

**О. С. Колосов**, д-р техн. наук, проф., KolosovOS@mpei.ru,

**Д. А. Баларев**, ст. преп., **А. Д. Пронин**, аспирант,

Национальный исследовательский университет "МЭИ", Москва,

**М. В. Зуева**, д-р биол. наук, руков. лабор., **И. В. Цапенко**, канд. биол. наук, ст. науч. сотр.,  
Московский научно-исследовательский институт глазных болезней им. Гельмгольца, Москва

## Оценка частотных свойств динамического объекта с использованием импульсных тестирующих сигналов\*

*Рассматривается задача идентификации динамических объектов двумя видами импульсных тестирующих сигналов: однократным тестирующим импульсом на фиксированном интервале наблюдения и периодической импульсной последовательностью фиксированной частоты. Однократный тестирующий импульс может быть удобен в работе адаптивных регуляторов, а импульсные тестирующие последовательности широко используются, например, для изучения характера изменений биоэлектрических потенциалов сетчатки глаза (электроретинограмм) в целях получения дополнительных признаков для систем диагностики состояния такого объекта.*

**Ключевые слова:** идентификация, частотные свойства, динамический объект, импульсный тестирующий сигнал, однократный тестирующий импульс, периодическая импульсная последовательность, амплитудно-частотная характеристика

### Введение

Идентификация параметров промышленного объекта по результатам активного эксперимента является хорошо проработанной на практике технической процедурой [1, 2]. При этом чаще всего используют два вида тестирующих сигналов. Это либо ступенчатый сигнал, реакция объекта на который в виде разгонной характеристики подвергается дальнейшей обработке, либо серия гармонических сигналов различной амплитуды и частоты, с помощью которых оцениваются отдельные точки амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) (также называемой в литературе комплексной частотной характеристикой (КЧХ)) объекта. Результатом такой идентификации обычно является аппроксимирующая (упрощенная) передаточная функция объекта в виде возможного последовательного соединения звена запаздывания, а также одного, двух или иногда нескольких апериодических звеньев. В силу того, что реальный объект, в общем виде, не является линейным во всем диапазоне входных воздействий, получаемая в результате передаточная функция отражает его свойства только в окрестности некоторого рабочего режима. Параметры этого режима могут со временем меняться, и, соответственно, будут меняться параметры передаточной функции по отношению к тем, которые были определены первоначально. Данное обстоятельство учитывается в алгоритмах

работы современных адаптивных регуляторов [3–5], которые периодически осуществляют подстройку своих параметров в зависимости от изменения параметров передаточной функции объекта. При этом изменения параметров передаточной функции объекта оцениваются адаптивным регулятором по изменению координат нескольких характерных точек АФЧХ объекта. Координаты этих точек в соответствии с методикой [4, 5] позволяют провести подстройку параметров регулятора. В соответствии с этой методикой адаптивный регулятор периодически добавляет к управляющему сигналу работающей замкнутой системы тестовые гармонические сигналы определенной частоты и амплитуды и анализирует отклик объекта на эти сигналы. Число таких сигналов, их амплитуда и длительность определяются параметрами передаточной функции объекта, а также уровнем и спектром помех в сигнале отклика объекта.

Существенным недостатком подобного метода идентификации параметров работающего в составе системы объекта является относительно большое время, отводимое на сам процесс идентификации, обусловленное необходимостью выжидания окончания переходных процессов и учета влияния аддитивных помех. Фактически подобная идентификация приводит к дополнительному зашумлению сигнала управления и, естественно, влияет на ход технологического процесса. Использование разгонных характеристик в практике оценки изменений параметров работающего объекта, несмотря на достаточную точность применяемых интегрально-модуляционных методов обработки [6, 7], плохо

\* Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ, проект 16-01-00086.

подходит для объектов без самовыравнивания и для замкнутых систем, функционирующих в условиях действия помех.

В связи с этим представляет интерес процесс идентификации, использующий импульсное тестирующее воздействие. В этом случае длительность процесса идентификации связывается с длительностью тестирующего импульса и длительностью окончания переходного процесса после снятия тестирующего сигнала. Длительность наблюдаемого переходного процесса зависит также от амплитуды тестирующего импульса и уровня аддитивных помех. Если далее воспользоваться разложениями в ряд Фурье наблюдаемого сигнала на выходе объекта и сигнала на его входе на интервале наблюдения, то сопоставление параметров гармоник разложений с одинаковыми номерами с определенной точностью может свидетельствовать о координатах соответствующих точек АФЧХ объекта. Эта точность напрямую зависит от интервала наблюдения и инерционных свойств объекта. Преимуществом такого подхода является его хорошая помехозащищенность, так как разложение в ряд Фурье — это интегральное преобразование, а также относительно невысокое время, отводимое на идентификацию.

Точно такой же подход можно использовать для оценки амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) динамического объекта при подаче на его вход периодических импульсов фиксированной частоты. Такой сигнал, например, используется для исследования сетчатки глаза как инерционного объекта с запаздыванием при анализе изменений биопотенциала сетчатки (так называемая ритмическая электроретинограмма (РЭРГ), которая является реакцией на периодические световые импульсы). Нелинейные свойства сетчатки как динамического объекта наблюдаются в этом случае в виде изменений АЧХ при изменении частот следования световых раздражителей.

Все перечисленные выше вопросы, связанные с особенностями идентификации динамического объекта одиночным тестирующим импульсом на фиксированном интервале наблюдения или периодической импульсной последовательностью фиксированной частоты являются предметом рассмотрения данной работы.

