow, Mashinostroenie. 1993. 352 p. (in Russian).
3. Klein V., Morelli E. A. *Aircraft System Identification: Theory and Practice*. USA, Reston: AIAA, 2006. 499 p.
4. Korsun O. N., Poplavskij B. K. *Tehnologija identifikacii ajerodinamicheskikh koeficientov letatel'nykh apparatov po dannym letnykh ispytaniy* (Technology for identification of aerodynamic coefficients of the aircraft according to flight test), *Modelirovanie Aviacionnykh Sistem*, GosNIIAS, 2011, pp. 444–451 (in Russian).
5. Korsun O. N., Poplavskij B. K. *Struktura metodologii identifikacii matematicheskikh modelej samoletov po rezul'tatam letnykh ispytaniy* (Structure of methodology for identification of mathematical models of aircraft flight test results), *Aviacionnye tehnologii XXI veka. IX mezhdunarodnyy nauchno-tehnicheskij simpozium ASTEC'07*, 2007 (in Russian).
6. Kulifeev Ju. B. *Diskretno-nepreryvnyy metod identifikacii nepreryvnykh sistem* (Discrete-continuous method of identification of continuous systems), *Izv. AN SSSR. Mekhanika Tverdogo Tela*, 1981, no. 5, pp. 47–55 (in Russian).
7. Korsun O. N. *Algoritmy identifikacii dinamicheskikh sistem s funktsional'noy v chastotnoy oblasti* (The algorithm of identification of dynamic systems with functions in the frequency domain), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2003, no. 5, pp. 111–121 (in Russian).
8. Ovcharenko V. N. *Adaptivnaya identifikacija parametrov v dinamicheskikh i staticheskikh sistemakh* (Adaptive identification of parameters in dynamic and static systems), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2011, no. 3, pp. 113–123 (in Russian).
9. Korsun O. N. *Metody parametriceskoy identifikacii tehniceskikh sistem* (Methods for parametric identification of technical systems), *Jelektronnoe uchebnoe izdanie, uchebnoe posobie po discipline "Identifikacija ispytatel'nykh i izmeritel'nykh processov"*. № gosregistracii: 0321100941. <http://catalog.inforeg.ru/Inet/GetEzineByID/286062/> / Moskva, MG TU im. N. Je. Baumana, 2011 (in Russian).
10. Korsun O. N., Nikolaev S. V. *Metodika identifikacii ajerodinamicheskikh koeficientov prodol'nogo dvizhenija samoleta v jekspluatatsionnom diapazone uglov ataki* (a Method of identification of aerodynamic coefficients of longitudinal motion of the aircraft in the operational range of angles of attack), *Mekatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 4, pp. 269–276 (in Russian).
11. Nikolaev S. V. *Ocenivanie ustojchivosti i upravljajemosti aviacionnykh kompleksov s primeneniem modelirovanija i identifikacii* (Estimation of stability and control of aircraft systems with the use of modelling and identification), *Aviakosmicheskoe Priborostroenie*, 2015, no. 10, pp. 71–84 (in Russian).
12. Korsun O. N., Semenov A. V. *Ocenka pilotazhnykh harakteristik samoletov po rezul'tatam letnogo jeksperimenta, identifikacii i modelirovanija* (the Evaluation of flight characteristics of the aircraft according to the results of the flight test identification and simulation), *Vestnik Komp'yuternykh i Informacionnykh Tehnologij*, 2007, no. 7, pp. 2–7 (in Russian).
13. Korsun O. N. *Principy parametriceskoy identifikacii matematicheskikh modelej samoletov po dannym letnykh ispytaniy* (Principles of parametric identification of mathematical models of aircraft according to flight test), *Mekatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2008, no. 6, pp. 2–7 (in Russian).
14. Grebnev O. N., Korsun O. N. *Minimizacija pogreshnostej identifikacii, obuslovlennykh netochnoj informaciej o strukture matematicheskoy modeli letatel'nogo apparata i sistemy izmerenij* (Minimization of the identification errors due to inaccurate information on the structure of the mathematical model of the aircraft and measurement systems), *Mekatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2009, no. 9, pp. 59–64 (in Russian).
15. Sebrjakov G. G., Tatarnikov I. B., Tjufin Ju. S. i dr. *Principy sozdanija universal'nykh sistem vizualizacii kompleksov modelirovanija dlja zadach obuchenija, situacionnogo analiza i trenazha* (the Principles of creating a universal system of visualization of complex simulation for training, situational analysis and training), *Vestnik Komp'yuternykh i Informacionnykh Tehnologij*, 2006, no. 3, pp. 48–50 (in Russian).
16. Sebrjakov G. G. *Problemy proektirovanija poluavtomaticheskikh sistem navedenija letatel'nykh apparatov* (Problems of design of semi-automatic guidance system of aircraft), *Vestnik Komp'yuternykh i Informacionnykh Tehnologij*, 2007, no. 10, pp. 2–7 (in Russian).