#### Оценка точек АФЧХ динамического объекта при импульсном тестирующем воздействии

##### ▲ Разложение в ряд Фурье одиночного импульса на заданном интервале наблюдения

Одиночный импульс на заданном интервале наблюдения  $T$  для разложения в ряд Фурье можно заменить разложением импульсной последовательности  $f(t)$  с периодом следования импульсов, равным интервалу наблюдения  $T$ . Вид такой по-

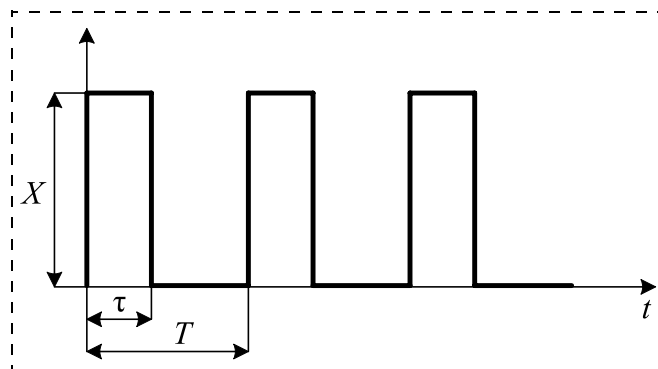


Рис. 1. Анализируемая последовательность импульсов

следовательности показан на рис. 1. Функция  $f(t)$  может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin(n\omega t)) + \sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos(n\omega t)),$$

где коэффициенты ряда Фурье  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $b_0$  определяются по известным соотношениям (постоянная составляющая  $b_0$  далее в анализе не участвует):

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt;$$

$$b_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt. \quad (1)$$

Амплитуды гармоник ряда с использованием соотношений (1) определяются как

$$c_{n\text{вх}} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{2X}{n\pi} |\sin(n\pi\gamma)|, \quad \text{где } \gamma = \frac{\tau}{T}. \quad (2)$$

Отметим, что в разложении (2) есть номера гармоник с нулевыми амплитудами, когда  $n\gamma = 1, 2, 3, \dots$ . Это обстоятельство необходимо учитывать, варьируя интервал наблюдения  $T$ , если необходимо исследовать окрестности частот, куда попадают эти гармоники.

##### ▲ Разложение в ряд Фурье реакции линейного объекта на одиночный тестирующий импульс и оценка точек АФЧХ объекта

Будем считать, что линейный объект описывается передаточной функцией, корни знаменателя которой действительные и отрицательные. Нули числителя также действительные, но распределение их на действительной оси не оговаривается. Несложно показать с помощью теории вычетов, что подобный объект может быть представлен параллельно включенными апериодическими и реальными дифференцирующими звеньями первого порядка. Число таких звеньев будет равно числу корней знаменателя передаточной функции объекта. Таким образом, реакция такого объекта на одиночный тестирующий импульс будет складываться из суммы реакций на этот импульс апериодических и

реальных дифференцирующих звеньев. В связи с этим рассмотрим разложение в ряд Фурье реакции этих двух звеньев на одиночный тестирующий импульс.

### Апериодическое звено

Апериодическое звено описывается уравнением

$$T_0 \frac{dy}{dt} + y = Kx,$$

где  $x$  — входной сигнал,  $y$  — выходной сигнал,  $T_0$  и  $K$  — соответственно постоянная времени и коэффициент передачи звена. АФЧХ такого звена определяется амплитудно- и фазочастотными характеристиками:

$$|W(j\omega)| = A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T_0)^2}}; \varphi(\omega) = -\arctg \omega T_0. \quad (3)$$

Реакция апериодического звена на одиночный тестирующий импульс показана на рис. 2 и описывается соотношениями

$$f(t) = \begin{cases} XK(1 - e^{-\beta t}), & 0 \leq t \leq \tau; \\ XK(1 - e^{-\beta t}) - XK(1 - e^{-\beta(t-\tau)}), & \tau \leq t \leq T, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\beta = \frac{1}{T_0}$ .

Воспользовавшись (1), определяем коэффициенты разложения в ряд Фурье сигнала (4):

$$a_{n\text{вых}} = \frac{XK}{\pi} \left( (1 - \cos x_1) + \frac{1}{1 + \alpha^2} ((\cos x_1 + \alpha \sin x_1) - 1 - k e^{-\alpha x_2}) \right); \quad (5)$$

$$b_{n\text{вых}} = \frac{XK}{\pi} \left( \sin x_1 + \frac{1}{1 + \alpha^2} (\alpha \cos x_1 - \sin x_1 - \alpha - \alpha k e^{-\alpha x_2}) \right), \quad (6)$$

где  $n\omega = \Omega$ ,  $\frac{\beta}{\Omega} = \alpha$ ,  $\Omega\tau = x_1$ ,  $\Omega T = x_2$ ,  $k = e^{\alpha x_1} - 1$ .

Отметим, что в соотношениях (5) и (6) последние слагаемые, зависящие от  $x_2$ , при  $T \rightarrow \infty$  стремятся к 0. В этом случае расчет модуля гармоник в разложении выходного сигнала (4) приводит к соотношению

$$c_{n\text{вых}} = \frac{XK}{\pi} \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}} 2 \sin \frac{x_1}{2}, \quad (7)$$

где  $\frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T_0)^2}}$ .

Отношения амплитуд гармоник с одинаковыми номерами выходного сигнала (7) к входному (2) дают точное значение модуля АФЧХ апериодического

звена на частотах, связанных однозначно с номерами гармоники. Аналогичный результат получается при оценке фазочастотной характеристики звена с использованием соотношений (5) и (6).

Теоретически при тестировании апериодического звена одиночным импульсом экспоненты выходного сигнала с увеличением времени наблюдения  $T$  стремятся к нулю, но его значения не достигают. Поэтому при определении точек АФЧХ с использованием соотношений (5) и (6) неизбежно появление погрешности в оценке модуля и фазы вектора АФЧХ на комплексной плоскости. Эту погрешность вносят последние слагаемые в выражениях (5) и (6). Вместе с тем, абсолютные значения этих погрешностей зависят только от значения отношения  $T/T_0$ . Если это отношение оказывается больше 10, то, например, при  $\gamma = 0,1$ , как показывают расчеты, для первых 30 гармоник погрешность  $\delta$  в оценке модуля гармоник не превышает 0,3 %. Исключения составляют гармоники с номерами, подчиняющимися равенству  $n\gamma = 1, 2, 3, \dots$ . На рис. 3 представлено изменение погрешности ( $\delta$ ) в определении модуля передаточной функции апериодического звена при  $T_0 = 0,1$  с,  $T = 1$  с,  $K = 1$  для первых тридцати гармоник.

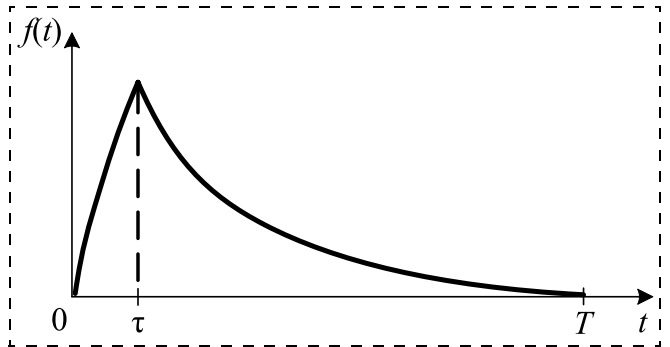


Рис. 2. Реакция апериодического звена на одиночный тестирующий импульс

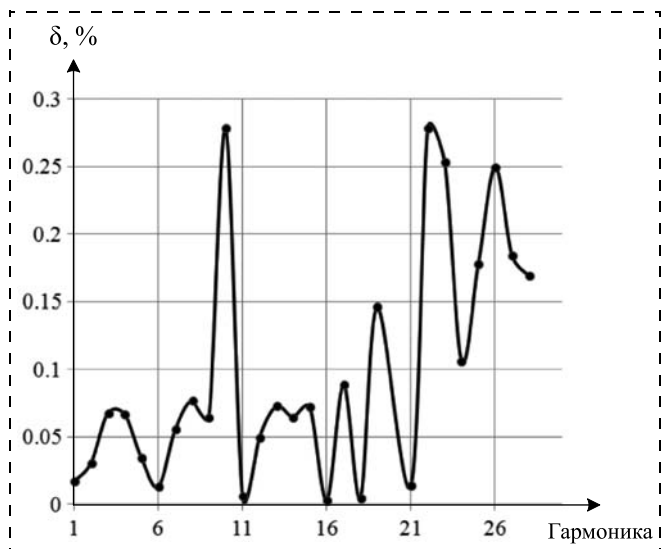


Рис. 3. Зависимость погрешности от номера гармоники

Погрешности для 20-й и 30-й гармоник на рис. 3 не показаны, так как они на два порядка превышают остальные. Погрешность для 10-й гармоники также значительно превышает погрешности для соседних гармоник. В данном примере гармоники входного сигнала  $X$  рассчитывались не по соотношению (2), а численными методами по выражениям (1), и поэтому значения гармоник входного сигнала для указанных частот оказываются отличными от нуля.

### Реальное дифференцирующее звено

Реальное дифференцирующее звено описывается уравнением

$$T_0 \frac{dy}{dt} + y = K \frac{dx}{dt},$$

где  $x$  — входной сигнал,  $y$  — выходной сигнал,  $T_0$  и  $K$  — соответственно постоянная времени и коэффициент передачи звена. АФЧХ такого звена определяется амплитудно- и фазочастотными характеристиками:

$$|W(j\omega)| = A(\omega) = \frac{K\omega}{\sqrt{1 + (\omega T_0)^2}};$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega T_0). \quad (8)$$

Анализируя реакцию такого звена на тестирующий одиночный импульс, как это было сделано выше для апериодического звена, и далее проводя ее разложение в ряд Фурье, получаем составляющие  $a_{n\text{вых}}$  и  $b_{n\text{вых}}$ , подобные тем, которые были получены для реакции на выходе апериодического звена:

$$a_{n\text{вых}} = \frac{KK}{\pi T_0} \frac{1}{1 + \alpha^2} (1 - \cos x_1 - \alpha \sin x_1 + k e^{-\alpha x_2}); \quad (9)$$

$$b_{n\text{вых}} = \frac{KK}{\pi T_0} \frac{1}{1 + \alpha^2} (\sin x_1 - \alpha \cos x_1 + \alpha + k e^{-\alpha x_2}). \quad (10)$$

Интересно, что выражения (9) и (10) при  $T \rightarrow \infty$  также позволяют точно оценить АФЧХ реального дифференцирующего звена, а при конечных значениях  $T$  погрешность определяют точно такие же слагаемые, зависящие от  $x_2$ , что и в выражениях (5) и (6). Таким образом, все результаты, полученные выше для апериодического звена, оказываются справедливыми и для реального дифференцирующего звена.

### ▲ Оценка точек АФЧХ линейного объекта

Поскольку линейный объект с действительными и отрицательными корнями характеристического уравнения может быть представлен в виде параллельного соединения апериодических и реальных дифференцирующих звеньев, то его реакция на одиночный тестирующий импульс содержит алгебраическую сумму реакций каждого звена структуры. При этом погрешности, вносимые в оценку точек АФЧХ, возрастают. Однако эти по-

грешности в итоге целиком определяются степенью затухания переходного процесса на выходе объекта после снятия тестирующего импульса в конце интервала наблюдения, ограниченного выбранным временем  $T$ .