17. Bjushgens G. S. ed. *Ajerodinamika, ustojchivost' i upravljajemost' sverhzyukovykh samoletov* (Aerodynamics, stability and controllability of supersonic aircraft), Moscow, Nauka, Fizmatlit, 1998, 816 p. (in Russian).
18. Zinov'ev A. V., Barkov B. V., Chujko A. A. i dr. *Metrologija, standartizacija i sertifikacija* (Metrology, standardization and certification), Moscow, Izdatel'skij dom "Akademija Zhukovskogo", 2013, 235 p. (in Russian).
19. Pushkov S. G., Gorshkova O. Ju., Korsun O. N. *Matematicheskie modeli pogreshnostej bortovykh izmerenij skorosti i ugla ataki na rezhimah posadki samoleta* (A mathematical model of errors of on-board measurements of speed and angle of attack for landing), *Mekatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2013, no. 8, pp. 66–70 (in Russian).
20. Pushkov S. G., Korsun O. N., Jacko A. A. *Ocenivanie pogreshnostej opredelenija indikatornoj zemnoj skorosti v letnykh ispytaniyakh aviacionnoj tehniki s primeneniem sputnikovyx navigacionnykh sistem* (Estimation of measurement errors of the indicator of the earth's speed in flight tests of aviation technicians with use of satellite navigation systems), *Mekatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 11, pp. 771–776 (in Russian).
21. Pushkov S. G., Lovickij L. L., Korsun O. N. *Metody opredelenija skorosti vetra pri provedenii ljotnykh ispytaniy aviacionnoj tehniki s primeneniem sputnikovyx navigacionnykh sistem* (Methods of determining the speed of the wind when conducting flight tests of aviation technology with the use of satellite navigation systems), *Mekatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2013, no. 9, pp. 65–70 (in Russian).
22. Korsun O. N., Zinov'ev A. V., Lysjuk O. P. i dr. *Algoritmy ocenivania postojannoj sostavljajushhej pogreshnosti izmerenija vozdušnoj skorosti pri uchete skorosti vetra* (Algorithm for estimating the permanent component of the error of measuring the air speed at the given wind speed), *Vestnik Komp'yuternykh i Informacionnykh Tehnologij*, 2008, no. 9, pp. 2–6 (in Russian).
23. Korsun O. N., Lysjuk O. P., Zinov'ev A. V. *Ocenivanie pogreshnostej izmerenija skorosti sputnikovoj navigacionnoj sistemy dvizhenija letatel'nykh apparatov s ispol'zovanijem informacionnoj izbytochnosti* (Estimation of errors of measurement of the speed of the satellite navigation system of the aircraft movement with the use of information redundancy), *Informacionno-Izmeritel'nye i Upravljajushhie Sistemy*, 2008, vol. 6, no. 11, pp. 77–82 (in Russian).
24. Korsun O. N., Lysjuk O. P. *Kompleksnaja ocenka pogreshnostej bortovykh izmerenij i registracii v celjah obespechenija zadach bezopasnosti poletov* (Comprehensive assessment of errors on board measurements and registration to ensure task safety), *Problemy Bezopasnosti Poletov*, 2007, no. 2, pp. 31–41 (in Russian).
25. Korsun O. N., Motlich P. A. *Kompleksnyy kontrol' bortovykh izmerenij osnovnykh parametrov poleta letatel'nogo apparata* (Integrated control Board measurements of the main parameters of flight of the aircraft), *Nauka i Obrazovanie*, 2013, no. 1, pp. 135–148 (in Russian).
26. Bulgakov V. V., Kulabuhov V. S., Stulovskij A. V. i dr. *Algoritmy povyshenija tochnosti rascheta uglov orientacii letatel'nogo apparata* (algorithms to improve the accuracy of the calculation of the orientation angles of the aircraft. Bulletin of the Russian Academy of Sciences), *Izvestija Rossijskoj Akademii Nauk. Teorija i Sistemy Upravlenija*, 2016, no. 1, pp. 159–170 (in Russian).
27. Jategaonkar R. V. *Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology*. USA, Reston, AIAA, 2006, 410 p.
28. Vasil'chenko K. K., Leonov V. A., Pashkovskij I. M. i dr. *Letnye ispytaniya samoletov* (Flight test aircraft), Moscow, Mashinostroenie, 1996, 745 p. (in Russian).
29. Krasovskij A. A. ed. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija* (A Handbook on theory of automatic control), Moscow, Nauka, 1987, 711 p. (in Russian).
30. Zav'jalov Ju. S., Kvasov B. I., Miroschnichenko V. L. *Metody splajn-funkcij* (Methods of spline-functions), Moscow, Nauka, 1980, 355 p. (in Russian).
31. GOST 20058–80. *Dinamika letatel'nykh apparatov v atmosfere. Terminy, opredelenija i oznachenija* (Dynamics of aircraft in the atmosphere. Terms, definitions and symbols), Moscow, Izdatel'stvo standartov, 1981, 54 p. (in Russian).