Наличие транспортного запаздывания в структуре объекта несложно учесть при оценке положений точек АФЧХ с помощью соотношений (1).

### ▲ Выбор параметров одиночного тестирующего импульса и интервала наблюдения

Основными параметрами одиночного тестирующего импульса являются его амплитуда  $X$  и длительность  $\tau$ . Кроме этих двух параметров необходимо также задать значение интервала наблюдения  $T$ . Указанные параметры необходимо "увязывать" с предварительной (грубой) оценкой длительности переходного процесса на выходе объекта от действия скачка или импульса на входе, а также с уровнем аддитивного шума (СКО) на выходе. Эти два параметра позволяют оценить минимальное время наблюдения. Амплитуда импульса и его длительность выбирают так, чтобы все процессы оставались в линейной зоне статической характеристики объекта.

Таким образом, выбор гармоник с определенными номерами из разложения в ряд Фурье реакции инерционного объекта на тестирующий импульс позволяет оценить изменение положений контрольных точек АФЧХ объекта в процессе его эксплуатации и использовать эту информацию для подстройки параметров регулятора.

### Оценка АЧХ динамического объекта при тестировании его импульсной входной последовательностью фиксированной частоты

Эта задача рассматривается на примере обработки реакции сетчатки глаза в виде биопотенциала на действие периодических световых вспышек фиксированной частоты. При изучении природы генерации биопотенциалов и характера патологических нарушений в сетчатке проводится анализ частотного спектра ретинальных ответов — спектров РЭРГ.

В фундаментальных исследованиях физиологии зрения получены знания об источниках генерации биопотенциалов [8—11]. Это помогает объективному представлению электроретинограммы (ЭРГ) как суммы нескольких временных зависимостей и значительно повышает возможности использования показателей ЭРГ в качестве объективных признаков изменений, развивающихся в сетчатке. На рис. 4 представлен вид ЭРГ и ее четырех составляющих компонент при ступенчатом включении света [12].

Процессы, показанные на рис. 4, являются переходными процессами динамического объекта инерционного типа с присутствием отрицательной дифференцирующей составляющей. Эти свойства сетчатки, в той или иной степени, наблюдаются и в регистрируемых ритмических ЭРГ. Современная

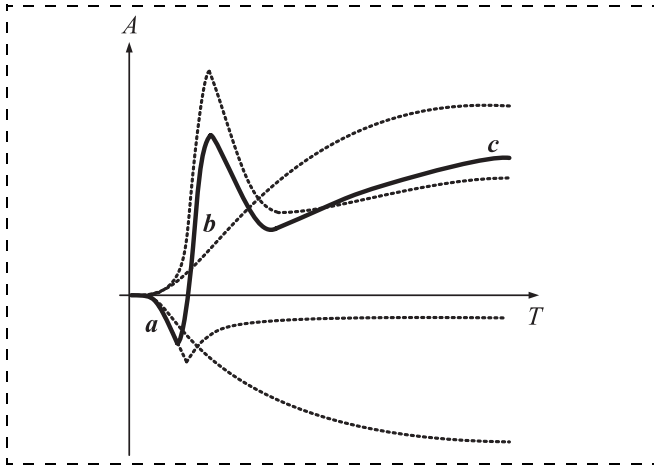


Рис. 4. Вид общей ЭРГ и ее четырех компонент

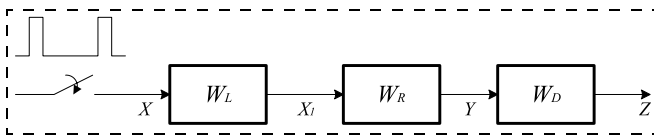


Рис. 5. Трансформация входного тестирующего воздействия  $X(t)$  в РЭРГ (регистрируемый выходной сигнал  $Z(t)$ )

аппаратура для регистрации ЭРГ использует в качестве стимулирующего воздействия короткие световые импульсы (вспышки) длительностью 0,005 с и фильтрует появляющуюся постоянную составляющую в РЭРГ. Частоты подачи вспышек стандартные: 8,3 Гц, 10 Гц, 12 Гц, 24 Гц и 30 Гц. Рассмотрим спектр гармоник ритмических ЭРГ и оценим возможное число гармоник для построения АЧХ сетчатки как динамического объекта. Проведем далее пробный сравнительный анализ АЧХ сетчатки для двух разных видов известных состояний объекта.

Процесс трансформации входного тестирующего сигнала в РЭРГ можно представить функциональной схемой, показанной на рис. 5.

Входной тестирующий сигнал  $X$ , по существу, отражает работу коммутатора, включающего и выключающего лампу-вспышку. Лампа-вспышка, обладающая своей АЧХ ( $W_L$ ), преобразует входной сигнал  $X$  в изменение светового потока  $X_1$ . Далее сетчатка глаза со своей АЧХ ( $W_R$ ) преобразует световой поток в биопотенциал  $Y$ , который соответствующим прибором со своей АЧХ ( $W_D$ ) регистрируется в виде РЭРГ ( $Z$ ).

Таким образом, спектр регистрируемого сигнала РЭРГ  $Z(f)$  представляет собой преобразованный тремя динамическими звеньями (лампа-вспышка, сетчатка и регистрирующий прибор) спектр входного сигнала  $X(f)$ .

Такой процесс может быть отражен следующим соотношением:

$$\begin{aligned} Z(f) &= X(f) \frac{X_1(f)}{X(f)} \frac{Y(f)}{X_1(f)} \frac{Z(f)}{Y(f)} = \\ &= X(f) W_L(f) W_R(f) W_D(f), \end{aligned} \quad (11)$$

где каждое динамическое звено представляется преобразователем спектра (или его АЧХ) в виде

$$W_L(f) = \frac{X_1(f)}{X(f)}, \quad W_R(f) = \frac{Y(f)}{X_1(f)}, \quad W_D(f) = \frac{Z(f)}{Y(f)}.$$

Аналогом такого преобразователя для линейных динамических звеньев является модуль передаточной функции, который усиливает или ослабляет амплитуду каждого конкретного гармонического входного сигнала определенной частоты или амплитуду какой-либо конкретной гармоники в разложении входного сигнала.

Консультации с разработчиками аппаратуры, позволяющей регистрировать РЭРГ (Roland Consult и Tomey), а также обработка результатов экспериментов показывают, что АЧХ лампы-вспышки при исследовании сетчатки можно представить как некоторый фиксированный коэффициент передачи  $K_L$  для всего интересующего исследователей диапазона частот. Таким образом, лампу-вспышку считаем пропорциональным звеном, и ее влияние может быть учтено в виде поправки амплитуды  $X$  входного тестирующего сигнала.

На входе регистрирующего прибора стоит фильтр высоких частот. Нижняя частота пропускания фильтра примерно соответствует  $f_0 = 5...6$  Гц. Начиная с этой частоты, на всех интересующих исследователя частотах прибор имеет равномерную полосу пропускания с коэффициентом передачи, равным  $K_D$ , который также может быть учтен как поправка амплитуды входного сигнала  $X$ .

Вид входного тестирующего сигнала показан на рис. 1. Спектр его имеет вид (2). Длительность импульса такова, что в его спектре, в соответствии с выражением (2), отсутствуют гармоники с частотами, кратными 200 Гц. Обработка регистрируемых РЭРГ показывает, что учет собственных шумов регистрирующей аппаратуры ограничивает информативную часть спектра выходного сигнала частотой, равной примерно 120 Гц. Все гармоники более высоких частот фактически представляют спектр шумовой составляющей.

Отметим, что такое ограничение на верхнюю частоту анализируемого спектра приводит к весьма ограниченному числу информативных гармоник в анализируемых сигналах. Так, при подаче световых вспышек с частотой 30 Гц таких гармоник всего 4. Кроме этого, частоты гармоник в спектрах для разных частот входных вспышек разные, что затрудняет их сравнение, отсутствуют гармоники более низких частот. Промежуточные точки АЧХ сетчатки можно получить путем искусственного увеличения периода следования импульсов нулевыми значениями выходного сигнала.

Искусственное удлинение периода разложения наблюдаемого сигнала (или "окна") нулевыми значениями применяется в радиотехнике для определения промежуточных гармоник спектра исследуемого сигнала [13–18]. В этих работах проводится

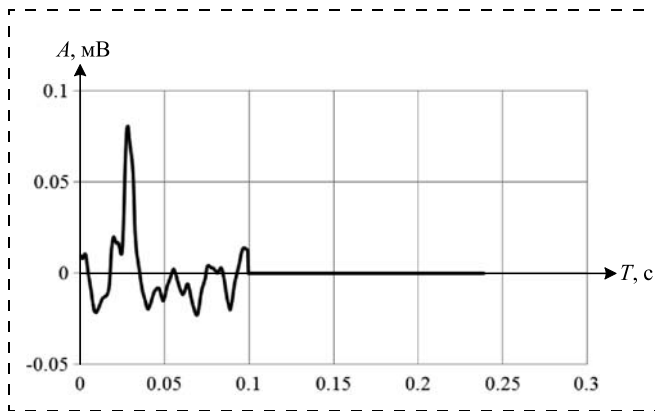


Рис. 6. Удлинение периода обработки сигнала РЭРГ (сигнал 10 Гц на входе) нулевыми значениями

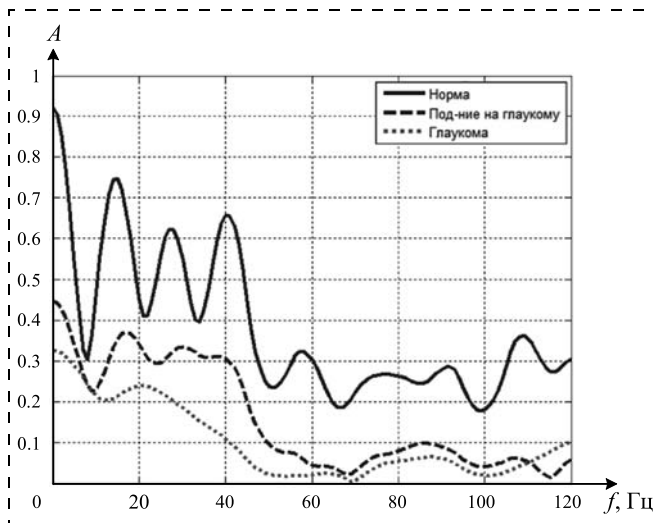


Рис. 7. АЧХ сетчатки при частоте всплеск 10 Гц: здорового субъекта (Норма), с подозрением на глаукому (Под-ние на глаукому), с глаукомой (Глаукома)

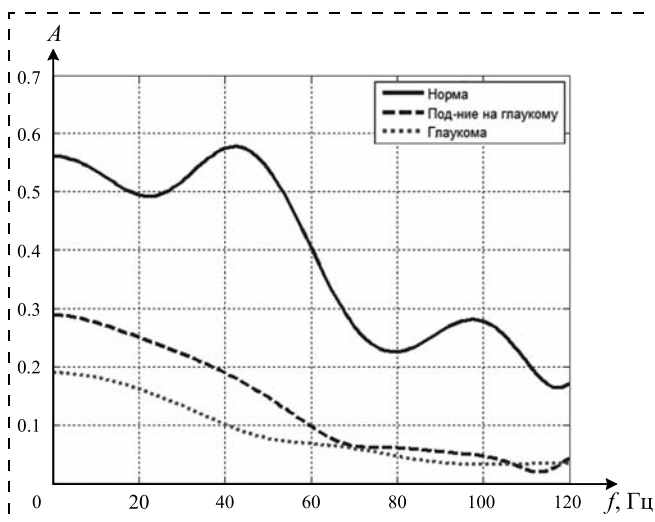


Рис. 8. АЧХ сетчатки при частоте всплеск 24 Гц: здорового субъекта (Норма), с подозрением на глаукому (Под-ние на глаукому), с глаукомой (Глаукома)

спектральный анализ непрерывного сигнала с нулевым математическим ожиданием (для РЭРГ это условие обеспечивается наличием фильтра высоких частот регистрирующего прибора) так называемым "методом окон".

Физический смысл искусственного удлинения периода наблюдаемой РЭРГ состоит в том, что при всех используемых в электроретинографии частотах подачи световых всплесков сетчатка успевает их "отработать", т. е. к приходу следующего светового импульса выходной сигнал (без учета помех) практически сходится к 0. Тогда, условно задерживая приход следующего светового импульса на определенное время и продлив на это же время нулевыми значениями выходной сигнал, мы искусственно увеличиваем период следования импульсов. При этом мы можем получить промежуточные (дополнительные) точки АЧХ сетчатки глаза. Этот прием позволяет проводить нормировку всех гармоник под один и тот же искусственный период и кроме промежуточных точек спектра дает гармоники нижних частот.

На рис. 6 показано удлинение периода обработки сигнала РЭРГ (сигнал 10 Гц на входе) нулевыми значениями. При этом длительность такого периода соответствует как бы подаче на вход световых импульсов с частотой 4,15 Гц.

Анализ тестовых примеров для линейных апериодических и дифференцирующих звеньев по оценке погрешностей промежуточных точек спектров выходных сигналов и соответствующих точек АЧХ при искусственном удлинении периода приводит к необходимости восстановления постоянной составляющей в выходном сигнале. Ее наличие обеспечивает стремление к нулю переходных процессов к приходу очередного импульса и, тем самым, уменьшает погрешности в оценках промежуточных точек спектра выходного сигнала и соответствующих точек АЧХ объекта. Кроме этого, значение постоянной составляющей в выходном сигнале позволяет провести оценку коэффициента передачи объекта и проследить его изменение для разных частот входных импульсных последовательностей. Восстановление постоянной составляющей обеспечивается применением обратного цифрового фильтра при обработке оцифрованного наблюдаемого сигнала подобно тому, как это делается в работе [19].

Проведенные исследования касаются только промежуточных точек спектра наблюдаемого сигнала. Результат оценки амплитуд гармоник, вычисляемых непосредственно с использованием соотношений (1), как известно, не зависит от постоянной составляющей.

АЧХ сетчатки глаза получается делением значений амплитуд гармоник спектров  $Z(f)$  на соответствующие значения амплитуд гармоник входных сигналов в соответствии с выражением (2). Подбором значения амплитуды входного сигнала ( $X$ ) АЧХ сетчатки здорового субъекта целесообразно сверху ограничить условной единицей или несколько пре-

высить ее. Зная АЧХ сетчатки здорового субъекта с нормальным зрением, можно проводить сравнение АЧХ пациентов с патологией сетчатки.

На рис. 7 представлены совместные АЧХ сетчаток здорового субъекта (Норма), пациента с подозрением на глаукому (Под-ние на глаукому) и пациента с глаукомой (Глаукома). АЧХ строились по результатам обработки РЭРГ при частоте подачи световых импульсов 10 Гц, искусственном удлинении периода до 1,0 Гц и восстановленной постоянной составляющей. На рис. 8 показаны АЧХ сетчаток тех же субъектов при тех же условиях обработки, но при подаче световых импульсов с частотой 24 Гц.

Представленные АЧХ сетчаток демонстрируют нелинейные свойства подобного динамического объекта и очевидные отличия АЧХ здорового субъекта и пациентов с патологией. Наличие подобных АЧХ открывает пути получения формализованных признаков различными известными методами сглаживания экспериментальных кривых для построения диагностических систем.

Для любой из представленных АЧХ можно показать совпадение одноименных точек АЧХ сетчатки с удлинением периода и без удлинения периода. Появляющиеся дополнительные промежуточные точки уточняют вид АЧХ.

### Заключение

В работе рассмотрена задача идентификации динамических объектов двумя видами импульсных тестирующих сигналов: одиночным тестирующим импульсом на фиксированном интервале наблюдения и периодической импульсной последовательностью фиксированной частоты.

Для одиночного тестирующего импульса показывается, что отношения амплитуд гармоник с одинаковыми номерами выходного и входного сигналов с определенной точностью могут свидетельствовать о координатах соответствующих точек комплексной частотной характеристики объекта. Находятся условия, накладываемые на длительность наблюдаемого переходного процесса на выходе динамического объекта при заданных параметрах тестирующего импульса, которые позволяют с необходимой точностью оценить координаты точек комплексной частотной характеристики промышленного объекта и провести адаптацию настроек регулятора.

Для периодической импульсной последовательности разложение выходного сигнала линейного динамического объекта на периоде приводит к тем же результатам, что и для одиночного импульса на фиксированном интервале наблюдения, если переходные процессы практически заканчиваются к приходу очередного импульса. Промежуточные точки частотных характеристик и точки в области

низких частот могут быть найдены, при определенных условиях, заменой наблюдаемого сигнала "нулями" на дополнительном временном отрезке. В работе показано, что из-за наличия в спектре входного сигнала гармоник с нулевыми значениями амплитуд на частотах, кратных обратной величине длительности импульса, в окрестностях этих частот соответствующие точки комплексной частотной характеристики объекта определяются с большой погрешностью. Эти точки могут быть найдены путем изменения длительности тестирующих импульсов.

### Список литературы

1. Дудников Е. Г. Основы автоматического регулирования тепловых процессов. М.: ГЭИ. 1956.
2. Ротач В. Я. Теория автоматического управления. М.: Издательство МЭИ. 2004.
3. Ротач В. Я. Адаптация систем управления при совместном использовании точечных и интервальных алгоритмов // Автоматизация в промышленности. 2008. № 12. С. 16—19.
4. Ротач В. Я., Кузищин В. Ф., Петров С. В. Алгоритмы и программы расчета настройки ПИ и ПИД-регуляторов по переходным характеристикам системы // Автоматизация в промышленности. 2009. № 12. С. 12—16.
5. Мазуров В. М., Литюга А. В., Синцын А. В. Развитие технологий адаптивного управления в SCADA системе TRACE MODE // Приборы и системы управления, контроль, диагностика. 2002. № 1. С. 17—22.
6. Аязян Г. К. Определение параметров модели методом площадей Симою. Уфимский государственный нефтяной технический университет. 2005.
7. Анисимов Д. Н. Идентификация линейных динамических объектов методом экспоненциальной модуляции // Вестник МЭИ. 1994. № 2. С. 68—72.
8. Falsini B., Iarossi G., Fadda A. et al., The fundamental and second harmonic of the photopic flicker electroretinogram: temporal frequency-dependent abnormalities in retinitis pigmentosa // Clin. Neurophysiol. 1999. V. 35. P. 4282—4290.
9. Zueva M., Tsapenko I., Vaskov S. The components of human and rabbit 8-Hz and 12-hz flicker ERG as a function on intensity, size and position of stimuli // Abstracts of 42<sup>nd</sup> ISCEV Symposium (San Juan). 2004. P. 132.
10. Зуева М. В., Цапенко И. В., Пак Н. В., Васильков С. О. Источники генерации ритмической ЭРГ в сетчатке кролика // Матер. Первого междунар. междисциплинарного конгресса "Достижения нейронауки для современной медицины и психологии", 2005. С. 79.
11. Perlman I. The Electroretinogram: ERG. <http://www.web-vision.ERG>.
12. Гранит Р. Электрофизиологические исследования рецепции. М.: Изд-во иностр. лит., 1957. 340 с.
13. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособ. СПб.: БХВ-Петербург, 2013. 768 с.
14. Применение цифровой обработки сигналов. Под ред. Э. Опенгейма: пер. с англ. / Под ред. А. М. Рязанцева. М.: Мир. 1980.
15. Кей С. М., Марпл С. Л. Современные методы спектрального анализа: Обзор // ТИИЭР. 1981. 69 (11).
16. Jenkins G. M., Watts D. G. Spectral Analysis and Its Applications. San Francisco, CA: Holden-Day, 1968.
17. Markel J. D. FTT pruning // IEEE Trans. Audio Electroacoust. Dec. 1971; AU-19: 305—311.
18. Eberhard A. An optimal discrete window for the calculation of power spectra // IEEE Trans. Inform. Theory. Mar. 1973; IT-19: 232—234.
19. Колосов О. С., Подольская И. Е., Кульмамиров С. А., Фон Чжаньлинь. Алгоритмы численного дифференцирования в задачах управления. М.: Издательский дом МЭИ, 2009.



# Evaluation of the Frequency Properties of the Dynamic Objects Using Pulse Testing Signals

O. S. Kolosov, KolosovOS@mpei.ru, D. A. Balarev, A. D. Pronin,

National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, 111250, Russian Federation,  
M. V. Zueva, I. V. Tsapenko, Moscow R & D Institute of Eye Illnesses named after Gelmholtz of the Federal  
Agency on High-technology Medical Assistance, Moscow, 105062, Russian Federation

Corresponding author: **Kolosov Oleg S.**, D. Sc. (Tech.), Professor,  
National Research University "Moscow Power Engineering Institute",  
Moscow, 111250, Russian Federation, e-mail: KolosovOS@mpei.ru

Received on October 25, 2016

Accepted on November 14, 2016

The topic of the article is the problem of identification of the dynamic objects by two types of the pulse testing signals: testing by a single pulse at a fixed interval of observation and testing by a periodic pulse sequence of a fixed frequency. The single testing pulse can be useful in operation of the adaptive controllers, and the testing impulse sequences are widely used, for example, for studying the nature of the biopotential changes of the eye retina (electroretinogram) in order to obtain additional features for the diagnostic systems. For a single pulse testing the authors propose to select a determined interval of observation, and this makes possible a Fourier series expansion of the observed output and input on the given interval of observation. They demonstrate that the ratio of the amplitudes of the harmonics with the same number of the output and input signals can show the corresponding point's coordinates on the a complex frequency response with a certain accuracy. This accuracy depends on the interval of the observation time and the inertial properties of an object. The advantages of this method are a good noise-immunity and little time for identification. There are some conditions imposed on the duration of the observed transient response on the output of the dynamic object with the defined parameters of the testing pulse, which allows us to evaluate the coordinates of the points of the complex frequency response of an object and to make an adaptation of the controller's settings. The result of the Fourier series expansion of the output signal for the periodic impulse sequence is the same as for a single pulse at a fixed interval of observation. The intermediate points of the frequency response and the points at low frequencies can be found by replacement of the observed signal with "zeros" on the additional time interval. The input signal spectrum has harmonics with null values of the amplitudes at the frequencies multiple to the reciprocal value of the pulse width. And the authors demonstrate that the points of the complex frequency response at these frequencies are determined with big errors. Those points can be determined by varying the testing pulse duration.

**Keywords:** identification, frequency properties, dynamic object, pulse testing signals, single testing pulse, periodic pulse sequence, amplitude frequency response

**Acknowledgement:** This article was prepared with the financial support of RFBR, project number 16-01-00086.

For citation:

Kolosov O. S., Balarev D. A., Pronin A. D., Zueva M. V., Tsapenko I. V. Evaluation of the Frequency Properties of the Dynamic Objects Using Pulse Testing Signals, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 4, pp. 219–226.

DOI: 10.17587/mau.18.219-226

## References

1. **Dudnikov E. G.** *Osnovy avtomaticheskogo regulirovaniya teplovyykh processov* (Fundamentals of automatic control of thermal processes), Moscow, GJeI, 1956 (in Russian).
2. **Rotach V. Ja.** *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* (The theory of automatic control), Moscow, Izdatel'stvo MJeI, 2004 (in Russian).
3. **Rotach V. Ja.** *Adaptatsiya sistem upravleniya pri sovmestnom ispol'zovanii tochechnykh i interval'nykh algoritmov* (Adaptation of control systems for sharing point and interval algorithms), *Avtomatizatsiya v Promyshlennosti*, 2008, no. 12, pp. 16–19 (in Russian).
4. **Rotach V. Ja., Kuzishhin V. F., Petrov S. V.** *Algoritmy i programmy rascheta nastroyki PI i PID-regulyatorov po perehodnym harakteristikam sistemy* (Algorithms and software for calculating setting of PI and PID controllers on the transitional characteristics of the system), *Avtomatizatsiya v Promyshlennosti*, 2009, no. 12, pp. 12–16 (in Russian).
5. **Mazurov V. M., Litjuga A. V., Sincyn A. V.** *Razvitie tekhnologii adaptivnogo upravleniya v SCADA sisteme TRACE MODE* (Development of adaptive control technology in the SCADA system "TRACE MODE"), *Pribory i Sistemy Upravleniya, Kontrol', Diagnostika*, 2002, no. 1, pp. 17–22 (in Russian).
6. **Ajazjan G. K.** *Opreделение parametrov modeli metodom ploshhadej Simoja* (Determination of the model parameters by the areas method of Simoyu), Publishing house of Ufimskij gosudarstvennyj neft'janoy tekhnicheskij universitet, 2005 (in Russian).
7. **Anisimov D. N.** *Identifikatsiya linejnykh dinamicheskikh ob'ektov metodom jeksponencial'noj modulyacii* (Identification of linear dynamic objects by the exponential modulation method), *Vestnik MJeI*, 1994, no. 2, pp. 68–72 (in Russian).
8. **Falsini B., Iarossi G., Fadda A.** et al., The fundamental and second harmonic of the photopic flicker electroretinogram: temporal frequency-dependent abnormalities in retinitis pigmentosa, *Clin. Neurophysiol.*, 1999, vol. 35, pp. 4282–4290.
9. **Zueva M., Tsapenko I., Vaskov S.** The components of human and rabbit 8-Hz and 12-Hz flicker ERG as a function on intensity, size and position of stimuli, Abstracts of 42nd ISCEV Symposium (San Juan), 2004, p. 132.
10. **Zueva M. V., Tsapenko I. V., Pak N. V., Vas'kov S. O.** *Istochniki generatsii ritmicheskoy JeRG v setchatke krolika* (Sources of generating rhythmical electroretinogram in the rabbit's retina), *Materialy Pervogo Mezhdunarodnogo Mezhdisciplinarnogo Kongressa "Dostizheniya nejronauki dlja sovremennoj mediciny i psihologii"*, 2005, p. 79 (in Russian).
11. **Perlman I.** The Electroretinogram: ERG, available at <http://www.webvision.ERG>.
12. **Granit R.** *Jelektrofiziologicheskie issledovaniya recepcii* (Electrophysiological studies of reception), Moscow, Izd-vo inostr. lit., 1957. 340 p. (in Russian).
13. **Sergienko A. B.** *Cifrovaya obrabotka signalov: uchebnoe posobie* (Digital signal processing), SPb, BHV-Peterburg, 2013, 768 p. (in Russian).
14. **Oppengejm Je., Rjazancev A. M. ed.** *Primenenie cifrovoj obrabotki signalov* (Application of digital signal processing), Moscow, Mir, 1980 (in Russian).
15. **Kej S. M., Marpl S. L.** *Sovremennye metody spektral'nogo analiza: Obzor* (Spectral analysis — A modern perspective), TIJJeR, 1981; 69 (11) (in Russian).
16. **Jenkins G. M., Watts D. G.** *Spectral Analysis and Its Applications*. San Francisco, CA: Holden-Day, 1968.
17. **Markel J. D.** FTT pruning. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.* Dec. 1971; AU-19: 305–311.
18. **Eberhard A.** An optimal discrete window for the calculation of power spectra. *IEEE Trans. Inform. Theory*. Mar. 1973; IT-19: 232–234.
19. **Kolosov O. S., Podol'skaja I. E., Kul'mamirov S. A., Fon Chzhan'lin'** *Algoritmy chislennogo differencirovaniya v zadachah upravleniya* (Algorithms for numerical differentiation in control problems), Moscow, Publishing house of MJeI, 2009 (in Russian).